PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer Semestre 2022

MAT1203 - ÁLGEBRA LINEAL

Clase 3: Producto cruz

1. Encuentre el producto cruz $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ y compruebe que es ortogonal a $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$.

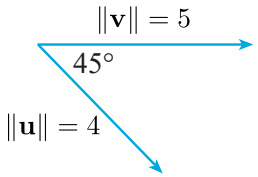
   a) $\mathbf{a} = (1, 1, -1)$, $\mathbf{b} = (2, 4, 6)$.

   b) $\mathbf{a} = \mathbf{j} + 7\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$.

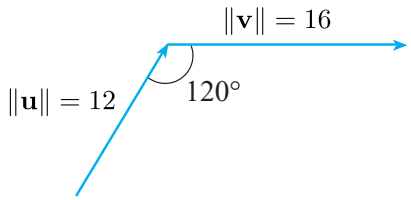
   c) $\mathbf{a} = (t, 1, 1/t)$, $\mathbf{b} = (t^2, t^2, 1)$

2. Encuentre $\|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\|$ y determine si $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ está dirigido hacia la página o hacia fuera de ésta.

   a)



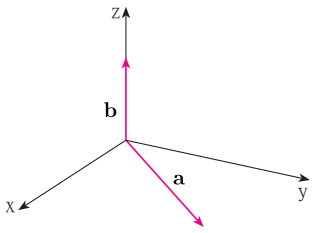
   b)



3. En la figura se muestra un vector $\mathbf{a}$ en el plano xy y un vector $\mathbf{b}$ en la dirección $\mathbf{k}$. Sus longitudes son $\|\mathbf{a}\| = 3$ y $\|\mathbf{b}\| = 2$.

   a) Encuentre $\|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\|$.

   b) Use la regla de la mano derecha para decidir si las componente de $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ son positivas, negativas o 0.



4. Si $\mathbf{a} = (2, -1, 3)$ y $\mathbf{b} = (4, 2, 1)$, encuentre $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ y $\mathbf{b} \times \mathbf{a}$.

5. Encuentre dos vectores unitarios ortogonales a $(3, 2, 1)$ y $(-1, 1, 0)$.

6. Encuentre el área del paralelogramo con vértices $K(1, 2, 3)$, $L(1, 3, 6)$, $M(3, 8, 6)$ y $N(3, 7, 3)$.

7. Encuentre un vector no cero ortogonal al plano que pasa por los puntos P, Q y R, y determine el área del triángulo PQR.

   a) $P(0, 0, 3)$, $Q(4, 2, 0)$, $R(3, 3, 1)$

   b) $P(-1, 3, 1)$, $Q(0, 5, 2)$, $R(4, 3, -1)$

8. Enceuntre el volumen del paralelepípedo determinado por los vectores $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, 1, 2)$ y $\mathbf{c} = (2, 1, 4)$.

9. Halle el volumen del parapelepípedo con aristas adyacentes PQ, PR y PS donde $P(3, 0, 1)$, $Q(-1, 2, 5)$, $R(5, 1, -1)$, $S(0, 4, 2)$.

10. Use el triple producto escalar para verificar que los vectores $\mathbf{u} = \mathbf{i}+5\mathbf{j}-2\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 3\mathbf{i}-\mathbf{j}$ y $\mathbf{w} = 5\mathbf{i} + 9\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ son coplanares.

11. Use el triple producto escalar para determinar si los puntos $A(1, 3, 2)$, $B(3, -1, 6)$, $C(5, 2, 0)$ y $D(3, 6, -4)$ están en el mismo plano.