PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer Semestre 2022

MAT1203 - ÁLGEBRA LINEAL

Clase 38 y 39: Formas cuadráticas

1. Calcule la forma cuadrática $\mathbf{x}^T A\mathbf{x}$, cuando $A = \begin{bmatrix} 5 & 1/3 \\ 1/3 & 1 \end{bmatrix}$ y

   a) $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

   b) $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$

   c) $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

2. Encuentre la matriz de la forma cuadrática. Suponga que $\mathbf{x}$ está en $\mathbb{R}^2$.

   a) $10x_1^2 - 6x_1x_2 - 3x_2^2$

   b) $5x_2^2 + 3x_1x_2$

3. Obtenga la matriz de la forma cuadrática. Suponga que $\mathbf{x}$ está en $\mathbb{R}^3$

   a) $8x_1^2 + 7x_2^2 - 3x_3^2 - 6x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3$

   b) $4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 8x_2x_3$

4. Sea A la matriz de la forma cuadrática

   $$9x_1^2 + 7x_2^2 + 11x_3^2 - 8x_1x_2 + 8x_1x_3$$

   Es posible demostrar que los valores propios de A son 3, 9 y 15. Encuentre una matriz ortogonal P tal que el cambio de variable $\mathbf{x} = P\mathbf{y}$ transforme $\mathbf{x}^T A\mathbf{x}$ en una forma cuadrática sin productos cruzados. Determine P y la nueva forma cuadrática.

5. Clasifique las formas cuadráticas. Después realice un cambio de variable, $\mathbf{x} = P\mathbf{y}$, que convierta la forma cuadrática en una que no incluya productos cruzados. Escriba la nueva forma cuadrática. Construya P.

   a) $3x_1^2 - 4x_1x_2 + 6x_2^2$

   b) $9x_1^2 - 8x_1x_2 + 3x_2^2$

   c) $2x_1^2 + 10x_1x_2 + 2x_2^2$

   d) $-5x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_2^2$

   e) $x_1^2 - 6x_1x_2 + 9x_2^2$

   f) $8x_1^2 + 6x_1x_2$