PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Primer Semestre 2022

MAT1203 - ÁLGEBRA LINEAL

Clase 18: Determinantes como área y volumen

1. Encuentre el volumen del paralelepípedo con un vértice en el origen y vértices adyacentes en $(1, 0, -2)$, $(1, 2, 4)$ y $(7, 1, 0)$.

2. Sea S el paralelogramo determinado por los vectores $\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$, y sea $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$. Calcule el área de la imagen de S bajo el mapeo $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$.

3. Sea S el paralelogramo determinado por los vectores $\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ -7 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, y sea $A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. Calcule el área de la imagen de S bajo el mapeo $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$.

4. Encuentre una fórmula para el área del triángulo cuyos vértices son $\mathbf{0}$, $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ en $\mathbb{R}^2$.

5. Sea R el triángulo con vértices (x_1, y_1), (x_2, y_2) y (x_3, y_3). Demuestre que el área del triángulo A es

$$A = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$$