PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2025

Ayudantía 8 - MAT1203

1. Si A y B son matrices invertibles de orden 3×3 tal que $\det(A) = -2$ y $\det(2A^3(B^{-1})^t) = -4$, calcule $\det(B)$.

2. Sea A una matriz tal que
$$A^5 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & s \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
   a) Calcule el determinante de A^5.
   b) ¿Para qué valores de $s \in \mathbb{R}$ la traspuesta de la matriz A, es decir A^T, es invertible?

3. Use la Regla de Cramer para determinar el valor de x_3 que satisfaga el sistema
$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 7 \\ -3x_1 + x_3 &= -8 \\ x_2 + 2x_3 &= -3 \end{aligned}$$

4. El paralelepípedo P formado por los vectores canónicos $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}$ y $\mathbf{e_3}$ es transformado en el paralelepípedo P' determinado por los vectores $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.
   a) Determine una matriz A que representa la transformación lineal tal que $T(\mathbf{e}_1) = \mathbf{v}_1$, $T(\mathbf{e}_2) = \mathbf{v}_2$ y $T(\mathbf{e}_3) = \mathbf{v}_3$.
   b) Suponga que $T(P) = P'$. Determine el volumen del paralelepípedo P'.

5. Considere el espacio $\mathbb{P}_2$ es espacio de polinomios de grado menor o igual a dos y sea
$$E = \{p(x) \in \mathbb{P}_2 : p(1) = p(2)\}.$$
   Demuestre que E es subespacio de $\mathbb{P}_2$.