PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2025

Ayudantía 6 - MAT1203 (con soluciones)

1. Dadas las matrices
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$
calcule:

   a) La suma de las matrices $A + B$.

   b) El producto de las matrices AB.

   c) La traspuesta de la matriz $C = AB$, es decir, C^T.

   Solución:
$$A + B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}, \quad AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

2. Sean
$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}.$$
Determine $(2A - B^T)^T C$ y la matriz X que satisface $2(AB - X)^T = C^2$.

   Solución:
$$(2A - B^T)^T = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -8 & -4 \\ -1 & 11 \end{bmatrix}, \quad (2A - B^T)^T C = \begin{bmatrix} -15 & 13 \\ -4 & 24 \\ 34 & -43 \end{bmatrix}.$$
$$AB = \begin{bmatrix} -5 & 9 \\ 11 & -5 \end{bmatrix}, \quad C^2 = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -11 & 13 \end{bmatrix}.$$
   De $2(AB - X)^T = C^2$ se obtiene:
$$X = \begin{bmatrix} -4 & \frac{29}{2} \\ \frac{17}{2} & -\frac{23}{2} \end{bmatrix}.$$

3. Resuelva
$$AX + B = C$$
   con
$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 1 & 14 \end{bmatrix}.$$

   Solución:
$$C - B = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$
$$X = A^{-1}(C - B) = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 21 & 18 \\ 0 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & \frac{18}{7} \\ 0 & \frac{15}{7} \end{bmatrix}.$$

4. Sea $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$.

   a) Demuestre que A es invertible.

   b) Determine A^{-1}.

   c) Resuelva $Ax = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$.

Solución:

$$\det(A) = 2(-2) - 3(-1) = -1 \neq 0 \;\Rightarrow\; A \text{ es invertible.}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-1}\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$x = A^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}.$$