Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Segundo Semestre 2022

Álgebra Lineal - MAT1203
Guía 11

Problemas mínimos

1. Determine si 5 un valor propio de $A = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$.

2. Encuentre los valores propios de la matriz $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 0 \\ -2 & 9 & 0 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}$.

3. Determine h en la matriz A, tal que el espacio propio para $\lambda = 4$ sea bidimensional:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & h & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

4. Diagonalice la matriz $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$ sabiendo que sus valores propios son -2,-1 y 0. Luego determine una fórmula para la potencia A^8.

5. A es una matriz de 7×7 con tres valores propios. Un espacio propio es bidimensional, y uno de los otros espacios propios es tridimensional. ¿Es posible que A no sea diagonalizable? Justifique su respuesta.

Problemas adicionales

6. Sea λ un valor propio de una matriz A invertible. Demuestre que λ^{-1} es un valor propio de A^{-1}. [Sugerencia: Suponga que $\mathbf{x}$ distinto de cero satisface $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$].

7. Demuestre que si A^2 es la matriz cero, entonces el único valor propio de A es 0.

8. Demuestre que λ es un valor propio de A si y solo si λ es un valor propio de A^T. [Sugerencia: Determine cómo se relaciona $A - \lambda I$ con $A^T - \lambda I$]

9. Demuestre que dos matrices similares tienen el mismo determinante.