PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Segundo semestre 2025

Ayudantía 5 - MAT1203

1. Encuentre el valor de h que hace a los siguientes vectores linealmente dependientes:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ h \end{bmatrix}$$

2. Sea T la transformación definida por $T(x, y, z) = (x, x + y, xz)$. Determine si T es una transformación lineal.

3. Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 & -5 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & -4 & 4 & -4 \end{bmatrix}$ y defina la transformación $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$.

   a) Determine el dominio y el codominio de T.

   b) ¿Porqué T es una transformación lineal?

   c) Encuentre todos los vectores x de $\mathbb{R}^4$ que son transformados en el vector nulo por la transformación T.

   d) ¿El vector $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ pertenece al rango (recorrido) de la transformación lineal T?

4. Sean $\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix}$ y sea $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ una transformación lineal que mapea $\mathbf{e}_1$ en $\mathbf{y}_1$, y $\mathbf{e}_2$ en $\mathbf{y}_2$. Encuentre las imágenes de $\begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$.

5. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ una transformación lineal tal que:

$$T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, T\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}, T\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

   a) Determine la matriz de la transformación.

   b) ¿Es cierto que T transforma conjuntos linealmente en conjuntos linealmente independientes?.