Pontificia Universidad Católica De Chile
Facultad De Matemáticas
Departamento De Matemática
Segundo Semestre 2022

Álgebra Lineal - MAT1203
Guía 12

Problemas mínimos

1. Sean $\mathcal{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$ y $\mathcal{D} = \{\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2\}$ las bases de los espacios vectoriales V y W, respectivamente. Sea $T : V \to W$ una transformación lineal con la propiedad

$$T(\mathbf{b}_1) = 3\mathbf{d}_1 - 5\mathbf{d}_2, \quad T(\mathbf{b}_2) = -\mathbf{d}_1 + 6\mathbf{d}_2, \quad T(\mathbf{b}_3) = 4\mathbf{d}_2$$

   Determine la matriz para T respecto a $\mathcal{B}$ y $\mathcal{D}$.

2. Defina $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mediante $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, donde A es una matriz de 3×3 con valores propios de 5,5 y -2. ¿Existe una base $\mathcal{B}$ para $\mathbb{R}^3$ tal que la $\mathcal{B}$-matriz para T sea una matriz diagonal? Analice.

3. Determine el ángulo φ de la rotación, donde $-\pi < \varphi \leq \pi$, así como el factor de escalamiento r de la acción de la matriz $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ sobre $\mathbb{R}^2$.

4. Encuentre una matriz P invertible y una matriz C de la forma $\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$ tal que $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = PCP^{-1}$.

Problemas adicionales

5. Sea $\mathcal{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$ una base para un espacio vectorial V. Encuentre $T(4\mathbf{b}_1 - 3\mathbf{b}_2)$ cuando T es una transformación lineal de V a V cuya matriz respecto a $\mathcal{B}$ es

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Defina $T : \mathbb{P}_3 \to \mathbb{R}^4$ por $T(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}(-2) \\ \mathbf{p}(3) \\ \mathbf{p}(1) \\ \mathbf{p}(0) \end{bmatrix}$

   (a) Demuestre que T es una transformación lineal.

(b) Encuentre la matriz para T respecto a la base $\{1, t, t^2, t^3\}$ para $\mathbb{P}_3$ y la base estándar para $\mathbb{R}^4$.

7. Haga lo mismo que en el ejercicio 3 pero ahora con la matriz $\begin{bmatrix} -\sqrt{3} & 1 \\ -1 & -\sqrt{3} \end{bmatrix}$.

8. Haga lo mismo que en el ejercicio 4 pero ahora con la matriz $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.