Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Química y Bioprocesos
IIQ1003 - Termodinámica 2024-1

Tarea 3

Fecha de entrega: 26 de abril a través de CANVAS.

La tarea debe ser trabajada en forma individual y entregada en un documento pdf, en el cuál contengan los cálculos y se mencione claramente el procedimento realizado.

Pregunta 1

Un gas dentro de un conjunto cilindro pistón, se encuentra a 1 bar y ocupa un volumen de 2 m^3 se somete a un ciclo termodinámico que consta de cinco procesos:

- Proceso 1-2: Un calentamiento isocórico, con $Q_{1-2} = 250$ kJ.
- Proceso 2-3: Proceso adiabático alcanzando un volumen de 4 m^3.
- Proceso 3-4: Expansión isobárica tal que $\frac{V_4}{V_3} = 1.1$ y $T_4 = 375.14$ K.
- Proceso 4-5: Enfriamiento adiabático reversible.
- Proceso 5-1: Compresión a temperatura constate.

Suponiendo que el gas es un gas ideal, considere $Cp = 29.099 \frac{J}{mol \cdot K}$ y $\gamma = 1.4$. Se le pide:

a) Determinar la temperatura, presión y volumen de cada estado.

b) Determinar la cantidad de trabajo y calor de cada proceso y todo el proceso.

c) Realice un diagrama cualitativo P-V que muestre los estados y los procesos que ocurren

d) ¿Cuál es la razón entre la energía útil producida por el ciclo y la energía total suministrada al sistema?

Solución

Descontar un poco de puntaje en caso de que no se pongan las unidades en la respuesta final

a)

Para determinar la temperatura, la presión y el volumen de cada estado se plantean las siguientes ecuaciones para cada estado:

Estado 1:
De la ecuación de gas ideal para el estado 1:

$$P_1 V_1 = R T_1 n$$

Como es un gas ideal se tiene que Cv es constante,

$$C_v = C_p - R = 20.785$$

Por otra parte, se tiene que para el calor:

$$Q_{12} = n \int_{T_1}^{T_2} C_v dT = C_v n (T_2 - T_1)$$

Estado 2:

De la ecuación de gas ideal para el estado 2,

$$P_2 V_2 = R T_2 n$$

Por otro lado se sabe que del estado 2 al estado 3 ocurre un proceso adiabático, donde se cumple que:

$$\left(\frac{T_3}{T_2}\right) = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma - 1}$$

Estado 3:

De la ecuación de gas ideal para el estado 3,

$$P_3 V_3 = R T_3 n$$

Por otro lado, se tiene que del estado 3 al estado 4 ocurre un proceso isobárico, por lo tanto:

$$P_3 = P_4$$

También se tiene que:

$$\frac{V_4}{V_3} = 1.1$$

Estado 4:

De la ecuación de gas ideal para el estado 4,

$$P_4 V_4 = R T_4 n$$

Por otro lado se sabe que del estado 4 al estado 5 ocurre un proceso adiabático, donde se cumple que:

$$\left(\frac{T_5}{T_4}\right) = \left(\frac{V_4}{V_5}\right)^{\gamma - 1}$$

Estado 5:

De la ecuación de gas ideal para el estado 4,

$$P_5 V_5 = R T_5 n$$

Finalmente, del estado 5 al estado 1 ocurre un proceso isotérmico, por lo tanto,

$$T_5 = T_1$$

Resolviendo las ecuaciones y con los datos obtenidos por enunciado, se tiene mediante Mathematica Wolfram, que n = 80.1839 mol

Estado	Temperatura (K)	Presión (bar)	Volumen (m^3)
1	300	1	2
2	450	1.5	2
3	341	0.568	4
4	375.14	0.568	4.4
5	300	0.26	7.69

Cuadro 1: Tabla estados P1

b)

Proceso 1-2:

$$Q_{1-2} = 250 \text{ kJ}$$

Por ser un proceso isocórico, se tiene:

$$W_{1-2} = 0 \text{ kJ}$$

Proceso 2-3:

Al ser un proceso adiabático:

$$Q_{2-3} = 0 \text{ kJ}$$

Por otro lado se cumple que:

$$W_{2-3} = n \int_{T2}^{T3} C_v dT = nC_v(T_3 - T_2)$$
$$W_{2-3} = -181.607 \text{ kJ}$$

Proceso 3-4:

$$Q_{3-4} = nC_p(T_4 - T_3) = 79.576 \text{ kJ}$$

Por otro lado se cumple que:

$$W_{3-4} = -P_3(V_4 - V_3) = -22.7358 \text{ kJ}$$

Proceso 4-5:

Al ser un proceso adiabático:

$$Q_{4-5} = 0 \text{ kJ}$$

Por otro lado se cumple que:

$$W_{4-5} = n \int_{T4}^{T5} C_v dT = nC_v(T_5 - T_4)$$

$$W_{4-5} = -125.247 \text{ kJ}$$

Proceso 5-1:

Al ser un proceso isotérmico, se tiene:

$$Q_{5-1} = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_5}\right) = nRT \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_5}\right)$$

$$Q_{5-1} = -269.442\text{kJ}$$

Por otro lado se cumple que:

$$W_{5-1} = -Q_{5-1} = 269.442 \text{ kJ}$$

Para todo el ciclo:

$$Q_N = Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-5} + Q_{5-1}$$

$$Q_N = 60.1338 \text{ kJ}$$

$$W_N = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-4} + W_{4-5} + W_{5-1}$$

$$W_N = -60.1338 \text{ kJ}$$

c)

Realizando el gráfico P-V, se tiene:

d)

Para la eficiencia del ciclo, se tiene que:

$$\eta = \frac{W_{neto}}{Q_{add}} = \frac{60.1338}{329.576}$$

$$\eta = 0.18 = 18\,\%$$

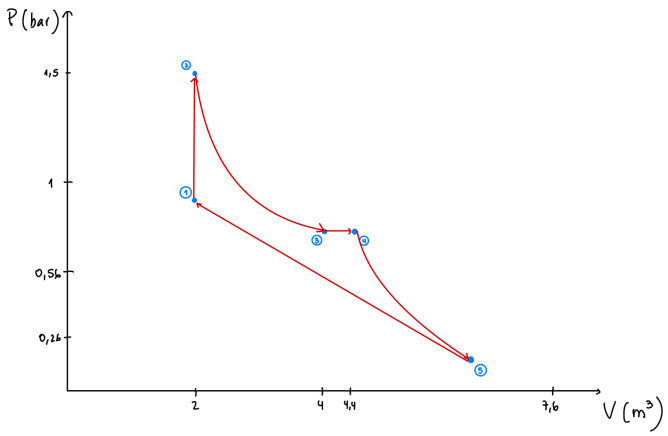


Figura 1: Gráfico P-V P1

Pregunta 2

Uno de los desafíos actuales de ingeniería se encuentra en el uso y transporte de energías limpias y sustentables. El hidrógeno se ha vuelto uno de los principales candidatos como reemplazo de los combustibles tradicionales, sin embargo, para su uso y transporte es necesario que este pase por un proceso de licuefacción. Una de las etapas de este proceso consiste en una compresión isotérmica a -140 °C, aumentando la presión de 2MPa a 8MPa. A usted como ingeniero le piden determinar el trabajo para realizar la compresión de 300 kg de hidrogeno según:

a) La ecuación de gas ideal

b) La ecuación virial truncada al segundo coeficiente

c) Método Lee-Kesler

Hint: Para el calculo del trabajo con el método Lee Kesler considere en la integral un Z promedio.

Solución

Las propiedades críticas deben obtenerlas de literatura o del archivo *"Matsoukas Appendix A.pdf"*:

$$T_c = 32.98K$$

$$P_c = 12.93\ bar$$

$$\omega = -0.217$$

$$PM = 2.016\ g/mol$$

a)

Para un gas ideal el trabajo viene dado por:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} PdV$$

Reemplzando la ecución de gas ideal

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = nRT \cdot \ln(\frac{V_1}{V_2})$$

donde:

$$n = \frac{300 \cdot 1000\ g}{2.016\ g/mol} = 148809.5238\ mol$$

$$V_1 = \frac{nRT}{P_1} = \frac{148809.5238\ mol \cdot 8.314\ \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 133.15\ K}{2000000\ Pa} = 82.367\ m^3$$

$$V_2 = \frac{nRT}{P_2} = \frac{148809.5238\ mol \cdot 8.314\ \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 133.15\ K}{8000000\ Pa} = 20.592\ m^3$$

Así el trabajo queda:

$$W = nRT \cdot \ln(\frac{V_1}{V_2}) = 228369.118\ kJ$$

b)

Se tiene que:

$$Tr = \frac{T}{T_c} = 4.0373$$

Por ecuación virial se tiene que:

$$Z = 1 + \frac{B}{V/n}$$

$$\frac{PV}{RTn} = 1 + \frac{B}{V/n}$$

$$P = \frac{RTn\left(1 + \frac{B}{V/n}\right)}{V}$$

Donde,

$$B^0 = 0.083 - \frac{0.422}{T_r^{1.6}} = 0.0377553$$

$$B^1 = 0.139 - \frac{0.172}{T_r^{4.2}} = 0.13851$$

Luego, se tiene que con P_c en Pascales y T_c en K, se tiene:

$$B = \frac{RT_c}{P_c}\left(B^0 + \omega B^1\right) = 1.63257 \cdot 10^{-6}$$

$$b = \frac{B}{RT} = 1.47476 \cdot 10^{-9}$$

Luego, los limites de integración se obtiene:

$$V_1 = \frac{(1 + b \cdot P_1) \cdot RTn}{P_1} = 82.6097\ m^3$$

$$V_2 = \frac{(1 + b \cdot P_2) \cdot RTn}{P_2} = 20.8346\ m^3$$

Por lo tanto,

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{RTn\left(1 + \frac{B}{V/n}\right)}{V} dV = 228359.544\ kJ$$

c)

Del método Lee-Kesler se obtiene:

$$Z = Z^{(0)} + \omega Z^{(1)}$$

Calculando propiedades reducidas:

$$T_r = 4.0373$$

$$P_{r1} = 1.5468$$

$$P_{r2} = 6.1872$$

Por lo que habran 2 valores de Z. Extrayendo $Z^{(0)}$ y $Z^{(1)}$ de los gráficos:

$$Z_1 = 1 + (-0.217) \cdot 0.06 = 0.98698$$
$$Z_2 = 1.1 + (-0.217) \cdot 0.22 = 1.05226$$

El volumen en cada estado vendra dado por:

$$V_1 = \frac{nZ_1RT}{P_1} = 81.2943\ m^3$$
$$V_2 = \frac{nZ_2RT}{P_2} = 21.6678\ m^3$$

El trabajo vendra dado por:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} PdV$$

Reemplazando con la definición del factor de compresibilidad:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nZRT}{V}$$

Usando el *hint* de usar Z promedio:

$$Z = \frac{Z_1 + Z_2}{2} = 1.01962$$

Finalmente el trabajo será:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nZRT}{V} dV = nZRT \cdot \ln(\frac{V_1}{V_2}) = 222092.2418\ kJ$$