Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

# Ayudantía 3- Modelación y lógica de Predicados

25 de marzo de 2026

Elías Ayaach, Francisca Paredes e Ignacio Vergara

---

## 1. Modelamiento

Un *cuadro mágico* es una matriz de $n \times n$ que solo contiene números entre 1 y $n$ en que la suma de cada fila y columna es la misma. Por ejemplo, la siguiente matriz de $3 \times 3$ es un cuadrado mágico:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Dada una matriz $C$ de $n \times n$ con algunas posiciones en 0, diremos que es *completable* si existe una manera de reemplazar los 0 por números entre 1 y $n$ de manera que la matriz resultante sea un cuadrado mágico. Por ejemplo, la siguiente matriz es completable, pues pueden llenarse las casillas y obtener la matriz anterior:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Dada una matriz $C$ de $3 \times 3$, construya una fórmula $\varphi \in L(P)$ tal que $C$ es completable si y solo si $\varphi$ es satisfacible.

## 2. Lógica de predicados

Sea $\mathbb{N}$ el dominio de los números naturales. Considere el predicado unario $P(n)$, que es verdadero si y solo si $n$ es primo, y los predicados binarios $\leq$ y $=$. Formule la siguiente expresión en lógica de predicados:

"Para todo par de números primos distintos de 2 y 3, hay un número natural entre ellos que no es primo".

# 3. Lógica de Predicados

Sea $E(x, y)$ un predicado binario utilizado para representar una arista en un grafo. Escriba una oración en logica de predicados que represente cada una de las siguientes propiedades.

1. El grafo es un clique[1]
2. El grafo contiene un clique con 4 nodos
3. El grafo tiene un ciclo con 4 nodos
4. Existen elementos en el grafo cuya distancia es 4
5. La distancia máxima entre dos nodos del grafo es 3
6. El grafo contiene exactamente 3 nodos

[1]Un clique es un subgrafo, donde cada nodo del subgrafo está conectado a todo el resto de nodos del subgrafo.