

Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Ayudantía 1 - Lógica Proposicional

11 de marzo de 2026

Elías Ayaach, Francisca Paredes e Ignacio Vergara

---

1. Tabla de Verdad

El conectivo ternario EQ se define como:

$$EQ(\varphi, \psi, \theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } 3 \cdot (\psi + \theta) - 5 \cdot \varphi \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Determine la tabla de verdad de EQ

Solución

φ	ψ	θ	$3 \cdot (\psi + \theta) - 5 \cdot \varphi$	$EQ(\varphi, \psi, \theta)$
0	0	0	0	1
0	0	1	3	1
0	1	0	3	1
0	1	1	6	1
1	0	0	-5	0
1	0	1	-2	0
1	1	0	-2	0
1	1	1	1	1

2. Equivalencia Lógica

Demuestre que

$$(p \vee (p \to q)) \wedge \neg(r \wedge \neg p) \wedge (p \wedge (r \vee q)) \wedge (r \to q) \equiv p \wedge q$$

Solución

$$
\begin{aligned}
&(p \vee (p \to q)) \wedge \neg(r \wedge \neg p) \wedge (p \wedge (r \vee q)) \wedge (r \to q) \\
&\equiv (p \vee (\neg p \vee q)) \wedge \neg(r \wedge \neg p) \wedge (p \wedge (r \vee q)) \wedge (r \to q) && /\text{Ley de implicancia} \\
&\equiv ((p \vee \neg p) \vee q) \wedge \neg(r \wedge \neg p) \wedge (p \wedge (r \vee q)) \wedge (r \to q) && /\text{Asociatividad de } \vee \\
&\equiv \neg(r \wedge \neg p) \wedge (p \wedge (r \vee q)) \wedge (r \to q) && /((p \vee \neg p) \vee q) \text{ es una tautología} \\
&\equiv (\neg r \vee p) \wedge (p \wedge (r \vee q)) \wedge (r \to q) && /\text{De Morgan} \\
&\equiv (\neg r \vee p) \wedge (p \wedge (r \vee q)) \wedge (\neg r \vee q) && /\text{Ley de implicancia} \\
&\equiv p \wedge (\neg r \vee p) \wedge (r \vee q) \wedge (\neg r \vee q) && /\text{Asociatividad de} \wedge \\
&\equiv p \wedge (r \vee q) \wedge (\neg r \vee q) && /\text{Absorción} \wedge \\
&\equiv p \wedge ((r \wedge \neg r) \vee q) && /\text{Distributiva} \\
&\equiv p \wedge q && /r \wedge \neg r \text{ es una contradicción}
\end{aligned}
$$

3. CNF, DNF y Tabla de Verdad

(a) Encuentre una fórmulas en CNF y DNF que sean equivalente a: $(p \to (q \to (r \to s)))$.

(b) Definimos el conectivo ternario $\texttt{Mayoria}(p, q, r)$ de manera que $\texttt{Mayoria}(p, q, r) = 1$ si y sólo si el valor que más aparece entre p, q y r es 1. Escriba la tabla de verdad para $\texttt{Mayoria}(p, q, r)$.

(c) Escriba una fórmula que use sólo los conectivos $\wedge$, $\vee$, $\neg$ y que sea equivalente a $\texttt{Mayoria}(p, q, r)$ en CNF.

Solución

(a) Podemos aplicar la regla de la implicancia ($\varphi \to \psi \equiv \neg\varphi \vee \psi$) tres veces y obtener lo siguiente:

$$
\begin{aligned}
(p \to (q \to (r \to s))) &\equiv \neg p \vee (q \to (r \to s)) \\
&\equiv \neg p \vee (\neg q \vee (r \to s)) \\
&\equiv \neg p \vee (\neg q \vee (\neg r \vee s)) \\
&\equiv \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee s
\end{aligned}
$$

La última fórmula está en CNF y DNF, ya que es la conjunción de disyunción de literales (variable o negación de variable). Recordar que la conjunción puede ser de 1 sólo término, como en este caso.

Otra alternativa es hacer la tabla de verdad de $(p \to (q \to (r \to s)))$, escribir la fórmula en DNF equivalente, según el método visto en clases, y luego utilizar distributividad para obtener una fórmula en CNF equivalente o usar el método para generar CNF directo a partir de la tabla de verdad.

(b) La tabla de verdad de Mayoria(p, q, r):

p	q	r	Mayoria (p, q, r)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

(c) De la tabla de verdad:

- Se identifican las filas donde el resultado es **0**.
- Se escriben las variables como una suma (OR).
- Se **niegan los valores positivos** $(1 \to \neg p)$ y se dejan igual los ceros $(0 \to p)$.

$$(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r)$$