

Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Ayudantía 8

6 de mayo 2026

Elías Ayaach, Francisca Paredes e Ignacio Vergara

Resumen

Relación Binaria

Una relación binaria es un conjunto de pares ordenados que establece una conexión o asociación entre elementos de dos conjuntos distintos.

R es una relación binaria de A en B si $R \subseteq A \times B$. En el caso que $A = B$, diremos que R es una relación binaria sobre A.

Propiedades de una Relación Binaria en un conjunto A

Refleja

Una relación R es refleja si para todo elemento x en el conjunto, el par (x, x) está en R.

$$\forall x \in A, (x, x) \in R$$

Irrefleja

Una relación R es irrefleja si ningún par (x, x) está en R para cualquier x en el conjunto.

$$\forall x \in A, (x, x) \notin R$$

Simétrica

Una relación R es simétrica si para cada par (x, y) en R, también está presente el par (y, x).

$$\forall x, y \in A, (x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R$$

Antisimétrica

Una relación R es antisimétrica si para cualquier par (x, y) en R, si $x \neq y$, entonces el par (y, x) no está en R.

$$\forall x, y \in A, (x, y) \in R \land x \neq y \rightarrow (y, x) \notin R$$

Transitiva

Una relación R es transitiva si para cada par (x, y) y (y, z) en R, el par (x, z) también está en R.

$$\forall x, y, z \in A, (x, y) \in R \land (y, z) \in R \rightarrow (x, z) \in R$$

Conexidad

Una relación R es conexa si para cada par de elementos x,y podemos encontar a (x, y) en R, o a (y, x) en R.

$$\forall x, y \in A, (x, y) \in R \lor (y, x) \in R$$

Relación de Equivalencia

Una relación de equivalencia es una relación binaria que cumple **reflexividad**, **simetría** y **transitividad**.

A la relación se le denota como $x \sim y$.

Clase de equivalencia

Dado $x \in A$, la clase de equivalencia de x bajo $\sim$ es el conjunto

$$[x]_{\sim} = \{y \in A \mid x \sim y\}$$

Conjunto cuociente

Sea $\sim$ una relación de equivalencia sobre un conjunto A. El conjunto cuociente de A con respecto a $\sim$ es el conjunto de todas las clases de equivalencia de $\sim$:

$$A/\sim = \{[x] \mid x \in A\}$$

1. Relaciones v1

Sea A un conjunto y sean R_1, R_2 dos relaciones de equivalencia en A. ¿Son las siguientes afirmaciones verdaderas o falsas? Demuestre o de un contraejemplo.

1. $R_1 \cap R_2$ es una relación de equivalencia.
2. $xR_1y \to xR_2y$ para todo $x, y \in A$ si y sólo si $[x]_{R_1} \subseteq [x]_{R_2}$ para todo $x \in A$.

2. Relaciones v2

Decimos que un conjunto $X \subseteq \mathbb{R}$ es **bueno para la suma** si satisface las siguientes condiciones:

1. $0 \in X$
2. $\forall x, y \in X, x + y \in X$.

Dado un conjunto $X \subseteq \mathbb{R}$, se define en $\mathbb{R}$ la relación $\mathcal{R}_X$ como:

$$x\mathcal{R}_X y \leftrightarrow (x - y) \in X$$

Demuestre que si X es bueno para la suma, entonces $\mathcal{R}_X$ es una relación refleja y transitiva.

3. Relaciones v3

Sea A un conjunto cualquiera, y sean R_1 y R_2 relaciones de equivalencia sobre A. Demuestre que $R_1 \cup R_2$ es una relación de equivalencia si y solo si $R_1 \cup R_2 = R_1 \circ R_2$.

Nota: La composición de dos relaciones definidas sobre un conjunto A, denotada por $R_1 \circ R_2$, es una relación definida como

$$R_1 \circ R_2 = \{(a_1, a_2) \in A^2 \mid \exists a' \in A \text{ tal que } a_1 R_2 a' \wedge a' R_1 a_2\}$$