

Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Ayudantía 4 - Lógica de Predicados

1 de abril de 2026

Elías Ayaach, Francisca Paredes e Ignacio Vergara

---

1. Calentamiento

a) Considere el símbolo de predicado binario $=$ que en toda interpretación se interpreta como igualdad de elementos. Además, considere el símbolo de predicado ternario S. Determine si las siguientes fórmulas son satisfacibles y demuestre su respuesta.

1. $\varphi_1 := \forall x \forall y \neg(x = y)$
2. $\varphi_2 := \forall x \exists y \exists z [\neg(x = y) \wedge (x = z \vee y = z)]$
3. $\varphi_3(x) := \forall y (S(x, y, y) \wedge S(x, x, y))$

b) Dadas las siguientes fórmulas con negaciones en sus predicados escribir una equivalente donde la negación aparezca solo una vez afuera de la fórmula.

1. $\forall x \forall y \exists z \, (\neg P(x, y) \wedge \neg Q(y, z))$
2. $\exists x \forall y \left[(\neg P(x, y) \vee \neg Q(y)) \wedge \neg R(x) \right]$

2. Dominios y Satisfacibilidad

Considere los dominios $\mathbb{R}$ y $\mathbb{N}$ y el predicado $\leq$ que define el orden usual en ambos dominios. Escriba dos fórmulas α y β que cumplan las siguientes propiedades:

a) α es verdadera sobre $\mathbb{R}$ pero falsa sobre $\mathbb{N}$.

b) β es falsa sobre $\mathbb{R}$ pero verdadera sobre $\mathbb{N}$..

3. Modelamiento en lógica de predicados

Para esta pregunta considere el vocabulario:

$$\mathcal{L}' = \{S, E, M, D, N, B\},$$

donde S, E, M, D son símbolos unarios, N es binario y B es ternario.

Considere la siguiente interpretación I:

- El dominio son los robots. Es decir, la variable x representaría un robot.
- El predicado $S(x)$: indica que x es de tipo solar.
- El predicado $E(x)$: indica que x es de tipo eléctrico.
- El predicado $M(x)$: indica que x es de tipo magnético.
- El predicado $D(x)$: indica que x es de tipo doméstico (estándar).
- El predicado $N(x, y)$: indica que los protocolos de x desactivan a y.
- El predicado $B(x, y, z)$: indica que z fue ensamblado por x e y.

Además, suponga que también cuenta con el predicado binario $=$ que indica si dos robots son el mismo robot.

Defina en lógica de predicados las siguientes afirmaciones:

1. Todos los robots son de alguna naturaleza (al menos una entre: solar, eléctrica, magnética o doméstica).
2. Algunos robots no poseen naturalezas.
3. Los robots solares desactivan a los eléctricos, los eléctricos a los magnéticos y los magnéticos a los solares y eléctricos.
4. Si dos robots son de la misma naturaleza, entonces sus ensamblados tienen la naturaleza que los desactiva.
5. Los robots que son hermanos (comparten ambos progenitores) comparten las mismas naturalezas a excepción de que uno sea magnético, en ese caso el otro es eléctrico.