Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica

IEE2713 — Sistemas Digitales

Pauta T2

1. Usamos las propiedades (7a) $xx = x$, (7b) $x + x = x$, (12a) $x + (x + y) = y$:

$$\begin{aligned} x + yz &= (x + y)(x + z) \\ &= xx + xz + xy + yz \\ &= x + x + xz + xy + yz \\ &= (x + \cancel{xz}) + (x + \cancel{xy}) + yz \\ &= x + yz \end{aligned}$$

2. Propiedades (8a) $x\bar{x} = 0$, (14a) $xy + x\bar{y} = x$:

$$\begin{aligned} x &= (x + y)(x + \bar{y}) \\ &= xx + x\bar{y} + xy + y\bar{y} \\ &= x + \cancel{(x\bar{y} + xy)} + \cancel{y\bar{y}} \\ &= x \end{aligned}$$

3. Simplificamos el lado derecho:

$$\begin{aligned} &x_1\bar{x_3} + x_2x_3 + \bar{x_2}\bar{x_3} = (x_1 + \bar{x_2} + x_3)(x_1 + x_2 + \bar{x_3})(\bar{x_1} + x_2 + \bar{x_3}) \\ &= (x_1x_1 + x_1x_2 + x_1\bar{x_3} + x_1\bar{x_2} + \cancel{x_2\bar{x_2}} + \bar{x_2}\bar{x_3} + x_1x_3 + x_2x_3 + \cancel{x_3\bar{x_3}})(\bar{x_1} + x_2 + \bar{x_3}) \\ &= ((x_1 + x_1x_2) + (x_1 + x_1\bar{x_3}) + (x_1 + x_1\bar{x_2}) + (x_1 + x_1x_3) + x_2x_3 + \bar{x_2}\bar{x_3})(\bar{x_1} + x_2 + \bar{x_3}) \\ &= (x_1 + x_2x_3 + \bar{x_2}\bar{x_3})(\bar{x_1} + x_2 + \bar{x_3}) \\ &= \cancel{x_1\bar{x_1}} + x_1x_2 + x_1\bar{x_3} + (\bar{x_1}x_2x_3 + x_2x_3) + \cancel{x_2x_3\bar{x_3}} + (\bar{x_1}\bar{x_2}\bar{x_3} + \cancel{x_2\bar{x_2}\bar{x_3}} + \bar{x_2}\bar{x_3}) \\ &= x_1x_2 + x_1\bar{x_3} + x_2x_3 + \bar{x_2}\bar{x_3} \end{aligned}$$

Para eliminar x_1x_2 usamos el teorema del consenso:

$$\begin{aligned} &= x_1x_2(x_3 + \bar{x_3}) + x_1\bar{x_3} + x_2x_3 + \bar{x_2}\bar{x_3} \\ &= x_1x_2x_3 + x_1x_2\bar{x_3} + x_1\bar{x_3} + x_2x_3 + \bar{x_2}\bar{x_3} \\ &= x_1\bar{x_3}\cancel{(1 + x_2)} + x_2x_3\cancel{(1 + x_1)} + \bar{x_2}\bar{x_3} \\ &= x_1\bar{x_3} + x_2x_3 + \bar{x_2}\bar{x_3} \end{aligned}$$

4. Realizamos el mismo procedimiento y al final la propiedad (16a) $x + \bar{x}y = x + y$:

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 &= \sum m(1,2,3,4,5,6,7) \\
&= \bar{x_1}\bar{x_2}x_3 + \bar{x_1}x_2\bar{x_3} + \bar{x_1}x_2x_3 + x_1\bar{x_2}\bar{x_3} + x_1\bar{x_2}x_3 + x_1x_2\bar{x_3} + x_1x_2x_3 \\
&= \bar{x_2}x_3(x_1 + \bar{x_1}) + x_2\bar{x_3}(\bar{x_1} + x_1) + x_2x_3(\bar{x_1} + x_1) + x_1\bar{x_2}\bar{x_3} \\
&= x_2x_3 + x_2\bar{x_3} + \bar{x_2}x_3 + x_1\bar{x_2}\bar{x_3} \\
&= (x_2x_3 + x_2\bar{x_3}) + (x_2x_3 + \bar{x_2}x_3) + x_1\bar{x_2}\bar{x_3} \\
&= x_2 + x_3 + x_1\bar{x_2}\bar{x_3} \\
&= (x_2 + x_3) + x_1\overline{(x_2 + x_3)} \\
&= x_1 + x_2 + x_3
\end{aligned}
$$

5. Nuevamente resolvemos usando la propiedad (14b) $(x+y)(x+\bar{y}) = x$, (15b) $\overline{x+y} = \bar{x}\bar{y}$:

$$
\begin{aligned}
x_1x_2x_3 &= \prod M(0,1,2,3,4,5,6) \\
&= ((x_1 + x_2) + x_3)((x_1 + x_2) + \bar{x_3})((x_1 + \bar{x_2}) + x_3)((x_1 + \bar{x_2}) + \bar{x_3})((\bar{x_1} + x_2) + x_3) \\
&((\bar{x_1} + x_2) + \bar{x_3})(\bar{x_1} + \bar{x_2} + x_3) \\
&= (x_1 + x_2)(x_1 + \bar{x_2})(\bar{x_1} + x_2)(\bar{x_1} + \bar{x_2} + x_3) \\
&= x_1(\bar{x_1} + x_2)(\bar{x_1} + \bar{x_2} + x_3) \\
&= x_1x_2(\bar{x_1} + \bar{x_2} + x_3) \\
&= x_1x_2x_3
\end{aligned}
$$

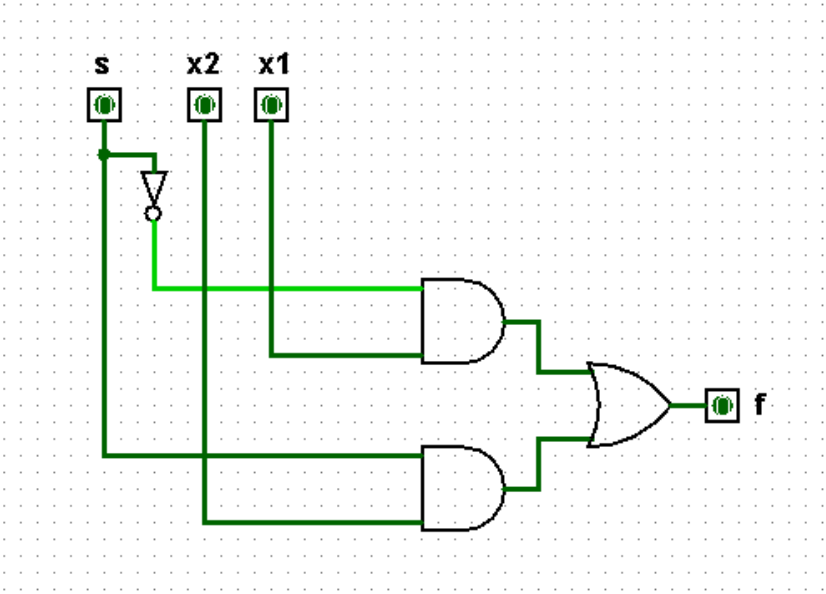
6. La tabla de verdad tiene tres entradas y una salida, con x_1 la salida cuando $s = 0$ y x_2 cuando $s = 1$.

s	x_1	x_2	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

7. Ocupando la tabla de verdad de la pregunta anterior, obtenemos los miniterms cuando $f = 1$:

$$f(s, x_1, x_2) = \bar{s}x_1\bar{x_2} + \bar{s}x_1x_2 + s\bar{x_1}x_2 + sx_1x_2$$

8. Simplificando la ecuación anterior llegamos a $f = \bar{s}x_1 + sx_2$. El esquemático resultante es el siguiente:



9. Probando todas las combinaciones posibles de una sola vez obtenemos lo siguiente:

