Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2613 - Control Automático

Pauta Ayudantía Examen

29 de noviembre 2024

Rodrigo Molina Laurie - rodrigo.molina@uc.cl

Ejercicio 8 de la guía de ejercicios para el examen

Se cambia una parte del enunciado: las perturbaciones de salida $d_o(t)$ solo tendrán energía para el intervalo de frecuencia [5, 8] rad/s.

Solución:

Dado que es posible medir $x(t)$, entonces se podría utilizar un esquema de control en cascada:

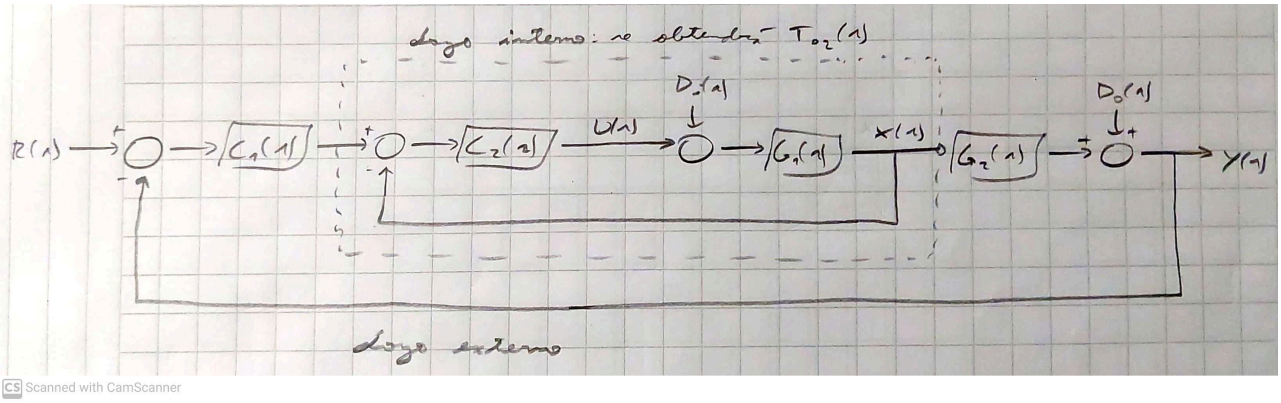


Figura 1: Diagrama de control sugerido

Se tendrán los siguientes requerimientos de diseño:

- Referencia $r(t)$ constante: controlador con integración (polo en el origen).
- Perturbaciones de salida $d_o(t)$ con energía mayor en [5, 8] rad/s: se requiere un ancho de banda mayor que 8 rad/s.
- $C_2(s)$ se diseñará para el lazo interno: con este se podrán eliminar las perturbaciones

de entrada $d_i(t)$ que entran en la planta $G_1(s)$.

- $C_1(s)$ se diseña para la planta equivalente $T_{o2}(s) \cdot G_2(s)$ y para eliminar las perturbaciones de salida $d_o(t)$.

Diseño de $C_2(s)$:

$C_2(s)$ debe ser tal que anule la perturbación de entrada $D_i(s)$ constante. Para ello, el controlador debería poseer integración. Al entablar su expresión mediante asignación de polos:

$$C_2(s) = \frac{P(s)}{L(s)} = \frac{p_1 s + p_o}{s}$$

Lo anterior, dado que el orden de la planta $G_1(s)$ es de $n = 1$:

$$n_p = n_l = n - 1 + r = 1 - 1 + 1 = 1$$

con $r = 1$ por situar un polo en el origen (en lazo abierto). Es importante notar que se requiere que el controlador posea un polo en el origen ya que las perturbaciones de entrada no se atenuarían solo por la expresión algebraica de la planta (se puede comprobar con la función de sensibilidad $S_{io}(s)$). A su vez, para el polinomio característico:

$$n_{acl} = 2n - 1 + r = 2 - 1 + 1 = 2$$

Dado que no se posee ningún otro requerimiento de diseño en el lazo interno, se puede proponer cualquier polinomio característico $A_{cl}(s)$, con tal de que este tenga todas sus raíces negativas (sea un "polinomio estable"). Un ejemplo de polinomio característico sería:

$$A_{cl}(s) = s^2 + 4s + 4$$

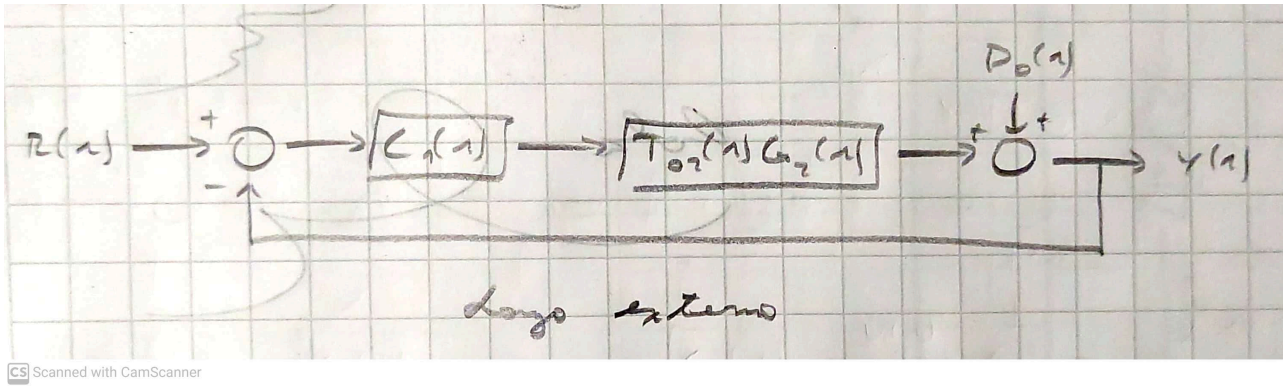
Al resolver por asignación de polos se obtendría entonces que:

$$p_0 = 4\ , \quad p_1 = 4$$

Y de esta forma se tendría que la planta equivalente $T_{o2}(s)$ sería:

$$T_{o2}(s) = \frac{C_2(s)G_1(s)}{1 + C_2(s)G_1(s)} = \frac{4s + 4}{s^2 + 4s + 4}$$

Así, el lazo externo de la figura 1 sería:



Scanned with CamScanner

Figura 2: Lazo externo del diagrama de control sugerido

Diseño de $C_1(s)$:

Diseñamos $C_1(s)$ para mitigar la perturbación $D_o(s)$ (energía en [5, 8] rad/s, diseño de ancho de banda mayor a 8 rad/s) y seguir la referencia $R(s)$ (polo en el origen, integración). La expresión de $T_{o2}(s)G_2(s)$ es:

$$T_{o2}(s)G_2(s) = \frac{4s+4}{s^2+4s+4} \cdot \frac{-0.2s+1}{(s+3)^2}$$

Por lo que el grado de la planta resultante es $n = 4$. Luego, al utilizar asignación de polos:

$$n_l = n_p = n - 1 + r = 4 - 1 + 1 = 4$$

$$\implies C_1(s) = \frac{P(s)}{L(s)} = \frac{P(s)}{s\overline{L}(s)} = \frac{p_4 s^4 + p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0}{s(l_3 s^3 + l_2 s^2 + l_1 s + l_0)}$$

El grado del polinomio característico sería:

$$n_{acl} = 2n - 1 + r = 8$$

Y, para obtener un ancho de banda de al menos 8 rad/s el/los polo/s dominantes deben tener parte real igual a 8. Así, una propuesta de polinomio característico puede ser:

$$A_{cl}(s) = (s^2 + 2\,\psi\,\omega_n s + \omega_n^2)(s+10)^6\,, \quad \omega_n = 8$$

En donde el valor de ψ puede tener cualquier valor menor a 1. La ecuación de asignación de polos (ecuación diofantina) puede quedar expresada:

$$\begin{gathered} s(s^3 + s^2 l_2 + s l_1 + l_0)(s^2+4s+4)(s+3)^2 \\ + (p_4 s^4 + p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0)(4s+4)(-0.2s+1) \\ = (s^2 + 2\,\psi\,\omega_n s + \omega_n^2)(s+10)^6 \end{gathered}$$

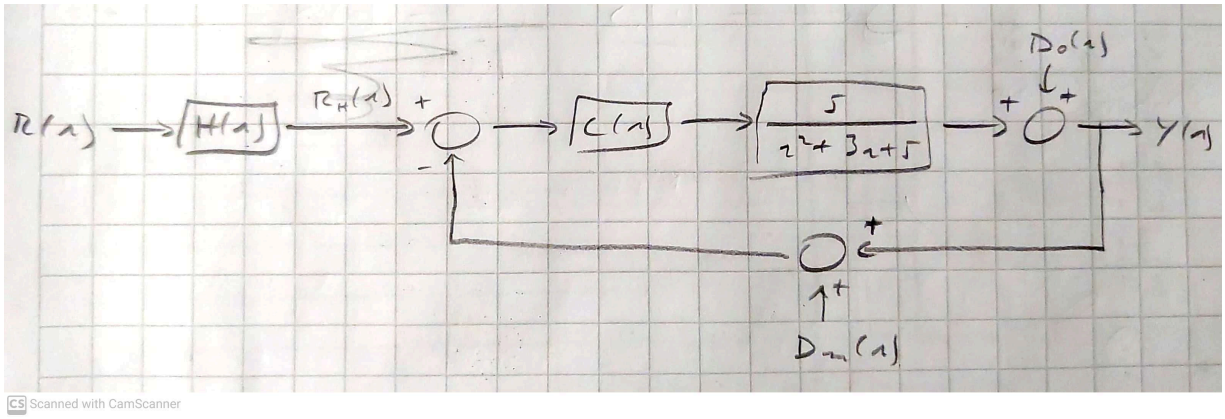
Ejercicio 6 de la guía de ejercicios para el examen

Solución:

Los requerimientos de diseño para el sistema de control se podrían enlistar como sigue:

- Referencia sinusoidal: el controlador $C(s)$ debe tener polos en $j\omega = j2$. Así, el controlador debería tener la forma:
$$C(s) = \frac{P(s)}{(s^2 + 2^2)\,\overline{L}(s)}$$
- Perturbación de salida en [4, 7] rad/s: se requiere un ancho de banda de al menos 7 rad/s ($Bw \geq 7$).
- Ruido de medición en frecuencias mayores que 5 rad/s: se necesita ancho de banda menor que 5 rad/s ($Bw \leq 5$)

Dado que se posee un conflicto de diseño se va a acudir a una arquitectura de control que involucrará dos grados de libertad. Se utilizará prealimentación de referencia.



Scanned with CamScanner

Figura 3: Diagrama de control con prealimentación de referencia

Se diseñará el lazo entre $R_H(s)$ y $Y(s)$ tal que el ancho de banda de $T_o(s)$ sea menor a 5 rad/s. Luego, se diseñará $H(s)$ tal que el ancho de banda de $H(s)\,T_o(s)$ sea mayor que 7 rad/s. Mediante asignación de polos:

$$n_p = n_l = n - 1 + r = 2 - 1 + 2 = 3$$

$$C(s) = \frac{P(s)}{(s^2 + 2^2)\,\overline{L}(s)} = \frac{p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0}{(s^2 + 4)(s + l_0)}$$

Con ello, la expresión de $A_{cl}(s)$ debería llegar a tener la forma:

$$A_{cl}(s) = (s^2 + 4)(s + l_o)(s^2 + 3s + 5) + 5(p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0)$$

Una propuesta de $A_{cl}(s)$ que permita tener un ancho de banda menor que 5 rad/s:

$$A_{cl}(s) = (s^2 + 2\,\psi\,\omega_n s + \omega_n^2)(s+6)^3\ , \quad n_{acl} = 5\ , \quad \omega_n = 4$$

En donde ψ puede tener cualquier valor menor a 1. Luego, la ecuación de asignación de polos queda como:

$$(s^2+4)(s+l_o)(s^2+3s+5) + 5(p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0) = (s^2 + 2\,\psi\,\omega_n s + \omega_n^2)(s+6)^3$$

Diseñar H(s):

Se requiere que $H(s)\,T_o(s)$ tenga un ancho de banda mayor de al menor 7 rad/s. Con $C(s)$ diseñado anteriormente se tiene que:

$$T_o(s) = \frac{5(p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0)}{(s^2+4)(s+l_o)(s^2+3s+5) + 5(p_3 s^3 + p_2 s^2 + p_1 s + p_0)} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

Luego, para encontrar $H(s)$ tal que $Bw(H(s)\,T_o(s)) \geq 7$, se puede establecer que:

$$T_o(s)\,H(s) = \frac{64}{s^2+3s+64}\ , \quad \omega_n = 8 > 7$$

Así:

$$H(s) = \frac{64}{s^2+3s+64} \cdot \frac{D(s)}{N(s)} \quad \text{(bipropio)}$$