IEE2613 CONTROL AUTOMATICO (I_1 – 2020_I)
(Duración: 120 minutos)

---

1. En el proceso realimentado de la figura, $H(s) = a,\ G(s) = 1/s$ y $K(s) = K_p$ donde a y K_p son mayores que 1. La diferencia entre la referencia $R(s)$ y la salida $Y(s)$ en régimen permanente, **<u>para una rampa unitaria</u>** en la referencia es:

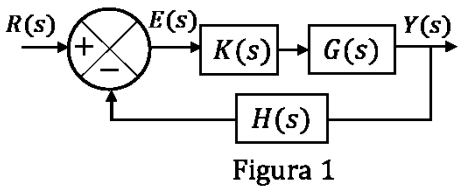


Figura 1

- Igual al escalón en referencia
- 0
- Mayor que el monto del escalón en referencia
- Menor que el monto del escalón en referencia
- **<u>Ninguna de las anteriores</u>**

$$R(s) - Y(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{\frac{K_p}{s}}{1 + a\frac{K_p}{s}}\frac{1}{s^2} = \frac{1}{s^2} - \frac{K_p}{s + aK_p}\frac{1}{s^2} \quad \Rightarrow \quad \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s^2}\left(1 - \frac{K_p}{s + aK_p}\right) = \lim_{s\to 0}\frac{1}{s}\left(1 - \frac{K_p}{s + aK_p}\right) = \infty$$

---

1. En el proceso realimentado de la figura, $H(s) = a,\ G(s) = 1/s$ y $K(s) = K_p$ con $0 < a < 1$ y $K_p > 0$. En estado de régimen, **<u>la salida</u>** $Y(s)$, para un escalón positivo en la referencia es:

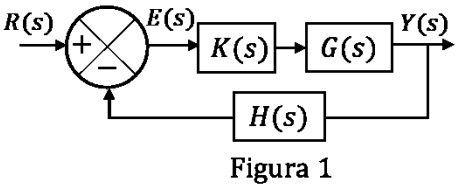


Figura 1

- Igual al escalón de referencia
- 0
- **<u>Mayor que la referencia</u>**
- Menor que la referencia
- El sistema es inestable

$$Y(s) = \frac{\frac{K_p}{s}}{1 + \frac{aK_p}{s}}R(s) = \frac{K_p}{s + K_p a}\frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad \lim_{s\to 0} s \cdot Y(s) = s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{K_p}{s + aK_p} = \frac{1}{a} > 1$$

---

1. En el proceso realimentado de la figura, $H(s) = a,\ G(s) = 1/s$ y $K(s) = K_p$ con $a > 1$ y $K_p > 0$. En estado de régimen, **<u>la salida</u>** $Y(s)$, para un escalón positivo en la referencia es:

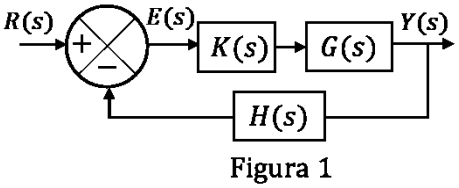


Figura 1

- Igual al escalón de referencia
- 0
- Mayor que la referencia
- **<u>Menor que la referencia</u>**
- El sistema es inestable

$$Y(s) = \frac{\frac{K_p}{s}}{1 + \frac{aK_p}{s}}R(s) = \frac{K_p}{s + K_p a}\frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad \lim_{s\to 0} s \cdot Y(s) = s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{K_p}{s + aK_p} = \frac{1}{a} < 1$$

---

1. En el proceso realimentado de la figura, $H(s) = a,\ G(s) = 1/s$ y $K(s) = K_p$ con a y K_p mayores que 1. El **<u>error de control</u>** en régimen permanente (dado por $E(s)$ en la figura), **<u>para una rampa positiva en la referencia</u>** es:

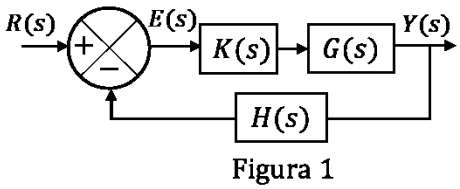


Figura 1

- Igual al escalón en referencia
- 0
- Mayor que la referencia
- **<u>Menor que la referencia</u>**
- El sistema es inestable

$$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{aK_p}{s}}R(s) = \frac{s}{s + K_p a}\frac{1}{s^2} \quad \Rightarrow \quad \lim_{s\to 0} s \cdot Y(s) = s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{s}{s + aK_p} = \frac{1}{aK_p} < 1$$

---

2. En el proceso realimentado de la figura 1, $G(s) = 1/(s-1)$, $H(s) = 1.0$ y $K(s) = 2$. El error de control en régimen permanente (dado por $E(s)$ en la figura), **para un escalón positiva en la referencia** es:

   - **-100 % del monto del escalón en referencia**
   - ∞ (el sistema realimentado es inestable)
   - 50 % del monto del escalón en referencia
   - cero
   - Ninguna de las anteriores

$$E(s) = \frac{1}{1+\frac{2}{s-1}} R(s) = \frac{s-1}{s-1+2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{s-1}{s+1} \cdot \frac{1}{s} \quad \Longrightarrow \quad \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s-1}{s+1} = -1$$

---

2. En el proceso realimentado de la figura 1, $G(s) = 1/(s-1)$, $H(s) = 1.0$. ¿Qué rango de valores de K_p estabilizan el sistema realimentado?

   - $0 < K_p < 0.5$
   - $1 > K_p > 0.25$
   - $0 < K_p < 1$
   - **$K_p > 1$**
   - Ninguna de las anteriores

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p}{s-1}}{1+\frac{K_p}{s-1}} = \frac{K_p}{s-1+K_p} \quad \rightarrow \quad -1+K_p > 0 \quad \rightarrow \quad K_p > 1$$

---

2. En el proceso realimentado de la figura 1, $G(s) = 1/(s-1)$, $H(s) = 1.0$ y $K(s) = 0.5$. El error de control en régimen permanente (dado por $E(s)$ en la figura), **para un escalón positiva en la referencia** es:

   - 100% del monto del escalón en referencia
   - **∞ (el sistema realimentado es inestable)**
   - 50% del monto del escalón en referencia
   - cero
   - Ninguna de las anteriores

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+\frac{0.5}{s-1}} = \frac{s-1}{s-0.5} \quad \text{(sistema inestable!!)}$$

---

2. En el proceso realimentado de la figura 1, $G(s) = 1/(s(s-1))$, $H(s) = 1.0$ y $K(s) = K_p$. ¿Cuál de los siguientes valores de K_p logra generar un error permanente menor a un 10% del monto de un **escalón positivo en la referencia**?

   - 1
   - 2
   - 5
   - Todos los anteriores
   - **Ninguno de los anteriores**

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+\frac{K_p}{s(s-1)}} = \frac{s(s-1)}{s(s-1)+K_p} = \frac{s(s-1)}{s^2-s+K_p} \quad \text{(sistema siempre inestable!!)}$$

PREGUNTA ANULADA POR ERROR DE TRANSCRIPCION DE G(s) A CANVAS. LOS ALUMNOS QUE RESPONDIERON ESTA VERSION DE LA PREGUNTA 2, SE LES EVALUARA SOBRE LAS PREGUNTAS RESTANTES

3. Se tiene una planta del tipo $G(z) = a/(z-b)$. La tabla presenta los valores de la entrada y salida de la planta en **lazo abierto** para distintos instantes k. Posteriormente, la planta se realimenta con un controlador $K(z) = K_p$ según el diagrama de la figura 2, ante lo cual se observa que en régimen permanente, la salida es 20 ante un **escalón** en el setpoint igual a 10. Los valores de a, b y K_p son:

k	u(k)	y(k)
1	0	1
2	0	2
3	2	4
4	2	10
5	2	22

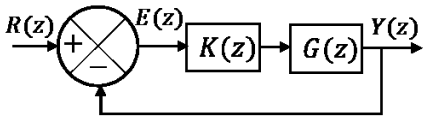


Figura 2

- $a = 1;\ b = 2;\ K_p = 1.5$
- $a = 1;\ b = 1;\ K_p = 1$
- $\boldsymbol{a = 1;\ b = 2;\ K_p = 2}$
- $a = 0.5;\ b = 1;\ K_p = 2$
- Ninguna de las anteriores

Ecuación de diferencia lazo abierto: $y(k) = b \cdot y(k-1) + a \cdot u(k-1)$
$k = 1: y(1) = 1$
$k = 2: y(2) = 2 = b \cdot 1 + a \cdot 0 \quad \rightarrow \quad b = 2$
$k = 3: y(3) = 4 = 2 \cdot 2 + a \cdot 0 \quad \rightarrow \quad 4 = 4$
$k = 4: y(4) = 10 = 2 \cdot 4 + a \cdot 2 \quad \rightarrow \quad a = 1$

F. transferencia lazo cerrado: $H(z) = \frac{\frac{aK_p}{z-b}}{1+\frac{aK_p}{z-b}} = \frac{K_p}{z-2+K_p}$

$$\lim_{z\to 1}(z-1)\cdot Y(z) = \lim_{s\to 0}(z-1)\frac{K_p}{z-2+K_p}\frac{10K_p z}{z-1} = \frac{10K_p}{K_p-1} = 20 \ \rightarrow \ K_p = 2K_p - 2 \ \rightarrow \ K_p = 2$$

---

3. Se tiene una planta del tipo $G(z) = a/(z-b)$. La tabla presenta los valores de la entrada y salida de la planta en **lazo abierto** para distintos instantes k. Posteriormente, la planta se realimenta con un controlador $K(z) = 30$ según el diagrama de la figura 2, ante lo cual se observa que en régimen permanente, el error de control es nulo ante un **escalón** unitario en la referencia. Los valores de a y b son:

k	u(k)	y(k)
1	0	2
2	0	2
3	2	2
4	2	4
5	2	6

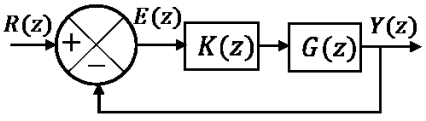


Figura 2

- $a = 1;\ b = 2$
- $\boldsymbol{a = 1;\ b = 1}$
- $a = 2;\ b = 2$
- $a = 0.5;\ b = 1$
- **Ninguna de las anteriores**

Ecuación de diferencia lazo abierto: $y(k) = b \cdot y(k-1) + a \cdot u(k-1)$
$k = 1: y(1) = 2$
$k = 2: y(2) = 2 = b \cdot 2 + a \cdot 0 \quad \rightarrow \quad b = 1$
$k = 3: y(3) = 2 = 1 \cdot 2 + a \cdot 0 \quad \rightarrow \quad 2 = 2$
$k = 4: y(4) = 4 = 1 \cdot 2 + a \cdot 2 \quad \rightarrow \quad a = 1$

F. transferencia lazo cerrado: $\frac{E(z)}{R(z)} = \frac{1}{1+K_p\frac{a}{z-b}} = \frac{z-1}{z-1+K_p}$, pero $|z| > 1$, por lo que no hay una inconsistencia en el **enunciado**. Se consideran 2 respuestas correctas en este caso.

3. Se tiene una planta del tipo $G(z) = a/(z-b)$. La tabla presenta los valores de la entrada y salida de la planta en **lazo abierto** para distintos instantes k. Posteriormente, la planta se realimenta con un controlador $K(z) = K_p$ según el diagrama de la figura 2, ante lo cual se observa que en régimen permanente, la salida es 30 ante un escalón en el setpoint igual a 10. Los valores de a, b y K_p son:

k	u(k)	y(k)
1	0	1
2	0	2
3	2	4
4	2	10
5	2	22

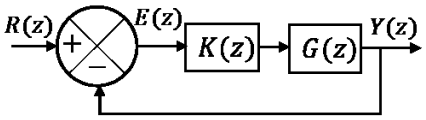


Figura 2

- $a = 1;\ b = 2;\ K_p = 4/3$
- $a = 1;\ b = 1;\ K_p = 2/3$
- $\underline{\boldsymbol{a = 1;\ b = 2;\ K_p = 1.5}}$
- $a = 0.5;\ b = 1;\ K_p = 2$
- Ninguna de las anteriores

Ecuación de diferencia lazo abierto: $y(k) = b \cdot y(k-1) + a \cdot u(k-1)$

$k = 1: y(1) = 1$

$k = 2: y(2) = 2 = b \cdot 1 + a \cdot 0 \quad \rightarrow \quad b = 2$

$k = 3: y(3) = 4 = 2 \cdot 2 + a \cdot 0 \quad \rightarrow \quad 4 = 4$

$k = 4: y(4) = 10 = 2 \cdot 4 + a \cdot 2 \quad \rightarrow \quad a = 1$

F. transferencia lazo cerrado: $H(z) = \frac{\frac{K_p a}{z-b}}{1+\frac{K_p a}{z-b}} = \frac{K_p}{z-2+K_p}$

$$\lim_{z\to 1}(z-1)\cdot Y(z) = \lim_{s\to 0}(z-1)\frac{K_p}{z-2+K_p}\frac{10z}{z-1} = \frac{10K_p}{K_p-1} = 30 \qquad \rightarrow \ K_p = 1.5$$

---

3. Se tiene una planta del tipo $G(z) = a/(z-b)$. La tabla presenta los valores de la entrada y salida de la planta en **lazo abierto** para distintos instantes k. Posteriormente, la planta se realimenta con un controlador $K(z) = 1$ según el diagrama de la figura 2, ante lo cual el error de control en régimen permanente, ante una **rampa unitaria** en el setpoint es:

k	u(k)	y(k)
1	0	2
2	0	2
3	2	2
4	2	3
5	2	4

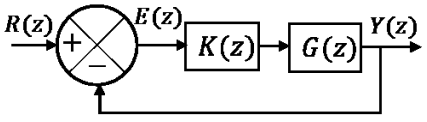


Figura 2

- $\underline{\boldsymbol{e_p = 2}}$
- $e_p = 1$
- $e_p = 0$
- $e_p = 3$
- Ninguna de las anteriores

Ecuación de diferencia lazo abierto: $y(k) = b \cdot y(k-1) + a \cdot u(k-1)$

$k = 1: y(1) = 2$

$k = 2: y(2) = 2 = b \cdot 2 + a \cdot 0 \quad \rightarrow \quad b = 1$

$k = 3: y(3) = 2 = 1 \cdot 2 + a \cdot 0 \quad \rightarrow \quad 2 = 2$

$k = 4: y(4) = 3 = 1 \cdot 2 + a \cdot 2 \quad \rightarrow \quad a = 0.5$

F. transferencia lazo cerrado: $\frac{E(z)}{R(z)} = \frac{1}{1+K_p\frac{a}{z-b}} = \frac{z-1}{z-1+0.5}$

$$\lim_{z\to 1}(z-1)\cdot E(z) = \lim_{z\to 1}(z-1)\frac{z-1}{z-0.5}\frac{z}{(z-1)^2} = \lim_{z\to 1}\frac{z-1}{(z-0.5)(z-1)}z = 2$$

---

4. Un proceso correspondiente a un retardo puro (correa transportadora por ejemplo) puede representarse por la ecuación de diferencias $y(k) = u(k-n)$, donde n es un número entero (mayor que cero). El proceso se realimenta (ver figura 2) con un controlador cuya ecuación de diferencias es $u(k) = a \cdot u(k-1) + 0.8 \cdot e(k-1)$. ¿Para cuál de las siguientes alternativas el sistema en lazo cerrado es inestable?

   - $n = 2;\ \ a = 0.40$
   - $\boldsymbol{n = 3;\ \ a = 0.35}$
   - $n = 4;\ \ a = 0.25$
   - Más de una de las alternativas
   - Ninguna de las otras alternativas

$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-n}$ y $\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0.8}{z-a}$ luego, la función de transferencia en lazo cerrado es $H(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{\frac{0.8z^{-n}}{z-a}}{1+\frac{0.8z^{-n}}{z-a}} = \frac{0.8z^{-n}}{z-a+0.8z^{-n}}$

Ec. característica: $q(z) = z^{n+1} - az^n + 0.8$

$n = 2;\ \ a = 0.40 \rightarrow q(z) = z^3 - 0.40z^2 + 0.8 \rightarrow \ \ abs(roots([1, -0.4, 0, 0.8])) = \{0.99, 0.99, 0.81\}$

$n = 3;\ \ a = 0.35 \rightarrow q(z) = z^4 - 0.35z^3 + 0.8 \rightarrow \ \ abs(roots([1, -0.35, 0, 0, 0.8])) = \{1.01, 1.01, 0.89, 0.89\}$

$n = 4;\ \ a = 0.25 \rightarrow q(z) = z^5 - 0.25z^4 + 0.8 \rightarrow \ \ abs(roots([1, -0.25, 0, 0, 0, 0.8])) = \{0.99, 0.99, 0.94, 0.94, 0.91\}$

Solo una alternativa tiene raíces con módulo mayor que 1

---

4. Un proceso correspondiente a un retardo puro (correa transportadora por ejemplo) puede representarse por la ecuación de diferencias $y(k) = u(k-n)$, donde n es un número entero (mayor que cero). El proceso se realimenta (ver figura 2) con un controlador cuya ecuación de diferencias es $u(k) = a \cdot u(k-1) + 0.8 \cdot e(k-1)$. ¿Para cuál de las siguientes alternativas el sistema en lazo cerrado es inestable?

   - $n = 3;\ \ a = 0.20$
   - $n = 4;\ \ a = 0.15$
   - $n = 5;\ \ a = 0.10$
   - Más de una de las alternativas anteriores
   - **Ninguna de las anteriores**

$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-n}$ y $\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0.8}{z-a}$ luego, la función de transferencia en lazo cerrado es $H(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{\frac{0.8z^{-n}}{z-a}}{1+\frac{0.8z^{-n}}{z-a}} = \frac{0.8z^{-n}}{z-a+0.8z^{-n}}$

Ec. característica: $q(z) = z^{n+1} - az^n + 0.8$

$n = 3;\ \ a = 0.20 \rightarrow q(z) = z^4 - 0.20z^3 + 0.8 \rightarrow \ \ abs(roots([1, -0.4, 0, 0.8])) = \{0.98, 0.91, 0.91\}$

$n = 4;\ \ a = 0.15 \rightarrow q(z) = z^5 - 0.15z^4 + 0.8 \rightarrow \ \ abs(roots([1, -0.35, 0, 0, 0.8])) = \{0.98, 0.98, 0.95, 0.95, 0.93\}$

$n = 5;\ \ a = 0.10 \rightarrow q(z) = z^6 - 0.10z^5 + 0.8 \rightarrow \ \ abs(roots([1, -0.25, 0, 0, 0, 0.8])) = \{0.98, 0.98, 0.96, 0.96, 0.95, 0.95\}$

---

4. Un proceso correspondiente a un retardo puro (correa transportadora por ejemplo) puede representarse por la ecuación de diferencias $y(k) = u(k-n)$, donde n es un número entero (mayor que cero). El proceso se realimenta (ver figura 2) con un controlador cuya ecuación de diferencias es $u(k) = a \cdot u(k-1) + 0.9 \cdot e(k-1)$. ¿Para cuál de las siguientes alternativas el sistema en lazo cerrado es inestable?

   - $\boldsymbol{n = 3;\ \ a = 0.20}$
   - $n = 4;\ \ a = 0.10$
   - $n = 5;\ \ a = 0.10$
   - Más de una de las alternativas
   - Ninguna de las otras alternativas

$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-n}$ y $\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0.9}{z-a}$ luego, la función de transferencia en lazo cerrado es $H(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{\frac{0.9z^{-n}}{z-a}}{1+\frac{0.9z^{-n}}{z-a}} = \frac{09z^{-n}}{z-a+0.9z^{-n}}$

Ec. característica: $q(z) = z^{n+1} - az^n + 0.9$

$n = 3;\ \ a = 0.20 \rightarrow q(z) = z^4 - 0.20z^3 + 0.9 \rightarrow \ \ abs(roots([1, -0.2, 0, 0, 0.9])) = \{1.01, 1.01, 0.94, 0.94\}$

$n = 4;\ \ a = 0.10 \rightarrow q(z) = z^5 - 0.10z^4 + 0.9 \rightarrow \ \ abs(roots([1, -0.1, 0, 0, 0.9])) = \{0.99, 0.99, 0.97, 0.97, 0.96\}$

$n = 5;\ \ a = 0.10 \rightarrow q(z) = z^6 - 0.10z^5 + 0.9 \rightarrow \ \ abs(roots([1, -0.1, 0, 0, 0, 0, 0.9])) = \{0.99, 0.99, 0.98, 0.98, 0.97, 0.97\}$

Sólo una alternativa tiene raíces con módulo mayor que 1

4. Un proceso correspondiente a un retardo puro (correa transportadora por ejemplo) puede representarse por la ecuación de diferencias $y(k) = u(k-n)$, donde n es un número entero (mayor que cero). El proceso se realimenta (ver figura 2) con un controlador cuya ecuación de diferencias es $u(k) = a \cdot u(k-1) + 0.9 \cdot e(k-1)$. ¿Para cuál de las siguientes alternativas el sistema en lazo cerrado es inestable?

   - $n = 3;\ a = 0.20$
   - $n = 4;\ a = 0.15$
   - $n = 5;\ a = 0.10$
   - Ninguna de las otras alternativas
   - **Más de una de las alternativas**

$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-n}$ y $\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0.9}{z-a}$ luego, la función de transferencia en lazo cerrado es $H(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{\frac{0.9z^{-n}}{z-a}}{1+\frac{0.9z^{-n}}{z-a}} = \frac{09z^{-n}}{z-a+0.9z^{-n}}$

Ec. característica: $q(z) = z^{n+1} - az^n + 0.9$

$n = 3;\ a = 0.20 \rightarrow q(z) = z^4 - 0.20z^3 + 0.9 \rightarrow abs(roots([1, -0.2, 0, 0, 0.9])) = \{1.01, 1.01, 0.94, 0.94\}$

$n = 4;\ a = 0.15 \rightarrow q(z) = z^5 - 0.15z^4 + 0.9 \rightarrow abs(roots([1, -0.1, 0, 0, 0.9])) = \{1.004, 1.004, 0.97, 0.97, 0.95\}$

$n = 5;\ a = 0.10 \rightarrow q(z) = z^6 - 0.10z^5 + 0.9 \rightarrow abs(roots([1, -0.1, 0, 0, 0, 0, 0.9])) = \{0.99, 0.99, 0.98, 0.98, 0.97, 0.97\}$

Hay dos alternativas que tienen raíces con módulo mayor que 1

---

4. Un proceso correspondiente a un retardo puro (correa transportadora por ejemplo) puede representarse por la ecuación de diferencias $y(k) = u(k-n)$, donde n es un número entero (mayor que cero). El proceso se realimenta (ver figura 2) con un controlador cuya ecuación de diferencias es $u(k) = a \cdot u(k-1) + 0.8 \cdot e(k-1)$. ¿Para cuál de las siguientes alternativas el sistema en lazo cerrado es inestable?

   - $n = 3;\ a = 0.20$
   - $n = 4;\ a = 0.15$
   - $n = 5;\ a = 0.10$
   - Más de una de las alternativas anteriores
   - **<u>Ninguna de las anteriores</u>**

$\frac{Y(z)}{U(z)} = z^{-n}$ y $\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0.8}{z-a}$ luego, la función de transferencia en lazo cerrado es $H(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{\frac{0.8z^{-n}}{z-a}}{1+\frac{0.8z^{-n}}{z-a}} = \frac{0.8z^{-n}}{z-a+0.8z^{-n}}$

Ec. característica: $q(z) = z^{n+1} - az^n + 0.8$

$n = 3;\ a = 0.20 \rightarrow q(z) = z^4 - 0.20z^3 + 0.8 \rightarrow abs(roots([1, -0.4, 0, 0.8])) = \{0.98, 0.91, 0.91\}$

$n = 4;\ a = 0.15 \rightarrow q(z) = z^5 - 0.15z^4 + 0.8 \rightarrow abs(roots([1, -0.35, 0, 0, 0.8])) = \{0.98, 0.98, 0.95, 0.95, 0.93\}$

$n = 5;\ a = 0.10 \rightarrow q(z) = z^6 - 0.10z^5 + 0.8 \rightarrow abs(roots([1, -0.25, 0, 0, 0, 0.8])) = \{0.98, 0.98, 0.96, 0.96, 0.95, 0.95\}$

Ninguna alternativa tiene raíces con módulo mayor que 1

---

5. En el proceso realimentado de la fig. 3, $G(s) = a/(s-b)$ y $K(s) = K_p/(s+c)$. Si $a = 2,\ b = 1$ y $c = 2$ el rango de valores de K_p para el cual el sistema realimentado es estable ante una rampa unitaria en la referencia es

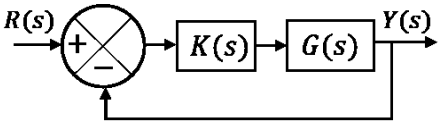


Figura 3

   - $K_p > 1.125$
   - $K_p < 1$
   - $\boldsymbol{K_p > 1}$
   - El sistema es siempre inestable
   - Ninguna de las anteriores

Buscamos la ecuación característica ($q(s) = den(s) = 0$):

$$q(s) = 1 + G(s)K(s) = 1 + \frac{a}{s-b} \cdot \frac{K_p}{s+c} = 0 \ \rightarrow \ q(s) = (s-b)(s+c) + aK_p = s^2 + s + 2K_p - 2 = 0$$

Para respuesta estable, se requieren raíces con partes reales negativas, es decir, las raíces $s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1 - 8K_p + 8}$: deben cumplir con: $\left|\sqrt{1 - 8K_p + 8}\right| < 1 \ \rightarrow \ 9 - 8K_p < 1$ o $K_p > 1$

5. En el proceso realimentado de la Fig. 3, $G(s) = a/(s-b)$ y $K(s) = K_p/(s+c)$. Si $a = 2$, $b = 0$ y $c = 1$ el valor de K_p para el cual el sistema realimentado es críticamente amortiguado es

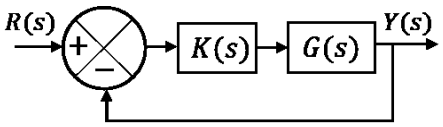


Figura 3

- $\underline{\boldsymbol{K_p = 0.125}}$
- $K_p = 1.125$
- $K_p = 2$
- No existe, el sistema es siempre inestable
- Ninguna de las anteriores

Buscamos la ecuación característica (q(s) = *den*(s) = 0):

$$q(s) = 1 + G(s)K(s) = 1 + \frac{a}{s-b}\cdot\frac{K_p}{s+c} = 0 \;\rightarrow\; q(s) = (s-b)(s+c) + aK_p = s^2 + s + 2K_p = 0$$

Para respuesta críticamente amortiguada, se requieren raíces iguales, es decir: $\sqrt{1-8K_p} = 0 \;\rightarrow\; K_p = 0.125$
y el sistema realimentado es estable para este valor de K_p

---

5. En el proceso realimentado de la fig. 3, $G(s) = a/(s-b)$ y $K(s) = K_p/(s+c)$. Si $a = 2$, $b = 1$ y $c = 2$ el rango de valores de K_p para el cual el sistema realimentado es sub-amortiguado es

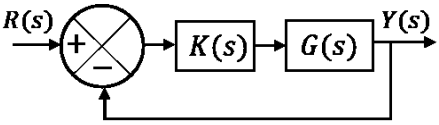


Figura 3

- $K_p < 1.125$
- $\underline{\boldsymbol{K_p > 1.125}}$
- $K_p > 2$
- No existe, el sistema realimentado es siempre inestable
- Ninguna de las anteriores

Buscamos la ecuación característica (q(s) = *den*(s) = 0):

$$q(s) = 1 + G(s)K(s) = 1 + \frac{a}{s-b}\cdot\frac{K_p}{s+c} = 0 \;\rightarrow\; q(s) = (s-b)(s+c) + aK_p = s^2 + s + 2K_p - 2 = 0$$

Para respuesta sub-amortiguada, se requieren raíces complejas, es decir: $\sqrt{1-8K_p+8} > 0 \;\rightarrow\; K_p > 1.125$
Como el sistema realimentado es siempre estable para valores de $K_p > 1.125$

---

5. En el proceso realimentado de la fig. 3, $G(s) = a/(s-b)$ y $K(s) = K_p/(s+c)$. Si $a = 2$, $b = 1$ y $c = 1$ el rango de valores de K_p para el cual el sistema realimentado es sobre-amortiguado es

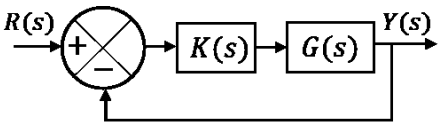


Figura 3

- $K_p < 1.125$
- $K_p > 1.125$
- $K_p > 3$
- **<u>No existe ningún K_p que genere una respuesta sobre-amortiguada</u>**
- Ninguna de las anteriores

Buscamos la ecuación característica (q(s) = *den*(s) = 0):

$$q(s) = 1 + G(s)K(s) = 1 + \frac{a}{s-b}\cdot\frac{K_p}{s+c} = 0 \;\rightarrow\; q(s) = (s-b)(s+c) + aK_p = s^2 + 2K_p - 1 = 0$$

Para respuesta sobre-amortiguada, se requieren raíces reales negativas y distintas. En este caso las raíces son siempre imaginarias para $K_p \geq 0.5$ y para $K_p < 0.5$ siempre existe una raíz positiva (inestable)

6. A partir de los códigos para el modelo y el script de simulación (derecha) correspondiente a un sistema realimentado, su función de transferencia es:

- $\mathbf{\frac{2}{s^2+5s+7}}$
- $\frac{2}{s^2+2s+1}$
- $\frac{2}{s^2+2s+2}$
- $\frac{3}{s^2+3s+3}$
- Ninguna de las anteriores

```
% SCRIPT PARA SIMULACION
x0 = [0;0];  % valores iniciales
[t,x]=ode23(@I1_2020,[0,60],x0); % int. numérico
plot(t,x(:,1)); % grafica resultados
```

```
% MODELO DINAMICO
function x_prima = I1_2020 (t, x)
R=2.0;   % valor deseado o referencia
Kp=2;    % ganancia control proporcional

u=Kp*(R-x(1));       % controlador

x_prima(1) = -2*x(1) + x(2);     % dx1/dt
x_prima(2) = x(1) - 3*x(2) + u; % dx3/dt
x_prima=x_prima';     % traspone vector
```

$\dot{x}_1 = -2x_1 + x_2 \quad \rightarrow \quad sX_1 + 2X_1 = X_2 \quad \rightarrow \quad X_1 = \frac{X_2}{s+2}$

$\dot{x}_2 = x_1 - 3x_2 + u \quad \rightarrow \quad sX_2 + 3X_2 = X_1 + U \quad \rightarrow \quad X_2 = \frac{X_1}{s+3} + \frac{U}{s+3}$

Juntando ambas ecuaciones tenemos: $X_1 = \frac{X_1}{(s+2)(s+3)} + \frac{U}{(s+2)(s+3)} \quad \rightarrow \quad \frac{X_1}{U} = G(s) = \frac{1}{s^2+5s+5}$ pero $K(s) = 2$

Luego para el lazo cerrado: $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{2}{s^2+5s+5}}{1+\frac{2}{s^2+5s+5}} = \frac{2}{s^2+5s+7}$

---

6. A partir de los códigos para el modelo y el script de simulación (derecha) correspondiente a un sistema realimentado, su función de transferencia es:

- $\frac{2}{s^2+5s+7}$
- $\mathbf{\frac{2}{s^2+2s+1}}$
- $\frac{2}{s^2+2s+2}$
- $\frac{3}{s^2+3s+3}$
- Ninguna de las anteriores

```
% SCRIPT PARA SIMULACION
x0 = [0;0];  % valores iniciales
[t,x]=ode23(@I1_2020,[0,60],x0); % int. numérico
plot(t,x(:,1)); % grafica resultados
```

```
% MODELO DINAMICO
function x_prima = I1_2020 (t, x)
R=2.0;   % valor deseado o referencia
Kp=2;    % ganancia control proporcional

u=Kp*(R-x(1));       % controlador

x_prima(1) = -2*x(1) + x(2);  % dx1/dt
x_prima(2) = x(1) + u;        % dx2/dt
x_prima=x_prima';     % traspone vector
```

$\dot{x}_1 = -2x_1 + x_2 \quad \rightarrow \quad sX_1 + 2X_1 = X_2 \quad \rightarrow \quad X_1 = \frac{X_2}{s+2}$

$\dot{x}_2 = x_1 + u \quad \rightarrow \quad sX_2 = X_1 + U \quad \rightarrow \quad X_2 = \frac{X_1}{s} + \frac{U}{s}$

Juntando ambas ecuaciones tenemos: $X_1 = \frac{X_1}{s(s+2)} + \frac{U}{s(s+2)} \quad \rightarrow \quad \frac{X_1}{U} = G(s) = \frac{1}{s^2+2s-1}$ pero $K(s) = 2$

Luego para el lazo cerrado: $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2}{s^2+2s+1}$

---

6. A partir de los códigos para el modelo y el script de simulación (derecha) correspondiente a un sistema realimentado, su función de transferencia es:

- $\frac{2}{s^2+5s+7}$
- $\frac{2}{s^2+2s+1}$
- $\mathbf{\frac{2}{s^2+2s+2}}$
- $\frac{3}{s^2+3s+3}$
- Ninguna de las anteriores

```
% SCRIPT PARA SIMULACION
x0 = [0;0];  % valores iniciales
[t,x]=ode23(@I1_2020,[0,60],x0); % int. numérico
plot(t,x(:,1)); % grafica resultados
```

```
% MODELO DINAMICO
function x_prima = I1_2020 (t, x)
R=2.0;       % valor deseado o referencia
Ki=2;        % ganancia control integral

u=Ki*x(2);  % controlador integral

x_prima(1) = -2*x(1)+u;      % dx1/dt
x_prima(2) = R-x(1);         % dx2/dt

x_prima=x_prima';     % traspone vector
```

$\dot{x}_1 = -2x_1 + K_i x_2 \quad \rightarrow \quad sX_1 + 2X_1 = K_i X_2 \quad \rightarrow \quad X_1 = K_i \frac{X_2}{s+2}$

$\dot{x}_2 = -x_1 + R \quad \rightarrow \quad sX_2 = -X_1 + R \quad \rightarrow \quad X_2 = -\frac{X_1}{s} + \frac{R}{s}$

Juntando ambas y haciendo $K_i(s) = 2$ tenemos: $X_1 = -2\frac{X_1}{s(s+2)} + 2\frac{R}{s(s+2)} \quad \rightarrow \quad \frac{X_1}{R} = G(s) = \frac{2}{s^2+2s+2}$

6. A partir de los códigos para el modelo y el script de simulación (derecha) correspondiente a un sistema realimentado, su función de transferencia es:

a) $\frac{2}{s^2+5s+7}$

b) $\frac{2}{s^2+2s+1}$

c) $\mathbf{\frac{2}{s^2+3s+3}}$

d) $\frac{3}{s^2+3s+3}$

e) Ninguna de las anteriores

```
% SCRIPT PARA SIMULACION
x0 = [0;0];  % valores iniciales
[t,x]=ode23(@I1_2020,[0,60],x0); % int. numérico
plot(t,x(:,1)); % grafica resultados
```

```
% MODELO DINAMICO
function x_prima = I1_2020 (t, x)
R=2.0;   % valor deseado o referencia
Kp=2;    % ganancia control proporcional

u=Kp*(R-x(1));       % controlador

x_prima(1) = -2*x(1) + x(2);  % dx1/dt
x_prima(2) = x(1) - x(2) + u; % dx2/dt
x_prima=x_prima';     % traspone vector
```

$\dot{x}_1 = -2x_1 + x_2 \quad \rightarrow \quad sX_1 + 2X_1 = X_2 \quad \rightarrow \quad X_1 = \frac{X_2}{s+2}$

$\dot{x}_2 = x_1 - x_2 + u \quad \rightarrow \quad sX_2 + X_2 = X_1 + U \quad \rightarrow \quad X_2 = \frac{X_1}{s+1} + \frac{U}{s+1}$

Juntando ambas ecuaciones tenemos: $X_1 = \frac{X_1}{(s+1)(s+2)} + \frac{U}{(s+1)(s+2)} \quad \rightarrow \quad \frac{X_1}{U} = G(s) = \frac{1}{s^2+3s+1}$ pero $K(s) = 2$

Luego para el lazo cerrado: $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG}{KG+1} = \frac{2}{s^2+3s+3}$