PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

Guía de ejercicios para I2

IEE2613 – CONTROL AUTOMÁTICO (S2-2024)

Profesor: Alejandro Maass

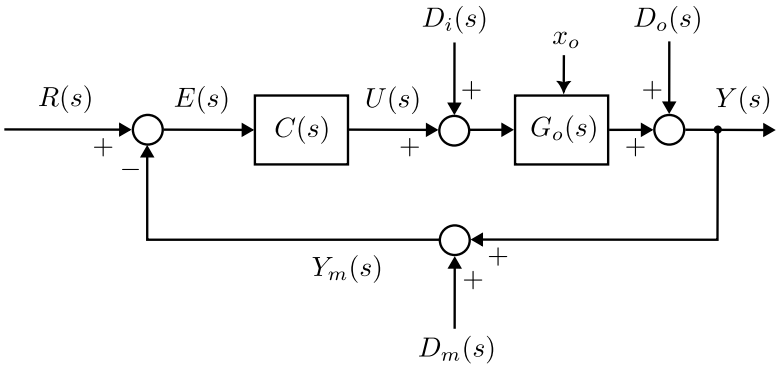


Figura 1: Lazo cerrado estándar de un grado de libertad.

FUNCIONES DE SENSIBILIDAD

P1 En el lazo cerrado de la Figura 1, considere que la planta nominal está dada por $G_o(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$. Suponga que el controlador $C(s)$ es tal que la sensibilidad complementaria es

$$T_o(s) = \frac{4}{(s+2)^2}$$

(a) Demuestre que el lazo cerrado es internamente estable

(b) Calcule la función de transferencia del controlador $C(s)$

(c) Si la referencia es un escalón unitario, calcule el valor de la señal $u(t)$ en estado estacionario

---

P2 En el lazo cerrado de la Figura 1, suponga que

$$S_o(s) = \frac{s(s+4.2)}{s^2+4.2s+9}$$

Además, suponga que la referencia es un escalón unitario y que la perturbación de salida está dada por $d_o(t) = 0.5\sin(0.2t)$. Encuentre una expresión para la salida de la planta $y(t)$ en estado estacionario.

P3 En el lazo cerrado de la Figura 1, suponga que

$$G_o(s) = \frac{1}{s+1}, \qquad T_o(s) = \frac{s+2}{s^2+s+6}$$

Determine si se satisfacen los siguientes requerimientos:

(a) Lazo internamente estable

(b) Rechazo perfecto a perturbaciones de tipo escalón en estado estacionario

(c) Seguimiento perfecto a referencias sinusoidales de frecuencia 2 rad/s en estado estacionario

---

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

P4 En el lazo de control de la Figura 1, suponga que

$$G_o(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

Determine si es posible estabilizar la planta con un controlador de la forma

$$C(s) = \frac{K(s + \alpha)}{s}$$

P5 En el lazo de control de la Figura 1, suponga que

$$G_o(s)C(s) = \frac{2(s + 2)}{s^2 + 4\psi s + 4}$$

Dibuje el LGR del polinomio de lazo cerrado para $0 \leq \psi \leq 1$.

P6 En el lazo de control de la Figura 1, suponga que no existen cancelaciones inestables, y que

$$G_o(s)C(s) = K\frac{s - 2}{(s + 2)(s^2 + 3s + 4)}$$

(a) Dibuje el LGR para $K \leq 0$

(b) Calcule el punto donde las ramas cruzan el eje imaginario (oscilaciones sostenidas)

P7 En el lazo de control de la Figura 1, suponga que

$$C(s) = K\frac{s + \alpha}{s + 10}, \qquad G_o(s) = \frac{1}{s^2}$$

Calcule, si existen, las condiciones que deben cumplir las constantes reales K y α para que el lazo sea internamente estable.

P8 En el lazo de control de la Figura 1, suponga que

$$C(s) = \frac{s + \alpha}{s}, \qquad G_o(s) = \frac{1}{s + 1}$$

¿Es posible escoger $\alpha \in \mathbb{R}$ de manera que la parte transiente de la respuesta del lazo cerrado decaiga a cero más rápido que e^{-2t}?

P9 Considere los siguientes candidatos a transferencias de lazo abierto $G_o(s)C(s)$

$\frac{s + 2}{s(s + 1)}$	$\frac{e^{-0.5s}}{s(s + 1)}$	$\frac{1}{s^2 + 4}$
$\frac{4}{s(s^2 + s + 1)}$	$\frac{s^2 + 4}{(s + 1)^3}$	$\frac{8}{(s - 1)(s + 2)(s - 3)}$

(a) Para cada sistema, construya el diagrama de Nyquist (puede usar Matlab u otro) y aplique el criterio de estabilidad de Nyquist para determinar la estabilidad del lazo cerrado correspondiente

(b) Para cada sistema donde el lazo cerrado asociado era estable, calcule los márgenes de estabilidad

(c) Repite los pasos anteriores pero usando diagramas de Bode

---

P10 En el lazo de control de la Figura 1, suponga que el Bode de $G_o(s)C(s)$ está dado por

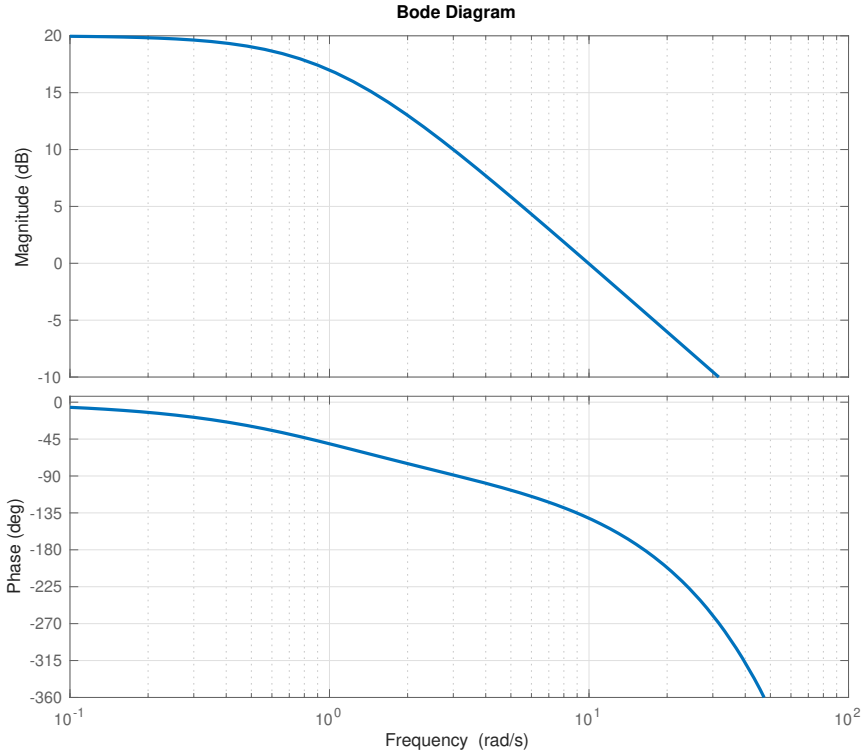


Figura 2: Diagrama de Bode de $G_o(s)C(s) = \frac{10e^{-0.1s}}{s+1}$

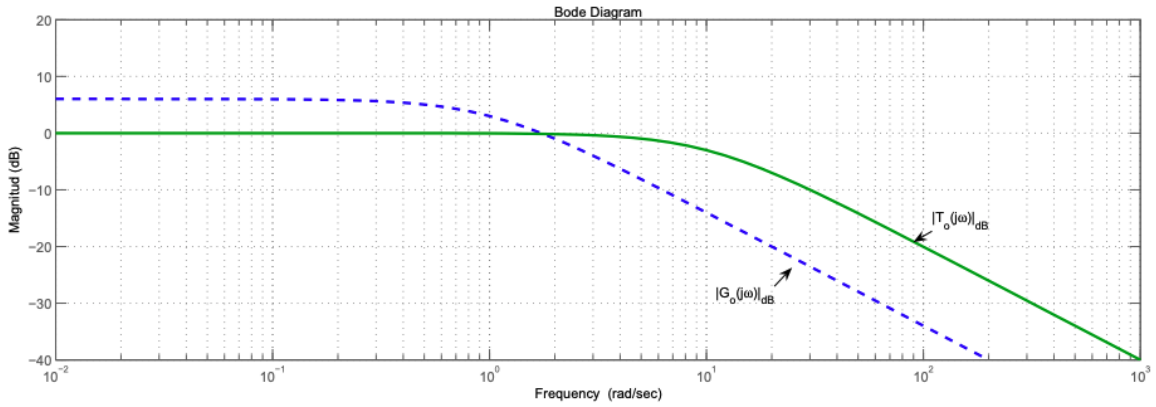
(a) Calcule los márgenes de fase y ganancia (de manera aproximada a partir del gráfico)

(b) Calcule el retardo máximo (en el tiempo) que se puede admitir antes que el lazo se haga inestable. *(Pista: el retardo temporal admisible está altamente relacionado con el margen de fase. Recuerde que el margen de ganancia y fase vienen de un fasor en el Nyquist. Trate de intuir que este retardo máximo está dado por M_f/ω_f, donde ω_f es la frecuencia que se usa para calcular M_f)*

P11 Se ha determinado que una planta tiene modelo de calibración ("real") dado por

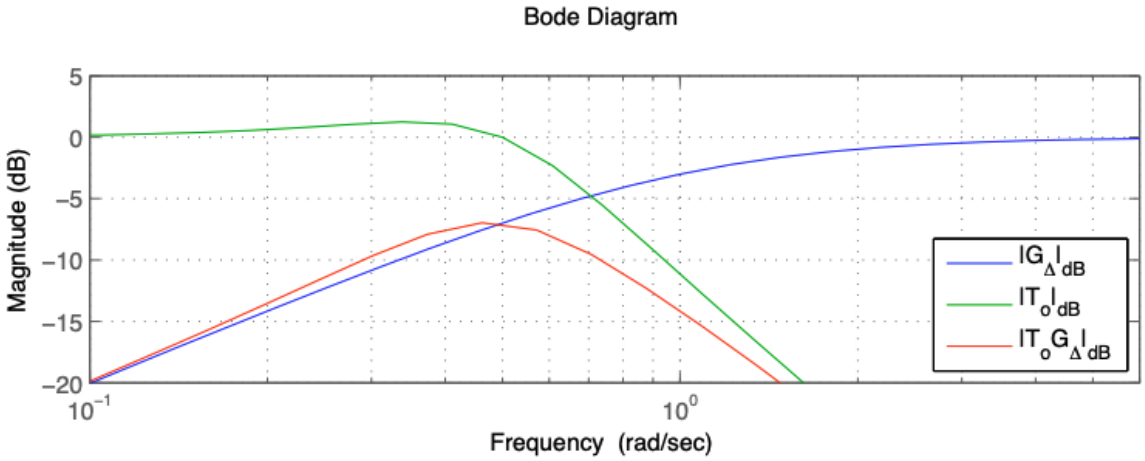
$$G(s) = G_o(s) + G_\varepsilon(s)$$

donde $G_\varepsilon(s) = G_\Delta(s)G_o(s)$. En la siguiente figura se ilustra el diagrama de Bode de magnitud para G_o y T_o.



Determine la región en el Bode de magnitud de $|G_\varepsilon(j\omega)|_{dB}$ que garantiza estabilidad robusta. *(Pista: Reescriba la condición de estabilidad robusta de tal forma que quede una condición donde aparezca $G_o(j\omega)$, $T_o(j\omega)$ y $G_\varepsilon(j\omega)$.)*

P12 En la figura se muestra el diagrama de Bode de magnitud de T_o y el error G_Δ.



Si se sabe que el lazo nominal es internamente estable, y $G(s)$ tiene el mismo número de polos inestables que $G_o(s)$ ¿Se puede asegurar que el lazo **"real"** es internamente estable?
