Tema: Modelos de Laplace y diagramas de bloques

◁ *Guía de Ejercicios # 11* ▷

1. Para la planta de la figura 1 , encuentre la función de transferencia $Y(s)/X(s)$. Determine el error permanente ante una entrada en forma de rampa al sistema (asuma que la planta es estable para $K > 0$).

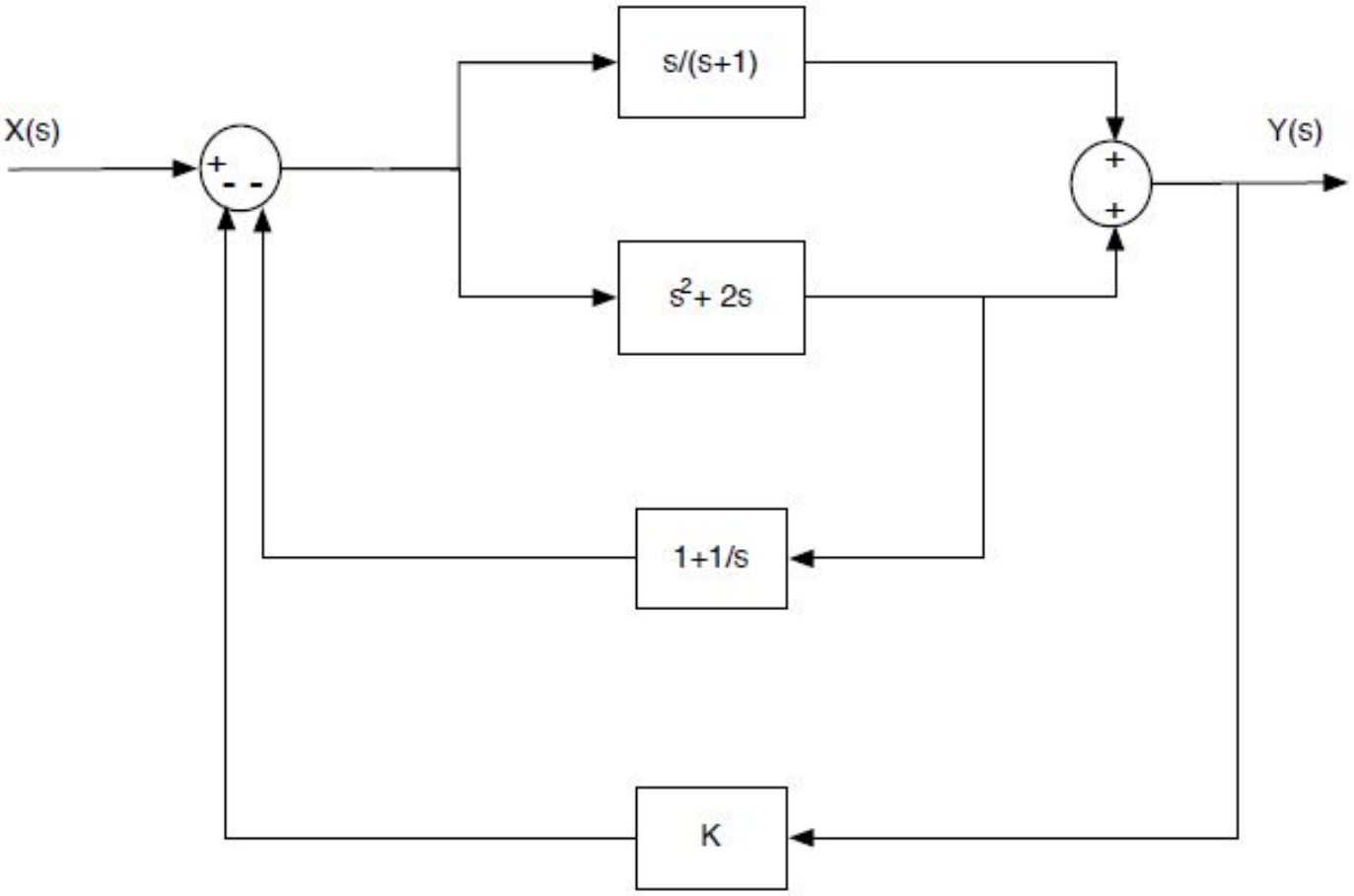
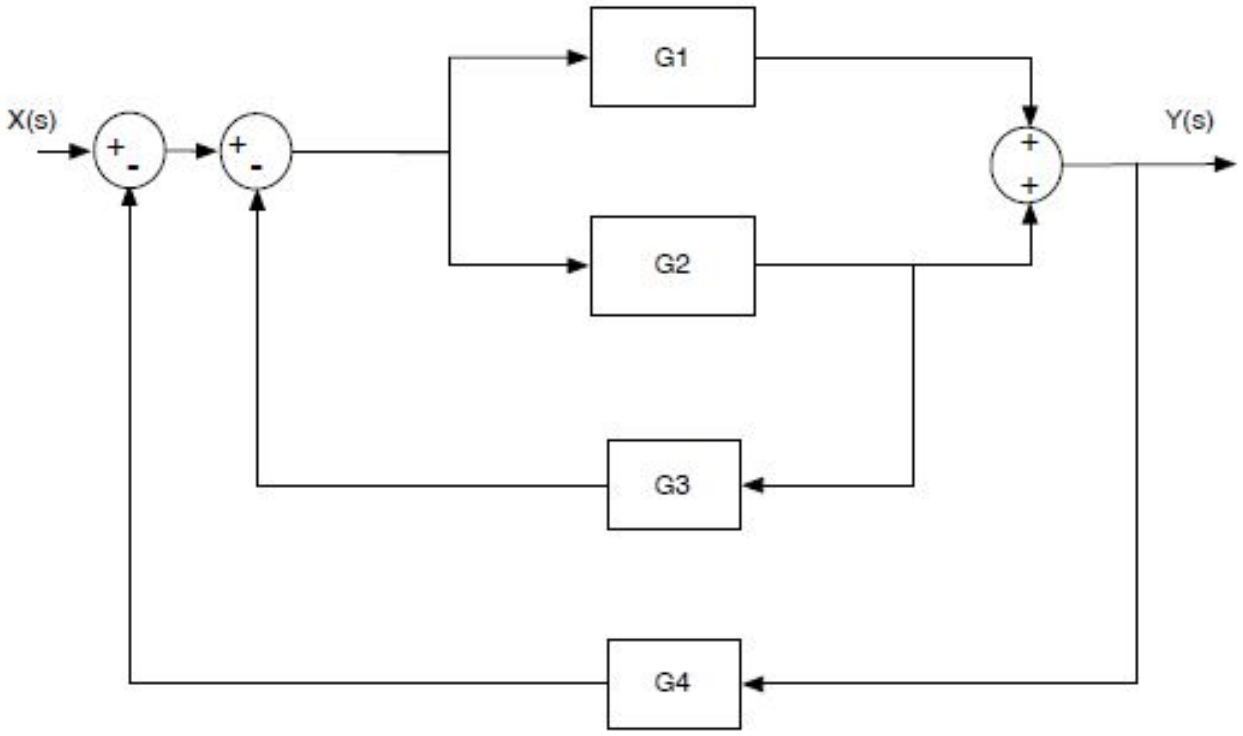
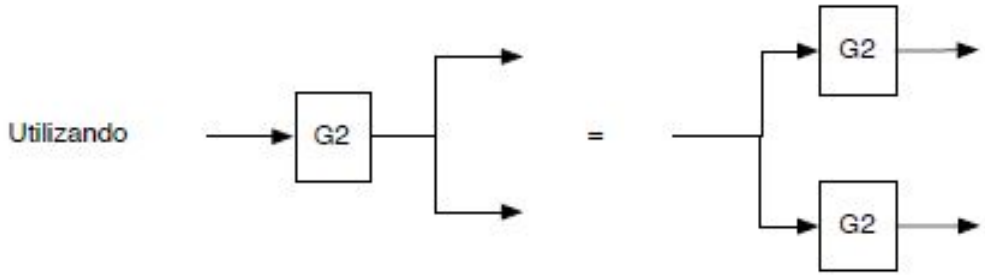
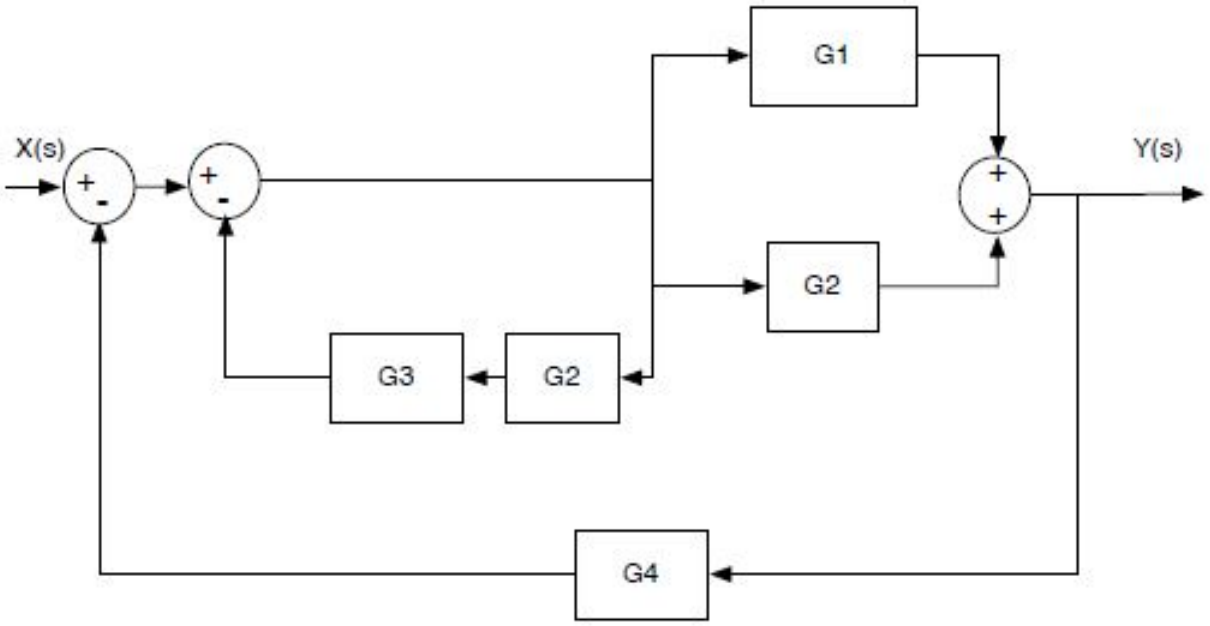


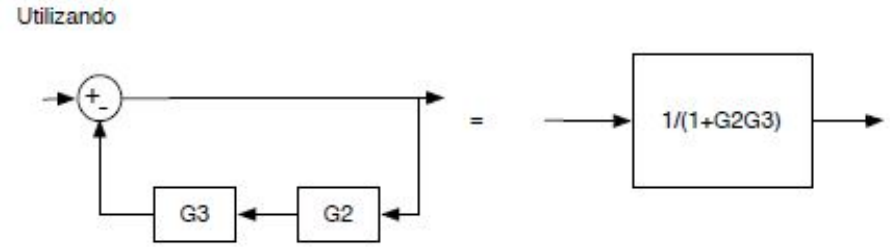
Figura 1: Estanque de forma Geométrica.

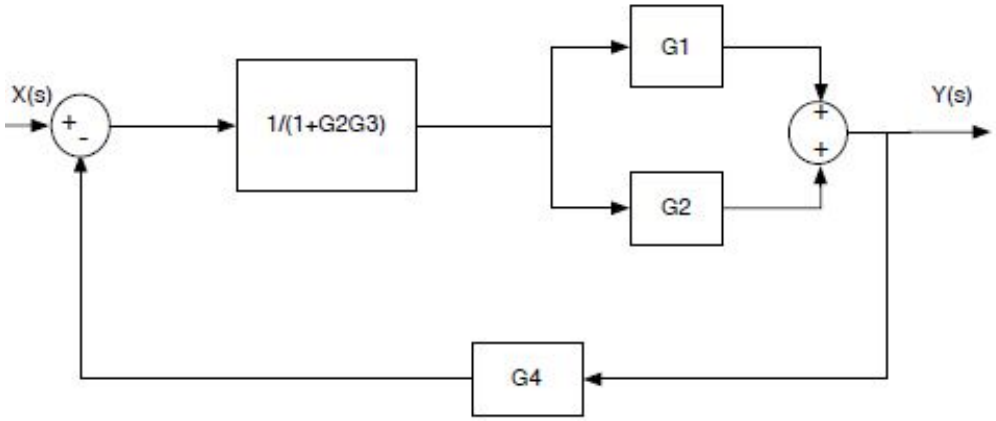
Solución Primero, abreviamos las funciones de transferencia de cada bloque para trabajar más fácilmente en la simplificación del sistema:

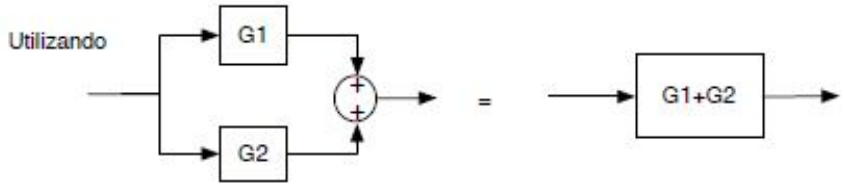

X(s)
+
-
+
-
G1
G2
G3
G4
+
+
Y(s)

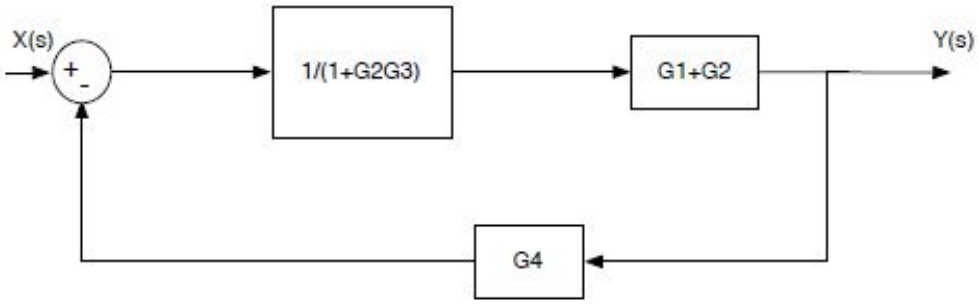

Utilizando
G2
=
G2
G2

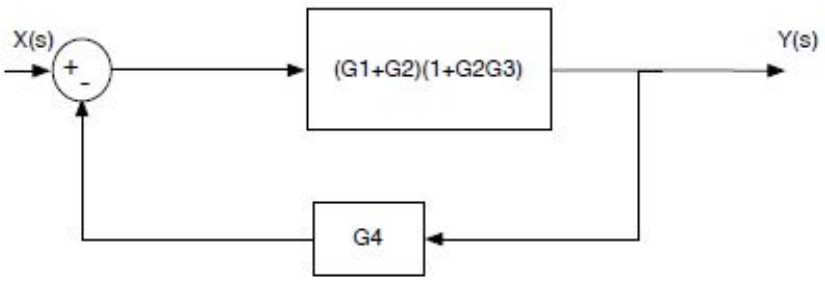

X(s)
+
-
+
-
G1
G2
G3
G2
+
+
Y(s)
G4

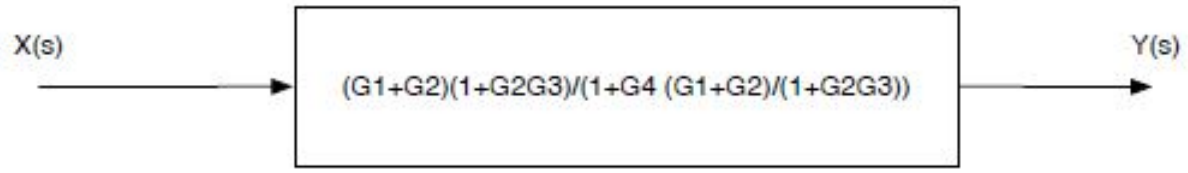

Utilizando
+
-
=
1/(1+G2G3)
G3
G2


X(s)
+
-
1/(1+G2G3)
G1
G2
+
+
Y(s)
G4


Utilizando
G1
G2
+
+
=
G1+G2


X(s)
+
-
1/(1+G2G3)
G1+G2
Y(s)
G4


X(s)
+
-
(G1+G2)(1+G2G3)
Y(s)
G4



Entonces:

$$\frac{Y(s)}{X(S)} = \frac{G_1 + G_2}{1 + G_2G_3 + G_4(G_1 + G_2)} = \frac{s}{1 + s + sK} = \frac{\frac{s}{1+s}}{1 + K\frac{s}{1+s}}$$

El sistema es equivalente a una planta con función de transferencia en lazo abierto:

$$F(S) = \frac{s}{1 + s}$$

Retroalimentada con ganancia proporcional K.
Luego el error queda determinado por:

$$\frac{E(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + KF(s)} = \frac{1}{1 + K\frac{s}{1+s}}$$

Si la entrada es una rampa unitaria, entonces:

$$X(s) = \frac{1}{s^2}$$
$$E(s) = \frac{1}{s^2}\frac{1}{1 + K\frac{s}{1+s}}$$
$$\lim_{s\to 0} s * E(s) = e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s}\frac{1}{1 + K\frac{s}{1+s}} = 0$$

Podemos ver que la planta para una entrada de rampa no tiene error en régimen permanente.