Módulo 8 Comunicaciones digitales de banda base (track standard)

Cápsula 8.1 Comunicaciones digitales

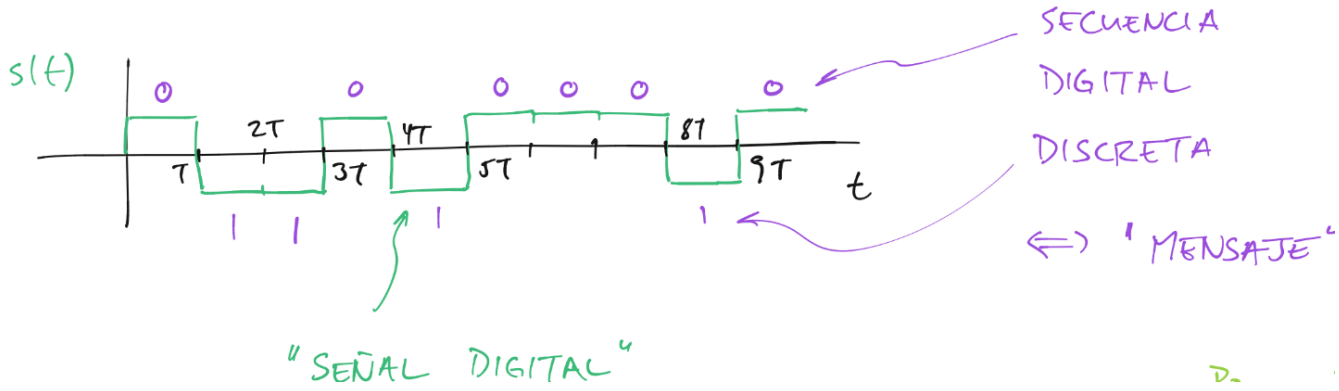


Figura 8.1.1: Señal digital $s(t)$.

1. ¿Qué es una señal digital?

   ¿Qué es lo digital en $s(t)$?

   En el ejemplo hay un ALFABETO DIGITAL ($\mathcal{X} = \{0, 1\}$) embebido en una señal SEÑAL ANALÓGICA $s(t)$.

   (a) Este alfabeto es BINARIO y codifica el MENSAJE.

   (b) La señal analógica que comunica el mensaje es solo de "apariencia digital".

   Esta señal debe ser analógica porque el medio físico en el que vivimos es analógico. El mundo físico en el que ocurre la propagación del mensaje (MEDIO) es analógico.

2. ¿Por qué interesa comunicar digitalmente? ¿Cuál es la ventaja de usar alfabetos discretos/digitales para codificar mensajes?

   (a) Porque la información hoy en día es de naturaleza digital.

   (b) Si la información es de origen analógico, puede ser convertida mediante muestreo y cuantización:

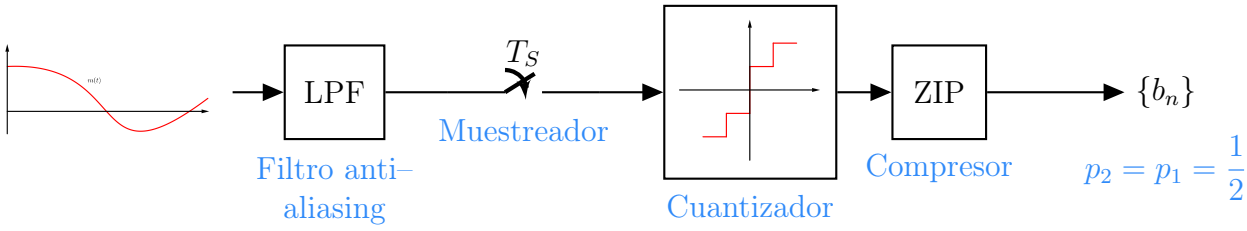


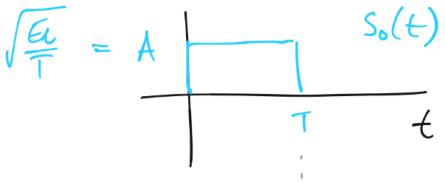
Figura 8.1.2: Conversión análogo–digital en un sistema de comunicaciones.

DESCRIBIR INFORMACIÓN DIGITALMENTE ES UN LENGUAJE COMÚN PARA TODO TIPO DE FUENTE DE INFORMACIÓN.

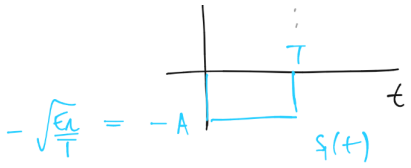
   (c) El dominio digital permite MULTIPLEXAR información de diversas fuentes.
   $\Longrightarrow$ Un mismo diseño de sistema de comunicaciones permite combinar ilimitados tipos de información en todo momento.
   $\Longrightarrow$ La implementación es eficiente.

   (d) Las comunicaciones digitales ofrecen mayor eficiencia energética y espectral.

Cápsula 8.2 — Pulsos NRZ: non-return to zero



(a) Pulso NRZ para representar 0.



(b) Pulso NRZ para representar 1.

Figura 8.2.1: Pulso NRZ.

Las energías del 0 y 1 están dadas por:

$$E_0 = \int_0^T s_0^2(t)\, dt = A^2 T \tag{8.2.1}$$

$$E_1 = \int_0^T s_1^2(t)\, dt = A^2 T \tag{8.2.2}$$

T: Tiempo de símbolo [s]. Es conocido tanto por el TX como por el RX.

$\frac{1}{T}$: Tasa de datos $\left[\frac{\text{símbolos}}{\text{s}}\right]$.

ENERGÍA MEDIA POR BIT: E_b

$$E_b = p_0 E_0 + p_1 E_1 = \frac{1}{2}A^2T + \frac{1}{2}A^2T = A^2T \qquad \Longrightarrow \; A = \sqrt{\frac{E_b}{T}}$$

Probabilidad de 0 o 1
en el mensaje digital
$p_0 + p_1 = 1$.
No necesariamente $p_0 = p_1$.
Asumiremos $p_0 = p_1$
si no se dice lo contrario.

Las señales NRZ pueden ser escritas de la siguiente forma:

$$s_0(t) = \sqrt{\frac{E_b}{T}} \cdot \sqcap\left(\frac{t - \frac{1}{2}T}{T}\right) = \sqrt{E_b} \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} \sqcap\left(\frac{t - \frac{1}{2}T}{T}\right) \tag{8.2.3}$$

$$s_1(t) = -\sqrt{\frac{E_b}{T}} \cdot \sqcap\left(\frac{t - \frac{1}{2}T}{T}\right) = -\sqrt{E_b} \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} \sqcap\left(\frac{t - \frac{1}{2}T}{T}\right) \tag{8.2.4}$$

La información del mensaje está completamente contenida aquí.
Indica la versión que tiene el mensaje.
No tiene propiedades analógicas.
Aquí se codifica la secuencia digital
discreta del mensaje.

Señal de energía uniforme que describe las propiedades ambiguas de la modulación digital.
No contiene información, genera la "señal digital".

Así, en general tendremos:

$$s_0(t) = \check{s}_0 \varphi_0(t) \tag{8.2.5}$$

$$s_1(t) = \check{s}_1 \varphi_1(t) \tag{8.2.6}$$

Nota: en el caso particular de NRZ:

$$\varphi_0(t) \equiv \varphi_1(t) \triangleq \varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \sqcap\left(\frac{t - \frac{1}{2}T}{T}\right)$$

$$\check{s}_0 = \sqrt{E_b}$$

$$\check{s}_1 = -\sqrt{E_b}$$

OOK: *ON-OFF KEYING*

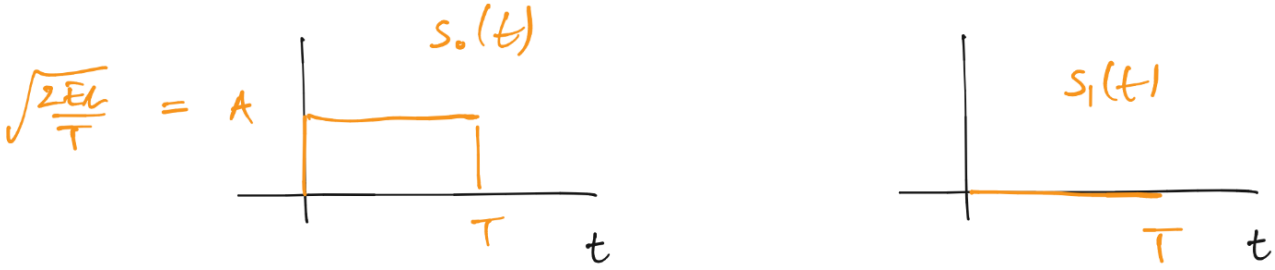


Figura 8.3.1: Modulación OOK.

$$E_b = \frac{1}{2}A^2T + \frac{1}{2}0 \implies A = \sqrt{\frac{2E_b}{T}}$$

MANCHESTER KEYING:

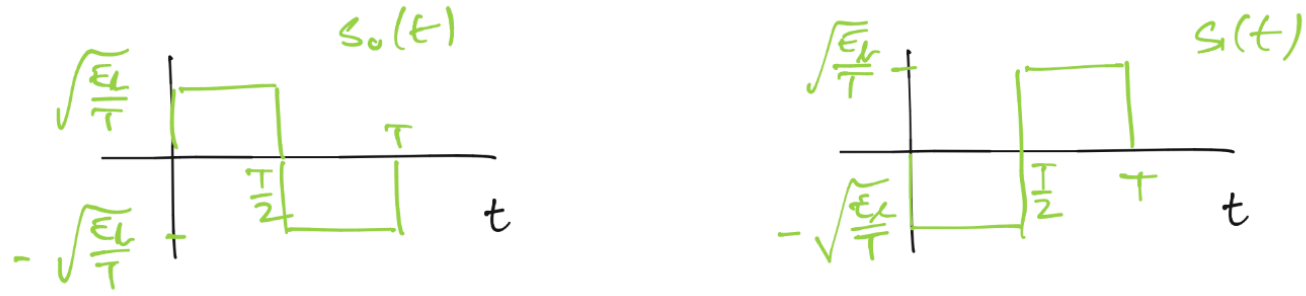


Figura 8.3.2: Modulación Manchester Keying.

Pulso PB (pasabanda):

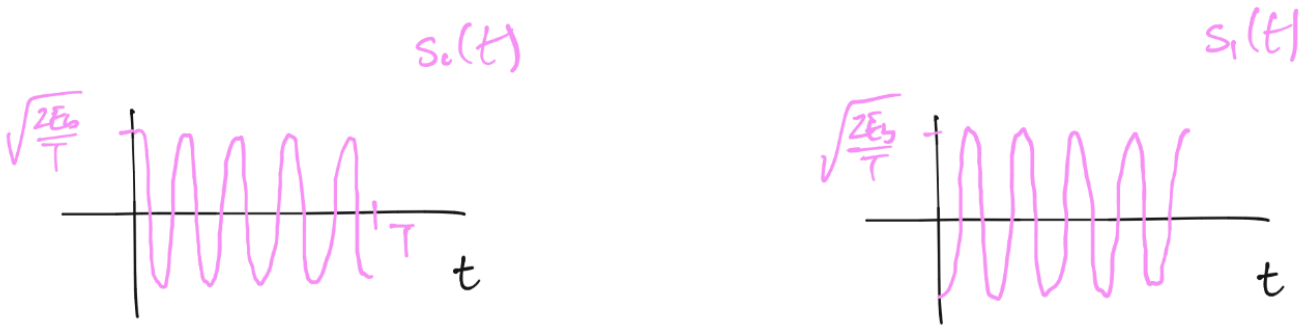


Figura 8.3.3: Modulación PB.

$$s_i(t) = \pm\sqrt{E_b} \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} \text{rect}\left(\frac{1-\frac{1}{2}T}{T}\right) \sqrt{2}\cos\left(2\pi f_c t\right)$$

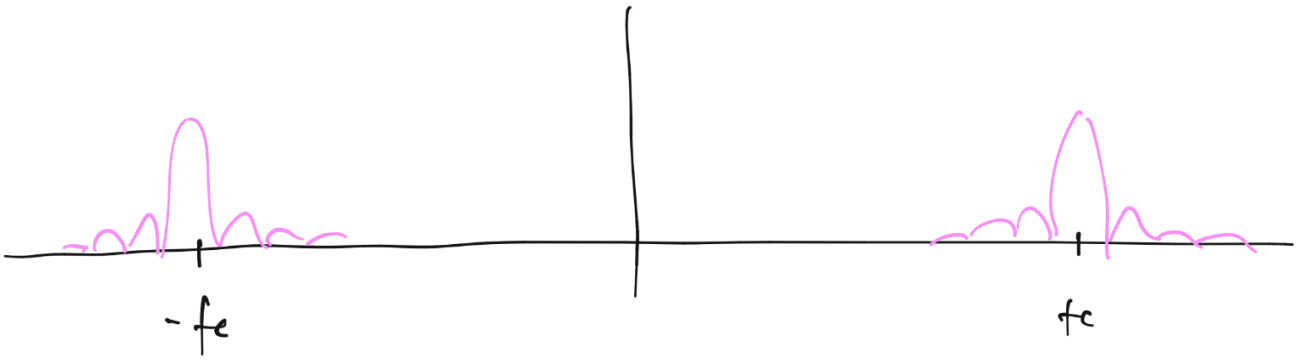
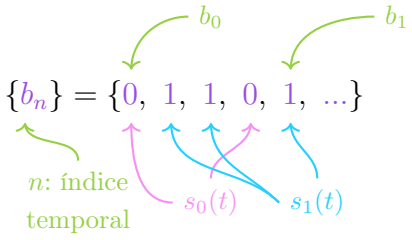


Figura 8.3.4: Espectro de modulación PB.

Cápsula 8.4 — Modulador - canal - demodulador

Retomemos la señal del ejemplo (Figura 8.1.1). La secuencia digital es



Podemos escribir $s(t)$ como:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_{b_n}(t - nT) \tag{8.4.1}$$

NRZ:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \overbrace{\underbrace{(-1)^{b_n}}_{\text{Conversión de formato binario a polar.}} \sqrt{E_b}}^{\check{s}_{b_n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} \sqcap \left(\frac{t - \frac{1}{2}T - nT}{T} \right) \tag{8.4.2}$$

El proceso de generar $s(t)$ a partir de $\{b_n\}$ se denomina MODULACIÓN DIGITAL.

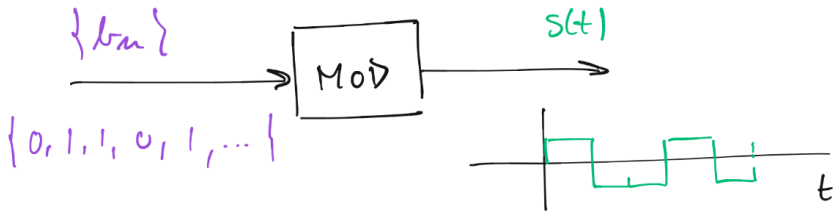


Figura 8.4.1: Modulación Digital.

El proceso inverso se conoce como DEMODULACIÓN DIGITAL.

Modulador, canal y demodulador forman la *cadena de comunicaciones*.

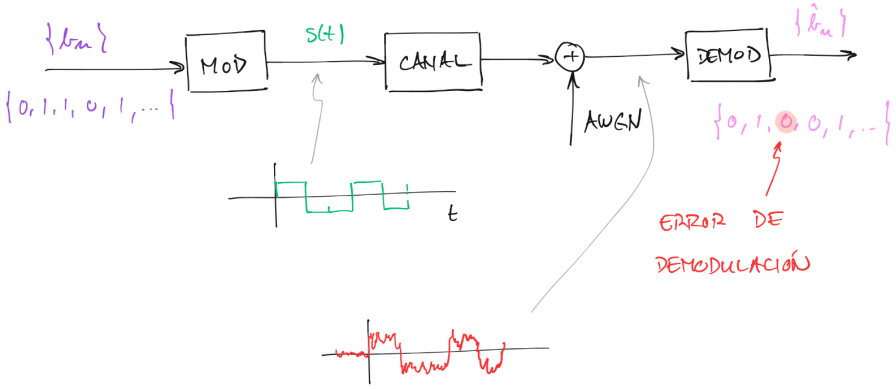


Figura 8.4.2: Modulador, canal y demodulador.

Para nosotros el canal sera ideal. Esto es conocido como el CANAL BLANCO GAUSSIANO:

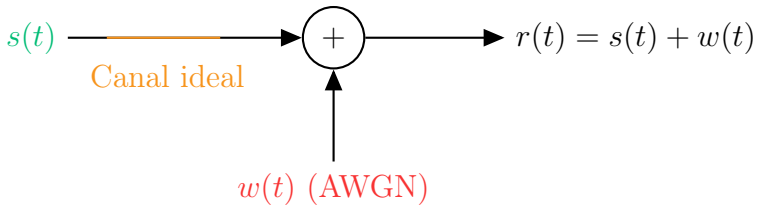


Figura 8.4.3: Canal ideal en cadena de comunicaciones.

Así, nuestro modelo de MODEM es como sigue:

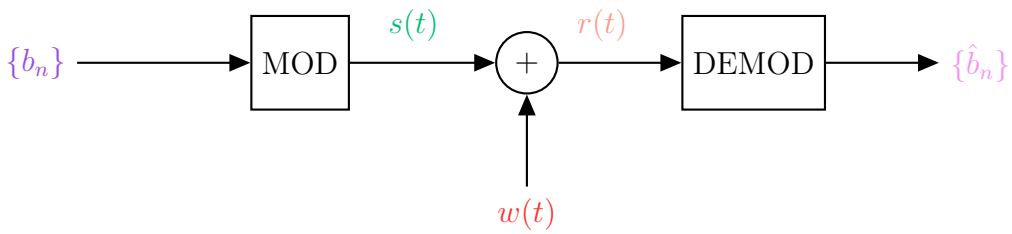


Figura 8.4.4: Modem con canal ideal.

Cápsula 8.5 — Modulador

"Mapea" bits de mensaje a señal analógica transmitida.

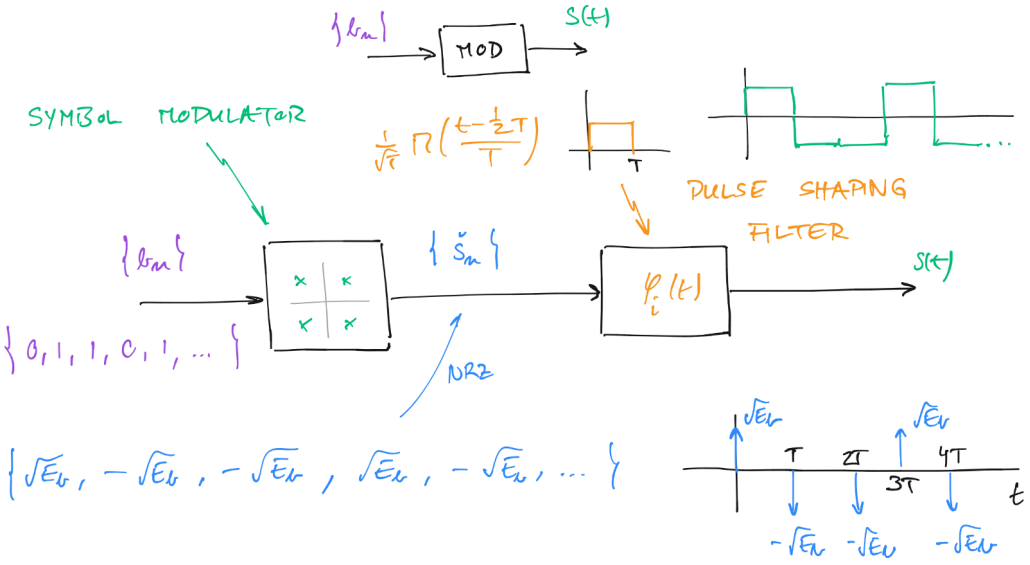


Figura 8.5.1: Modulador.

Cápsula 8.6 — Demodulador

Es el procesador de la señal ruidosa $r(t)$ para recuperar el mensaje $\{b_n\}$.

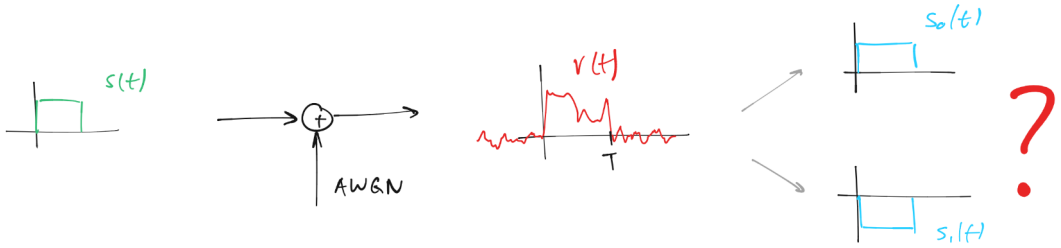


Figura 8.6.1: Ejemplo 1.

Supongamos modulación NRZ y se transmite un solo bit = 0.

Pregunta clave:

¿Cuál es el PROCESADOR OPTIMO de la señal analógica recibida $r(t)$ para generar decisiones con la MÍNIMA PROBABILIDAD DE ERROR?

Supuestos esenciales para la detección óptima:

(a) El modulador y el demodulador conocen todos los elementos determinísticos presentes en $r(t)$.

$\Longrightarrow$ $s_0(t), s_1(t) \Leftrightarrow T$, amplitudes, p_0, p_1.

(b) El demodulador conoce la base de tiempo del modulador.

$\Longrightarrow$ Demodulador está SINCRONIZADO EN TIEMPO con el modulador.

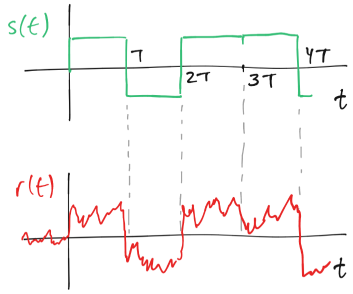


Figura 8.6.2: Ejemplo de señal determinística $s(t)$ y ruidosa $r(t)$.

(c) El receptor/demodulador no conoce el ruido, pero sabe que es AWGN.

Cápsula 8.7 — Tres posibles caminos

La pregunta de recepción óptima es un PROBLEMA DE DECISIÓN.

Hay 3 caminos para abordar la pregunta:

A. FUNDAMENTOS: Sintetizar el receptor óptimo desde los fundamentos de la teoría de decisión.

$\Longrightarrow$ Es el caso más general entre los 3 caminos.

$\Longrightarrow$ Respuesta: RECEPTOR DE CORRELACIÓN (RDC).

$\Longrightarrow$ Puede ser simplificado a un receptor completamente equivalente conocido como el RECEPTOR DE FILTROS ADAPTADOS (RFA).

$\Longrightarrow$ Estudiar el RFA.

B. AVANZADO: Formular directamente el RFA sin demostrarlo y estudiarlo.

Estudiar el RFA:

- ¿Cómo funciona?

- Desempeño de probabilidad de error.
- Simplificación del RFA para un caso particular (tipos de señal $s_0(t)$, $s_1(t)$ bien específicas), pero también es el caso más popular en la práctica debido a criterios de complejidad y eficiencia energética.

C. STANDARD: Formular directamente el RFA simplificado y estudiarlo.

- ¿Cómo funciona?
- Desempeño de probabilidad de error

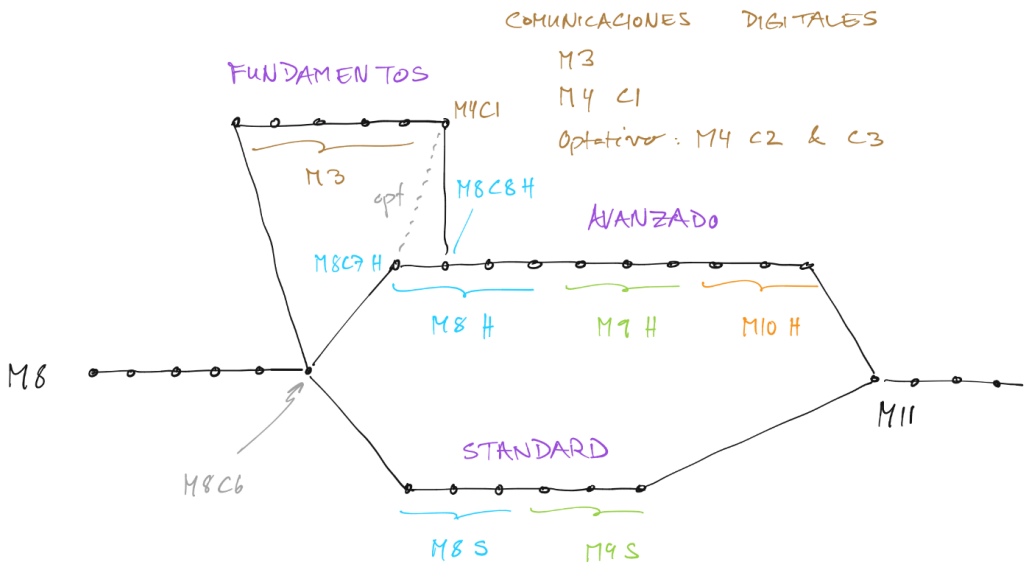


Figura 8.7.1: Diagrama tres caminos.

Cápsula 8.8 — Receptor óptimo

Para la familia de modulaciones digitales en las que se cumple:

$$s_0(t) = \check{s}_0\varphi(t) \quad \text{(tiene energía unitaria)}$$
$$s_1(t) = \check{s}_1\varphi(t) = ks_0(t)$$

Con k una constante arbitraria $\neq 1$.

El receptor optimo (mín$\{P_e\}$) tiene la siguiente forma:

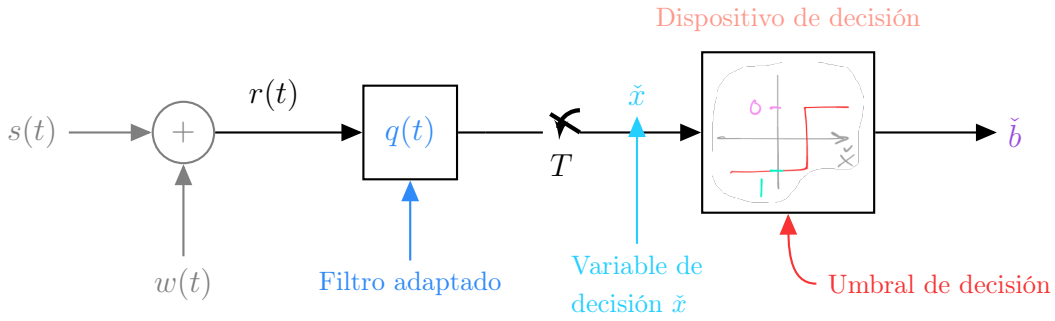


Figura 8.8.1: Receptor simplificado usando filtro adaptado a $s_0(t)$ y considerando la adición de ruido blanco gaussiano.

$q(t)$ es la función de respuesta al impulso del filtro adaptado (F.A., MATCHED FILTER, MF) al pulso base $\varphi(t)$.

Ej.

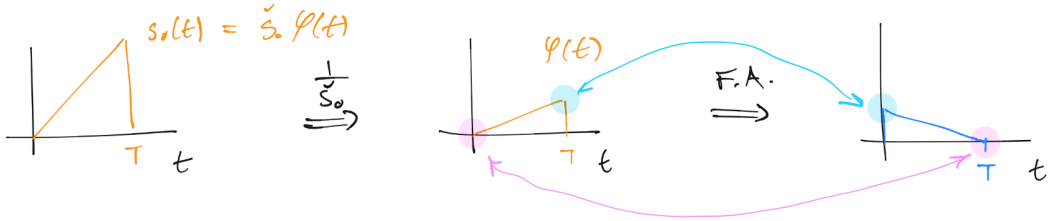


Figura 8.8.2: Ejemplo filtro adaptado.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{En } \bullet & q(0) = \varphi(T) \\ \text{En } \bullet & q(T) = \varphi(0) \end{array}\right\} \quad \boxed{q(t) = \varphi(T - t)}$$

Ej. NRZ

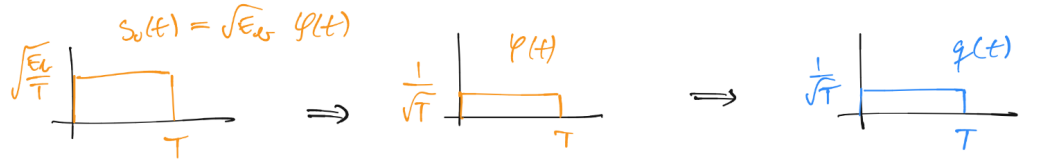


Figura 8.8.3: Filtro adaptado para modulación NRZ.

$$
\begin{aligned}
q(t) = \varphi(T-t) &= \frac{1}{\sqrt{T}} \sqcap \left(\frac{T - t - \frac{1}{2}T}{T} \right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{T}} \sqcap \left(\frac{\frac{1}{2}T - t}{T} \right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{T}} \sqcap \left(-\frac{t - \frac{1}{2}T}{T} \right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{T}} \sqcap \left(\frac{t - \frac{1}{2}T}{T} \right) \\
&= \varphi(t)
\end{aligned}
$$

Cápsula 8.9 Operación del receptor óptimo, gráficamente sin ruido

Suponiendo modulación NRZ con pulsos rectangulares y suponiendo que se transmite un bit cero. $b = 0$.

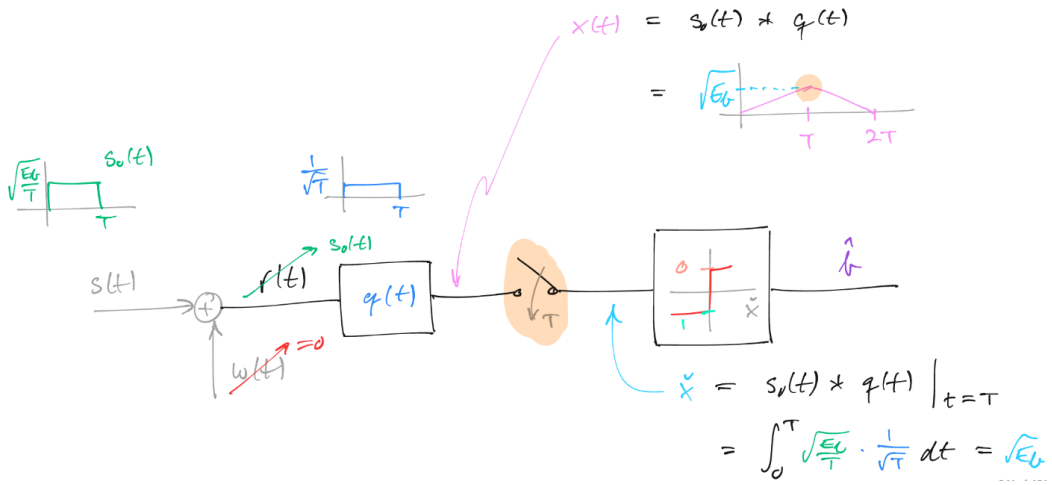


Figura 8.9.1: Operación del receptor óptimo sin ruido.

El UMBRAL en NRZ está en $\check{x} = 0$ (¿Por qué? $\Longrightarrow$ ya lo veremos).

$\check{x} = \sqrt{E_b}$ está a la derecha del umbral.
$\Longrightarrow$ Se declara $b = 0$.
$\Longrightarrow$ ¡La decisión correcta!

Es inmediato ver que el receptor también decide correctamente si se transmite un 1 (sin ruido).

Cápsula 8.10 Operación del receptor óptimo, gráficamente con ruido

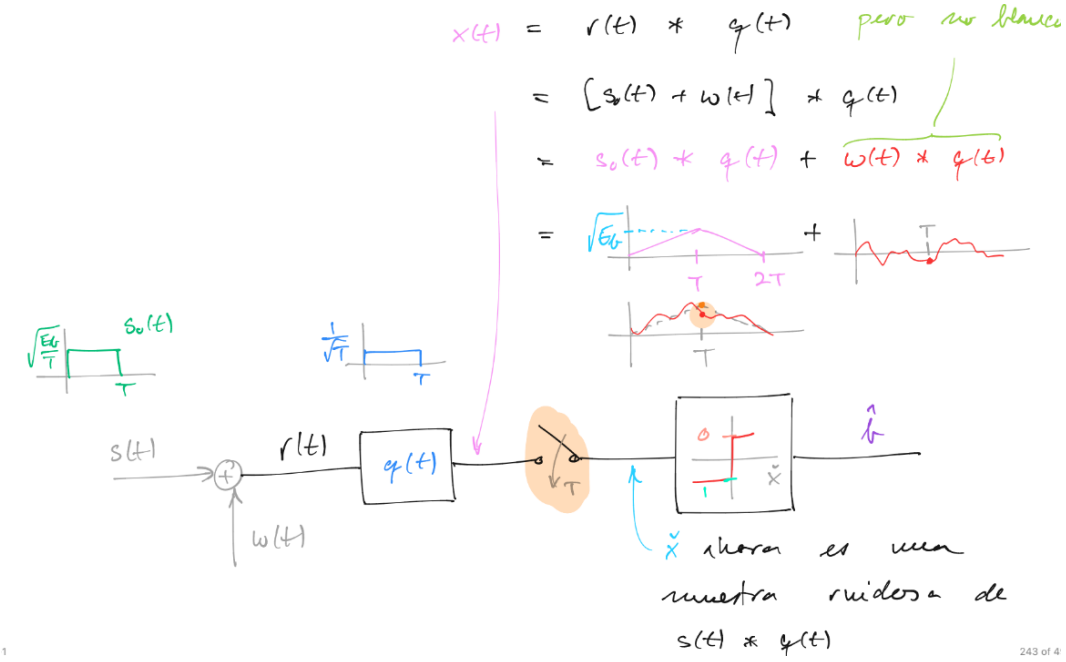


Figura 8.10.1: Operación del receptor óptimo con ruido.

El efecto del ruido en la muestra tomada en la salida del F.A. puede conducir a que la amplitud del escalar $\check{x}$ que alimenta al dispositivo de decisión cruce al otro lado del umbral de decisión, con lo cual se generaría un ERROR DE DECISIÓN.

La arquitectura del RFA asegura que la PROBABILIDAD DE ERROR DE DECISIÓN sea mínima.

Cápsula 8.11 Mensajes con más de un bit, gráficamente sin ruido

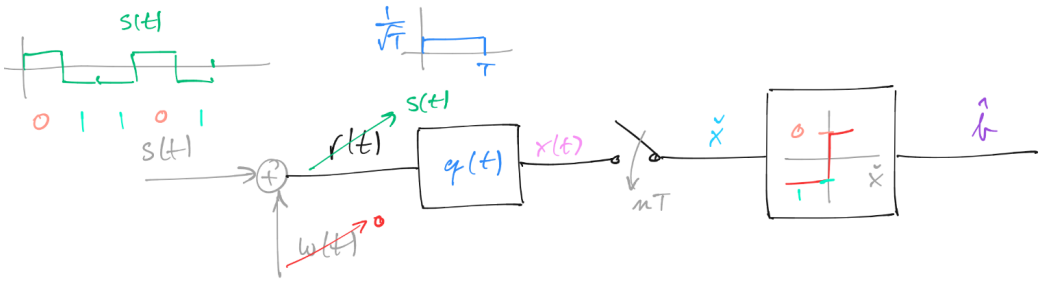


Figura 8.11.1: Mensaje con más de un bit sin ruido.

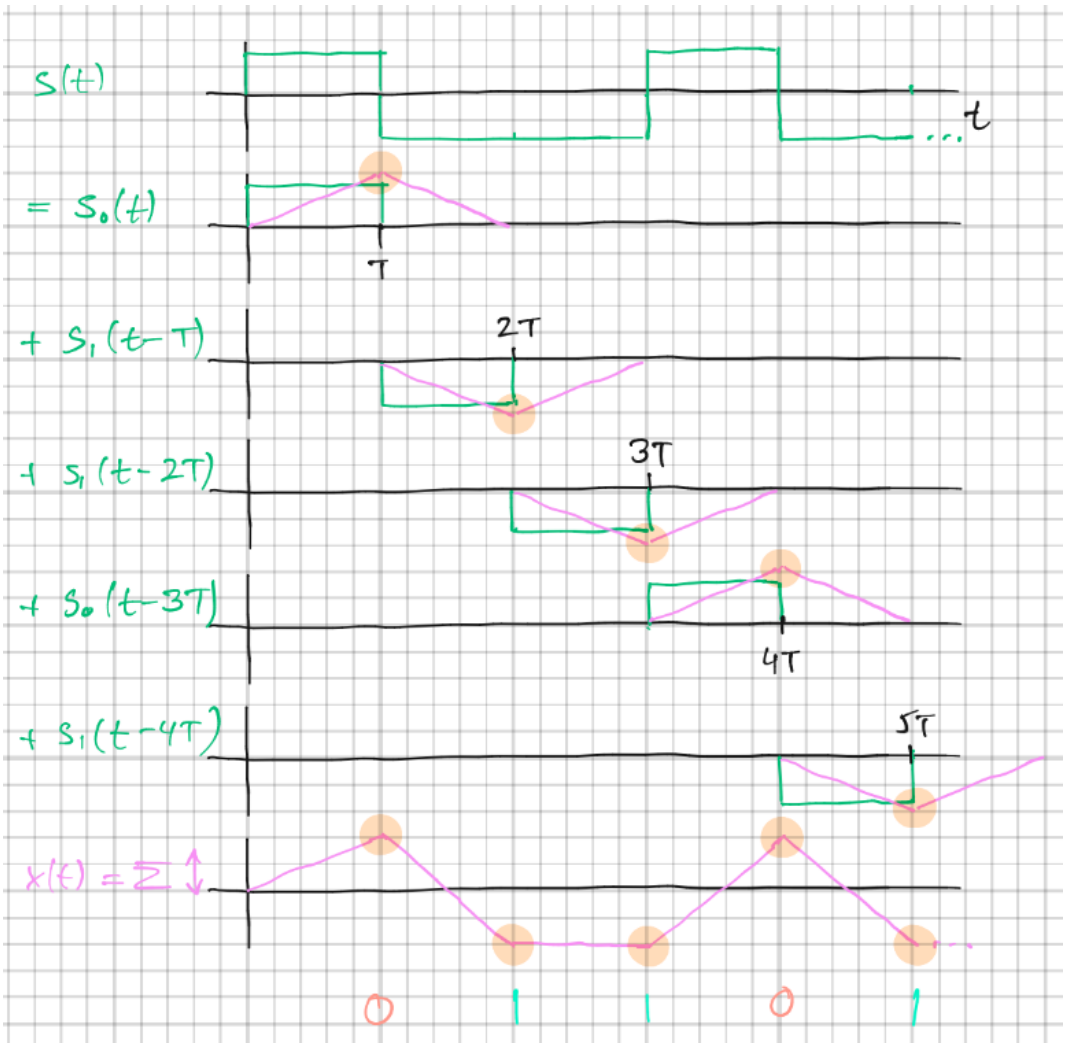


Figura 8.11.2: Ejemplo de mensaje con más de un bit sin ruido.

En los instantes de muestreo

$$\check{x} = x(nT) = x(t)\Big|_{t=nT}$$

Solo contiene energía del pulso de interés.
$\Longrightarrow$ Para NRZ, los valores son:

$$\check{x} = \pm\sqrt{E_b}$$

$\Longrightarrow$ En ausencia de ruido, el receptor no se equivoca con ningún bit del mensaje.

Cápsula 8.12 Mensajes con más de un bit, gráficamente con ruido

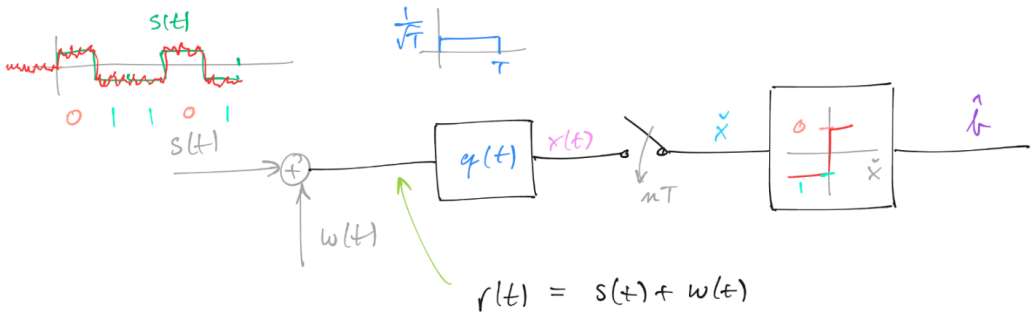


Figura 8.12.1: Mensaje con más de un bit con ruido.

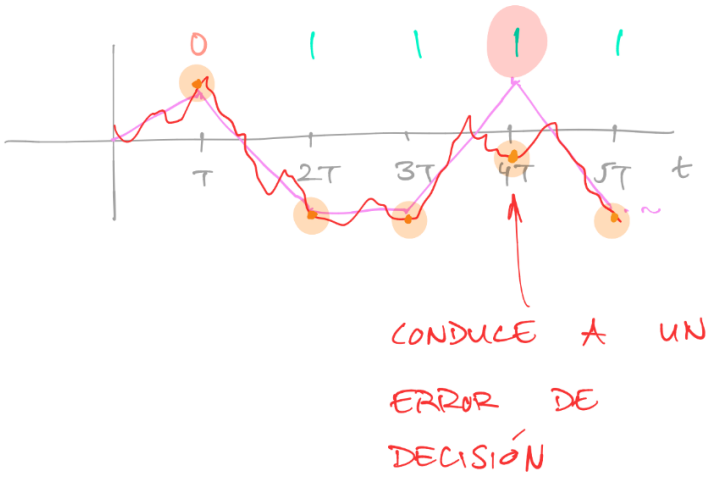


Figura 8.12.2: Ejemplo de mensaje con más de un bit con ruido.