Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2413 - Electrónica

Problemas Electrónica 2018 - I

Profesor: Ángel Abusleme
Ayudantes: Agustín Campeny, Juan Pablo Elorrieta, Cristóbal Ferrer, y Matías Henríquez

1. Ejercicios resueltos

1.1. Enunciados

1. Mediante simulaciones, obtenga las curvas I_C vs. V_{CE} del transistor NPN y del transistor PNP que vienen por defecto en LTspice. Grafique para $0\,\text{V} < |V_{CE}| < 9\,\text{V}$ y para valores de $|V_{BE}|$ entre $0.65\,\text{V}$ y $0.75\,\text{V}$ variando en escalones de $0.01\,\text{V}$.

2. Identifique las regiones de operación y explique con sus propias palabras cómo se comporta el transistor en cada región y cómo cambia dicho comportamiento al variar V_{BE}.

3. Un relé es un switch controlado electricamente. Típicamente consiste en un switch mecánico que se controla mediante una bobina y un electroimán. En este problema, el relé se utiliza para mostrar una aplicación real de un BJT operando en saturación.

   Para switchear un relé es necesario entregarle corriente para generar un campo magnético que mueva el electroimán. Sin embargo, los requerimientos de corriente son tipicamente muy altos para una salida digital, como la de un microcontrolador. Para solucionar esta limitación, se puede usar un *driver* como el de la figura 1. La señal del microcontrolador puede llevar el transistor a saturación, para que este actue como un switch cerrado, y la fuente V_{CC} entregue corriente al relé.

   Se desea manejar un relé utilizando el driver de la figura 1, con una señal de control de un microcontrolador de niveles digitales de $0\,\text{V}$ y $5\,\text{V}$. Considere que el relé se comporta como una carga de $63\,\Omega$, y que funciona con un voltaje de alimentación de $V_{CC} = 12\,\text{V}$. El BJT tiene un $\beta = 100$ y un $V_{CEsat} = 0.1\,\text{V}$.

   a) Determine la mínima corriente de base necesaria para que el transistor esté al borde de la región de saturación, I_{Beos}, y determine la corriente de colector en este caso.

   b) Determine la corriente de base necesaria para lograr un factor de sobresaturación de 5. Determine el valor de β forzado.

   c) Determine la resistencia en la base necesaria para que circule la corriente de base calculada en el punto anterior.

   d) Calcule la potencia disipada por el BJT.

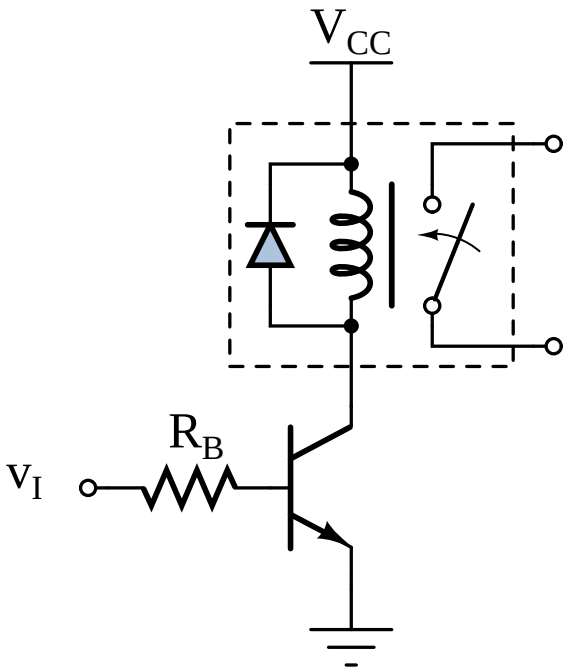


Figura 1: Driver para relé utilizando un BJT NPN.

4. Diseñe una red de polarización (divisor resistivo) para el terminal de base de un BJT NPN, que produzca una corriente de colector $I_C = 1\,\text{mA}$. Considere $V_{CC} = 9\,\text{V}$, resistencia de colector de $4\,\text{k}\Omega$ y resistencia de emisor de $1\,\text{k}\Omega$. Asuma $V_{BE} = 0.7\,\text{V}$ y $\beta = 100$. Calcule además los parámetros para análisis en pequeña señal g_m, r_e y r_π.

5. Para el circuito del problema 4:

   a) Dibuje el esquemático para análisis en pequeña señal. Asuma que la entrada se acopla capacitivamente a la base del transistor y que la fuente de la señal de entrada tiene impedancia $1\,\text{k}\Omega$.

   b) Determine G_{meff} y R_{Out}.

   c) Determine la ganancia de pequeña señal.

6. Repita el problema 5, esta vez poniendo un capacitor de bypass (tamaño muy grande) en paralelo con la resistencia en el emisor. Compare sus resultados con los del problema 5.

7. Compruebe en SPICE los resultados de los problemas 4, 5 y 6. Puede utilizar el siguiente macromodelo de SPICE, que fue modificado de manera que β valga 100.

```
.model 2N2222-100 NPN(IS=1E-14 VAF=100
+   BF=100 IKF=0.3 XTB=1.5 BR=3
+   CJC=8E-12 CJE=25E-12 TR=100E-9 TF=400E-12
+   ITF=1 VTF=2 XTF=3 RB=10 RC=.3 RE=.2
+ Vceo=30 Icrating=800m  mfg=Philips)
```

8. Considere el amplificador de tres etapas de la figura 2.

   Los capacitores C_C y C_E son capacitores de acoplamiento y bypass respectivamente, y su valor no es relevante para el problema.

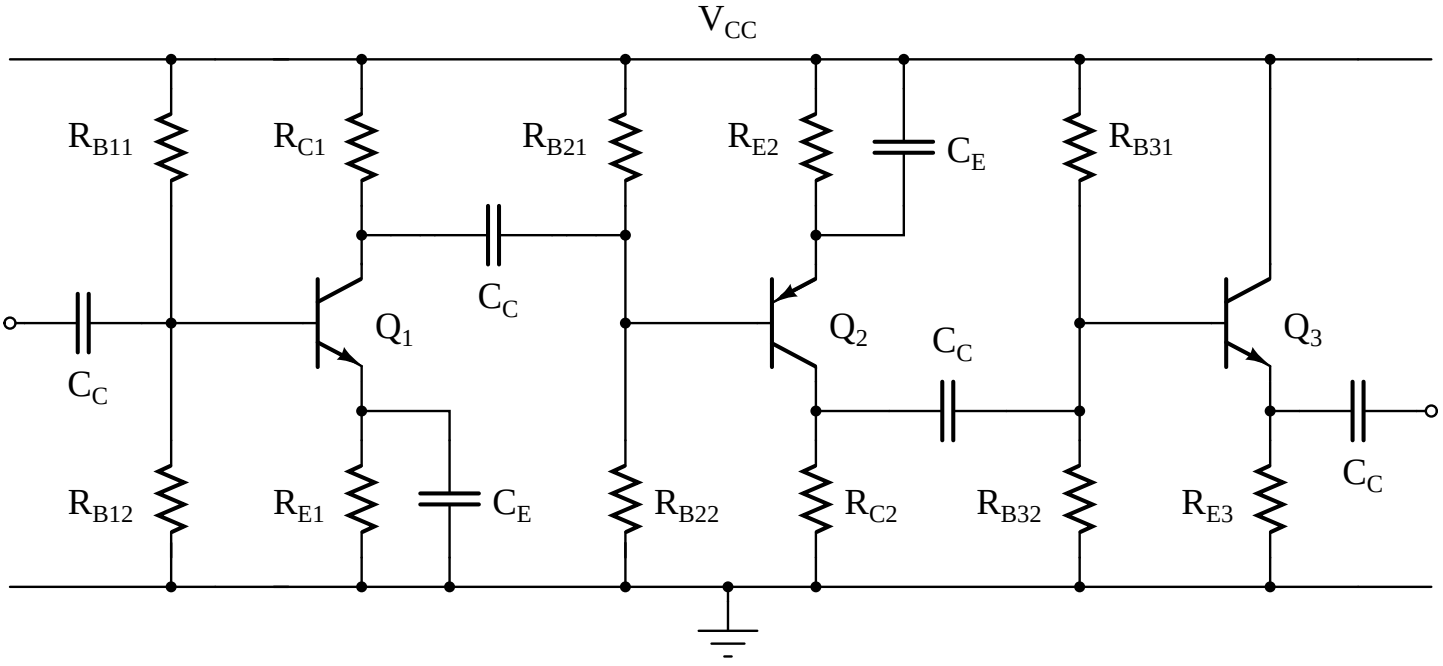


Figura 2: Amplificador de tres etapas del problema 8.

a) Considere $V_{CC} = 15\,\text{V}$, $R_{B11} = R_{B22} = 100\,\text{k}\Omega$, $R_{B12} = R_{B21} = 47\,\text{k}\Omega$, $R_{C1} = R_{C2} = 6.8\,\text{k}\Omega$, $R_{E1} = R_{E2} = 3.9\,\text{k}\Omega$, $R_{B31} = R_{B32} = 40\,\text{k}\Omega$, $R_{E3} = 2\,\text{k}\Omega$, y $\beta = 150$. Determine las corrientes y los voltajes de los terminales de Q_1, Q_2 y Q_3. Considere $|V_{BE}| = 0.7\,\text{V}$ para todos los transistores.

b) Considere $|V_A| = 200\,\text{V}$. Calcule g_m, r_π, r_e y r_o para todos los transistores.

c) Dibuje el circuito equivalente en pequeña señal.

d) Encuentre una expresión algebraica para la ganancia completa del circuito. Considere un Thévenin para la entrada con v_{sig} y R_{sig}, y una carga R_L en la salida.

e) Encuentre R_{in} y R_{out}.

f) Encuentre G_{meff}, y calcule nuevamente $A_v = G_{meff} \cdot R_{out}$.

g) Evalue la ganancia para $R_{sig} = 1\,\text{k}\Omega$ y $R_L = 500\,\Omega$.

1.2. Soluciones

1. El código a continuación realiza la simulación solicitada:

```
* Netlist para obtención de curvas de BJT
Q1 Vce Vbe 0 0 NPN              ; Instanciación de BJT NPN
Q2 0 N001 Vce 0 PNP             ; Instanciación de BJT NPN
Vce Vce 0 1                     ; Vce para ambos transistores
Vbe Vbe 0 1                     ; Vbe para ambos transistores
E1 Vce N001 Vbe 0 1             ; Fuente controlada para poner Vbe en PMOS
.model NPN NPN
.model PNP PNP
.dc Vce 0 9 0.01 Vbe 0.65 0.75 0.01
```

```
.backanno
.end
```

Las curvas obtenidas se muestran en la figura 3.

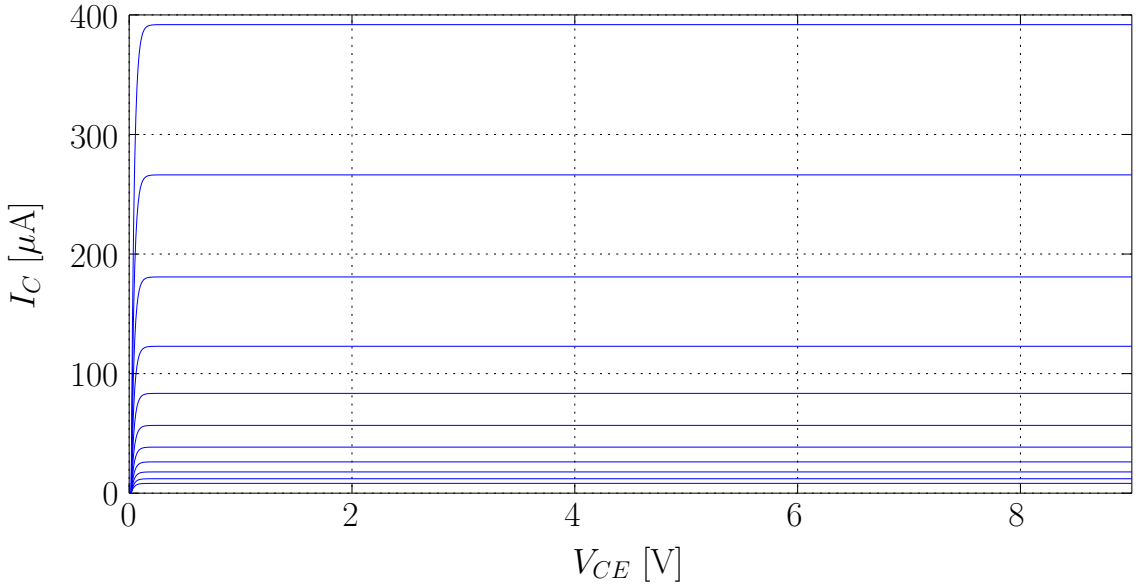


Figura 3: Curvas para los transistores BJT que vienen por defecto en LTspice.

2. Las curvas son prácticamente horizontales (V_A muy grande) para $|V_{CE}| > \approx 0.1\,\text{V}$. En esa zona los BJTs se comportan como fuentes de corriente controladas por el voltaje entre base y emisor V_{BE}. Ésa es la región activa, en que el BJT es un transconductor que convierte pequeñas variaciones de voltaje en pequeñas variaciones de corriente, cuyo valor no depende del voltaje a través del BJT. Cuando variamos V_{BE} la corriente de colector cambia mucho (en el gráfico vemos que las curvas se separan cada vez más). Esto se debe a la característica exponencial de las curvas de I_C en función de V_{BE}.

   Para $|V_{CE}| < \approx 0.1\,\text{V}$ la corriente cae rápidamente con una gran pendiente hasta el origen, lo que implica una gran conductancia o una pequeña resistencia DC. En este modo de operación, el BJT funciona más o menos como un switch de baja resistencia.

3. a) La corriente que circula por el relé cuando el transistor está en saturación es de:

$$I_C = \frac{12\,\text{V} - 0.1\,\text{V}}{63\,\Omega} = 188.9\,\text{mA}$$

   Para $\beta = 100$, la corriente necesaria para llevar el transistor al borde entre región activa y saturación es

$$\begin{aligned} I_{Beos} &= \frac{I_C}{\beta} \\ &= \frac{188.9\,\text{mA}}{100} \\ &= 18.89\,\text{mA} \end{aligned}$$

Si es que se entrega esa corriente de base, el transistor operará al borde de saturación y circularán 188.9 mA por el relé. Si se entrega más corriente a la base, la corriente por el relé **no cambiará**, que es lo mismo que decir que el transistor estará saturado.

b) Se nos dice que utilicemos un factor de sobreexcitación de $f_{ovd} = 5$. Esto es, que se entregue 5 veces más corriente en la base que el mínimo necesario para operar. Luego, buscamos que la corriente en la base sea

$$I_B = 9.445\,\text{mA}$$

c) Para que circule dicha corriente en la base, asumiendo que $V_{BE} = 0.7\text{V}$, es necesario que

$$\begin{aligned} R_B &= \frac{V_I - V_{BE}}{I_B} \\ &= \frac{5\,\text{V} - 0.7\,\text{V}}{9.445\,\text{mA}} \\ &= 455.26\,\Omega \end{aligned}$$

Cuando un transistor se encuentra en saturación, se define lo que se llama β forzado o $\beta_{forzado}$. Este es un β falso, dado que el transistor no se encuentra operando en región activa, y está definido por el diseñador. Para nuestro caso,

$$\begin{aligned} \beta_{forzado} &= \frac{I_C}{I_B} \\ &= \frac{188.9\,\text{mA}}{9.445\,\text{mA}} \\ &= 20 \end{aligned}$$

o lo que es lo mismo

$$\begin{aligned} \beta_{forzado} &= \frac{\beta}{f_{ovd}} \\ &= \frac{100}{5} \\ &= 20 \end{aligned}$$

d) La potencia disipada por el BJT viene dada por

$$\begin{aligned} P &= I_B \cdot V_{BE} + I_C \cdot V_{CEsat} \\ &= 25.5\,\text{mW} \end{aligned}$$

4. En la figura 4 se muestra el esquemático para la red de polarización del enunciado, donde $R_C = 4\,\text{k}\Omega$ y $R_E = 1\,\text{k}\Omega$.

Si la corriente en el colector es de 1 mA, luego la corriente en el emisor debe ser de

$$I_E = \left(\frac{\beta + 1}{\beta}\right) I_C = 1.01\,\text{mA}$$

Con dicha corriente, el voltaje en el emisor es $V_E = I_E R_E = 1.01\,\text{V}$. El voltaje en la base es entonces

$$V_B = V_{BE} + V_E = 1.71\,\text{V}$$

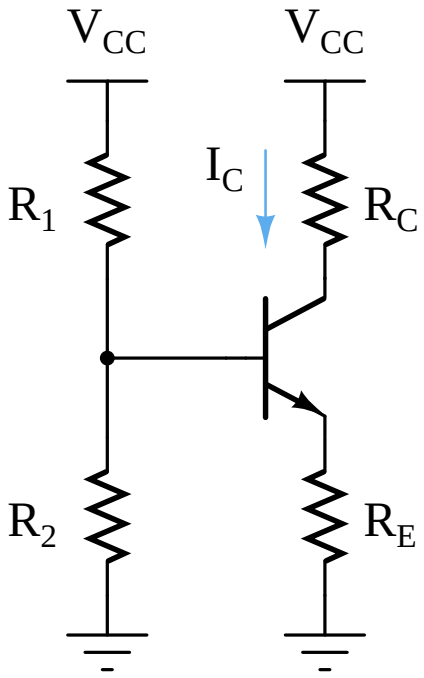


Figura 4: Esquemático de la red de polarización.

Ahora debemos encontrar los valores de R_1 y R_2. Primero, consideremos la corriente en la base

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = 10\,\mu\text{A}$$

Esta corriente puede ser despreciable o no, dependiendo de la corriente que circule por R_1 y R_2, que se define junto con la elección de estos parámetros. Si se elige que circule una corriente grande de manera que I_B sea despreciable, entonces es posible considerar que se forma un divisor de tensión en el nodo de base. Si la corriente no es despreciable, hacer esta simplificación es incorrecto, y debe tomarse en consideración el efecto de la corriente de base.

Para el análisis, tomaremos en consideración el efecto de la corriente de base. Para este caso, planteamos la siguiente ecuación en el nodo de base

$$\frac{V_{CC} - V_B}{R_1} = \frac{V_B}{R_2} + \underbrace{I_B}_{10\,\mu\text{A}}$$

Dado que este es un problema de diseño, esta ecuación tiene un grado de libertad y no una solución única. Planteamos la condición arbitraria $R_1 \| R_2 = 100\,\text{k}\Omega$, y obtenemos $R_1 = 332.1\,\text{k}\Omega$ y $R_2 = 143.08\,\text{k}\Omega$. Para estos valores, la corriente que circula por R_1 es de $I_1 = 21.95\,\mu\text{A}$.

Otra manera de analizar este ejercicio es utilizando el equivalente de Thévenin que se muestra en la figura 5, conveniente para este tipo de circuitos.

Para el esquema equivalente de la figura 5 se tiene:

$$V_{BB} = V_{CC} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right), \quad R_B = R_1 \| R_2$$

Si se reemplaza este equivalente de Thévenin en el esquema del problema se obtiene el circuito que se muestra en la figura 6.

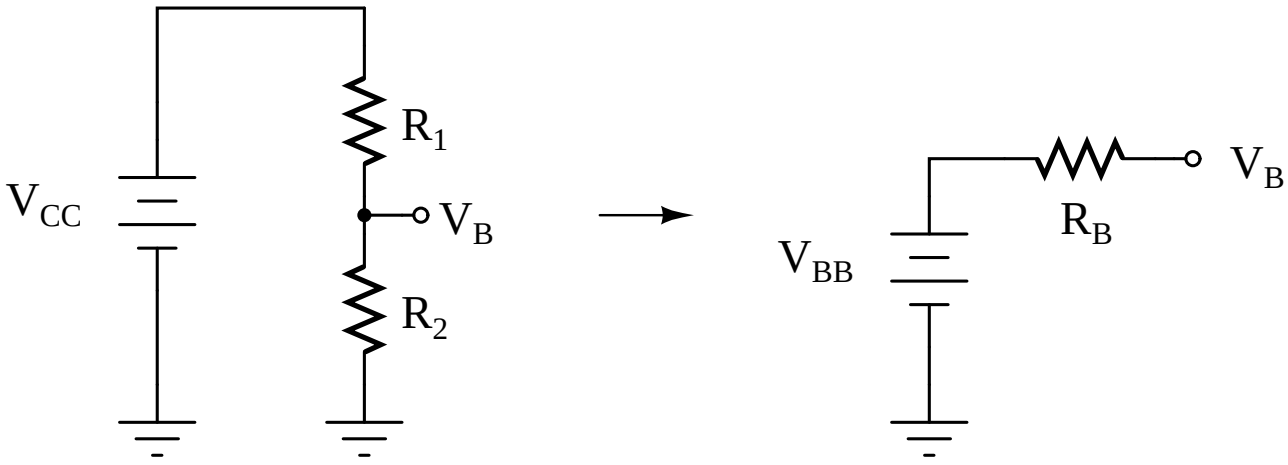


Figura 5: Equivalente de Thévenin.

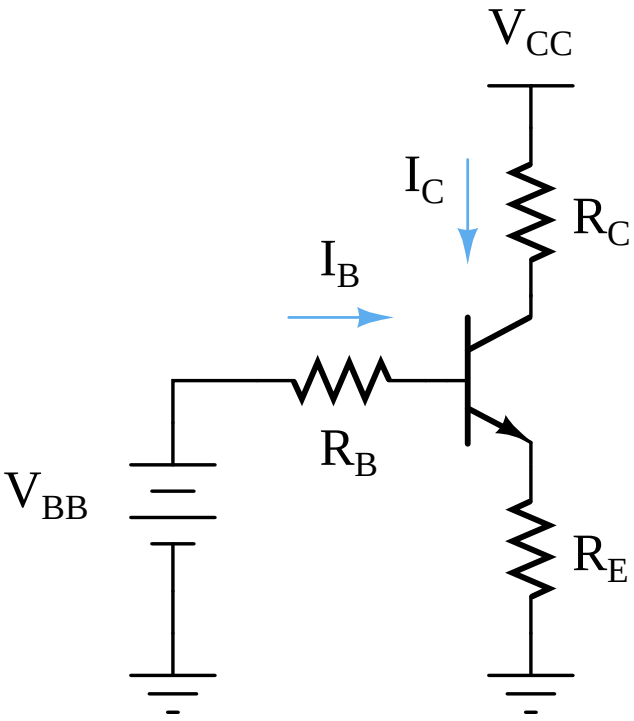


Figura 6: Circuito al reemplazar el equivalente de Thévenin.

La corriente de base es claramente

$$I_B = \frac{V_{BB} - V_B}{R_B}$$

$$I_B = \frac{V_{CC} \cdot \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right) - V_B}{R_1 \| R_2}$$

$$\underbrace{I_B}_{10\,\mu\text{A}} = \frac{V_{CC} \cdot \left(\frac{R_1 \| R_2}{R_1}\right) - V_B}{R_1 \| R_2}$$

De esta última expresión, si fijamos la condición arbitraria $R_1 \| R_2 = 100\,\text{k}\Omega$, se despeja inmediatamente

$R_1 = 332.1\,\text{k}\Omega$, y consecuentemente se despeja también $R_2 = 143.08\,\text{k}\Omega$.

Ahora calculamos los parámetros para el análisis en pequeña señal. Recordamos que

$$g_m = \frac{I_C}{V_T}, \quad r_e = \frac{\alpha}{g_m}, \quad r_\pi = \frac{\beta}{g_m}$$

La transconductancia es

$$g_m = \frac{1\,\text{mA}}{25\,\text{mV}} = 0.04\,\text{S}$$

y consecuentemente

$$r_e = 24.75\,\Omega, \quad r_\pi = 2.5\,\text{k}\Omega$$

5. a) En la figura 7 se muestra el esquema del amplificador del problema, con la entrada acoplada capacitivamente.

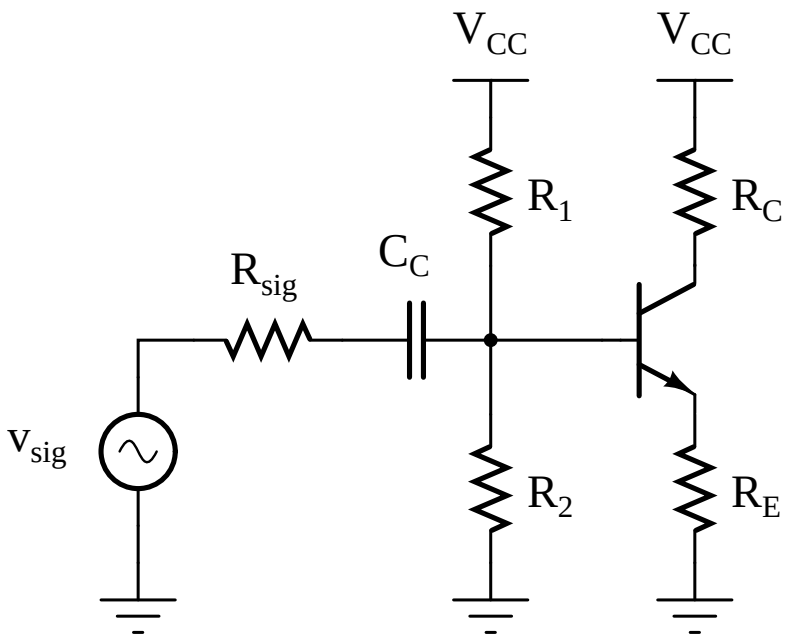


Figura 7: Esquemático del amplificador.

En la figura 8 se muestra el esquemático para análisis en pequeña señal del amplificador del problema. Se utilizó el modelo T como circuito equivalente para el BJT.

b) Analizamos el circuito para obtener lo solicitado:

- G_{meff}: Para encontrar la transconductancia efectiva debemos encontrar

$$G_{meff} = \frac{i_{cc}}{v_{sig}}$$

donde i_{cc} es la corriente de cortocircuito. Del esquemático de la figura 8, es claro que la corriente que circula si se cortocircuita la salida es $i_{cc} = -\alpha i_e$. Debemos entonces encontrar una expresión para $\alpha i_e = \beta i_b$.

Para encontrar una expresión para la corriente, reemplazamos el circuito conectado a la base por la resistencia equivalente vista en la base. En la figura 9 se muestra el esquema para calcular dicha resistencia equivalente.

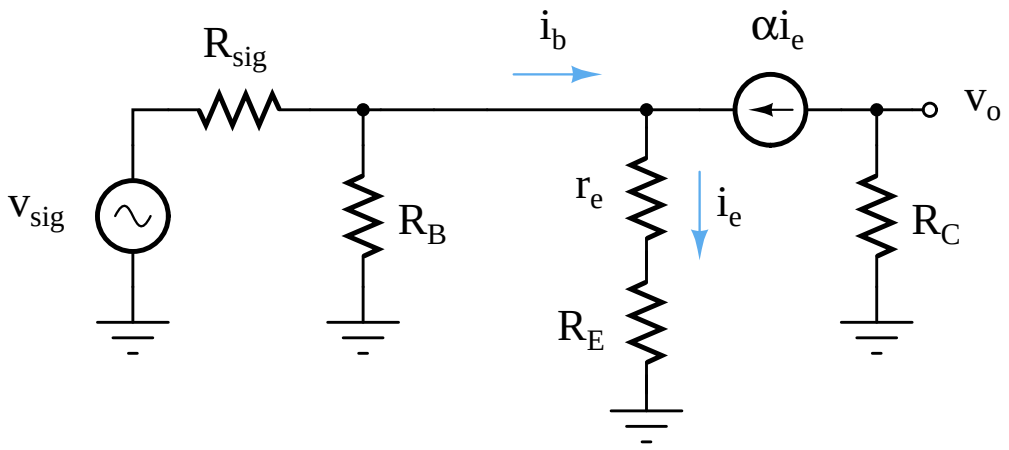


Figura 8: Esquemático para análisis en pequeña señal.

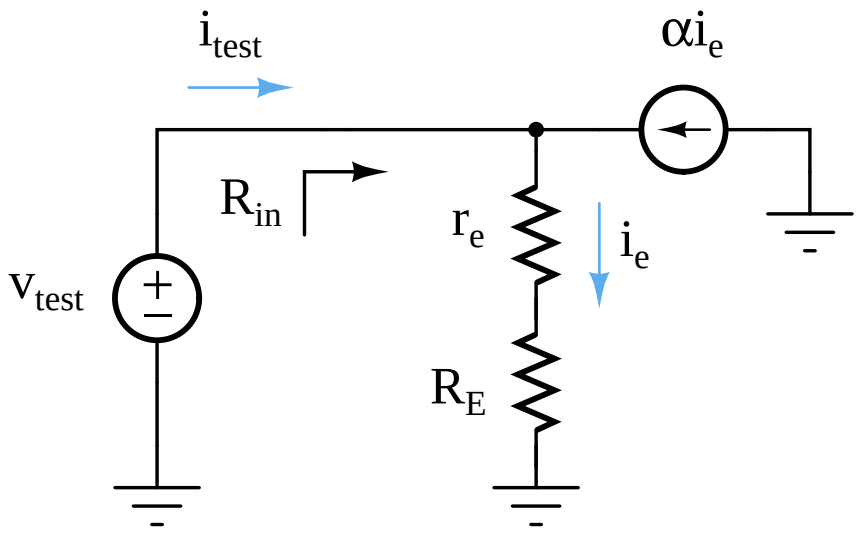


Figura 9: Resistencia equivalente vista hacia la base.

La corriente que entrega la fuente v_{test} es claramente

$$\begin{aligned} i_{test} &= (1-\alpha)i_e \\ &= \frac{i_e}{\beta+1} \end{aligned}$$

por su lado

$$i_e = \frac{v_{test}}{r_e + R_E}$$

Por lo tanto

$$R_{in} = \frac{v_{test}}{i_{test}}$$
$$R_{in} = \frac{v_{test}}{\frac{1}{\beta+1} \cdot \frac{v_{test}}{r_e+R_E}}$$
$$R_{in} = (\beta+1)(r_e+R_E)$$

En general, la resistencia vista hacia la base de un BJT en pequeña señal, es $\beta+1$ veces la resistencia del emisor. Esto se denomina reflejo de resistencias.
Volviendo al ejercicio, podemos dibujar ahora el esquemático como se ven en la figura 10, donde $R_B = R_1 \| R_2$.

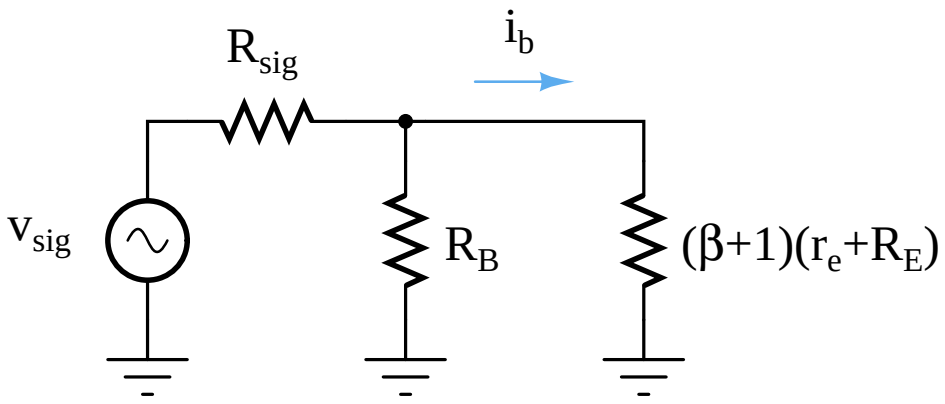


Figura 10: Reflejo de resistencias del emisor hacia la base.

Para obtener i_b, podemos primero obtener v_b mediante un divisor de tensión

$$v_b = \frac{R_B \| \left[(\beta+1)(r_e+R_E)\right]}{R_{sig} + R_B \| \left[(\beta+1)(r_e+R_E)\right]} \cdot v_{sig}$$

Llamamos

$$R'_E = (\beta+1)(r_e+R_E) \tag{1.0.1}$$

y también

$$R_{in} = (R_1 \| R_2) \| \left[(\beta+1)(r_e+R_E)\right] \tag{1.0.2}$$

La expresión (1.0.2) es justamente la resistencia de entrada del circuito.
La corriente i_b es entonces

$$i_b = \frac{R_{in}}{R_{sig}+R_{in}} \cdot v_{sig} \cdot \frac{1}{R'_E}$$

Por lo tanto, la corriente de cortocircuito $i_{cc} = -\beta i_b$ es

$$i_{cc} = -\frac{R_{in}}{R_{sig}+R_{in}} \cdot \frac{\beta}{R'_E} \cdot v_{sig}$$

y por lo tanto, el G_{meff} viene dado por

$$G_{meff} = -\frac{R_{in}}{R_{sig} + R_{in}} \cdot \frac{\beta}{R'_E}$$

$$G_{meff} = -\frac{R_{in}}{R_{sig} + R_{in}} \cdot \frac{\alpha}{r_e + R_E} \tag{1.0.3}$$

- R_{Out}: La resistencia de salida del circuito es

$$R_{Out} = R_C \tag{1.0.4}$$

que es la resistencia vista desde el colector.

c) La ganancia en pequeña señal viene dada por $A_v = G_{meff} R_{Out}$, luego

$$A_v = -\frac{R_{in}}{R_{sig} + R_{in}} \cdot \frac{\alpha R_C}{r_e + R_E} \tag{1.0.5}$$

Esta es una expresión de baja entropia, en la cual se distinguen claramente las pérdidas por inserción, la transconductancia y la resistencia de salida.
La expresión para la ganancia, reemplazando R_{in} es

$$A_v = -\frac{(R_1 \| R_2) \,\|\, [(\beta + 1)(r_e + R_E)]}{R_{sig} + (R_1 \| R_2) \,\|\, [(\beta + 1)(r_e + R_E)]} \cdot \frac{\alpha R_C}{r_e + R_E}$$

Si es válido asumir que $R_1 \| R_2 \gg (\beta + 1)(r_e + R_E)$, entonces la expresión se reduce a

$$A_v = -\frac{(\beta + 1)(r_e + R_E)}{R_{sig} + (\beta + 1)(r_e + R_E)} \cdot \frac{\alpha R_C}{r_e + R_E}$$

$$A_v = -\frac{\beta R_C}{R_{sig} + (\beta + 1)(r_e + R_E)} \tag{1.0.6}$$

Procedemos ahora a evaluar numéricamente las expresiones obtenidas. Primero, obtenemos el valor de R_{in}

$$\begin{aligned} R_{in} &= (R_1 \| R_2) \,\|\, [(\beta + 1)(r_e + R_E)] \\ &= 100\,\text{k}\Omega \| \,[(100 + 1)(24.75\,\Omega + 1\,\text{k}\Omega)] \\ &= 50.86\,\text{k}\Omega \end{aligned}$$

Luego la ganancia vale

$$\begin{aligned} A_v &= -\frac{R_{in}}{R_{sig} + R_{in}} \cdot \frac{\alpha R_C}{r_e + R_E} \\ &= -\frac{50.86\,\text{k}\Omega}{1\,\text{k}\Omega + 50.86\,\text{k}\Omega} \cdot \frac{\frac{100}{101} \cdot 4\,\text{k}\Omega}{24.75\,\Omega + 1\,\text{k}\Omega} \\ &= -3.79\ \left[\frac{\text{V}}{\text{V}}\right] \end{aligned}$$

6. El circuito resultante para este problema, con la inclusión del capacitor de bypass, es el que se muestra en la figura 11.

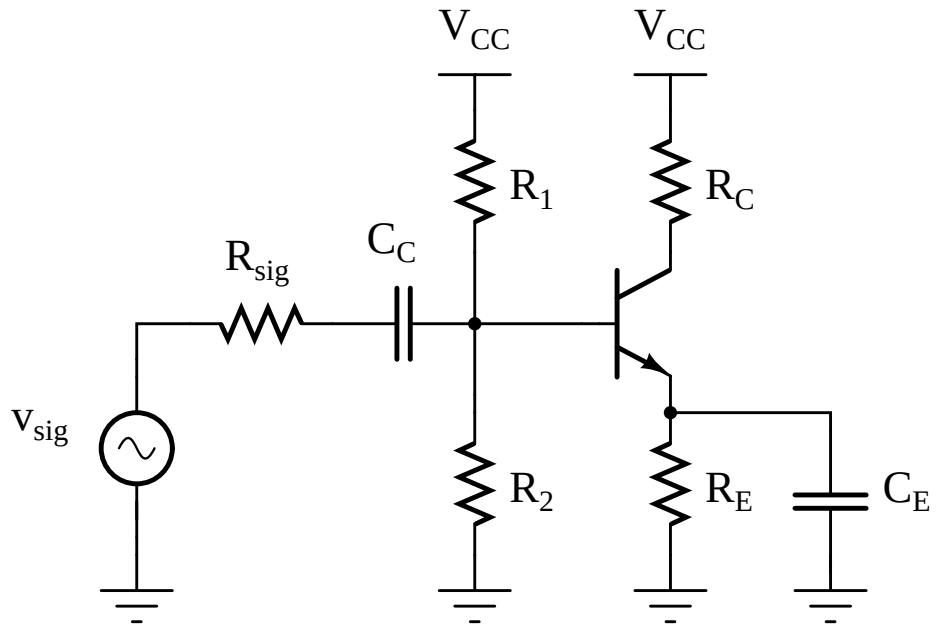


Figura 11: Esquemático del amplificador.

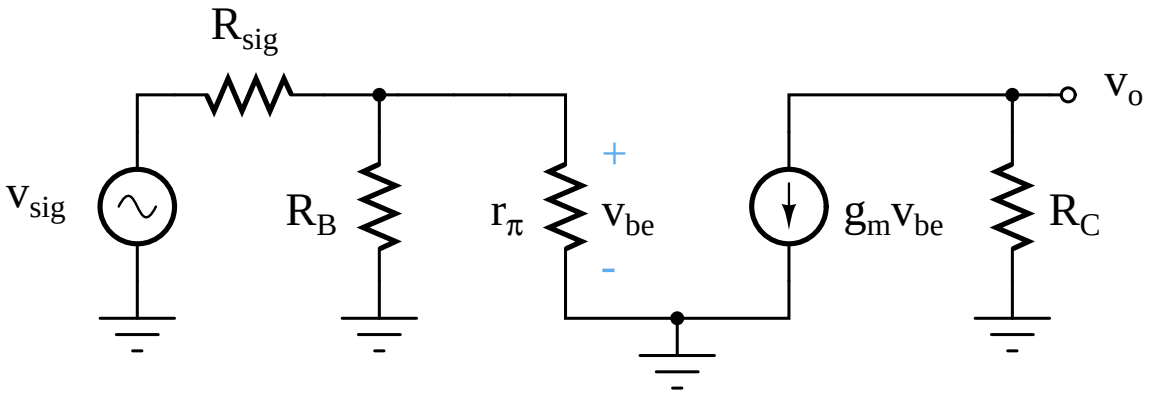


Figura 12: Esquemático del amplificador.

a) El circuito equivalente en pequeña señal se muestra en la figura 12. Se utilizó el modelo π como circuito equivalente para el BJT.

b) Analizamos el circuito para obtener lo solicitado:

- G_{meff}: De la figura 12, es claro que la corriente que circula si se cortocircuita la salida es $i_{cc} = -g_m v_{be}$. El voltaje v_{be} viene dado por el siguiente divisor de tensión

$$v_{be} = \frac{R_B \| r_\pi}{R_{sig} + R_B \| r_\pi} \cdot v_{sig}$$

Por lo tanto

$$G_{meff} = -\left(\frac{R_B \| r_\pi}{R_{sig} + R_B \| r_\pi}\right) g_m \tag{1.0.7}$$

- R_{Out}: La resistencia de salida del circuito es

$$R_{Out} = R_C \tag{1.0.8}$$

que es la resistencia vista desde el colector.

c) La ganancia en pequeña señal viene dada por $A_v = G_{meff} R_{Out}$, luego

$$A_v = -\left(\frac{R_B \| r_\pi}{R_{sig} + R_B \| r_\pi}\right) g_m R_C \tag{1.0.9}$$

Es claro que la resistencia de entrada del circuito es

$$R_{in} = R_B \| r_\pi \tag{1.0.10}$$

o equivalentemente

$$R_{in} = (R_1 \| R_2) \,\|\, (\beta + 1)\, r_e \tag{1.0.11}$$

Luego la ganancia se puede escribir

$$A_v = -\left(\frac{R_{in}}{R_{sig} + R_{in}}\right) g_m R_C$$

$$A_v = -\left(\frac{R_{in}}{R_{sig} + R_{in}}\right) \frac{\alpha R_C}{r_e} \tag{1.0.12}$$

Por su lado, la expresión para la ganancia obtenida en el problema anterior, que incluye el efecto de la resistencia de degeneración en pequeña señal, es:

$$A_{v2} = -\left(\frac{R_{in2}}{R_{sig} + R_{in2}}\right) \frac{\alpha R_C}{r_e + R_E} \tag{1.0.13}$$

donde

$$R_{in2} = (R_1 \| R_2) \,\|\, [(\beta + 1)\,(r_e + R_E)] \tag{1.0.14}$$

Vemos entonces que en ambos casos hay pérdidas por inserción, debido a la resistencia de entrada finita de la base, pero la resistencia de entrada (1.0.14), del circuito sin capacitor de bypass, es mayor. Por otro lado, la expresión de la ganancia (sin considerar las pérdidas por inserción), es muy similar, con la diferencia que la ganancia sin el capacitor de bypass es menor en un factor de $\dfrac{r_e}{r_e + R_e} \approx \dfrac{r_e}{R_E}$, dado que usualmente $R_E \gg r_e$.

Procedemos ahora a evaluar numéricamente las expresiones obtenidas. Recordamos que:

$$g_m = 0.04\,\text{S}, \quad r_\pi = 2.5\,\text{k}\Omega$$

Luego, la ganancia vale

$$\begin{aligned} A_v &= -\left(\frac{R_B \| r_\pi}{R_{sig} + R_B \| r_\pi}\right) g_m R_C \\ &= -\left(\frac{100\,\text{k}\Omega \| 2.5\,\text{k}\Omega}{1\,\text{k}\Omega + 100\,\text{k}\Omega \| 2.5\,\text{k}\Omega}\right) \cdot 0.04\,\text{S} \cdot 4\,\text{k}\Omega \\ &= -113.48\ \left[\frac{\text{V}}{\text{V}}\right] \end{aligned}$$

7. Para el problema 4 simulamos lo siguiente:

```
* Simulación DC
Rc1 Vdd Vc1 4k
Re1 Ve1 0 1k
R11 Vdd Vb1 332.1k
R12 Vb1 0 143.08k
Vdd Vdd 0 9
Q1 Vc1 Vb1 Ve1 0 2N2222-100
.op
.lib 2N2222-100.lib
.end
```

El resultado del `.op` incluye los siguientes parámetros para el BJT, que se puede observar presionando `Ctrl+L` en LTspice para acceder el *Error Log* luego de simular:

$$I_C = 1.04\,\text{mA}$$
$$I_B = 10.1\,\mu\text{A}$$
$$g_m = 40\,\text{mS}$$
$$r_\pi = 2.56\,\text{k}\Omega$$

El valor de r_e no aparece explícito, pero puede ser calculado a partir de los demás y produce un valor razonablemente cercano. Las diferencias con los valores calculados en la 4 pueden ser explicadas debido al cálculo para β que hace SPICE, que produce un β un 3 % mayor de lo esperado en este caso. También podríamos ajustar β para que el valor calculado por SPICE nos dé exactamente 100.

En el problema 5 se pide G_{meff}, R_{out} y la ganancia de pequeña señal. Una opción para calcular G_{meff} es cortocircuitar el nodo de salida a tierra en AC, pero no hacer ningún cambio en DC. Para ello simplemente lo cortocircuitamos con una fuente DC ideal del mismo voltaje de ese nodo. Luego hacemos un análisis de función de transferencia. Repetimos el análisis con la salida en circuito abierto, lo cual nos permite obtener R_{out} y la ganancia.

Los resultados de las simulaciones son:

$$G_{meff} = 0.95\,\text{mS}$$
$$R_{out} = 3.99\,\text{k}\Omega$$
$$A_V = -3.78\,[\text{V/V}]$$

Los resultados son consistentes con los cálculos del problema 5. Para el cálculo de la ganancia también podemos hacer una simulación `.ac`.

Finalmente repetimos el procedimiento para el problema 6, esta vez con un capacitor de bypass en paralelo con la resistencia de degeneración. Para realizar la simulación de función de transferencia, establecemos los niveles DC de emisor y colector usando fuentes de voltaje ideales. Los resultados de las simulaciones son:

$$G_{meff} = 28.3\,\text{mS}$$
$$R_{out} = 3.85\,\text{k}\Omega$$
$$A_V = -108.8\,[\text{V/V}]$$

Los resultados para G_{meff} consideran la razón entre la corriente de salida de cortocircuito y la señal de entrada, y por lo tanto, consideran la red de atenuación en la entrada. Finalmente, también es posible hacer una simulación `.ac` para comprobar la ganancia.

8. a) Al observar el circuito del problema, es posible distinguir tres etapas, cada una con un BJT. Dado que hay capacitores de acoplamiento entre las distintas etapas, que se comportan como circuitos abiertos en DC, se puede analizar la polarización de cada una de las etapas de manera independiente.

   Para analizar en DC las distintas etapas del circuito, es útil tener en consideración el equivalente de Thévenin de la figura 5, presentado en la solución del problema anterior. Este circuito equivalente puede reemplazar, en el análisis, el divisor de tensión que polariza la base de los transistores.

   - **Etapa CE con NPN (transistor Q_1)**: En la figura 13 de la izquierda se muestra el circuito a analizar, mientras que a la derecha se muestra un circuito equivalente reemplazando el divisor de la base por su equivalente de Thévenin.

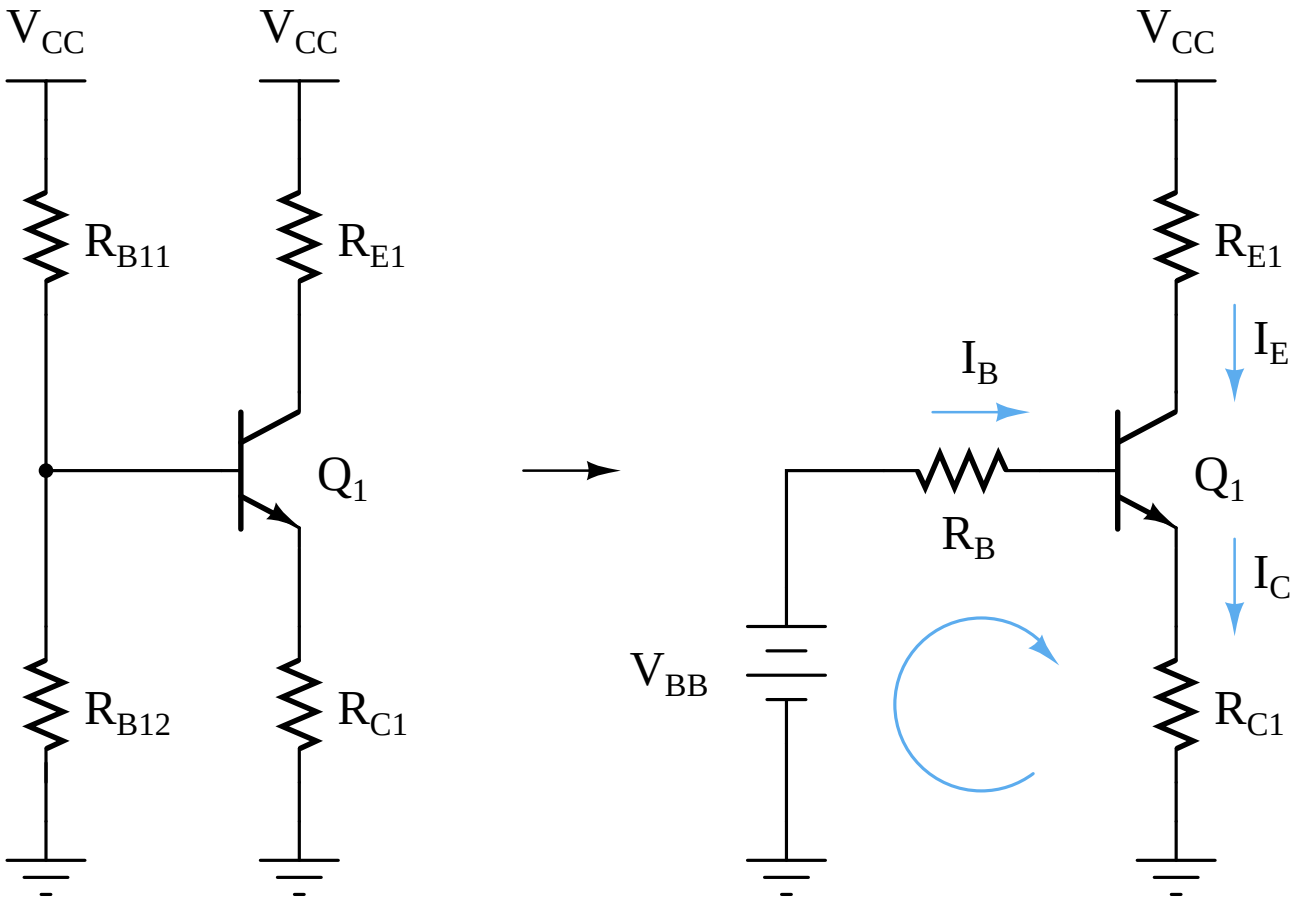


Figura 13: Circuitos para análisis DC de la primera etapa.

Para el circuito de la 13 (derecha), podemos plantear la siguiente ecuación de malla

$$V_{BB1} - I_B R_{B1} - V_{BE} - I_E R_{E1} = 0$$

Recordando que $I_E = (\beta + 1)\, I_B$, es posible puede despejar I_B

$$I_B = \frac{V_{BB1} - V_{BE}}{R_{B1} + (\beta + 1)\, R_{E1}}$$

donde

$$V_{BB1} = \left(\frac{R_{B12}}{R_{B11} + R_{B12}} \right) V_{CC}, \quad R_{B1} = R_{B11} \| R_{B12}$$

Evaluando se obtiene

$$I_B = 6.6\,\mu\text{A}$$

Conociendo I_B, es posible despejar todos los demás valores de polarización, considerando que

$$I_E = (\beta + 1)\, I_B$$

$$I_C = \beta I_B$$

$$V_E = I_E R_{E1}$$

$$V_C = V_{CC} - I_C R_{C1}$$

$$V_B = V_E + V_{BE}$$

Los resultados numéricos de polarización se resumen en la tabla 1.

Tabla 1: Voltajes y corrientes de polarización para el transistor Q_1

Voltaje		Corriente	
V_B	4.59 V	I_B	6.6 μA
V_C	8.27 V	I_C	989.6 μA
V_E	3.89 V	I_E	996.18 μA

Claramente, el transistor Q_1 opera en **zona activa**, dado que $V_{BC} < 0$ y $V_{BE} > 0$, por lo que las uniones están correctamente polarizadas.

- **Etapa CE con PNP (transistor Q_2)**: Este circuito es análogo al de la primera etapa, con la diferencia que el transistor empleado es un PNP. En la figura 14 se muestran los circuitos para el análisis DC de esta etapa. Recordar que para los PNP, V_{EB} es positivo, luego $V_{EB} = 0.7$ V. Para el circuito de la figura 14 (derecha), es posible plantear la siguiente ecuación de malla

$$V_{CC} - I_E R_{E2} - V_{EB} - I_B R_{B2} - V_{BB2} = 0$$

Recordando que $I_E = (\beta + 1)\, I_B$, es posible puede despejar I_B

$$I_B = \frac{(V_{CC} - V_{BB2}) - V_{EB}}{R_{B2} + (\beta + 1)\, R_{E2}}$$

donde

$$V_{BB2} = \left(\frac{R_{B22}}{R_{B21} + R_{B22}}\right) V_{CC}, \quad R_{B2} = R_{B21} \| R_{B22}$$

Evaluando se obtiene

$$I_B = 6.6\,\mu\text{A}$$

Conociendo I_B, es posible despejar todos los demás valores de polarización, considerando que

$$I_E = (\beta + 1)\, I_B$$

$$I_C = \beta I_B$$

$$V_E = V_{CC} - I_E R_{E2}$$

$$V_C = I_C R_{C2}$$

$$V_B = V_E - V_{EB}$$

Los resultados numéricos de polarización se resumen en la tabla 2.
Claramente, el transistor Q_2 opera en **zona activa**, dado que $V_{BC} > 0$ y $V_{BE} < 0$, por lo que las uniones están correctamente polarizadas.

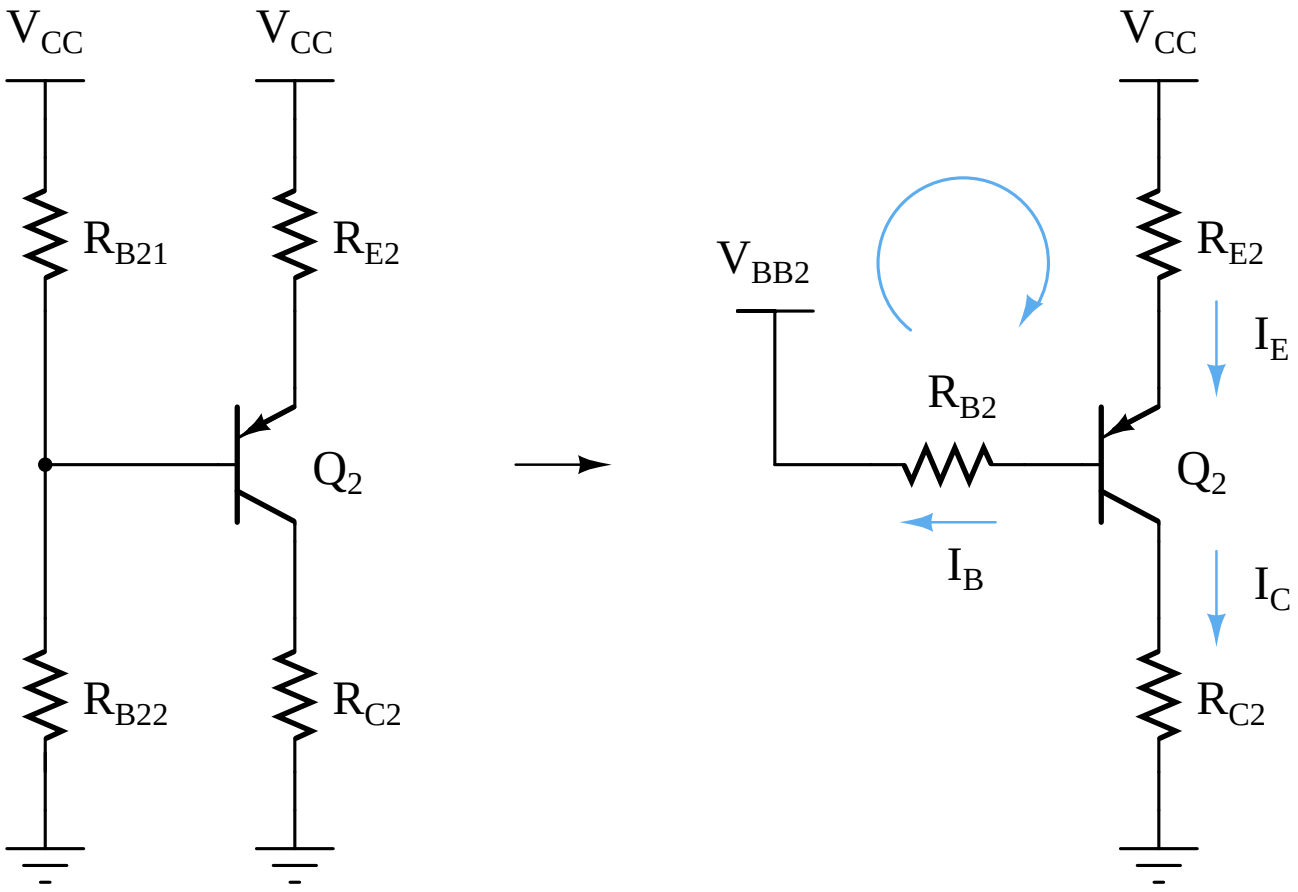


Figura 14: Circuitos para análisis DC de la segunda etapa.

Tabla 2: Voltajes y corrientes de polarización para el transistor Q_2

Voltaje		Corriente	
V_B	10.41 V	I_B	6.6 μA
V_C	6.73 V	I_C	989.6 μA
V_E	11.11 V	I_E	996.18 μA

- **Etapa CC con NPN (transistor Q_3)**: En la figura 15 se muestran los circuitos para análisis DC de la tercera etapa del amplificador. El análisis de estos circuitos es análogo al de las etapas anteriores.
  La corriente en la base del transistor Q_3 viene dada por

$$I_B = \frac{V_{BB3} - V_{BE}}{R_{B3} + (\beta + 1)\, R_{E3}}$$

  donde

$$V_{BB3} = \left(\frac{R_{B32}}{R_{B31} + R_{B32}}\right) V_{CC}, \quad R_{B3} = R_{B31} \| R_{B32}$$

  Conociendo I_B es posible despejar los distintos valores de polarización, considerando que

$$I_E = (\beta + 1)\, I_B$$

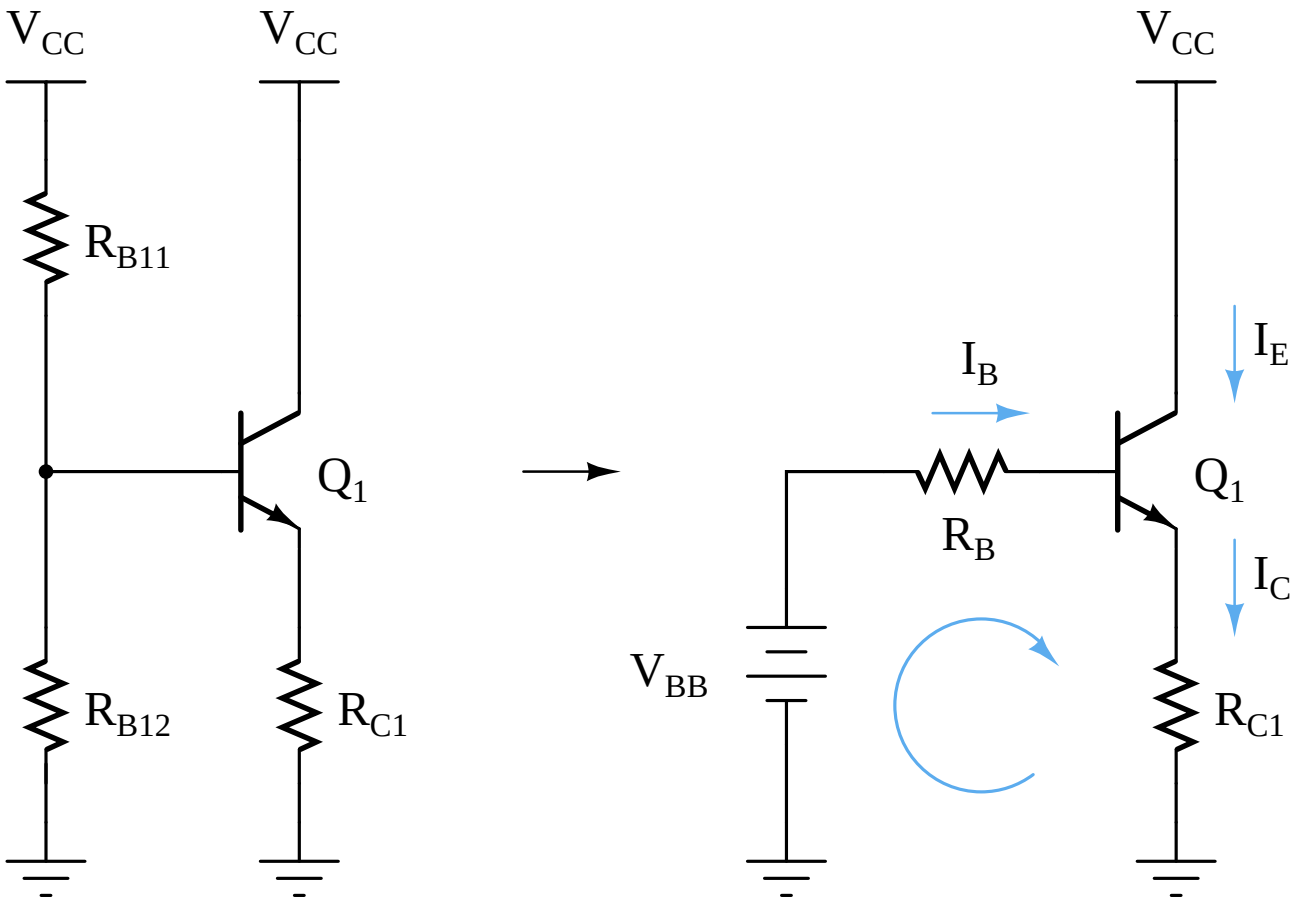


Figura 15: Circuitos para análisis DC de la tercera etapa.

$$I_C = \beta I_B$$
$$V_E = I_E R_{E3}$$
$$V_C = V_{CC}$$
$$V_B = V_E + V_{BE}$$

Los resultados numéricos de polarización se resumen en la tabla 3. El transistor opera en región activa.

Tabla 3: Voltajes y corrientes de polarización para el transistor Q_3

Voltaje		Corriente	
V_B	7.08 V	I_B	21.1 μA
V_C	15 V	I_C	3.17 mA
V_E	6.38 V	I_E	3.19 mA

b) Recordamos que

$$g_m = \frac{I_C}{V_T}, \quad r_o = \frac{|V_A|}{I_C}, \quad r_e = \frac{\alpha}{g_m}, \quad r_\pi = \frac{\beta}{g_m}$$

Por lo que basta evaluar para obtener lo solicitado. En la tabla 4 se resumen los valores pedidos.

Tabla 4: Transconductancia y resistencias para cada transistor

	Q_1	Q_2	Q_3
g_m	39.58 mS	39.58 mS	126.7 mS
r_e	25.09 Ω	25.09 Ω	7.83 Ω
r_π	3.79 kΩ	3.79 kΩ	1.18 kΩ
r_o	202.1 kΩ	202.1 kΩ	63.1 kΩ

c) Para reducir (¡algo!) la notación, denominaremos

$$\begin{aligned} R_{BB2} &= R_{B2} \| R_{C1} \\ &= R_{B21} \| R_{B22} \| R_{C1} \end{aligned}$$

y también

$$\begin{aligned} R_{BB3} &= R_{B3} \| R_{C2} \\ &= R_{B31} \| R_{B32} \| R_{C2} \end{aligned}$$

En la figura 16 se muestra el circuito equivalente en pequeña señal para el amplificador completo. Recordar que los capacitores de bypass llevan el nodo a tierra en pequeña señal.

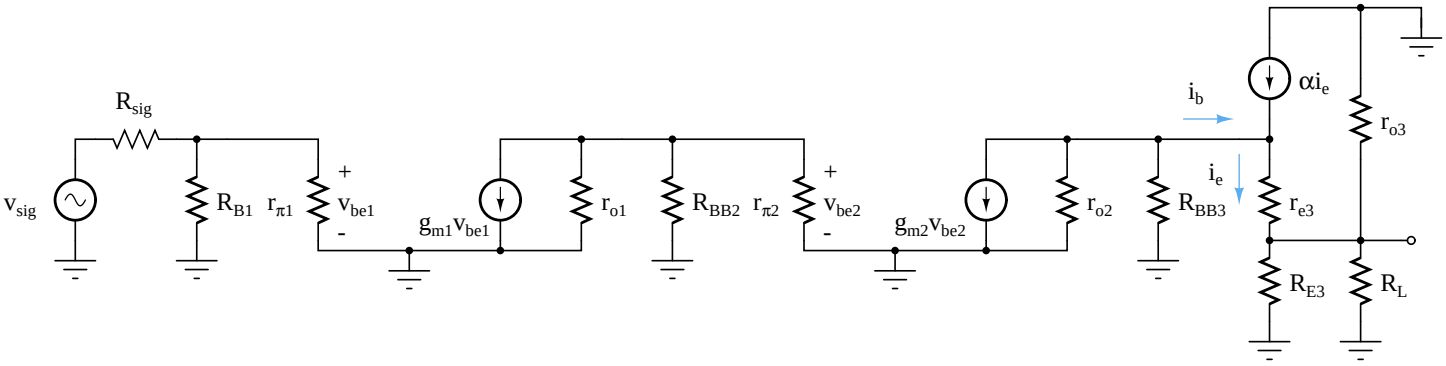


Figura 16: Circuito equivalente en pequeña señal.

Un comentario importante: notar que el modelo equivalente en pequeña señal para el transistor PNP es **exactamente el mismo** que para el transistor NPN. La polaridad de la fuente de corriente no cambia. Ojo, eso si, con la ubicación de los terminales en la etapa basada en PNP.

d) Al observar la figura 16, es posible observar que muchos de los resistores aparecen en paralelo, por lo que el tamaño del circuito se reduce considerablemente.

En primer lugar, consideremos para el análisis la sección del circuito de la figura 17.

De la figura, es claro que el voltaje v_{be1} viene definido por un divisor de tensión

$$v_{be1} = \left(\frac{R_{B1} \| r_{\pi 1}}{R_{sig} + R_{B1} \| r_{\pi 1}} \right) v_{sig} \tag{1.0.15}$$

La resistencia $r_{\pi 1}$ representa la resistencia de entrada vista hacia el transistor Q_1, por lo que $R_{B1} \| r_{\pi 1}$ corresponde a la resistencia de entrada vista hacia la primera etapa del amplificador. Luego, el factor

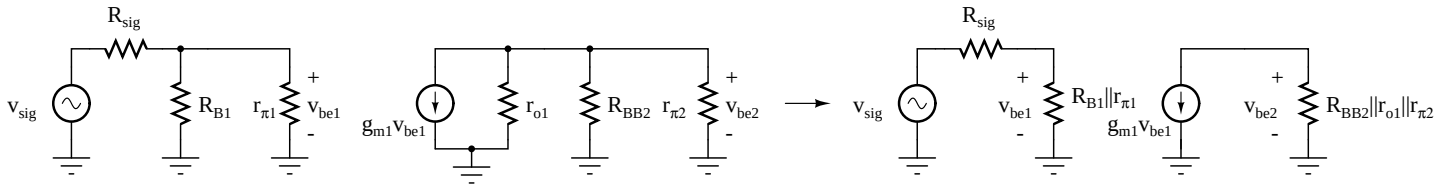


Figura 17: Subcircuito parcial para análisis.

que multiplica a v_{sig} en la ecuación (1.0.15), es a una atenuación correspondiente a pérdidas por inserción.

Por otro lado, el voltaje v_{be2} se obtiene de manera inmediata de la figura 17

$$v_{be2} = -g_{m1}\left(R_{BB2} \| r_{o1} \| r_{\pi 2}\right) v_{be1} \tag{1.0.16}$$

Consideremos ahora la otra sección del circuito que queda por analizar. En la figura 18 se muestra el circuito restante, y una simplificación del mismo que se obtiene al agrupar resistores en paralelo.

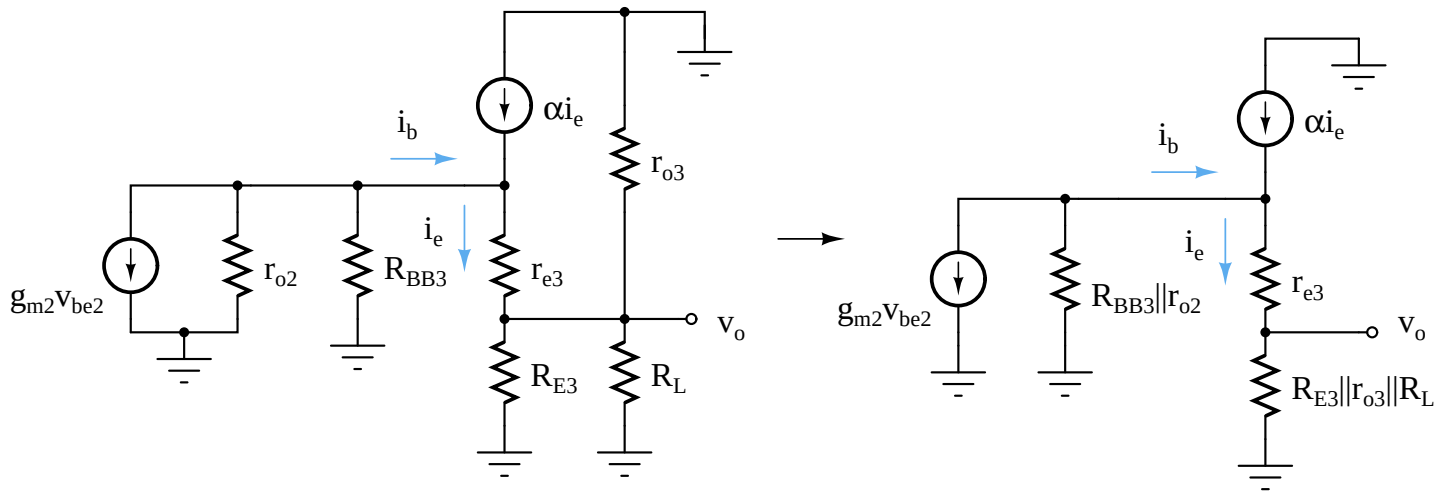


Figura 18: Subcircuito parcial para análisis.

Es posible simplificar el esquema de la figura 18 reflejando las resistencias del emisor a la base. El circuito resultante se muestra en la figura 18.

Notar que el voltaje v_o **no cambia** (si no está convencido, analice la caída de voltaje entre el emisor y la salida en ambos casos). Obtener el voltaje v_o a partir de la figura 19 es sencillo: una alternativa es la que se presenta en la figura 20, donde se hace una transformación de Norton a Thévenin.

De la figura 20 de la derecha, es claro que el voltaje v_o viene dado por un divisor de voltaje, según la relación

$$\begin{aligned} v_o = &\left(\frac{(\beta+1)\left(R_{E3} \| r_{o3} \| R_L\right)}{\left[R_{BB3} \| r_{o2} + (\beta+1)\, r_{e3}\right] + (\beta+1)\left(R_{E3} \| r_{o3} \| R_L\right)} \right) \\ &\times \left[-g_{m2} v_{be2} (R_{BB3} \| r_{o2})\right] \end{aligned}$$

$$v_o = -g_{m2} \left(\frac{(R_{BB3} \| r_{o2}) \cdot \left[(\beta+1)\left(R_{E3} \| r_{o3} \| R_L\right)\right]}{R_{BB3} \| r_{o2} + (\beta+1)\left(r_{e3} + R_{E3} \| r_{o3} \| R_L\right)} \right) \cdot v_{be2} \tag{1.0.17}$$

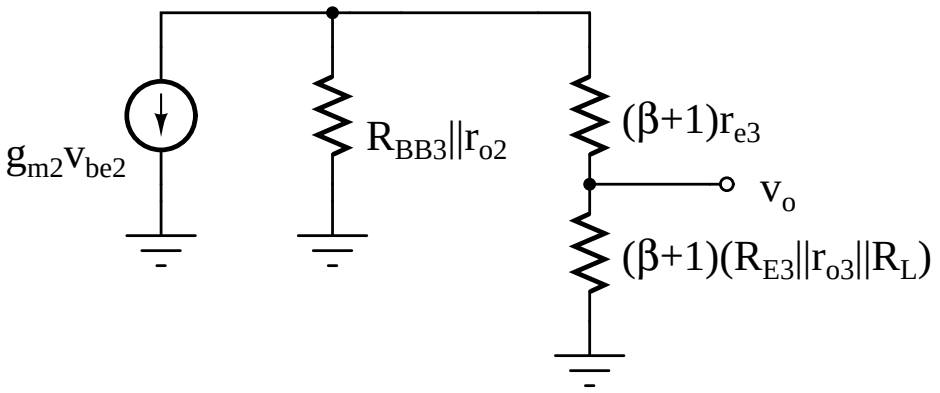


Figura 19: Reflejo de resistencias.

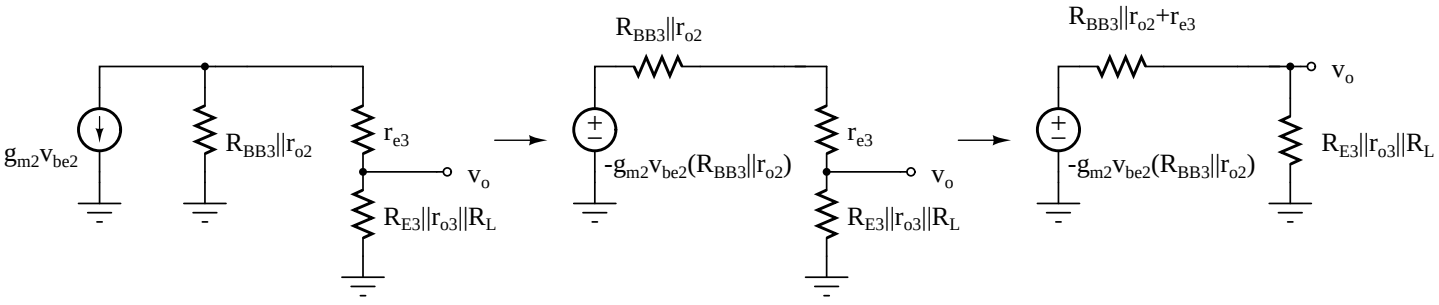


Figura 20: Simplificación del circuito.

Juntando las expresiones (1.0.15), (1.0.16) y (1.0.17), obtenemos

$$\begin{aligned} v_o = &\left(\frac{R_{B1}\|r_{\pi 1}}{R_{sig}+R_{B1}\|r_{\pi 1}}\right)\left[-g_{m1}\left(R_{BB2}\|r_{o1}\|r_{\pi 2}\right)\right] \\ &\times\left[-g_{m2}\left(\frac{\left(R_{BB3}\|r_{o2}\right)\cdot\left[\left(\beta+1\right)\left(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)\right]}{R_{BB3}\|r_{o2}+\left(\beta+1\right)\left(r_{e3}+R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)}\right)\right]\cdot v_{sig} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la ganancia total del circuito viene dada por

$$\begin{aligned} A_v = &\underbrace{\left(\frac{R_{B1}\|r_{\pi 1}}{R_{sig}+R_{B1}\|r_{\pi 1}}\right)}_{\text{(I)}}\underbrace{\left[g_{m1}\left(R_{BB2}\|r_{o1}\|r_{\pi 2}\right)\right]}_{\text{(II)}} \\ &\times\underbrace{\left[g_{m2}\left(\frac{\left(R_{BB3}\|r_{o2}\right)\cdot\left[\left(\beta+1\right)\left(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)\right]}{R_{BB3}\|r_{o2}+\left(\beta+1\right)\left(r_{e3}+R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)}\right)\right]}_{\text{(III)}} \end{aligned} \tag{1.0.18}$$

La ganancia ha sido agrupada en tres términos, cuyos significados son

(I) Este término representa las pérdidas por inserción por la resistencia de entrada finita de la primera etapa del circuito. La resistencia vista hacia la primera etapa es claramente

$$R_{in1} = R_{B1}\|r_{\pi 1} = R_{B1}\|(\beta+1)r_{e1}$$

(II) Este término representa la ganancia de la primera etapa de amplificación del circuito (etapa CE, transistor Q_1). La resistencia de salida vista por dicha etapa corresponde al paralelo entre

la resistencia de salida finita del transistor r_{o1}, y la resistencia de entrada de la segunda etapa de amplificación $R_{BB2}\|r_{\pi 2}$. Es claro que

$$R_{in2} = R_{BB2}\|r_{\pi 2} = R_{BB2}\|(\beta+1)r_{e2}$$

(III) Este término representa la ganancia de la segunda etapa de amplificación (etapa CE, transistor Q_2), en conjunto con el efecto del seguidor de voltaje de salida (etapa CC, transistor Q_3). Para obtener un mejor entendimiento del efecto de la etapa de salida, consideremos que $R_{E3}\|r_{o3}\|R_L \gg r_{e3}$. Bajo estas condiciones, el término (III) queda

$$g_{m2}\left(\frac{(R_{BB3}\|r_{o2})\cdot\left[(\beta+1)\left(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)\right]}{R_{BB3}\|r_{o2}+(\beta+1)\left(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)}\right) = g_{m2}\left(R_{BB3}\|r_{o2}\|\left[(\beta+1)\left(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)\right]\right)$$

Es decir, en paralelo a $R_{BB3}\|r_{o2}$, que es la resistencia de salida mirando desde la salida de la segunda etapa de amplificación, aparece una versión amplificada en $\beta+1$ de la resistencia total del emisor $R_{E3}\|r_{o3}\|R_L$. De esta manera amplifica la resistencia de carga aparente y disminuye las pérdidas por cargar la salida. En el límite, para un $(\beta+1)\left(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)$ muy grande, el término (III) queda

$$g_{m2}(R_{BB3}\|r_{o2})$$

que es la magnitud de la ganancia de la segunda etapa en circuito abierto. Esto es totalmente análogo a agrupar el término de la siguiente manera

$$\underbrace{g_{m2}(R_{BB3}\|r_{o2})}_{\substack{\text{Magnitud de la ganancia}\\ \text{de la segunda etapa en}\\ \text{circuito abierto}}}\underbrace{\left(\frac{(\beta+1)\left(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)}{R_{BB3}\|r_{o2}+(\beta+1)\left(r_{e3}+R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)}\right)}_{\substack{\text{Pérdidas por inserción por la resistencia}\\ \text{de entrada finita vista hacia la etapa de salida}}}$$

e) Encuentre R_{in} y R_{out}.

- R_{in}: Para obtener la resistencia de entrada del circuito (resistencia de entrada de la primera etapa), conectamos una fuente de voltaje de prueba a la entrada y encontramos $R_{in} = \frac{v_{test}}{i_{test}}$. De la figura 21, claramente

$$R_{in} = R_{B1}\|r_{\pi 1}$$

o, lo que es lo mismo

$$R_{in} = R_{B1}\|(\beta+1)r_{e1}$$

- R_{out}: Para obtener la resistencia de salida, consideremos el circuito de la figura 22.
Aplicando el reflejo de resistencias de la base al emisor, el circuito de la figura 22 se reduce al circuito de la figura 23.
A partir de dicho circuito, es claro que R_{out} viene dado por

$$R_{out} = R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\|\left(r_{e3}+\frac{R_{BB3}\|r_{o2}}{\beta+1}\right)$$

o, lo que es lo mismo

$$R_{out} = \frac{1}{\beta+1}\cdot\left[(\beta+1)(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L)\right]\|\left[(\beta+1)r_{e3}+R_{BB3}\|r_{o2}\right]$$

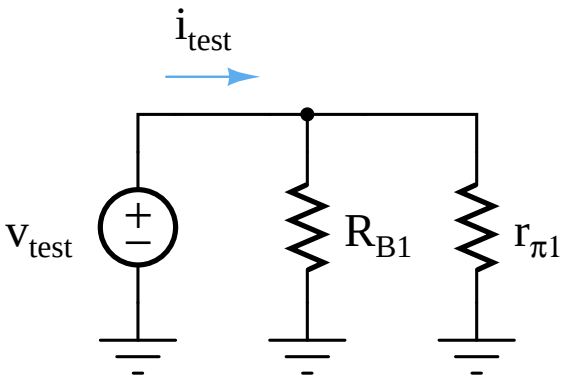


Figura 21: Resistencia de entrada.

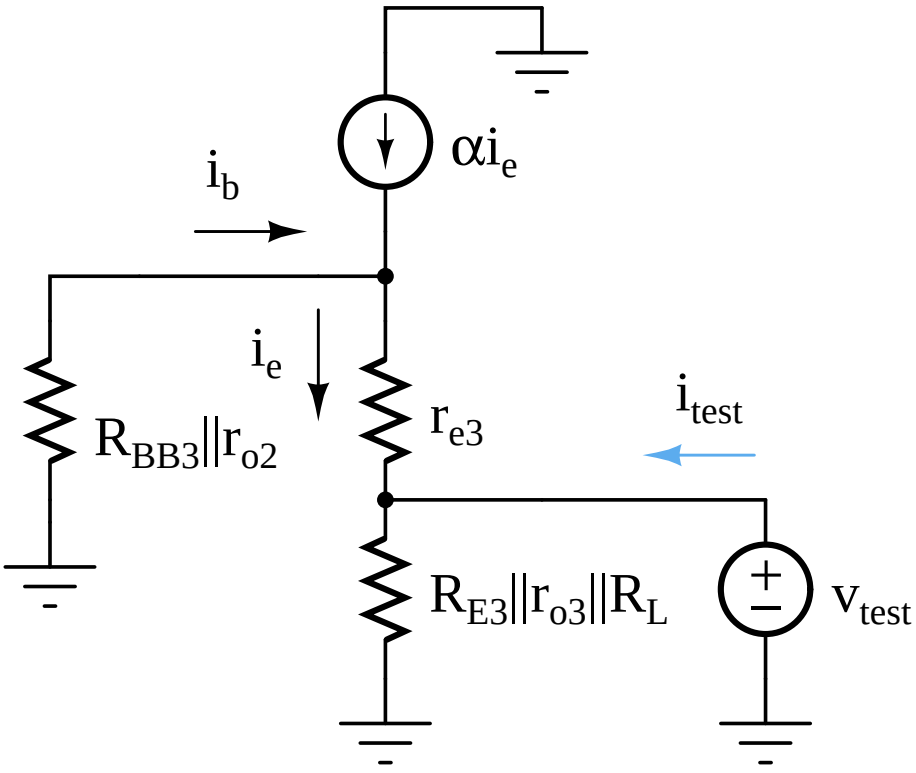


Figura 22: Resistencia de salida.

f) Debemos encontrar $G_{meff} = \dfrac{v_{sig}}{i_{cc}}$, donde i_{cc} es la corriente que circula si se cortocircuita la salida. Consideremos el circuito de la figura 24 para el análisis.

Podemos reciclar parte del análisis del inciso (b), y notar que para este circuito también se aplican los términos (1.0.15) y (1.0.16). Es claro que

$$v_{be2} = \left(\frac{R_{B1} \| r_{\pi 1}}{R_{sig} + R_{B1} \| r_{\pi 1}} \right) \cdot \left[-g_{m1} \left(R_{BB2} \| r_{o1} \| r_{\pi 2} \right) \right] \cdot v_{sig}$$

Por su lado, la corriente de cortocircuito es la corriente que circula por r_{e3}, que es la corriente del emisor $i_{cc} = i_e$. Luego, podemos obtener una expresión para i_b y luego usar la relación $i_{cc} = (\beta + 1) i_b$. La corriente de base se obtiene mediante un divisor de corriente, notando que corresponde a la

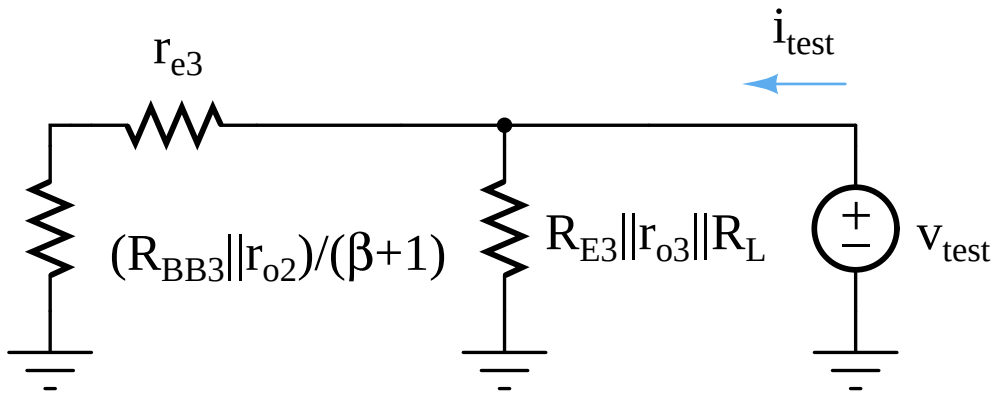


Figura 23: Nuevo circuito para obtener la resistencia de salida.

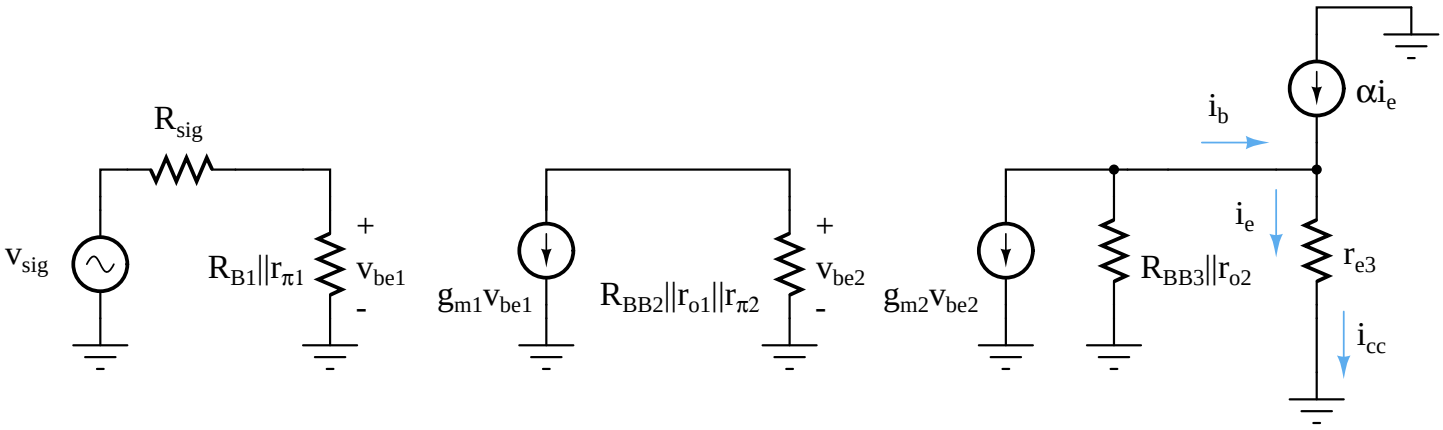


Figura 24: Circuito para análisis de G_{meff}.

corriente que circula por la resistencia reflejada $(\beta+1)r_e$.

$$i_b = \left(\frac{R_{BB3}\|r_{o2}}{(\beta+1)r_{e3}+R_{BB3}\|r_{o2}}\right)\cdot\left[-g_{m2}v_{be2}\right]$$

La corriente de cortocircuito es

$$\begin{aligned} i_{cc} =&(\beta+1)\left(\frac{R_{BB3}\|r_{o2}}{(\beta+1)r_{e3}+R_{BB3}\|r_{o2}}\right)\\ &\times\left[g_{m2}\cdot\left(\frac{R_{B1}\|r_{\pi1}}{R_{sig}+R_{B1}\|r_{\pi1}}\right)\cdot g_{m1}\left(R_{BB2}\|r_{o1}\|r_{\pi2}\right)\right]\cdot v_{sig}\end{aligned}$$

Reordenando

$$\begin{aligned} i_{cc} =&\left(\frac{R_{B1}\|r_{\pi1}}{R_{sig}+R_{B1}\|r_{\pi1}}\right)\left[g_{m1}\left(R_{BB2}\|r_{o1}\|r_{\pi2}\right)\right]\\ &\times\left[g_{m2}\left(R_{BB3}\|r_{o2}\right)\left(\frac{1}{r_{e3}+\frac{R_{BB3}\|r_{o2}}{\beta+1}}\right)\right]\cdot v_{sig}\end{aligned}$$

Por lo tanto

$$
\begin{aligned}
G_{meff} = &\left(\frac{R_{B1}\|r_{\pi 1}}{R_{sig}+R_{B1}\|r_{\pi 1}}\right)\left[g_{m1}\left(R_{BB2}\|r_{o1}\|r_{\pi 2}\right)\right] \\
&\times\left[g_{m2}\left(R_{BB3}\|r_{o2}\right)\left(\frac{1}{r_{e3}+\frac{R_{BB3}\|r_{o2}}{\beta+1}}\right)\right]
\end{aligned}
\tag{1.0.19}
$$

Para poder obtener una expresión equivalente a la obtenida en el inciso (b) para la ganancia, hay que desarrollar un poco de álgebra. Consideremos lo siguiente

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{r_{e3}+\frac{R_{BB3}\|r_{o2}}{\beta+1}}\right)\cdot\underbrace{\left[R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\|\left(r_{e3}+\frac{R_{B3\|r_{o2}}}{\beta+1}\right)\right]}_{R_{out}} &= \frac{R_{E3}\|r_{o3}\|R_L}{R_{E3}\|r_{o3}\|R_L+\left(r_{e3}+\frac{R_{B3\|r_{o2}}}{\beta+1}\right)} \\
&= \frac{(\beta+1)(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L)}{(\beta+1)(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L)+(\beta+1)r_{e3}+R_{BB3}\|r_{o2}} \\
&= \frac{(\beta+1)(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L)}{R_{BB3}\|r_{o2}+(\beta+1)(r_{e3}+R_{E3}\|r_{o3}\|R_L)}
\end{aligned}
$$

Luego la ganancia queda

$$
\begin{aligned}
A_v = &\left(\frac{R_{B1}\|r_{\pi 1}}{R_{sig}+R_{B1}\|r_{\pi 1}}\right)\left[g_{m1}\left(R_{BB2}\|r_{o1}\|r_{\pi 2}\right)\right]\left[g_{m2}(R_{BB3}\|r_{o2})\right] \\
&\times\left(\frac{(\beta+1)\left(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)}{R_{BB3}\|r_{o2}+(\beta+1)\left(r_{e3}+R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)}\right)
\end{aligned}
$$

g) La ganancia es

$$
\begin{aligned}
A_v = &\underbrace{\left(\frac{R_{B1}\|r_{\pi 1}}{R_{sig}+R_{B1}\|r_{\pi 1}}\right)}_{0.77}\underbrace{\left[g_{m1}\left(R_{BB2}\|r_{o1}\|r_{\pi 2}\right)\right]}_{88.52} \\
&\underbrace{\left[g_{m2}(R_{BB3}\|r_{o2})\right]}_{195.93}\underbrace{\left(\frac{(\beta+1)\left(R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)}{R_{BB3}\|r_{o2}+(\beta+1)\left(r_{e3}+R_{E3}\|r_{o3}\|R_L\right)}\right)}_{0.91} \\
&= 12150\left[\frac{V}{V}\right] \\
&= 81.7\,\text{dB}
\end{aligned}
$$