Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2413 - Electrónica

Problemas Electrónica 2018 - I

Profesor: Ángel Abusleme
Ayudantes: Agustín Campeny, Juan Pablo Elorrieta, Cristóbal Ferrer, y Matías Henríquez

1. Ejercicios resueltos

1.1. Enunciados

1) El circuito de la figura 1 es un integrador con pérdidas implementado mediante un amplificador operacional ideal. El circuito integra la corriente en el capacitor al mismo tiempo que va olvidando la integral de la corriente.

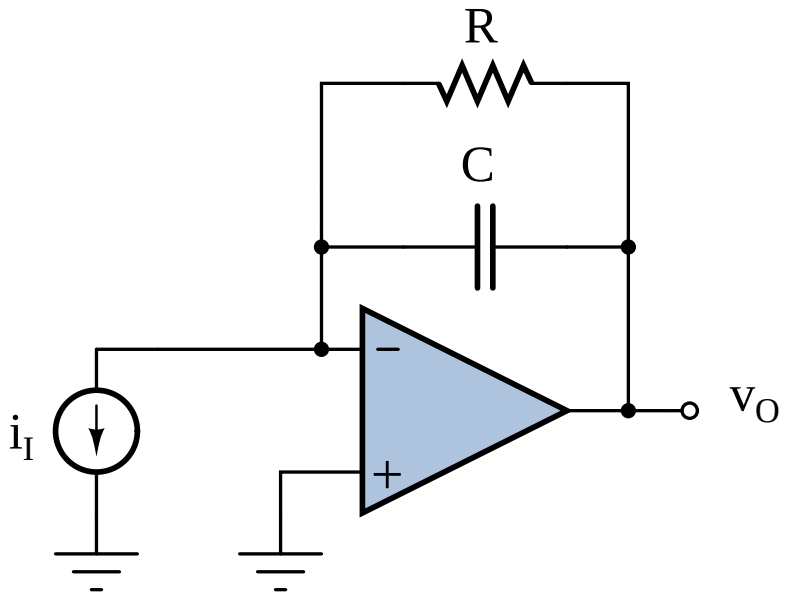


Figura 1: Esquema para el problema 1).

a) Determine la función de transferencia $H(s) = v_O/i_I$ y bosqueje el diagrama de Bode.

b) Compruebe su respuesta mediante una simulación `.ac` en SPICE, empleando valores arbitrarios.

c) Enumere las ventajas y desventajas de este integrador en relación con al de la siguiente figura.

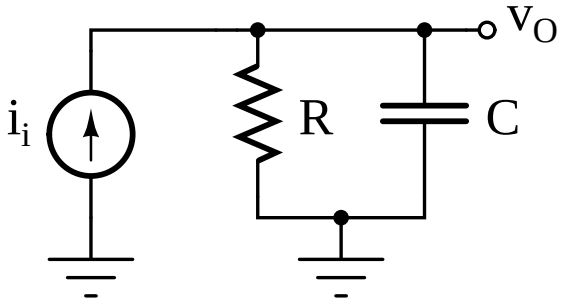


Figura 2: Esquema del punto c).

2) El amplificador operacional LM741 tiene un ancho de banda en lazo abierto menor que 5 Hz, y sin embargo igual podemos emplearlo para circuitos de audio que llegan hasta 20 kHz. Este problema apunta a demostrar el porqué.

   Considere un amplificador operacional que en lazo abierto tiene una ganancia A_{OL} y un ancho de banda dado por f_B. El amplificador operacional tiene impedancia de entrada infinita e impedancia de salida cero.

   a) Plantee una función de transferencia para el amplificador operacional en lazo abierto, que relacione el voltaje de salida con el voltaje diferencial de entrada.

   b) Realimente el amplificador operacional como amplificador no inversor, con R_2 en realimentación y R_1 a tierra. Asumiendo que A_{OL} es **finita**, determine la función de transferencia del circuito realimentado. Plantee su respuesta en una expresión de baja entropía, donde aparezcan claramente identificados el término DC y el término dependiente de la frecuencia.

   c) Determine el producto entre la ganancia y el ancho de banda del amplificador operacional realimentado y compárelo con el producto entre la ganancia y el ancho de banda del amplificador operacional en lazo abierto.

   d) Observe sus resultados y concluya qué ocurre con la ganancia y con el ancho de banda del amplificador operacional cuando es configurado como amplificador no inversor.

3) Las entradas de los opamp son de alta impedancia en DC, pero tienen una componente capacitiva que puede o no afectar el ancho de banda. Alan Brito, alumno de Electrónica, decide implementar un circuito de prueba que eventualmente le permitiría medir la capacitancia de la entrada inversora de un opamp, que se muestra en la figura 3.

   a) Determine la función de transferencia del circuito, asumiendo que no hay capacitancia parásita C_P en las entradas del opamp.

   b) Indique con sus palabras qué función cumple el circuito.

   c) Asumiendo que las entradas del opamp tienen capacitancias parásitas C_P conectadas a tierra, determine la nueva función de transferencia del circuito.

   d) Indique cómo emplear el circuito para medir la capacitancia parásita de la entrada inversora del opamp.

4) El circuito de la figura 4 es un amplificador operacional configurado como amplificador no inversor. El amplificador operacional puede ser modelado por un equivalente de Thévenin cuya fuente de voltaje es controlada por el voltaje diferencial de entrada. La ganancia A es muy elevada.

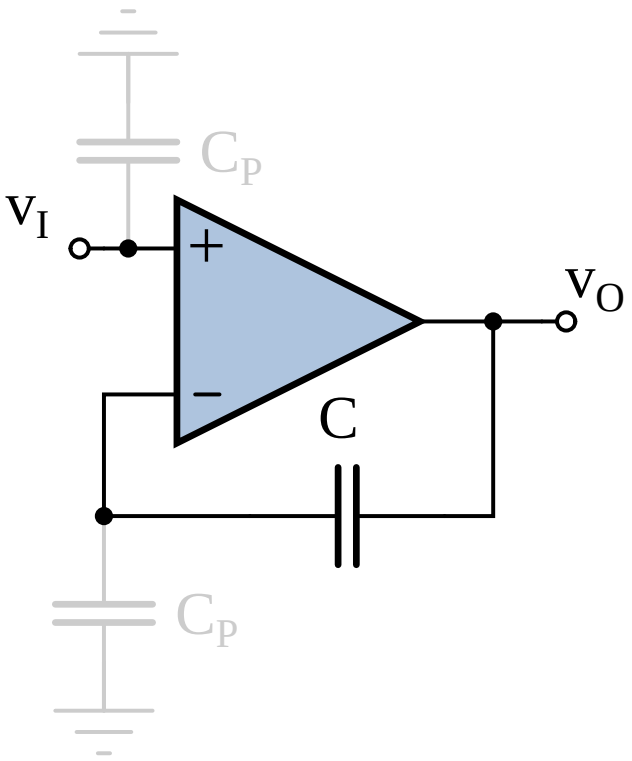


Figura 3: Esquema para el problema 3).

Demuestre que la resistencia de salida del circuito realimentado es

$$R_{out} = (R_1 + R_2) \parallel \frac{R_{th}}{1 + A\frac{R_1}{R_1+R_2}} \approx \frac{R_{th}}{1 + A\frac{R_1}{R_1+R_2}} = \frac{R_{th}}{1 + A\beta} \approx \frac{R_{th}}{A\beta}$$

Este resultado tiene gran relevancia. Ya hemos visto que la realimentación negativa aumenta el ancho de banda al disminuir la ganancia. Otras consecuencias son el aumento (o mejoramiento) de la impedancia de entrada y la disminución (o mejoramiento) de impedancia de salida según este problema. Todas éstas son consecuencias de la des-sensibilización del circuito dada por la ganancia de lazo $A\beta$.

5) El circuito de la figura 5 es un generador de funciones capaz de producir una onda triangular y una onda cuadrada. El circuito utiliza un comparador y un amplificador operacional, ambos ideales. Asuma que la salida del comparador satura en los rieles ($\pm V_R$).

   a) Determine la función que cumple el amplificador operacional y la operación matemática que lleva a cabo esta etapa del circuito, expresando su voltaje de salida v_{O1} en función de su voltaje de entrada v_{O2}.

   b) Determine la función que cumple el comparador. Indique si hay histéresis y determine los umbrales de comparación. Grafique su curva de transferencia estática.

   c) Explique el funcionamiento del circuito en términos generales. Determine cuál es la salida de onda triangular y cuál es de onda cuadrada.

   d) Determine analíticamente el período de la onda de salida.

   e) Bosqueje en un mismo gráfico ambos voltajes de salida en función del tiempo para dos períodos completos, indicando los puntos relevantes en ambos ejes.

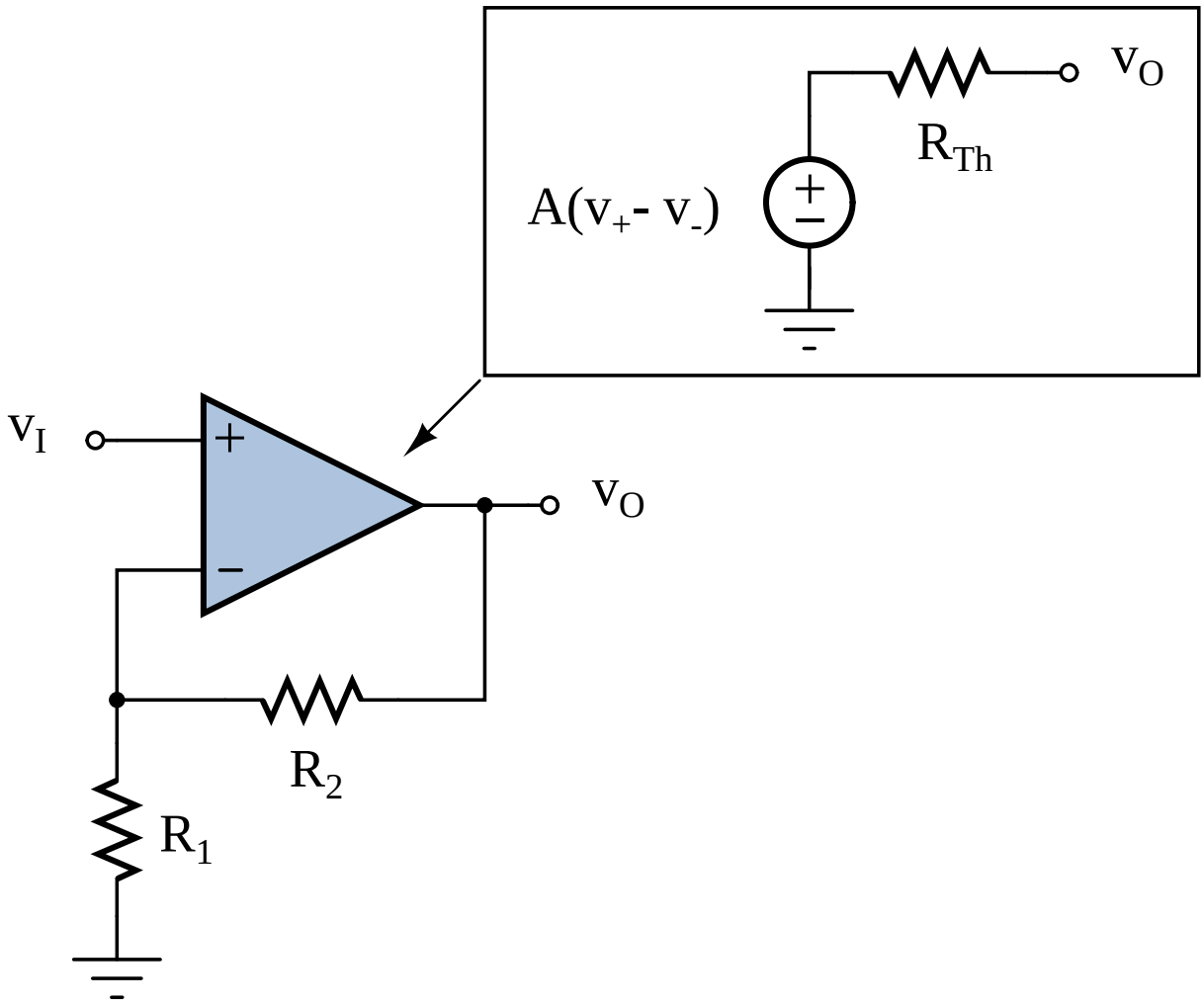


Figura 4: Esquema de amplificador no inversor para el problema 4).

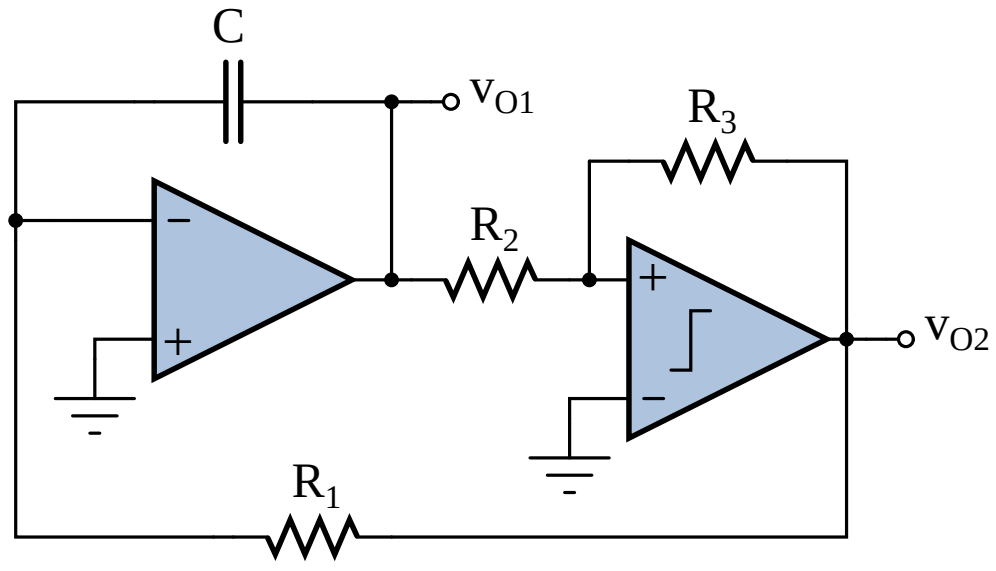


Figura 5: Generador de funciones para el problema 5).

f) Compruebe mediante simulación de SPICE.

6) El circuito de la figura 6 es un oscilador. El circuito utiliza un comparador ideal cuya salida satura en los rieles V_{DD} y 0 V.

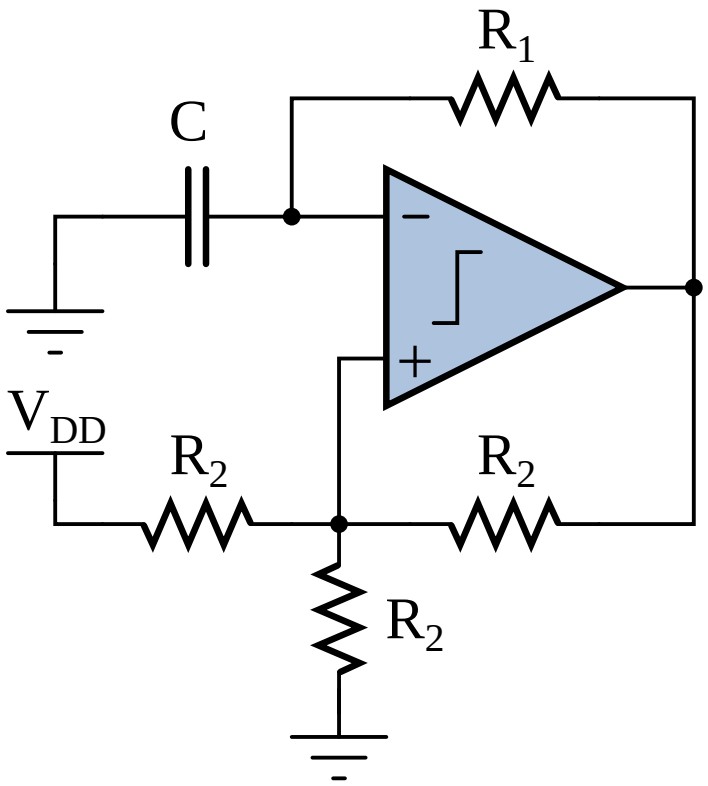


Figura 6: Oscilador del problema 6).

a) Analice el circuito y determine su comportamiento (voltajes de nodos, frecuencia de oscilación).

b) Compruebe mediante simulación de SPICE.

c) ¿De qué parámetros depende la frecuencia de oscilación? Comente respecto de cuán estable es la frecuencia de oscilación frente a variaciones de temperatura o voltaje.

1.2. Soluciones

1) a) El opamp está en realimentación negativa. Si la salida crece, la entrada diferencial decrece para devolver la salida a un estado estable. Por lo tanto, la salida será finita y la entrada diferencial será muy pequeña (igual a salida finita dividida por ganancia muy grande). Entonces dado que la entrada no inversora va a tierra, la entrada inversora también estará a un voltaje muy cercano a tierra y podrá ser considerado como tierra virtual. Dado que no hay corrientes en las entradas del opamp, entonces toda la corriente i_I pasa por la rama de realimentación, compuesta por el paralelo entre R y la impedancia de C. El voltaje de salida será entonces

$$v_O = i_I \cdot \left(R_2 \parallel \frac{1}{sC} \right)$$

Entonces calculamos la función de transferencia:

$$\begin{aligned}\frac{v_O(s)}{i_I(s)} &= R \parallel \frac{1}{sC} \\ &= R\left(\frac{1}{1+sRC}\right)\end{aligned}$$

La función de transferencia es una impedancia, de acuerdo a lo esperado. El valor DC de la impedancia es R. Esta impedancia tiene un polo en $-1/RC$. Entonces la impedancia equivalente puede ser vista como una resistencia de valor R con una respuesta en frecuencia con constante de tiempo RC.

El diagrama de Bode es similar al de cualquier sistema de un solo polo, como se muestra en la figura 7. Recuerde graficar magnitud y fase.

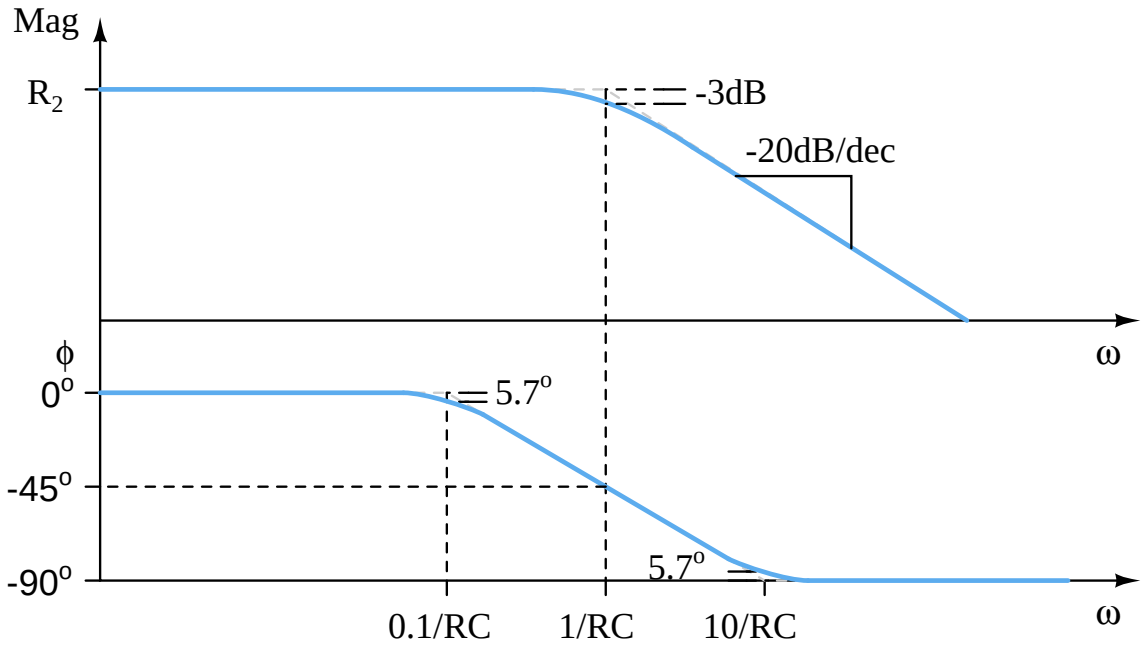


Figura 7: Bosquejo de diagrama de Bode.

b) Se escogío de manera arbitraria $R = 1\,\text{k}\Omega$ y $C = 1\,\mu\text{F}$. Se utilizó el siguiente netlist para simular:

```
R N001 Vo 'R'
XU1 N001 0 Vo opamp Aol=100K GBW=10Meg
C Vo N001 'C'
I1 N001 0 AC 1
.lib opamp.sub
.ac dec 100 1 100k
.param R = 1k
.param C = 1u
.backanno
.end
```

En la figura 8 se muestra el resulado de la simulación `.ac`. Esta entrega una frecuencia de corte de 1 kHz o 159.15 rad/s. El circuito se comporta como un integrador para $\omega \gg 1/RC$, y como un resistor para $\omega \ll 1/RC$.

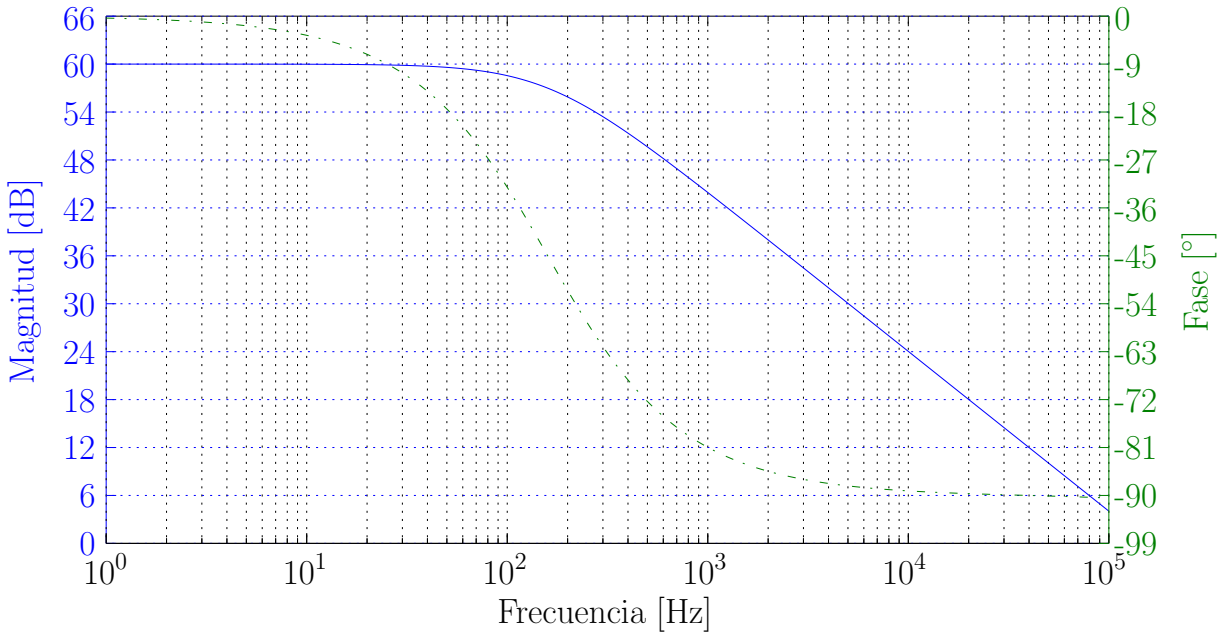


Figura 8: Resultado de simulación `.ac`.

c) Ambos tienen la misma función de transferencia, así que son comparables. Entre las ventajas de este integrador podemos considerar las siguientes:

- Es capaz de manejar cargas, a diferencia del integrador presentado, que si es conectado a cualquier carga, cambia su función de transferencia.
- El voltaje que ve la fuente de corriente de entrada es constante, lo cual puede ser bueno para la fuente de corriente (ésta no disipa potencia).

Entre las desventajas podemos considerar las siguientes:

- Consume más potencia (el opamp consume corriente).
- Presenta más ruido electrónico y ruido de las fuentes de alimentación. El opamp tiene ruido propio, que se suma al ruido de la resistencia. Además el opamp seguramente tiene PSRR (razón de rechazo de fuente de poder) finita.
- El opamp en sí tiene respuesta en frecuencia limitada, por lo que el circuito no funcionará a frecuencias muy altas (aparecen polos adicionales).

2) a) Como aprendimos durante el capítulo, un amplificador operacional real se comporta como un sistema de un solo polo. Para la modelación de este problema llamamos A_{OL} a la ganancia DC y f_B al ancho de banda. La función de transferencia que modela al amplificador es entonces:

$$\begin{aligned} A(s) &= \frac{v_o(s)}{v_{diff}(s)} \\ &= \frac{A_{OL}}{1 + \frac{s}{2\pi f_B}} \end{aligned}$$

o bien

$$A(s) = \frac{A_{OL}}{1 + s\tau} \tag{1.0.1}$$

donde $\tau = 1/(2\pi f_B)$ es la constante de tiempo del sistema. Ojo que la función de transferencia está planteada para el voltaje diferencial de entrada, dado por $v_{diff} = (v^+ - v^-)$.

b) En configuración no inversora, el voltaje de entrada v^- viene definido por un simple divisor de tensión. Las ecuaciones necesarias para hallar la ganancia en lazo cerrado son:

$$v_o = A(v^+ - v^-) \tag{1.0.2}$$

$$v^+ = v_i \tag{1.0.3}$$

$$v^- = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) v_o \tag{1.0.4}$$

Escribimos $\beta = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$. Reemplazando las ecuaciones (1.0.3) y (1.0.4) en (1.0.2) es posible despejar la función de transferencia:

$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \frac{A(s)}{1 + \beta A(s)} \tag{1.0.5}$$

Si se observa con atención esta última expresión es sencillo ver que $\beta = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$ es la ganancia de lazo en el lazo de realimentación.
Reemplazando el valor de la función de transferencia en lazo abierto (1.0.1) en la ecuación (1.0.5) y reordenando términos se obtiene:

$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \frac{A_{OL}}{1 + \left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right) A_{OL}} \cdot \frac{1}{1 + s\frac{\tau}{1+\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)A_{OL}}}$$

$$\frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \frac{A_{OL}}{1 + \beta A_{OL}} \cdot \frac{1}{1 + s\frac{\tau}{1+\beta A_{OL}}} \tag{1.0.6}$$

Claramente el término de la izquierda corresponde a la ganancia en bajas frecuencias (A_{DC}) del amplificador realimentado, mientras que el término de la derecha es el que depende de la frecuencia. Tal como era esperado, el sistema sigue teniendo un solo polo.

c) A partir de (1.0.6), es claro notar que la constante de tiempo del amplificador realimentado viene dada por:

$$\tau_{CL} = \frac{\tau}{1 + \beta A_{OL}}$$

Por lo que el ancho de banda (que se obtiene por la frecuencia de corte) es:

$$\begin{aligned} BW &= \frac{1}{2\pi\tau_{CL}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{1 + \beta A_{OL}}{\tau} \end{aligned}$$

Luego, el producto ganancia ancho de banda del amplificador realimentado es:

$$\begin{aligned} A_{DC} \cdot BW &= \frac{1}{2\pi} \frac{A_{OL}}{\tau} \\ &= A_{OL}\, f_B \end{aligned}$$

En el caso de un amplificador operacional en lazo abierto se tiene:

$$A_{DC} \cdot BW = A_{OL}\, f_B$$

d) El producto ganancia ancho de banda se mantiene constante al configurar el amplificador operacional como no inversor. La ventaja de esto es que, si bien el amplificador en lazo abierto posee poco ancho de banda, posee muy alta ganancia. Esto causa que, al realimentar negativamente, sea posible transar ganancia a cambio de ganar ancho de banda, lo que hace factible utilizar amplificadores operacionales como el LM741 en circuitos de audio.

3) a) Dado que el capacitor se encuentra en la rama de realimentación del opamp ideal que se conecta a la entrada inversora, por el no puede circular corriente y consecuentemente no tiene como cargarse y descargarse.

Recordamos que para los capacitores se cumple que

$$\frac{dv_C}{dt} = \underbrace{\frac{i_C}{C}}_{=0}$$

pero $v_C = v_O - v_I$, luego

$$\frac{dv_O}{dt} = \frac{dv_i}{dt} \tag{1.0.7}$$

que expresado en el dominio de Laplace es lo mismo que

$$s \cdot v_O(s) = s \cdot v_I(s)$$

En esta transformación al dominio de Laplace está implícito que se consideraron condiciones iniciales nulas. La función de transferencia $\dfrac{v_O}{v_I}$ es

$$H(s) = \frac{s}{s}$$

Vale la pena hacer notar que la solución de la ecuación diferencial (1.0.7) es

$$v_O(t) = v_I(t) + K$$

por lo que la entrada y la salida sólo difieren en un valor constante en DC, que corresponde a la carga inicial del capacitor.

Otra forma de hayar la función de transferencia consiste en considerar que la impedancia de entrada de las entradas inversora y no inversora son finitas de valor R_i. Tenemos entonces un circuito como el que se observa en la figura 9, donde se dibujaron las impedancias de entradas resistivas de manera explícita, por lo que el opamp sigue siendo ideal.

La corriente que circula por la rama de realimentación es la misma corriente que circula por la resistencia R_i, por lo tanto

$$\frac{v_O - v_I}{\frac{1}{sC}} = \frac{v_I}{R_i}$$

Despejando, se obtiene $H(s) = v_O/v_I$

$$H(s) = \frac{1 + sR_iC}{sR_iC}$$

Para un R_i grande, es claro que

$$H(s) = \frac{s}{s}$$

Vale la pena hacer notar que se escribe $H(s) = s/s$ y no $H(s) = 1$ dado que la función de transferencia, calculada de esta forma, no se encuentra definida en DC.

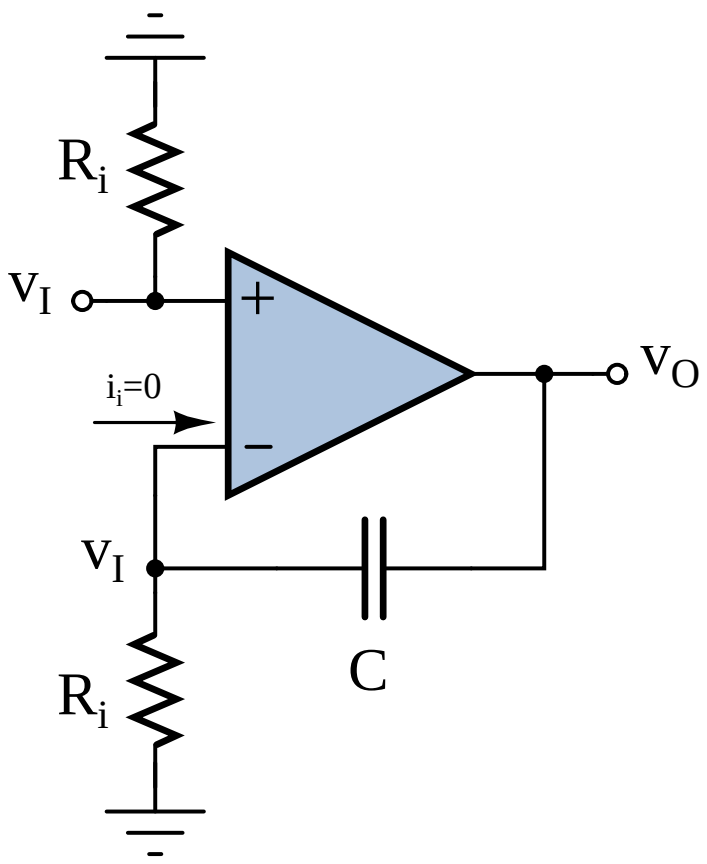


Figura 9: Circuito con resistencia de entrada explícita.

b) Dado que la entrada y la salida son iguales, con la diferencia del valor DC de la señal, un posible uso para el circuito es como desplazador de voltaje. Esto significa sumarle o restarle un valor constante a la señal, sin modificar su comportamiento variable.

   Sin embargo, este circuito no es práctico, dado que solo funciona en la medida de que el amplificador operacional es ideal y no circula corriente por C. Cualquier impedancia en el nodo de la entrada inversora descargaría el capacitor.

c) Dado que el amplificador operacional es ideal, tenemos un circuito como el que se muestra en la figura 10 (izquierda).

   De la figura es posible observar que se forma un divisor de voltaje capacitivo entre la salida y la entrada inversora, con los capacitores C, que es el capacitor explícito del circuito, y la capacitancia parásita de entrada C_P. En la figura 10 (derecha) se muestra este divisor de manera aislada.

   Es claro que la relación entre la salida y el voltaje de entrada viene dada por

$$\begin{aligned} v_I &= \frac{\frac{1}{sC_P}}{\frac{1}{sC}+\frac{1}{sC_P}} v_O \\ &= \frac{sC}{s(C_P+C)} v_O \end{aligned}$$

   Consecuentemente, la función de transferencia es

$$\frac{v_O}{v_I} = \left(\frac{C_P+C}{C}\right)\frac{s}{s}$$

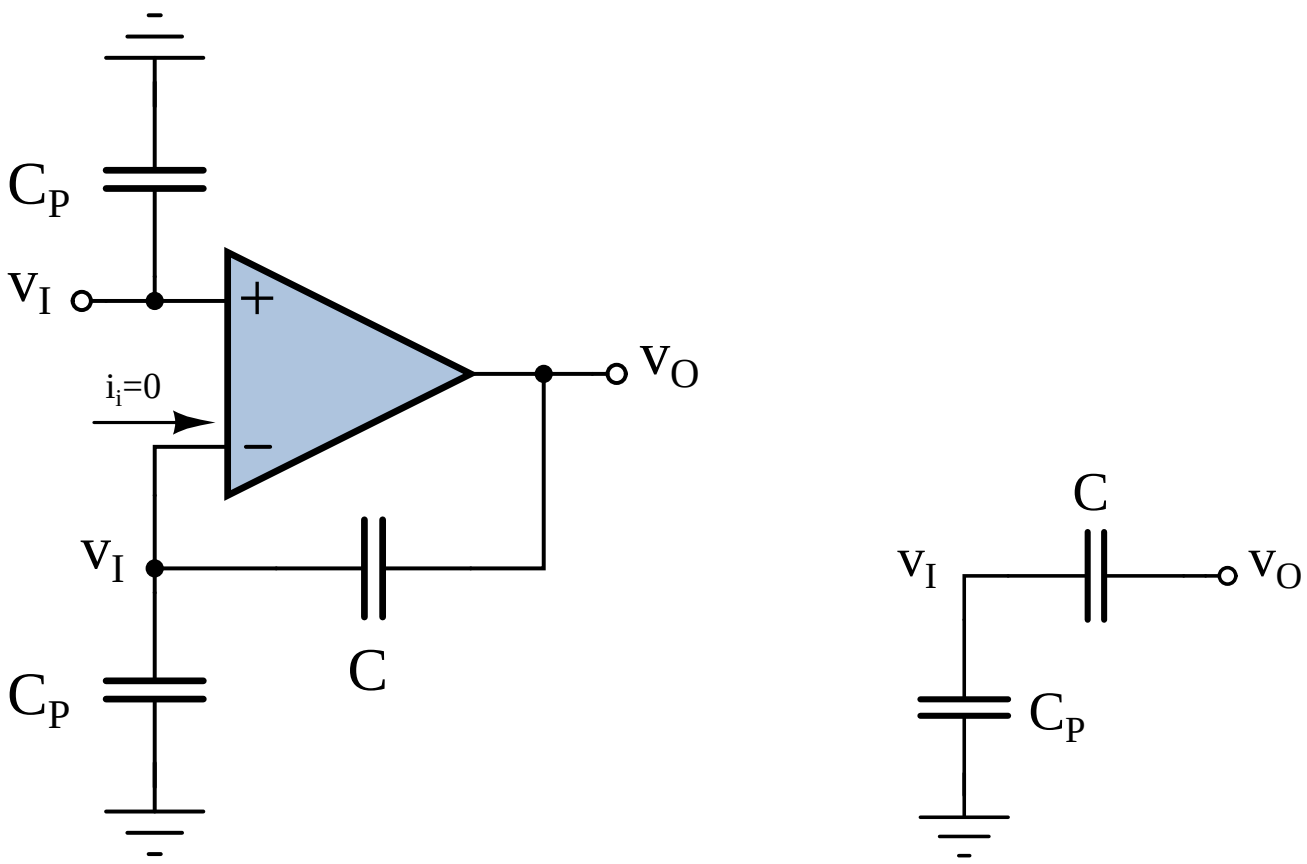


Figura 10: Circuito para medición de capacitancias parásitas (izquierda) y divisor de tensión capacitivo (derecha).

Vale la pena hacer notar que si bien el divisor de tensión es capacitivo, la relación entre los voltajes es independiente de la frecuencia. Sin embargo, nuevamente se escribe s/s para hacer notar que la función de transferencia se indefine en DC. Es posible que la entrada y la salida difieran en un valor constante, independiente de la ganancia, por la carga inicial del capacitor.

d) Para medir la capacitancia parásita del circuito es posible introducir una excitación sinusoidal y ver la razón entre las amplitudes de las señales de entrada y salida. Dado que es conocido el valor de la capacitancia explícita C, es posible despejar el valor de la capacitancia parásita C_P.

4) Como vamos a calcular una impedancia de salida entonces apagamos la fuente v_I y ponemos una fuente de prueba en la salida como muestra la figura 11. La impedancia de salida va a estar dada por $\frac{v_t}{i_t}$.

Nuestra corriente i_t va a ser la suma de la corriente que pasa por la resistencia R_1 y R_2 más la corriente que pasa por el Opamp. La corriente que pasa por el Opamp va a ser la corriente que pasa por el circuito equivalente de Thévenin, por lo tanto

$$i_a = \frac{v_t - A(v_+ - v_-)}{R_{th}}$$

y entonces,

$$i_t = \frac{v_t}{R_1 + R_2} + \frac{v_t - A(v_+ - v_-)}{R_{th}}$$

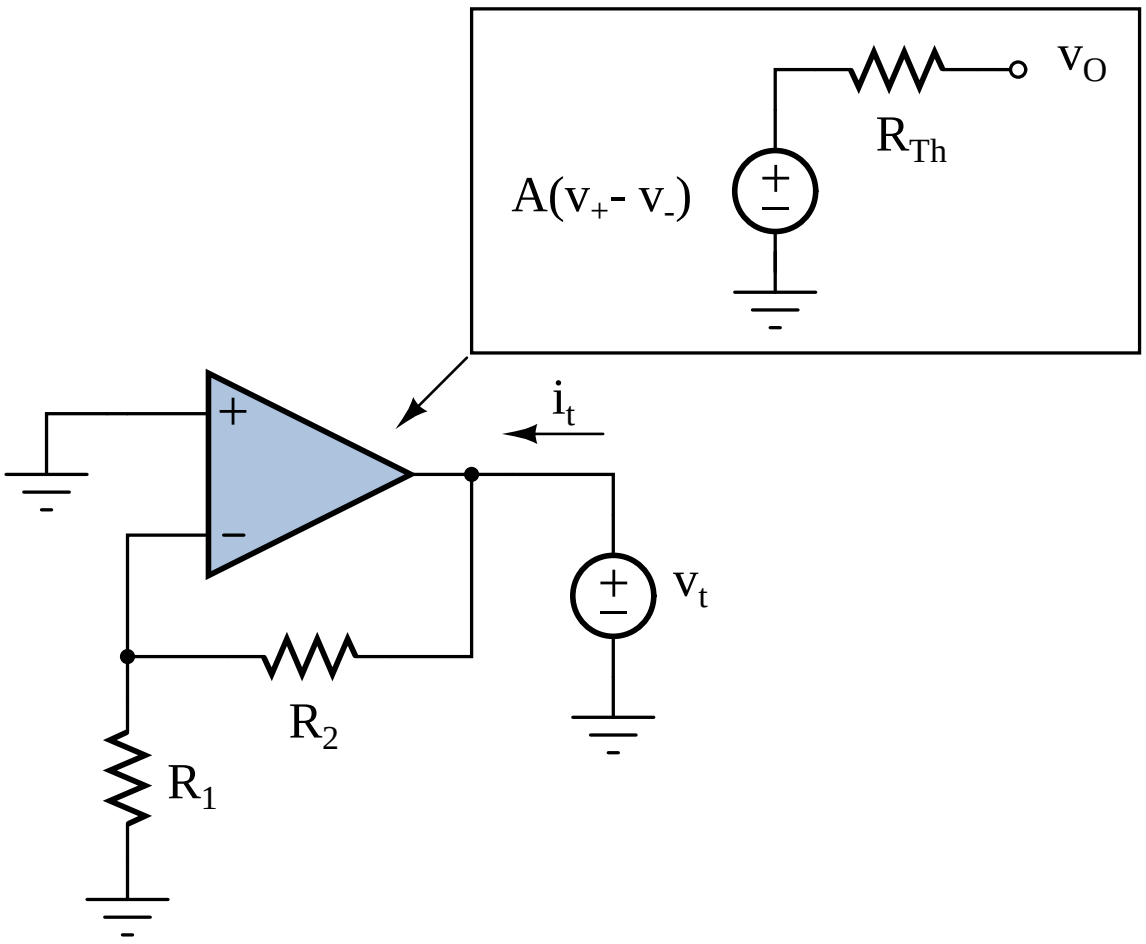


Figura 11: Circuito con fuente de prueba para cálculo de impedancia de salida.

Como el voltaje $v_+ = 0$ y $v_- = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} v_t$, entonces la corriente i_t va a ser:

$$i_t = \frac{v_t}{R_1 + R_2} + \frac{v_t + A\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right) v_t}{R_{th}}$$

Despejando $R_{out} = \dfrac{v_t}{i_t}$ llegamos a que la resistencia de salida viene dada por:

$$\begin{aligned} R_{out} &= \frac{1}{\frac{1}{R_1+R_2} + \frac{1+A\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)}{R_{th}}} \\ &= (R_1 + R_2) \parallel \left(\frac{R_{th}}{1 + A\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)} \right) \end{aligned}$$

Como A es muy grande, el término de la derecha es una resistencia muy pequeña, y entonces en la operación paralelo, la resistencia $(R_1 + R_2)$ se desprecia. Adicionalmente, podemos escribir

$$\frac{R_{th}}{1 + A\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)} \approx \frac{R_{th}}{A\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)}$$

por la misma razón de antes. Con esto, llegamos al resultado solicitado.

5) a) Como la impedancia de salida en el opamp y en el comparador es 0, entonces podemos analizarlos como circuitos separados.

Del esquema del problema, se observa que el opamp se encuentra configurado como integrador con v_{O2} como entrada. Entonces, su voltaje de salida viene dado por:

$$\begin{aligned} v_{O1} &= -\frac{1}{R_1 C}\int v_{O2}\, dt \\ &= -\frac{v_{O2}}{sR_1 C} \end{aligned}$$

b) El comparador compara el voltaje del terminal no-inversor con tierra. Si el voltaje es mayor a tierra, la salida v_{O1} satura en $+V_R$, y en caso contrario, la salida satura en $-V_R$. Luego, v_{O1} tiene dos valores de voltaje posibles.

Antes de poder graficar la curva de transferencia estática debemos analizar el comportamiento de este bloque circuital. Digamos que la salida es $+V_R$, lo que significa que para la entrada no inversora $v^+ > 0$. El valor de la entrada no inversora viene definido por un divisor de tensión entre la salida v_{O2} y la entrada al bloque del comparador, que denominaremos momentáneamente v_I (que corresponde a v_{O1} en el esquema completo). La relación de corrientes en el circuito viene dada por:

$$\frac{v_I - v^+}{R_2} = \frac{v^+ - V_R}{R_3}$$

Ahora, dado que partimos del supuesto que $v^+ > 0$, debemos hayar el valor de v_I de manera que v^+ cruce por cero y se vuelva negativo. Para esto igualamos $v^+ = 0$ y obtenemos

$$v_I = -\frac{R_2}{R_3} V_R$$

Repetimos el mismo procedimiento, ahora partiendo del supuesto que $v^+ < 0$ y por lo tanto $v_{O2} = -V_R$. Buscamos el valor de v_I para el cual $v^+ = 0$ y cambia de signo:

$$\frac{v_I - v^+}{R_2} = \frac{v^+ - (-V_R)}{R_3}$$

luego

$$v_I = \frac{R_2}{R_3} V_R$$

A partir de este análisis podemos concluir que el bloque comparador tiene histéresis, dado que el umbral de comparación (valor de v_I) depende del valor de la salida. Los umbrales de comparación son

$$V_t = -\frac{R_2}{R_3} V_R$$

cuando $v_O = +V_R$ y

$$V_t = \frac{R_2}{R_3} V_R$$

cuando $v_O = -V_R$. En la figura 12 se muestra la curva de transferencia estática del bloque comparador.

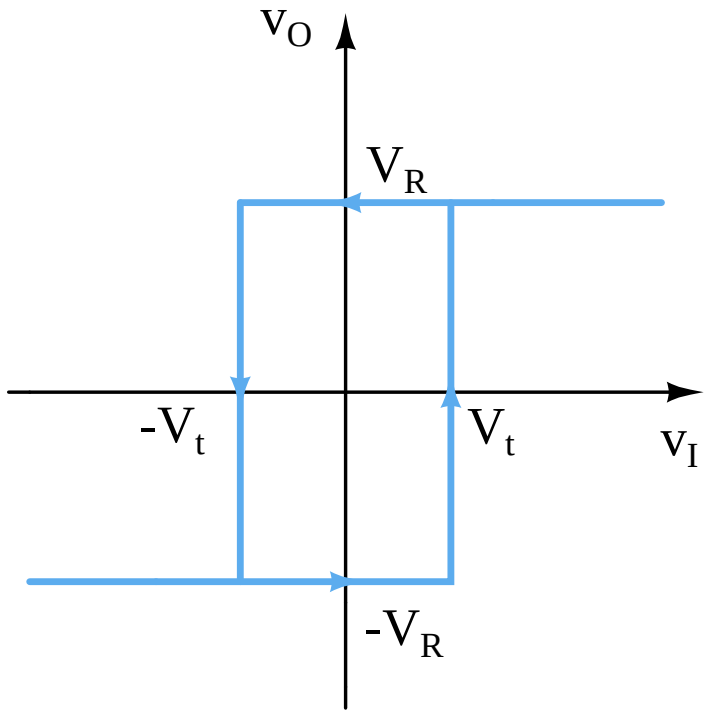


Figura 12: Curva de transferencia estática del bloque comparador.

c) Como la salida del bloque comparador v_{O2} puede tomar solo dos valores de voltaje, mientras su entrada alterne y gatille los umbrales de comparación, la salida va a tener forma de una señal cuadrada.

   Partiremos del supuesto de que la señal v_{O2} está oscilando y tiene forma cuadrada. Esta señal se alimenta al bloque integrador. Cuando la señal cuadrada valga V_R, la salida del bloque integrador v_{O1} decrecerá con pendiente constante (por el signo negativo), dado que se está integrando un valor constante. Eventualmente esta salida llegará al valor $V_t = -\frac{R_2}{R_3}V_R$, lo que gatillará al comparador con histéresis y éste llevará su salida a $-V_R$. Entonces, la salida del integrador crecerá con pendiente constante hasta que llegue al valor $V_t = \frac{R_2}{R_3}V_R$ y se vuelva a gatillar el bloque comparador. De esta manera, partiendo del supuesto de que la salida está oscilando, el circuito realimentado en su totalidad oscila, y se generan dos formas de onda distintas.

   Es claro que la salida del bloque integrador es una señal triangular, dado que crece y decrece con pendiente constante. La amplitud de la señal triangular serán los umbrales de comparación del bloque comparador: $\pm\frac{R_2}{R_3}V_R$.

d) El periodo va a estar dado por qué tan rápido integre el bloque integrador. La pendiente de la onda triangular va a ser

$$m = \frac{V_R}{R_1 C}$$

   Dado que la onda sube desde $-\frac{R_2}{R_3}V_R$ a $\frac{R_2}{R_3}V_R$ en medio periodo y sabemos que $T/2 = V_{pp}/m$ donde V_{pp} es la amplitud de peak a peak de la onda, entonces el periodo de la onda va a ser:

$$T = \frac{4R_2}{R_3} \cdot R_1 C$$

e) En la figura 13 se muestra un bosquejo de la señal rectangular y triangular.

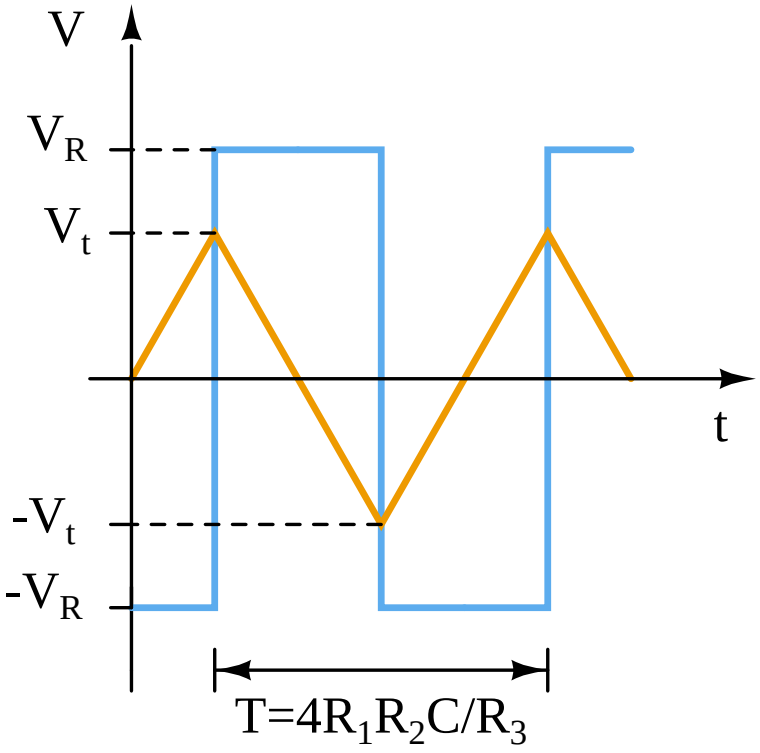


Figura 13: Bosquejo de señales para el oscilador.

f) Para simular se utilizó el siguiente netlist de SPICE:

```
R1 N002 N003 1k
R2 N001 vx 2k
R3 N002 N001 3k
C1 vx N003 1u
V1 V1 0 9
V2 0 V2 9
* XU1 Corresponde al opamp
XU1 0 N003 V1 V2 vx level.2 Avol=1Meg
+GBW=10Meg Slew=10Meg ilimit=25m rail=0
+Vos=0 phimargin=45 en=0 enk=0 in=0 ink=0
+Rin=500Meg
* XU2 Hace las veces de comparador
XU2 N001 0 V1 V2 N002 level.2 Avol=1Meg
+GBW=10Meg Slew=10Meg ilimit=25m rail=0
+Vos=0 phimargin=45 en=0 enk=0 in=0 ink=0
+Rin=500Meg
.tran 0 0.3 0.2 0.01
* .ic define la condición inicial para el capacitor,
* necesaria para que el circuito oscile
.ic V(vx)=2V
.lib UniversalOpamps2.sub
.backanno
.end
```

En el netlist se observa que se utilizaron los valores $V_R = 9\,\text{V}$, $R_1 = 1\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 2\,\text{k}\Omega$, $R_3 = 3\,\text{k}\Omega$ y $C = 1\,\mu\text{F}$. En la figura 14 se muestra el resultado de la simulación.

En la simulación se puede ver que el voltaje de la onda cuadrada tiene una amplitud de 9 V como se espera, y la onda triangular tiene una amplitud de $\dfrac{R_2 V_R}{R_3} = 6\,\text{V}$. En cuanto al periodo, si lo calculamos con la expresión expuesta anteriormente se obtiene 2.67 ms que es consistente con la simulación.

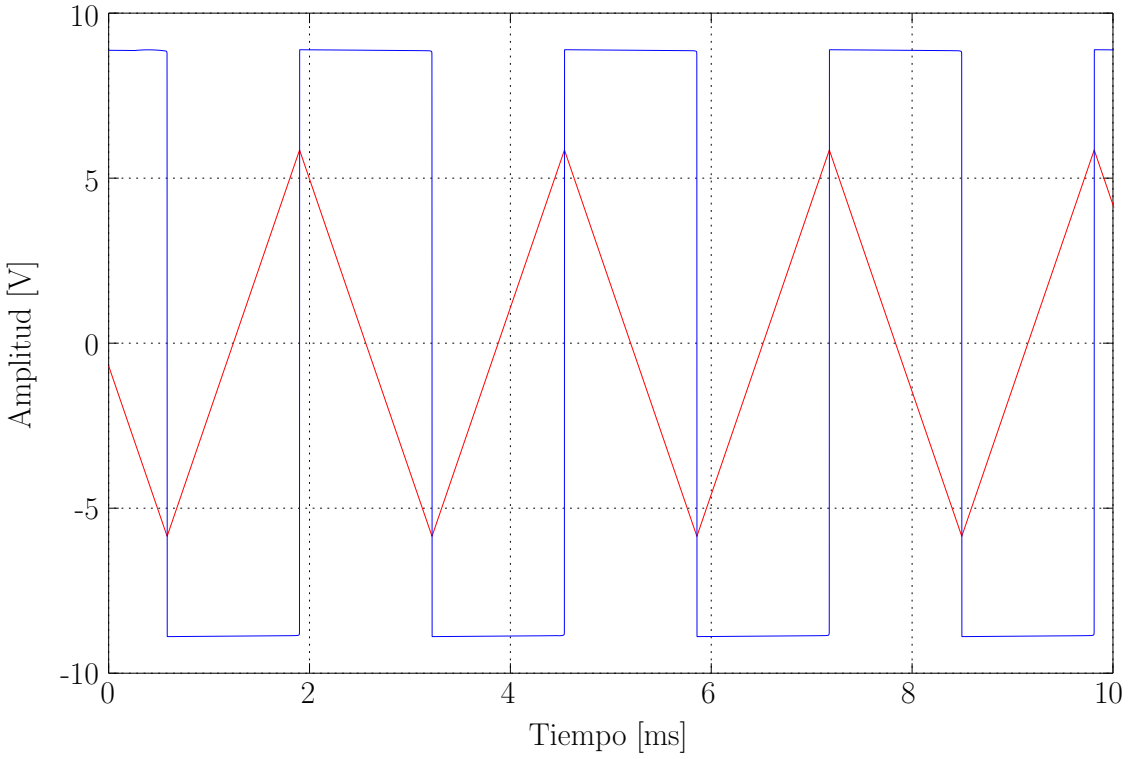


Figura 14: Simulación `.tran` del oscilador. En rojo se muestra la señal v_{O1}, correspondiente a la salida del bloque integrador, mientras que en azul se muestra la señal v_{O2}, correspondiente a la salida del bloque comparador.

6) a) Llamemos al nodo de salida del comparador, al de la entrada inversora y al de la entrada no inversora como v_O, v_C y v^+ respectivamente. Se sabe que v_O, por ser la salida de un comparador ideal, debe saturar rápidamente a alguno de sus rieles, por lo que solo puede tomar los valores V_{DD} y 0 V.

Si se calcula el voltaje del nodo v^+ por superposición, considerando por separado los aportes de V_{DD} y v_O, se obtiene:

$$v^+ = v_O \frac{R_2 \| R_2}{R_2 \| R_2 + R_2} + V_{DD} \frac{R_2 \| R_2}{R_2 \| R_2 + R_2}$$

Como todos los resistores poseen el mismo valor, es posible simplificar la expresión:

$$v^+ = \frac{v_O}{3} + \frac{V_{DD}}{3}$$

Para entender el funcionamiento del circuito se puede analizar qué sucede ante cierta condición inicial. Supongamos que en un inicio el capacitor se encuentra descargado ($v_C = 0\,\text{V}$). El voltaje

en v^+ siempre es mayor a cero (con valor mínimo $V_{DD}/3$), por lo que, como $v^+ > v_C$, la salida del comparador será V_{DD}. Esto provocará que el capacitor comience a cargarse exponencialmente con una constante de tiempo dada por la resistencia que conecta v_O con C. Es decir, $\tau = R_1 C$.

Eventualmente el voltaje del capacitor llegará al valor $v_C \geq v^+ = 2V_{DD}/3$, y el comparador cambiará su salida a 0 V. Esto generará que el capacitor ahora comience a descargarse exponencialmente y que $v^+ = V_{DD}/3$. Cuando vuelva a cumplirse la condición $v_C \leq V_{DD}/3$, la salida volverá a ser V_{DD}, $v^+ = 2V_{DD}/3$ y el capacitor se cargará hasta llegar a $2V_{DD}/3$, momento en el que el ciclo comenzará nuevamente.

En resumen, este circuito es un oscilador que genera una onda cuadrada en v_O y un voltaje que sube y baja exponencialmente entre $V_{DD}/3$ y $2V_{DD}/3$ en el nodo v_C. El periodo de la onda cuadrada corresponde a un ciclo de carga más un ciclo de descarga del capacitor. Es posible calcular el tiempo de carga sabiendo que el voltaje en el capacitor crece exponencialmente de $V_{DD}/3$ hasta $2V_{DD}/3$:

$$v_C(t^*) = \frac{V_{DD}}{3} + \frac{2\,V_{DD}}{3}\left(1 - e^{-t^*/\tau}\right) = \frac{2\,V_{DD}}{3}$$

Con τ como la constante de tiempo de carga ($\tau = R_1 C$). Despejando se obtiene:

$$t^* = \ln(2) \cdot \tau$$

El procedimiento es análogo para el tiempo de descarga. Luego, la frecuencia de oscilación de la onda cuadrada es:

$$f_{osc} = \frac{1}{2t^*} = \frac{1}{2\,\ln(2) \cdot R_1 C}$$

b) Se utilizó el siguiente netlist de SPICE para simular:

```
C1 Vc 0 100n
R1 Vo Vc 1Meg
R2 Vo v+ 10k
R3 0 v+ 10k
R4 Vdd v+ 10k
V1 Vdd 0 5
XU1 v+ Vc Vdd 0 Vo level.2 Avol=1Meg GBW=10Meg
+Slew=10Meg ilimit=25m rail=0 Vos=0 phimargin=45
+en=0 enk=0 in=0 ink=0 Rin=500Meg
.tran 1.5
.ic V(Vc) 0
.lib UniversalOpamps2.sub
.backanno
.end
```

Se escogieron los valores $V_{DD} = 5$ V, $C = 100$ nF, $R_1 = 1$ MΩ, $R_2 = 10$ kΩ y condición inicial $v_C(0) = 0$ V. Los resultados de la simulación se muestran en la figura 15.

Tal como era esperado, se genera una onda cuadrada a la salida del comparador y el voltaje del capacitor oscila entre $\frac{5}{3}$ V y $\frac{10}{3}$ V. Además, el voltaje en v^+ también es una onda cuadrada que oscila entre los mismos umbrales que v_C.

La frecuencia de oscilación corresponde teóricamente a 7.21 Hz, lo que es corroborado en esta simulación.

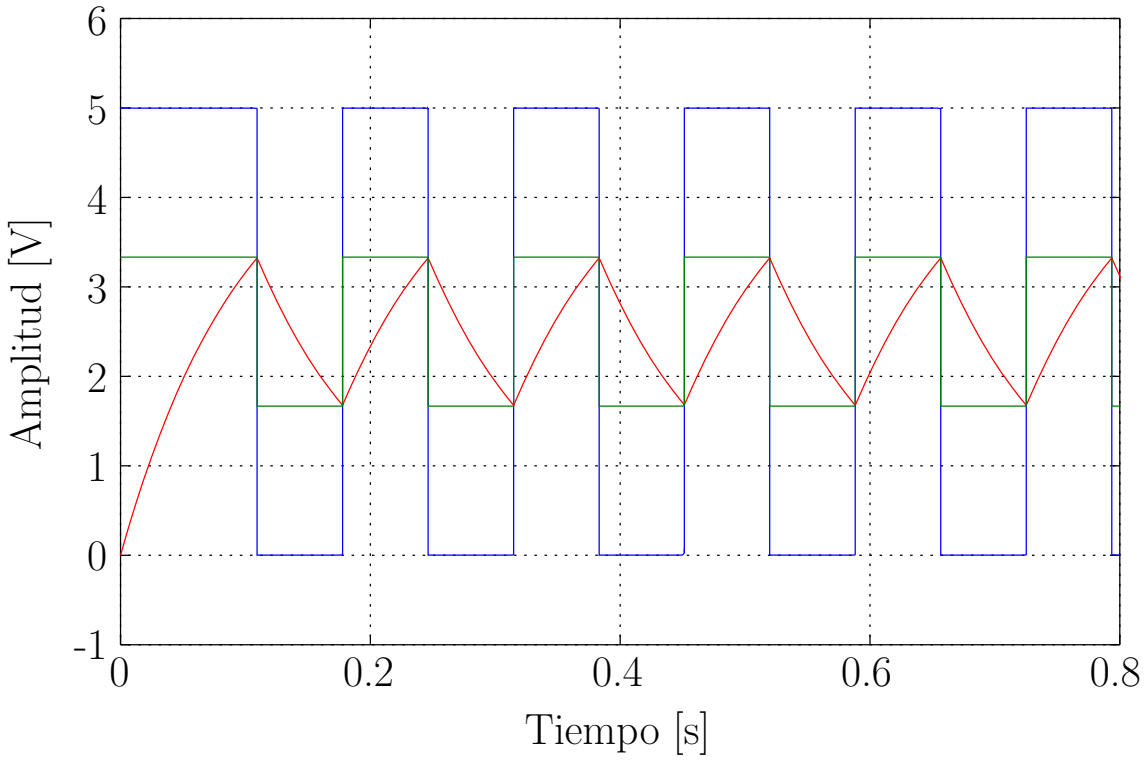


Figura 15: Simulación `.tran` del oscilador. En azul se muestra la señal v_O, en rojo la señal v_C, y en verde la señal v^+.

c) La frecuencia de oscilación depende de los valores de R_1 y C. Si bien también podría depender de variaciones en el voltaje de la entrada no inversora v^+, se debe recordar que este voltaje es obtenido por dos razones de resistencias. Por lo tanto, si existe una variación de temperatura, esta afectará por igual a todas las resistencias y la razón se mantendrá constante, por lo que el nodo de la entrada no inversora tendrá un voltaje robusto.

   Por otro lado, el valor de la constante τ (fijado por R_1 y C) sí puede variar ante cambios de voltaje o temperatura. Por ejemplo, al cambiar la temperatura el valor de resistencia también se verá afectado.

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2413 Electrónica — I-2018

Problemas Electrónica 2018 - I

Profesor: Ángel Abusleme
Ayudantes: Agustín Campeny, Juan Pablo Elorrieta, Cristóbal Ferrer, Matías Henríquez

Importante: Los siguientes ejercicios corresponden al análisis detallado de algunas configuraciones de amplificadores operacionales propuestas **Texas Instrument**. En el siguiente link (`http://www.ti.com/lit/an/snla140b/snla140b.pdf`) pueden encontrar un gran número de configuraciones con su resultado final en caso de que quiera estudiar aún más.

1. En la figura 1 vemos un circuito implementando un Op-Amp. Responda las siguientes preguntas:
   - Explique con sus propias palabras que cuál cree que es la función del circuito.
   - Encuentre una expresión para V_{out} en función de I_{in}, R_1 y R_2.
   - ¿Para qué cree usted que puede ser útil este circuito?

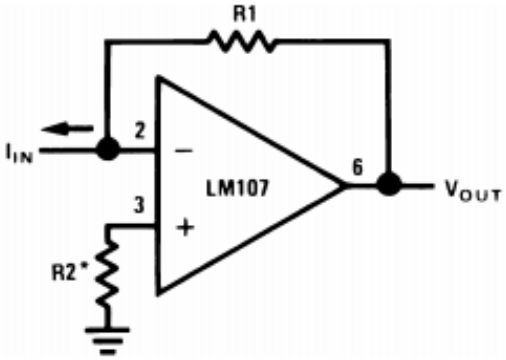


Figura 1: Esquema para la pregunta 1

   - En la figura 1 se muestra que la corriente sale del nodo de la entrada inversora. Uno de los supuestos de los Amplificadores Operacionales ideales dice que la corriente de las entradas es nula, por lo que esta corriente tiene que venir desde V_{Out} y pasar por R_1. Como el paso de una corriente por una resistencia genera una diferencia de potencial, este circuito actúa como una **Transresistencia** generando un voltaje a partir de una corriente.

- Para calcular el voltaje de salida V_{Out} se analiza el nodo de la entrada inversora:

$$\frac{V_{Out} - V_{-}}{R_1} = I_{in} \tag{1}$$

Se tiene realimentación negativa por lo que hay cortocircuito virtual. El voltaje de la entrada no inversora es cero porque no hay paso de corriente por R_2. Debido al CC virtual $V_{-} = 0V$ por lo que la ecuación 2 nos queda como:

$$V_{Out} = I_{in} R_1 \tag{2}$$

Cabe destacar que dado el sentido de la corriente mostrado en el circuito, la Transresistencia es positiva, pero si se tuviera una señal que entrega corriente la Transresistencia sería negativa.

- Este circuito puede ser utilizado para transformar una señal de corriente a una señal de voltaje. Las ventajas de este circuito son:
  - Puede manejar cargas grandes a la salida, a diferencia de una fuente de corriente.
  - Tiene impedancia de entrada idealmente nula por lo que se minimiza la atenuación de la señal.

2. En la figura 2 vemos un circuito implementando un Op-Amp. Responda las siguientes preguntas:

   - Explique con sus propias palabras qué cree que hace el circuito.
   - Calcule V_{out} en función de V_1, V_2 y V_3. ¿Se comporta como esperaba?.
   - ¿Para que cree usted que puede ser útil este circuito?
   - ¿Que pasa si $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$?

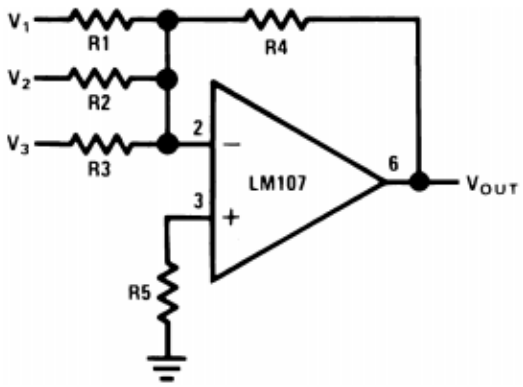


Figura 2: Esquema para la pregunta 2

Respuesta:

- Para entender intuitivamente la funcionalidad del circuito lo mejor es separarlo en bloques. De inmediato notamos que el amplificador está en una configuración inversora. Luego como existe realimentación negativa se cumple el corto circuito virtual entre V_- y V_+ y por lo tanto el voltaje en V_- esta fijo y en este caso sera 0V.
  Como el voltaje esta fijo y no hay corriente en las entradas del amplificador, la suma de las corrientes aportadas por cada entrada al pasar por R_4 producirá un voltaje en V_{out}. La corriente que entrega cada entrada sera $I_i = \frac{V_i}{R_i}$ y por lo tanto el voltaje de salida sera la suma de los voltajes ponderados por el inverso de su resistencia.

- En el circuito se debe cumplir:

$$\frac{V_1 - V_-}{R_1} + \frac{V_2 - V_-}{R_2} + \frac{V_3 - V_-}{R_3} = \frac{V_- - V_{out}}{R_4} \tag{3}$$

  Luego como existe CC virtual $V_- = V_+ = 0$ y la igualdad 3 queda como:

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} = \frac{-V_{out}}{R_4} \tag{4}$$

Reordenando nos queda:

$$V_{out} = -R_4\left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}\right) \tag{5}$$

Podemos ver que el circuito es efectivamente es un sumador inversor.

- El circuito resulta de mucha utilidad ya que realiza operaciones matemáticas de manera 100 % analógica, multiplicando las entradas por constantes definidas por el usuario y luego sumándolas.
- Si $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ en 5 nos queda:

$$V_{out} = -(V_1 + V_2 + V_3) \tag{6}$$

Por lo que la ponderación relativa de las entradas se ve compensada con la del circuito inversor.

3. El siguiente circuito, mostrado en la figura 3, amplifica la diferencia entre la entrada positiva y negativa, como se muestra en la figura3.
   - Si $R1 = R4$, $R_2 = R_5$ y $R_6 = R_7$, cual es la ganancia en la resta de las entradas ($A_v = \frac{V_{output}}{(V_{+in} - V_{-in})}$)
   - ¿Cuál sera la ganancia si utilizamos los valores del enunciado?

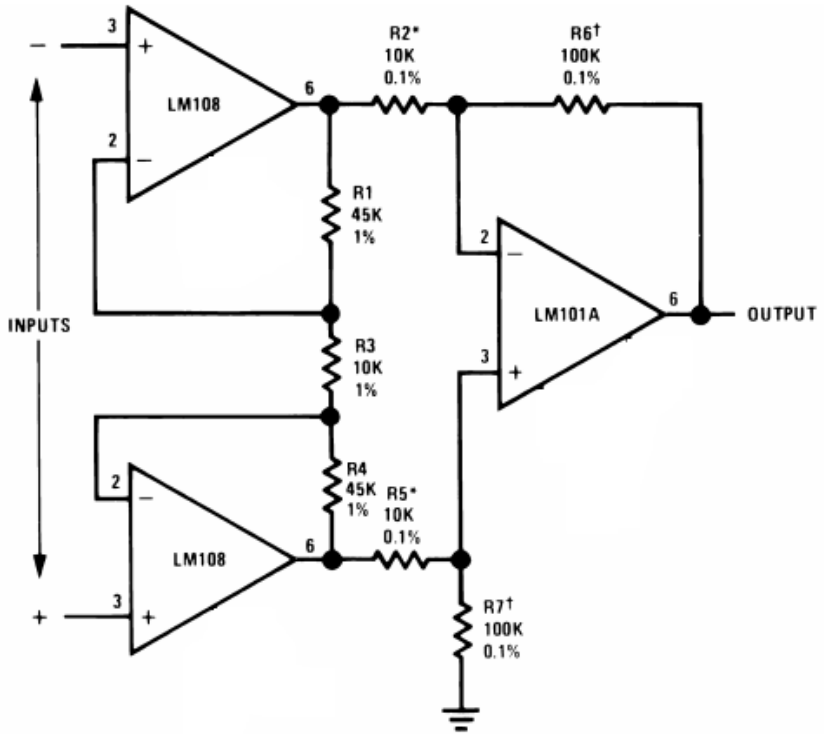


Figura 3: Esquema para la pregunta 3

- Definiendo el Op-Amp superior izquierdo como 1, el inferior izquierdo como 2 y el derecho como 3 obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\frac{V^1_{Out} - V^1_-}{R_1} = \frac{V^1_- - V^2_-}{R_3} = \frac{V^2_- - V^2_{Out}}{R_4} \tag{7}$$

$$\frac{V^1_{Out} - V^3_-}{R_2} = \frac{V^3_- - V^3_{Out}}{R_6} \tag{8}$$

$$V^3_- = V^2_{Out}\frac{R_7}{R_7 + R_5} \tag{9}$$

$$V^2_- = V^2_+ = V_{-in} \tag{10}$$

$$V^3_- = V^3_+ = V_{+in} \tag{11}$$

Utilizando algún software computacional resolvemos las ecuaciones anteriores y llegamos a:

$$V_{Out}^{3} = (V_{+in} - V_{-in}) \cdot \frac{R_6}{R_2}\left(1 + \frac{2R_1}{R_3}\right) \tag{12}$$

Luego la ganancia $A_v = \frac{V_{Out}^{3}}{(V_{+in} - V_{-in})}$ sera:

$$A_v = \frac{R_6}{R_2}\left(1 + \frac{2R_1}{R_3}\right) \tag{13}$$

- Para determinar la ganancia simplemente reemplazamos los valores de la figura, obteniendo:

$$A_v = \frac{100k}{10k}\left(1 + \frac{2 * 45k}{10k}\right) = 100\frac{V}{V} \tag{14}$$