Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2413 – Electrónica

Interrogación 1 - Total 50 Puntos
Back to the Circuits

Escriba sus respuestas en expresiones de baja entropía. Si para responder alguna de las preguntas necesita el resultado de una pregunta anterior que no ha podido responder, asuma una respuesta genérica (e.g., V en el caso de un voltaje, R en el caso de una resistencia, etc.). **Sólo se aceptarán preguntas de enunciado a viva voz y rige tanto el Código de Honor UC como las reglas de entrega del curso.**

- **WARNING 0: Póngale nombre a todas sus hojas de desarrollo.**
- **WARNING 1: Respalde sus respuestas con los cálculos o conceptos que correspondan; de no hacerlo o haber respuestas mágicas, no tendrá todo el puntaje tras la corrección de los ayudantes.**
- **WARNING 2: Preocúpese de que la letra de la interrogación sea legible para la postcorrección. Un ayudante que corrige contento, corrige mejor, y en otro caso habrá descuento de nota.**
- **WARNING 3: Sólo puede usar formulario de elaboración propia y calculadora científica. Está estrictamente prohibido el uso de celulares, Solvers y cualquier otra herramienta no autorizada explícitamente para resolver problemas.**

P1: Surtido de cortitos (10 puntos)

(Parte A). Considere el siguiente circuito:

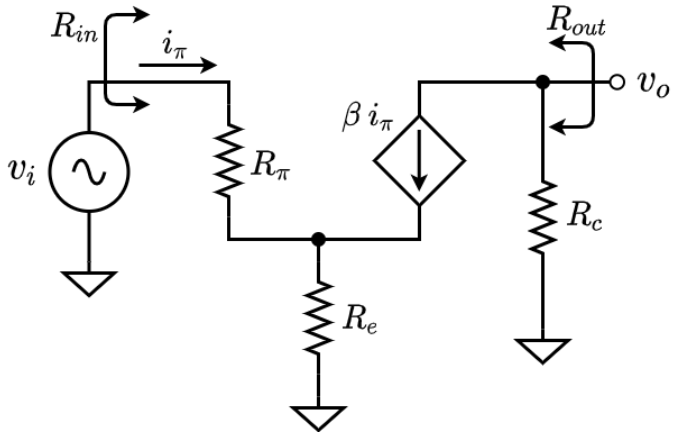


Figura 1: Circuito del Problema 1 (Parte A).

Sabiendo que $\beta > 0$, determine su función de transferencia $\frac{v_o}{v_i}$, R_{in} y R_{out}.

(Parte B). Considere el siguiente circuito compuesto de un OpAmp ideal, resistores y capacitores:

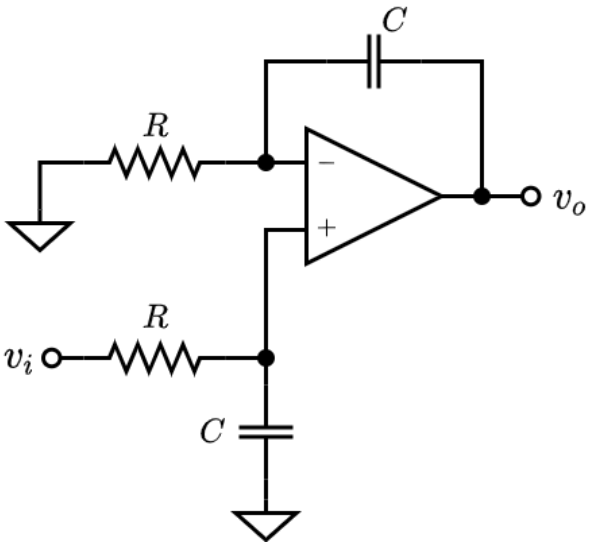
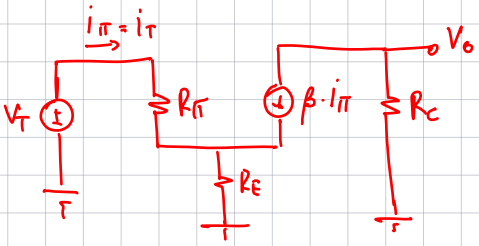


Figura 2: Circuito del Problema 1 (Parte B).

Determine la función de transferencia $\frac{v_o}{v_i}$.

P1 A) Necesitamos $\frac{V_o}{V_i}$, R_{in}, R_{out}

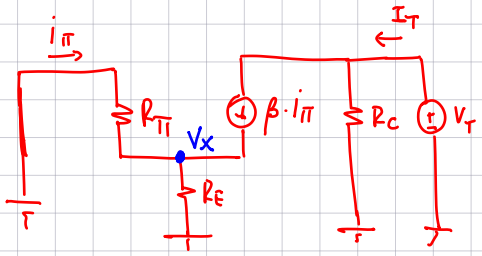
* R_{in} :



$$V_T = i_T \cdot R_\pi + \underbrace{(\beta+1) \cdot i_T}_{i_T + \beta i_T} \cdot R_E$$

$$\hookrightarrow \frac{V_T}{I_T} = R_{in} = R_\pi + (\beta+1) R_E$$

* R_{out} :



$$I_T = \frac{V_T}{R_C} + \beta i_\pi$$

$$I_\pi = -\frac{V_x}{R_\pi}$$

$$(\beta+1) I_\pi = \frac{V_x}{R_E}$$

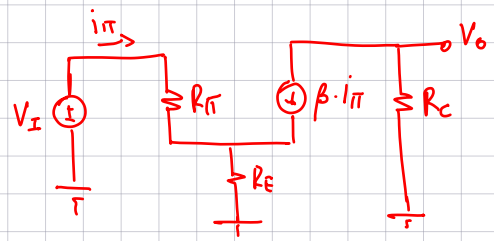
$$-\frac{V_x}{R_\pi}(\beta+1) = \frac{V_x}{R_E}$$

$$-\frac{(\beta+1)}{r_\pi} = \frac{1}{R_E} \rightarrow \leftarrow$$

De lo anterior para cumplir con las ecuaciones

$i_\pi = 0 \Rightarrow$ $\boxed{\frac{V_T}{I_T} = R_{out} = R_C}$

* $\frac{V_o}{V_I}$:



$$\frac{0 - V_o}{R_C} = \beta \cdot i_\pi$$

$$V_I = R_\pi \cdot i_\pi + (\beta+1) \cdot i_\pi \cdot R_E$$

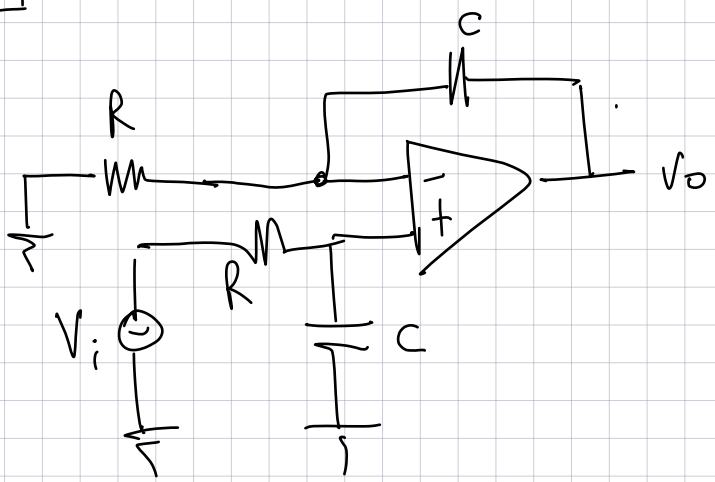
$$\hookrightarrow \boxed{i_\pi = \frac{V_I}{R_\pi + (\beta+1) R_E} = \frac{V_I}{R_{IN}}}$$

Finalmente:

$$V_o = -R_C \cdot \beta \cdot i_\pi = -\frac{R_C \cdot \beta}{R_{IN}} \cdot V_I$$

$$\boxed{\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_C \cdot \beta}{R_{IN}} = -\frac{R_C \cdot \beta}{R_\pi + (\beta+1) R_E}}$$

P1 | B) Tenemos el circuito:

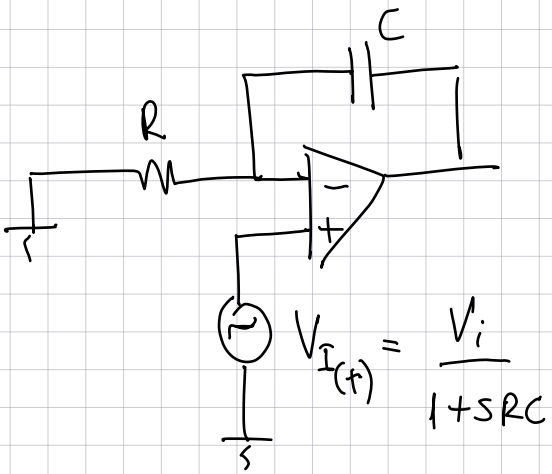


Realimentación (-)

$V_+ = V_-$

$V_+ = \frac{V_i}{R + \frac{1}{sC}} \cdot \frac{1}{sC} = \frac{V_i}{1+sRC}$

$\Rightarrow$



Topología No Inversora

$\rightarrow \frac{V_o}{V_{I(t)}} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$

$\frac{V_o}{V_{I(t)}} = 1 + \frac{\frac{1}{sC}}{R} = \frac{sRC+1}{sRC}$

$V_o = \frac{sRC+1}{sRC} \cdot \frac{V_i}{1+sRC}$

$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{sRC}$ (Integrador No-Inversor)

P2: Un diseño realista... (10 puntos)

En un laboratorio de desarrollo, para cierta aplicación se le solicita diseñar un amplificador que cumpla con las siguientes características:

- Ganancia de Voltaje = 10 V/V, en fase con la entrada.
- Voltaje de Salida Máximo = ± 10 [V]
- Uso de 1 sólo OpAmp riel-a-riel con GBW = 2 [MHz], SR = 1 V/us, terminales de rieles nominados como $V_{CC}(> 0)$ y $V_{EE}(< 0)$ y que en todo lo demás es ideal.
- Voltaje de Entrada Sinusoidal representado por la ecuación: $V_i = A \cdot sin(\omega \cdot t)$

Al mismo tiempo, un ingeniero junior preparó una lista de pruebas a las cuales debe ser sometido su diseño:

a) A = 40 [mV] y f = 300 [kHz]

b) A = 1.5 [V] y f = 5 [kHz]

c) A = 0.6 [V] y f = 250 [kHz]

d) A = 1 [V] y f = 30 [kHz]

e) A = 0.1 [V] y f = 125 [kHz]

A continuación responda las siguientes preguntas:

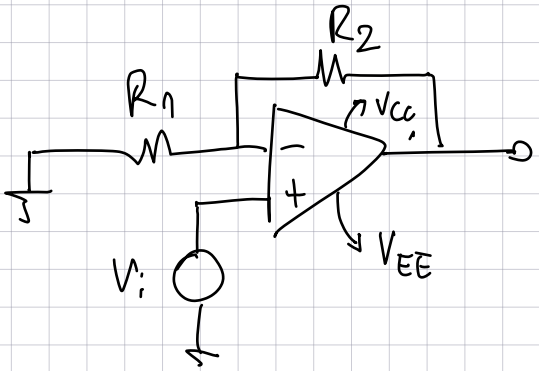
1) Dibuje la topología de circuito más simple que permite cumplir con lo solicitado. En el caso de requerir componentes pasivos, nomínelos usando la siguiente notación: R_i, C_i y L_i según corresponda.

2) Especifique los voltajes que debe suministrar a los rieles del OpAmp y la razón matemática requerida entre componentes pasivos (R_i, C_i y/o L_i según corresponda) para la construcción.

3) Los ingenieros senior, por experiencia, dudan que el conjunto de pruebas especificado permita extraer información adecuada sobre el amplificador, por lo que le piden revisar si es posible realizar cada una de ellas cumpliendo con las limitaciones del OpAmp y del Amplificador. De no poderse, indique cuál o cuáles de los limites se violan y si hay distorsión (deformación) en la onda de salida.

P2|

1) Es un amplificador no inversor (sin desfase) de ganancia 10



$$\frac{V_o}{V_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

2) $V_{CC} = 10$ y $V_{EE} = -10$ para subir el voltaje máximo requerido y $\frac{R_2}{R_1} = 9$ para la ganancia

3) Se debe verificar para cada prueba que:

a) No haya SR a la salida: $A_{out} \cdot \omega = 10 \cdot A \cdot \omega \leq 10^6 \frac{V}{seg}$

b) Se respete el GBW para la ganancia del CKT: $f_{MAX} = \frac{2 \cdot 10^6}{10} = 200\,kHz$

c) Que la onda se mantenga dentro de los rieles: $|G \cdot A| \leq 10$

Prueba	f_{op} - GBW	SR_{EXP} $(A_{out} \cdot \omega)$ - SR	V_{OUT}^{MAX} $(10 \cdot V_I^{max})$ - SAT	DISTORSIÓN
a)	300 kHz (X)	0.753 V/μseg (✓)	0.4 V (✓)	NO
b)	5 kHz (✓)	0.471 V/μseg (✓)	15 V (X)	SI
c)	250 kHz (X)	9.4 V/μseg (X)	6 V (✓)	SI
d)	30 kHz (✓)	1.8 V/μseg (X)	10 V (✓)	SI
e)	125 kHz (✓)	0.785_{-3} V/μseg (✓)	1 V (✓)	NO

P3: La Papita... o el oscilador? (15 puntos)

Alan Brito II, buscando circuitos antiguos de su predecesor, encontró el siguiente circuito:

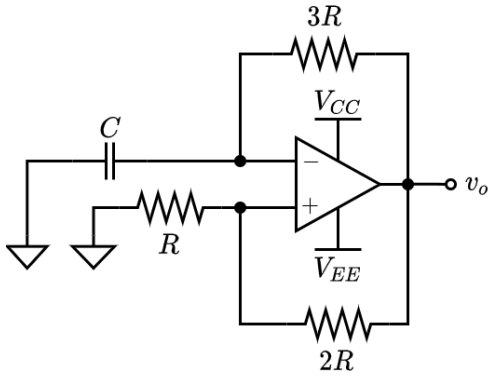


Figura 3: Circuito del problema 3

Las notas asociadas al circuito son bastante escuetas y están en formato punteo:

- Oscilador de Relajación
- Comparador es como un como un amplificador diferencial de alta ganancia y ancho de banda, con impedancia de entrada infinita (∞) e impedancia de salida nula (0)
- Para construirlo físicamente, V_{CC} es un voltaje positivo no nulo y V_{EE} es un voltaje negativo no nulo.

Alan Brito II, quiere entender este circuito y le pide su ayuda. Las preguntas que le tiene son:

1) ¿Qué tipo de realimentación presenta el circuito? En caso de haber más de una, indique cuál predomina y porqué.
2) Analice la operación del circuito siendo claro y explícito en explicar como evoluciona la salida del oscilador y los nodos V+ y V- del comparador en el tiempo. Alan cree que un gráfico, con puntos notables y relevantes del proceso, vale más que mil palabras y le sería de mucha utilidad.
3) Encuentre una expresión para el periodo de oscilación del circuito en función de las variables que correspondan.
4) Si quisiera construir el circuito usando una fuente asimétrica de 12V / -9V y una resistencia de 1 [$k\Omega$], ¿cuánto debiera valer el capacitor C para que la señal de salida tenga una frecuencia de oscilación de 10 Hz?
5) Al oscilador de relajación es posible agregarle, a su salida, un filtro y seguidamente un operador matemático para generar onda triangular. ¿Cuál sería ese filtro y cuál sería ese operador matemático? Justifique y considere que el análisis realizado en el ítem 2), fue generalizado sin asumir simetría en los rieles de alimentación.

P3

1) El circuito tiene 2 realimentaciones, (+) y (-). En este caso predomina la positiva gracias a la existencia del capacitor C. Al haber cambios en la salida, el nodo V_+ cambia instantáneamente mientras que V_- lo hace tardíamente forzando la realimentación (+) de forma predominante.

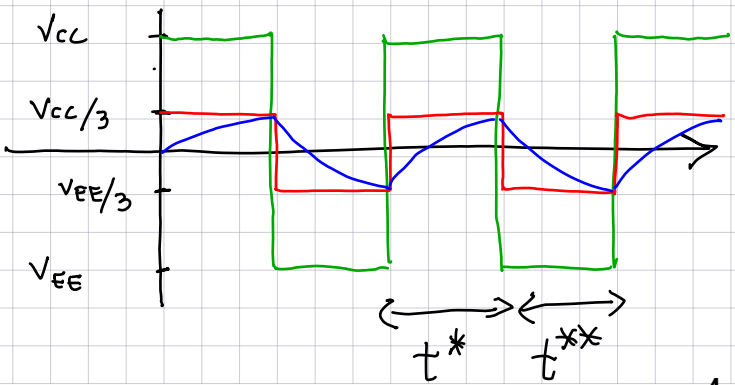
2) Estamos ante un comparador con histeresis por lo que necesitamos determinar los extremos de cambio:

$$V_+ = \frac{V_o}{2R+R} \cdot R = \frac{V_o}{3}, \text{ como } V_o \begin{cases} V_{cc}, & V_+ > V_- \\ V_{EE}, & V_+ < V_- \end{cases}$$

$$\text{Cuando } \begin{cases} V_o = V_{cc}, & V_+ = \frac{V_{cc}}{3} \\ V_o = V_{EE}, & V_+ = \frac{V_{EE}}{3} \end{cases}$$

¿Como funciona?

En regimen permanente el capacitor trata de cargarse hasta V_{cc} y V_{EE} siguiendo a la salida, sin embargo sólo puede cargarse hasta $V_{cc}/3$ y descargarse hasta $\frac{V_{EE}}{3}$ pues en estos valores $V_+ = V_-$ y fuerza el cambio de estado del comparador



— V_+

— $V_- = V_c$ ⇒ Nota C se carga con una constante $\tau = 3RC$

— V_o

3) Para encontrar el periodo no basta determinar el tiempo que le toma al capacitor cargarse desde $\frac{V_{EE}}{3}$ hasta $\frac{V_{cc}}{3}$ (siguiendo la curva de carga a V_{cc}) y desde $\frac{V_{cc}}{3}$ hasta $\frac{V_{EE}}{3}$ (siguiendo la curva de carga a V_{EE})

$$V_c(t) = V_{c(0)} + \left(V_{c(\infty)} - V_{c(0)}\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{3RC}}\right)$$

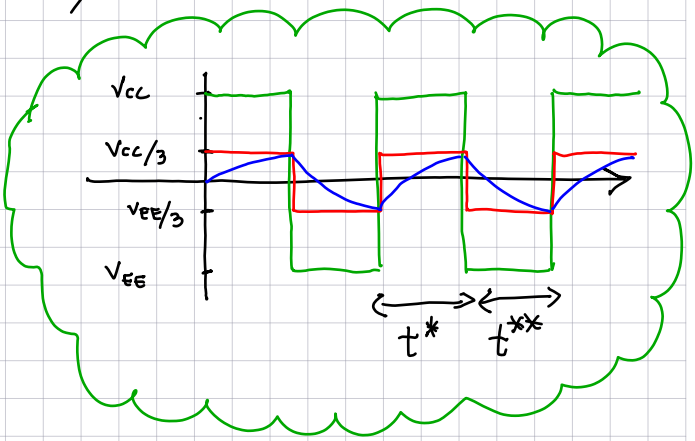
en t^*:

$$\frac{V_{cc}}{3} = \frac{V_{EE}}{3} + \left(V_{cc} - \frac{V_{EE}}{3}\right)\left(1 - e^{-t^*/3RC}\right)$$

$$-\frac{2}{3}V_{cc} = -\left(V_{cc} - \frac{V_{EE}}{3}\right) e^{-t^*/3RC}$$

$$\frac{2V_{cc}}{3V_{cc} - V_{EE}} = e^{-t^*/3RC} \quad / \ln(\cdot)$$

$$\ln\left(\frac{3V_{cc} - V_{EE}}{2V_{cc}}\right) = \frac{t^*}{3RC}$$



$$\Rightarrow t^* = 3RC \ln\left(\frac{3V_{cc} - V_{EE}}{2V_{cc}}\right)$$

Y para t^{**}, se resuelve:

$$V_c(t) = V_{c(0)} + \left(V_{c(\infty)} - V_{c(0)}\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{3RC}}\right)$$

en t^{**}:

$$\frac{V_{EE}}{3} = \frac{V_{cc}}{3} + \left(V_{EE} - \frac{V_{cc}}{3}\right)\left(1 - e^{-t^{**}/3RC}\right)$$

$$\Rightarrow t^{**} = 3RC \ln\left(\frac{3V_{EE} - V_{cc}}{2V_{EE}}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{(\text{periodo osc})} = t^* + t^{**} = 3RC \ln\left(\left(\frac{3V_{cc} - V_{EE}}{2V_{cc}}\right)\left(\frac{3V_{EE} - V_{cc}}{2V_{EE}}\right)\right)}$$

4) Si queremos una frecuencia de 10 Hz, $T_{osc} = 0.1$ seg

↳ $0.1 = 3 \cdot (1\,k\Omega)(C_{mF}) \ln\left(\left(\frac{3(12)-(-9)}{2 \cdot 12}\right) \cdot \left(\frac{3 \cdot (-9) - 12}{2 \cdot (-9)}\right)\right)$

$\Downarrow$

$C = 0.0237\,mF = 23.7\,\mu F$

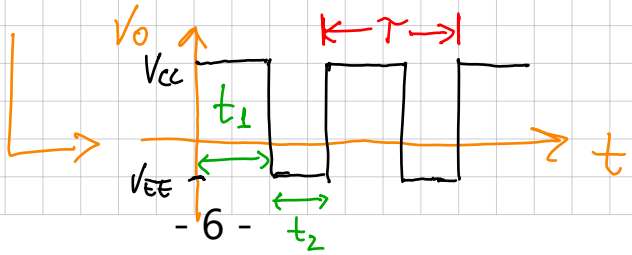
5) Nos basta agregar un Filtro Pasa Alto y seguido un Integrador

Filtro Pasa Alto: Elimina la componente DC de la salida cuadrada si la fuente es asimétrica

Integrador: Integra la salida cuadrada centrada en 0 produciendo una triangular.

Nota Docente:

* La desviación entre niveles de alimentación ($|V_{CC}| \neq |V_{EE}|$) hace que los tiempos de carga y descarga capacitiva difieran. Si no hay desviación, estos tiempos son iguales!
* Si los tiempos de carga/descarga difieren, esto tiene un impacto en la forma de onda de salida
  - ↳ Se mantiene la periodicidad
  - ↳ La onda de salida es un tren de pulsos cuyo tiempo de estado V_{CC}, no es igual al tiempo de estado V_{EE}

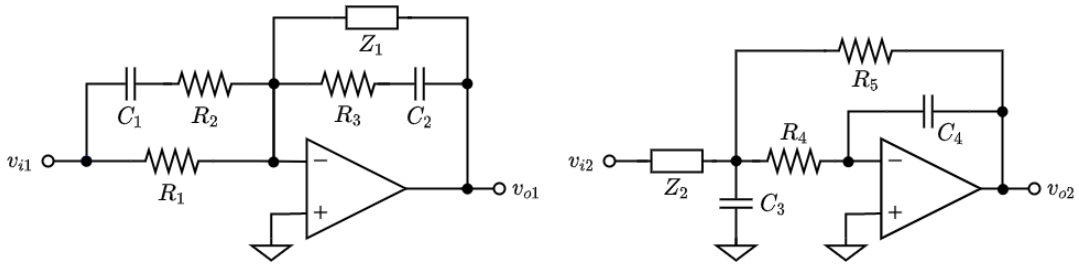


t_1 tiempo de carga hasta $V_{CC}/3$

t_2 tiempo de descarga hasta $V_{EE}/3$

P4: Saliendo de la Caja... (15 puntos)

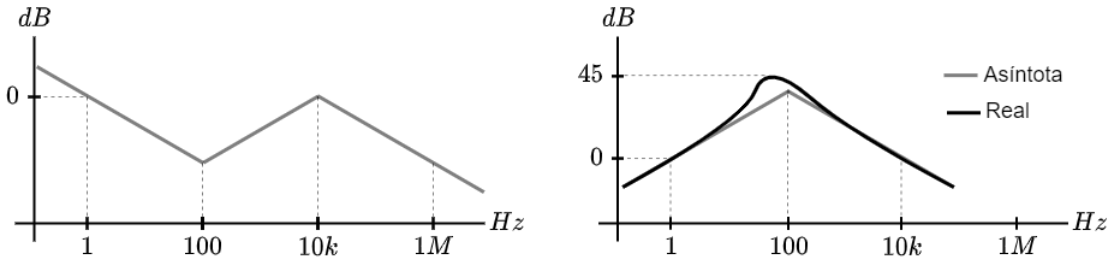
En una cierta empresa le solicitan reconstruir un par de circuitos que antaño fueron muy exitosos. Topológicamente sólo se cuenta con los siguientes esquemáticos, que no incluyen valores de componentes y además tienen elementos desconocidos denominados Z_1 y Z_2:



(a) Circuito 1 (b) Circuito 2

Figura 4: Circuitos del Problema 4.

Además se dispone de datos experimentales con los cuales se pudo construir los Bode de los circuitos anteriores. Sin embargo, no se sabe a qué circuito corresponde qué Bode.



(a) Bode A (b) Bode B

Figura 5: Bodes del Problema 4 - Todas las pendientes tienen magnitud de 20 dB/dec

Asuma que no hay más cambios de pendiente que los mostrados en los gráficos

Y finalmente se tiene un block de notas escrito por Alan Brito Delgado, diseñador del circuito e ingeniero retirado, que contiene la siguiente información adicional:

- Todos los componentes de los circuitos tienen valor finito y distinto a 0. Además, los componentes desconocidos Z_1 y Z_2 son pasivos y unitarios (R, L o C puros).

En el cometido de reconstruir los circuitos con la información disponible, se le pide determinar, asumiendo Op-Amps ideales:

1) El Bode que corresponde al Circuito 1 (definiendo $\frac{|v_{o1}|}{|v_{i1}|}$) y el bode que corresponde al Circuito 2 (definiendo $\frac{|v_{o2}|}{|v_{i2}|}$).
2) El elemento circuital que representa Z_1 y el que representa Z_2.

P4) Para resolver este problema de "Ingeniería Inversa" primero es necesario interpretar los Bodes entregados:

BODE A	BODE B
- 2 ceros - 3 polos, con uno en el origen	- 1 cero en el origen - 2 polos

Y ahora debemos analizar las funciones de transferencia de cada circuito para luego determinar el componente desconocido que nos permite reconstruir los polos y ceros necesarios.

* CKT 1, tiene configuración inversora estándar, por lo que plantear su FT es relativamente simple

$$\frac{V_{o1}}{V_{i1}} = -\frac{Z_1 \,//\, (R_3 + 1/sC_2)}{R_1 \,//\, (R_2 + 1/sC_1)} = -\frac{Z_1 \cdot (R_3 + 1/sC_2) \cdot (R_1 + R_2 + 1/sC_1)}{R_1 \cdot (R_2 + 1/sC_1)(Z_1 + R_3 + \frac{1}{sC_2})}$$

$$= -\frac{Z_1 \cdot (1 + sC_2R_3)(1 + sC_1(R_1+R_2))}{R_1 (1 + sC_1R_2)(1 + sC_2R_3 + sC_2Z_1)}$$

↳ Tenemos de base 2 ceros y 1 polo

* Si Z_1 es Resistencia ⇒ 2 ceros y 2 polos

* Si Z_1 es Inductor (sL) ⇒ 3 ceros y 3 polos

* Si Z_1 es Capacitor ($\frac{1}{sC}$) ⇒ 2 ceros y 3 polos y uno de los polos en el origen.

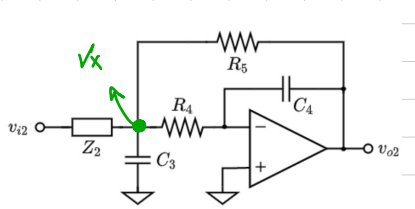
Bode (A)

Con lo anterior y bajo la premisa que es un bode para cada circuito, por enunciado, sabemos que el circuito 2 tiene como Bode el grafico (B).

Sin embargo, no sabemos el componente Z_2.

* CKT 2, planteamos las ecuaciones para determinar su funcion de transferencia:

$$\begin{cases} (1)\ \dfrac{V_{i2}-V_x}{Z_2} = \dfrac{V_x}{1/sC_3} + \dfrac{V_x}{R_4} + \dfrac{V_x - V_{o2}}{R_5} \\ (2)\ \dfrac{V_x - 0}{R_4} = \dfrac{0 - V_{o2}}{1/sC_4} \end{cases}$$



De (2) podemos despejar V_x en funcion de V_{o2} y luego su expresión remplazarla en (1).

↳ Así:

$$\frac{V_{o2}}{V_{i2}} = -\frac{1}{s^2 C_3 C_4 R_4 Z_2 + sC_4 R_4 + sZ_2 C_4 (1 + R_4/R_5) + \frac{Z_2}{R_5}}$$

$$\frac{V_{o2}}{V_{i2}} = -\frac{R_5}{sC_4 R_4 R_5 + Z_2 \left(s^2 C_3 C_4 R_4 R_5 + sC_4 (R_4 + R_5) + 1 \right)}$$

↳ La funcion originalmente no tiene cero que levanten la pendiente ⇒ Tenemos que lograr cero en origen

Analizamos casos:

* Si Z_2 es Resistencia $\Rightarrow$ No hay ceros

* Si Z_2 es Inductor (sL) $\Rightarrow$ No hay ceros

* Si Z_2 es Capacitor ($\frac{1}{sC}$) $\Rightarrow$ Hay cero en origen y polos en función cuadrática
  $\hookrightarrow$ 2 polos seguro!

Bode (B)

* Nota: Con el mero análisis de frecuencia no es posible determinar los elementos desconocidos pues no permite predecir como interactúan los elementos reactivos!