Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2413 – Electrónica

Interrogación 1 - Total 50 Puntos
Alan Brito Electronic Wars - Una Nueva Esperanza

Escriba sus respuestas en expresiones de baja entropía. Si para responder alguna de las preguntas necesita el resultado de una pregunta anterior que no ha podido responder, asuma una respuesta genérica (e.g., V en el caso de un voltaje, R en el caso de una resistencia, etc.). **Sólo se aceptarán preguntas de enunciado a viva voz y rige tanto el Código de Honor UC como las reglas de entrega del curso.**

- **WARNING 0: Póngale nombre a todas sus hojas de desarrollo.**
- **WARNING 1: Respalde sus respuestas con los cálculos o conceptos que correspondan; de no hacerlo o haber respuestas mágicas, no tendrá todo el puntaje tras la corrección de los ayudantes.**
- **WARNING 2: Preocúpese de que la letra de la interrogación sea legible para la postcorrección. Un ayudante que corrige contento, corrige mejor, y en otro caso habrá descuento de nota.**
- **WARNING 3: No se pegue en los problemas... si se ve atascad@, cámbiese de problema y ello probablemente le ayude a despejarse!.**
- **WARNING 4: Si se pide un Diagrama de Bode, se espera uno de tipo asintótico... punto a punto lo hace un computador.**
- **WARNING 5: Sólo puede usar formulario de elaboración propia y calculadora científica. Está estrictamente prohibido el uso de celulares, Solvers y cualquier otra herramienta no autorizada explícitamente para resolver problemas.**

P1: El Clásico (15 puntos)

Considere el siguiente circuito amplificador:

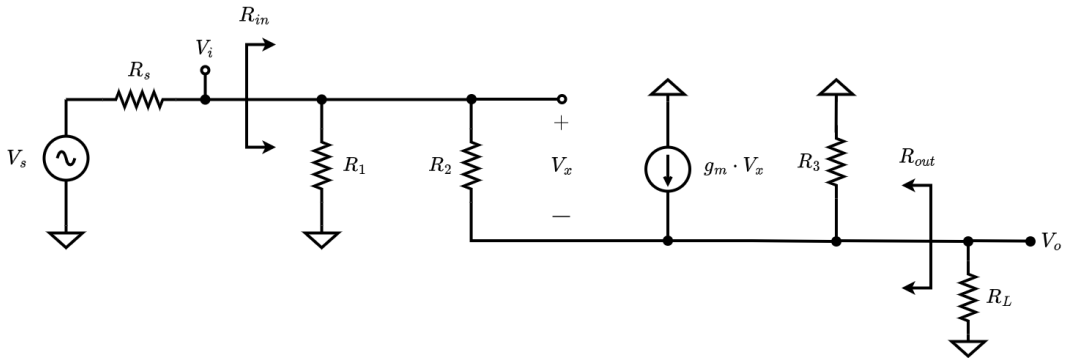


Figura 1: Amplificador

Este circuito corresponde a la linealización de una topología básica particular de amplificador transistorizado en pasabanda. Del circuito se sabe que:

- V_s es una fuente sinusoidal pura.
- Todas las resistencias tienen valor finito y no nulo.
- La transconductancia g_m tiene un valor finito y no nulo.

A continuación responda:

a) Determine la expresión que define la resistencia de entrada R_{in}, incluyendo la resistencia de carga R_L.

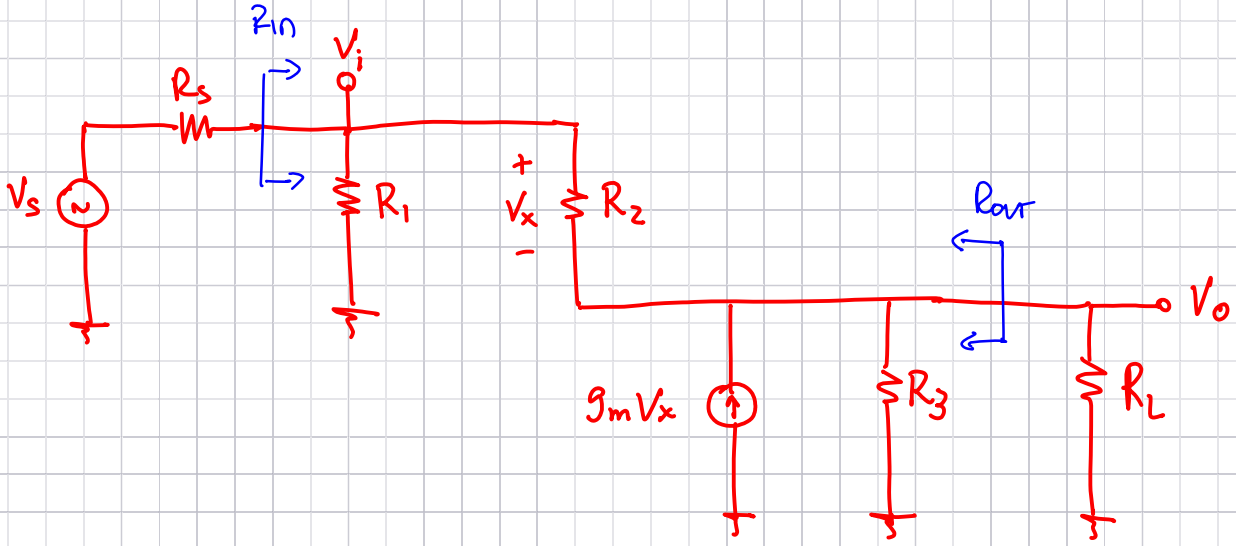
b) Determine la expresión que define la resistencia de salida R_{out}, apagando la fuente V_s.

c) Determine la expresión que define la ganancia $\dfrac{V_o}{V_i}$.

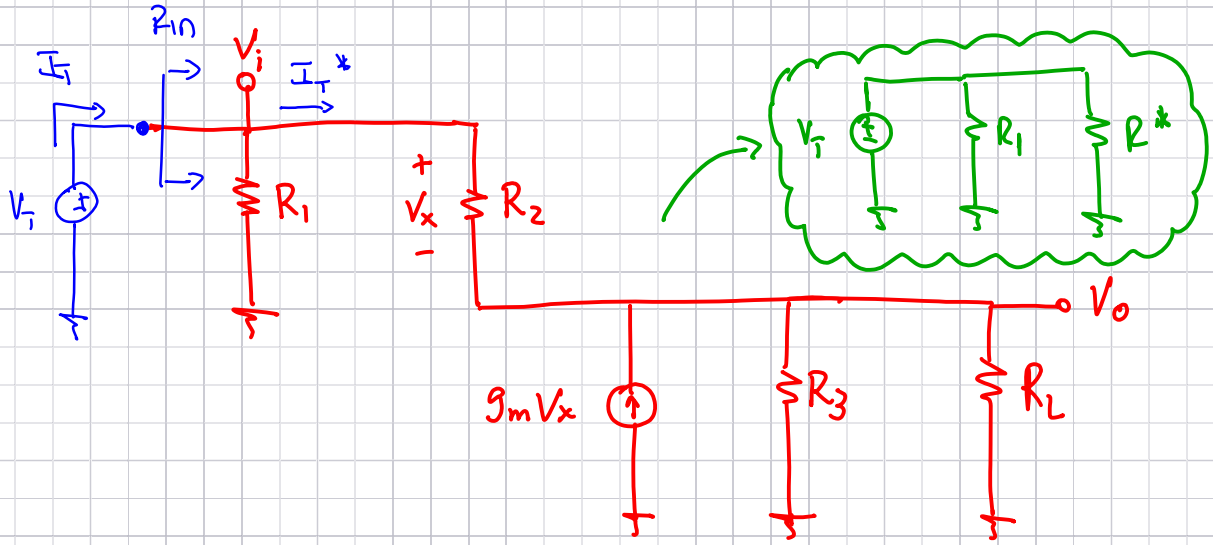
d) Determine la expresión que define la ganancia $\dfrac{V_o}{V_s}$. Para este inciso, puede usar los resultados obtenidos anteriormente.

Pauta I1

P1) Redibujemo el circuito:



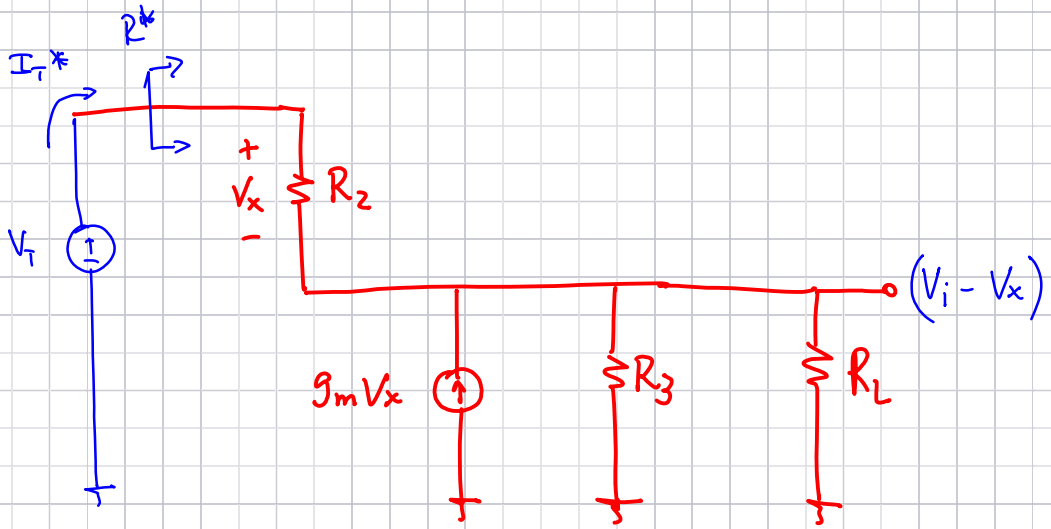
a) Se pide R_{in} incluyendo R_L



De lo anterior se infiere que:

$R_{in} = R_1 \,//\, R^*$, donde $R^* = \frac{V_T}{I_T^*}$

Colopuizal mente:
$R_{in} = R_1 \,//$ Todo lo que está al lado de R_1



(1) $$\frac{V_x^*}{R_2} = I_T^* \quad \Rightarrow \quad g_m V_x = g_m \cdot R_2 \cdot I_T^*$$

(2) $$\frac{V_T - V_x}{R_3 // R_L} = I_T^* + g_m R_2 I_T^*$$

$$\Rightarrow \quad V_T = I_T^* (1 + g_m R_2)[R_3 // R_L] + V_x$$

$$V_T = I_T^* (1 + g_m R_2)[R_3 // R_L] + I_T^* \cdot R_2$$

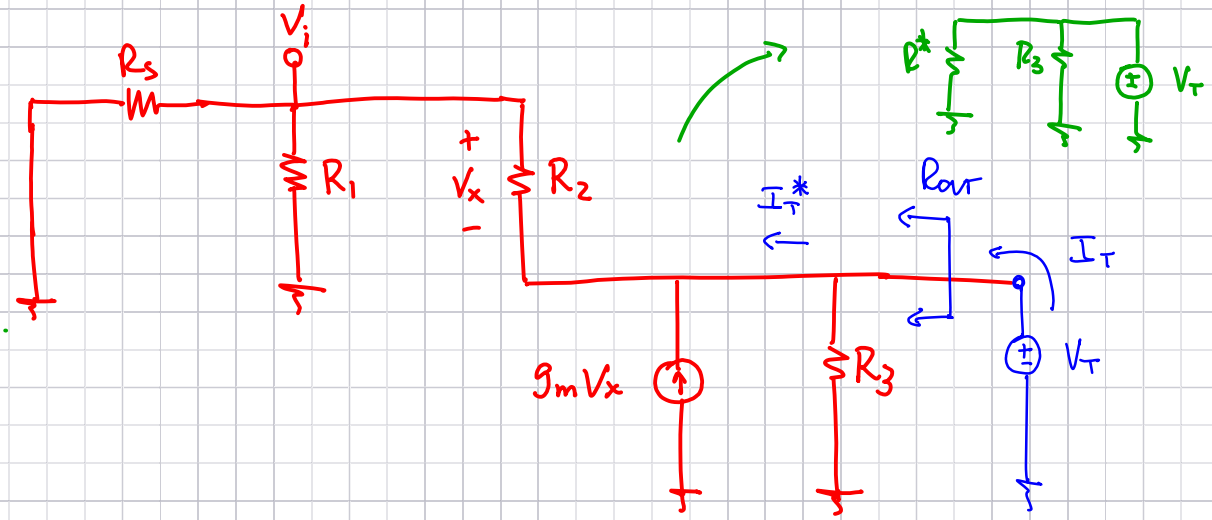
$$\frac{V_T}{I_T^*} = R_2 + (1 + g_m R_2)[R_3 // R_L] = R^*$$

Y así:

$$\Rightarrow \quad \boxed{R_{in} = R_1 // R^* = R_1 // \left[R_2 + (1 + g_m R_2)[R_3 // R_L] \right]}$$

Nota Docente: En este amplificador, la resistencia de entrada depende de la carga R_L, ojo al diseñar!

b) Rehacem el circuito ahora pero per R_{OUT}:



Planteamos las ecuaciones:

↳ $R_{OUT} = R_3 // R^*$, $R^* = \frac{V_T}{I_T^*}$

(1) $\frac{V_T}{R_2 + R_1 // R_S} = I_T^* + g_m V_x$

(2) $-V_x = \frac{V_T}{R_2 + R_1 // R_S} \cdot R_2$

(Asumimos la corriente entrando por abajo de R_2, por lo que esta ecuación define $-V_x$)

$$\Rightarrow V_T = I_T^* (R_2 + R_1 // R_S) + g_m \underbrace{V_x (R_2 + R_1 // R_S)}_{-V_T \cdot R_2}$$

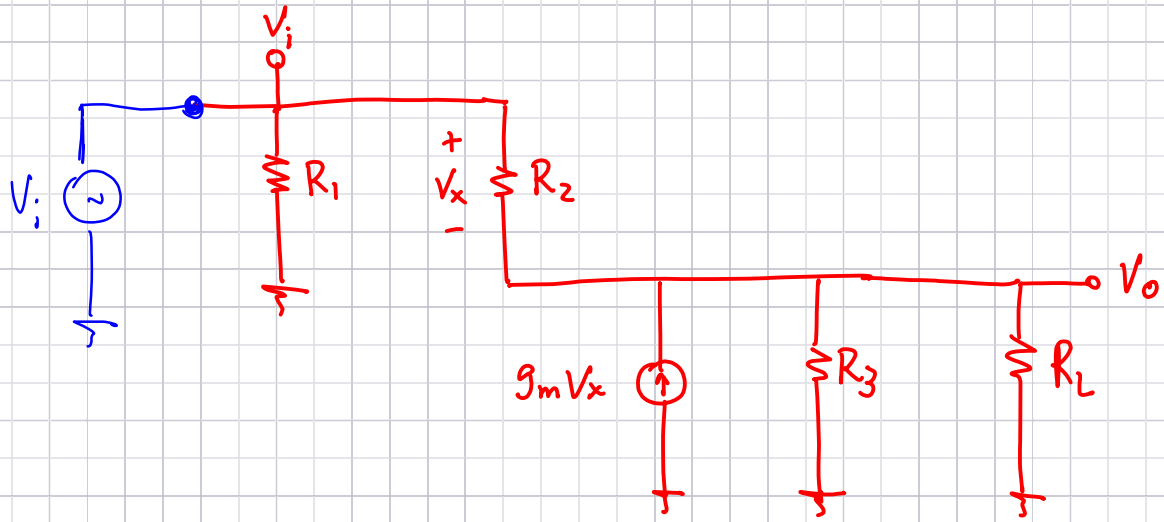
$$V_T = I_T^* (R_2 + R_1 // R_S) - g_m V_T \cdot R_2$$

$$V_T (1 + g_m R_2) = I_T^* (R_2 + R_1 // R_S)$$

$$\frac{V_T}{I_T^*} = R^* = \frac{[R_2 + (R_1 // R_S)]}{1 + g_m R_2} \rightsquigarrow R_{OUT} = R_3 // \frac{(R_2 + [R_1 // R_S])}{1 + g_m R_2}$$

c) Se pide la ganancia $\frac{V_o}{V_i}$. Una forma es la clásica matriquera con todo el circuito... otra más elegante y eficiente es reconocer V_i como un nodo en el que hay cualquier voltaje dependiendo de lo que se conecte.

↳



(1) $$\frac{V_i - V_o}{R_2} + g_m V_x = \frac{V_o}{R_3 // R_L}$$

(2) $$V_x = V_i - V_o$$

↳ $$\frac{V_i - V_o}{R_2} + g_m (V_i - V_o) = \frac{V_o}{R_3 // R_L}$$

$$(V_i - V_o)\left(\frac{1}{R_2} + g_m\right) = \frac{V_o}{R_3 // R_L}$$

$$(1-A_V)\left(\frac{1}{R_2}+g_m\right) = \frac{A_V}{R_3 /\!/ R_L}$$

$$\left(A_V = \frac{V_o}{V_i}\right)$$

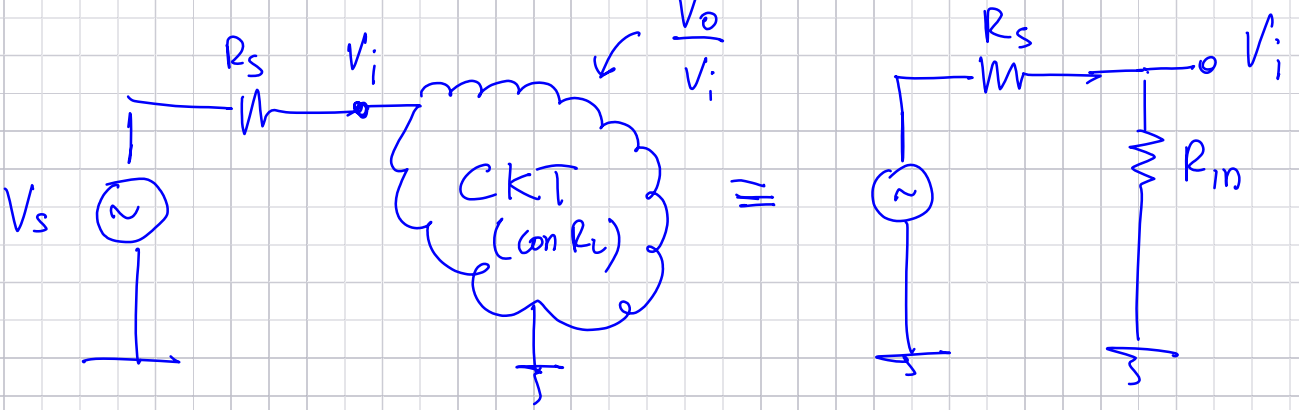
$$(1-A_V)\left(\frac{1+g_m R_2}{R_2}\right) = \frac{A_V}{R_3 /\!/ R_L}$$

$$(1-A_V) = \frac{R_2}{(R_3 /\!/ R_L)(1+g_m R_2)} A_V$$

$$1 = A_V\left(1 + \frac{R_2}{(R_3 /\!/ R_L)(1+g_m R_2)}\right)$$

$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + \dfrac{R_2}{(R_3 /\!/ R_L)(1+g_m R_2)}}$$

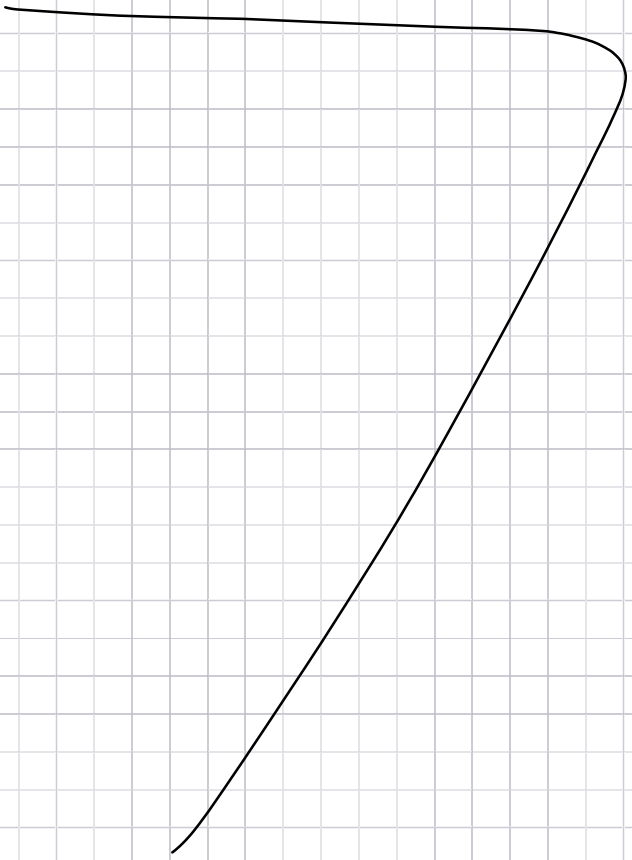
d) Para este cálculo podemos usar el principio anterior y el cálculo de R_{in}.



$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{V_o}{V_i} \cdot \underbrace{\frac{V_i}{V_s}}_{\text{divisor}} = \left[\frac{1}{1 + \frac{R_2}{(R_3 /\!/ R_L)(1 + g_m R_2)}} \right] \cdot \frac{R_{in}}{R_s + R_{in}}$$

$R_s - R_{in}$

$$\boxed{\frac{V_o}{V_s} = \left[\frac{1}{1 + \frac{R_2}{(R_3 /\!/ R_L)(1 + g_m R_2)}} \right] \cdot \frac{R_1 /\!/ \left[R_2 + (1 + g_m R_2)[R_3 /\!/ R_L] \right]}{R_s + R_1 /\!/ \left[R_2 + (1 + g_m R_2)[R_3 /\!/ R_L] \right]}}$$



P2: Realimentaciones Múltiples (10 puntos)

Considere el siguiente circuito:

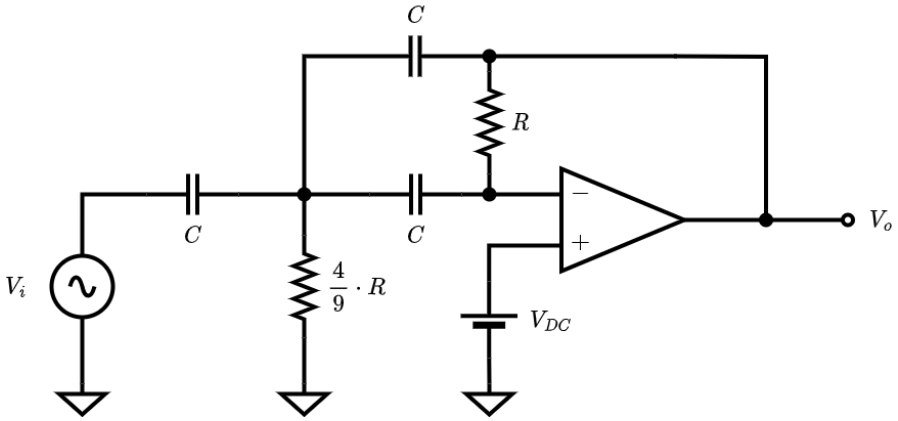


Figura 2: Circuito MFB

Este circuito se conoce como Amplificador/Filtro de Realimentación Múltiple (MFB Filter/Amplifer), note que la salida se realimenta a 2 lugares diferentes.

Del circuito se sabe que:

- El OpAmp es ideal.
- Los valores de los componentes pasivos son finitos y no nulos.
- V_{DC} es una fuente DC, que forma parte de la topología pero inicialmente está apagada.
- V_i es una fuente AC, sinusoidal pura.

A continuación:

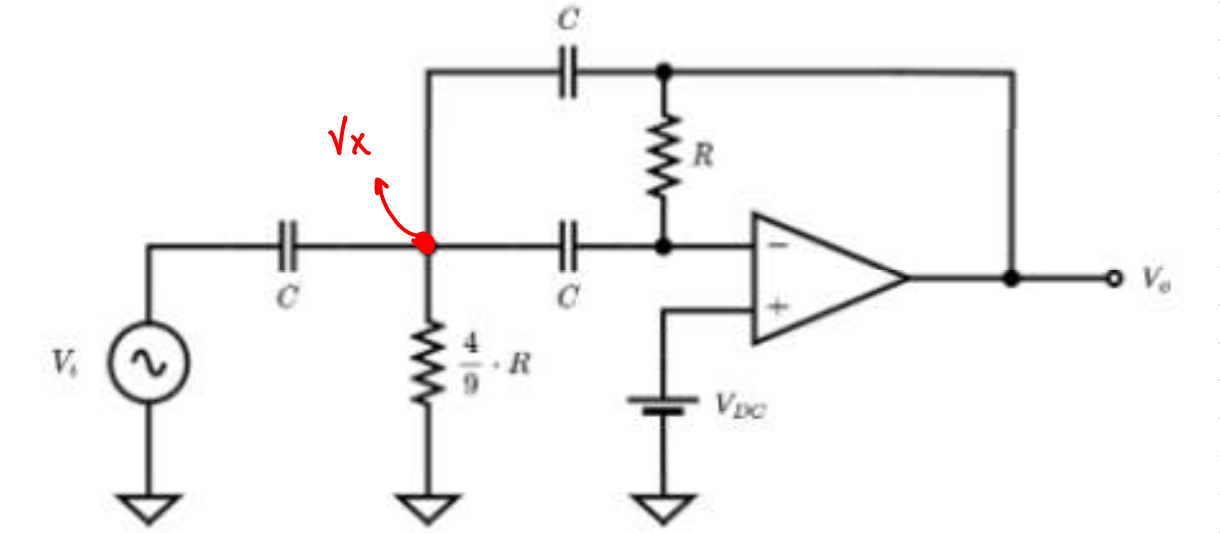
a) Analice intuitivamente el circuito, sin realizar cálculos, y determine cómo altera el voltaje de entrada, y la ganancia que le impone en términos de la frecuencia de operación. Sea claro en su análisis y los argumentos que sustentan su respuesta.

b) Determine la función de transferencia del filtro definida como $\frac{V_o}{V_i}$

c) Dibuje el diagrama de Bode - magnitud [dB] y fase [°], respecto a la frecuencia en [Hz] - del circuito, incluyendo todos los puntos y pendientes relevantes.

d) (Imagine que requiere implementar este circuito con un OpAmp Unipolar, con rieles 5[V] y Tierra, para manipular una señal de entrada sinusoidal pura de amplitud 0.5[V] y frecuencia dentro de la banda pasante. ¿Cómo le podría ayudar para estos efectos la fuente V_{DC}? ¿Qué **valor mínimo** debería tener dicha fuente para que la salida se genere correctamente?

P2] Traigám el circuito:



a) Para DC, todos los caps están abiertos y $V_o = V_{DC}$ pues R mantiene la realimentación negativa (por si lo consideraron en análisis)

Para frecuencias bajas, los caps están en alta impedancia y V_i no llega al opamp por lo que no se amplifica $\Rightarrow A_V = 0$

Para frecuencias altas, los caps están en corto (impedancia baja) y la entrada V_i pasa directo a V_o con ganancia unitaria $\Rightarrow A_V = 1$.

$\Rightarrow$ Buffer Pasa Altos (HPF con $|G|=1$)

b) Para determinar la función de transferencia definimos el nodo V_x.

(1) $$\frac{V_i - V_x}{\frac{1}{sC}} = \frac{V_x}{\frac{4}{9}R} + \frac{V_x - 0}{\frac{1}{sC}} + \frac{V_x - V_o}{\frac{1}{sC}}$$

(2) $$\frac{V_x - 0}{\frac{1}{sC}} = \frac{0 - V_o}{R} \Rightarrow \boxed{V_x = -\frac{V_o}{sRC}}$$

$$(1) \Rightarrow \quad sC V_i - sC V_x = \frac{9}{4R} V_x + sC V_x + sC V_x - sC V_o$$

$$sC V_i = \left(sC + \frac{9}{4R} + sC + sC \right) V_x - sC V_o$$

$$sC V_i = \left(3sC + \frac{9}{4R} \right) \cdot \left(-\frac{V_o}{sCR} \right) - sC V_o$$

$$sC V_i = \left[\left(3sC + \frac{9}{4R} \right) \left(-\frac{1}{sCR} \right) - sC \right] \cdot V_o$$

$$\frac{V_o}{V_i} = - \frac{sC}{\left(3sC + \frac{9}{4R} \right)\left(\frac{1}{sCR} \right) + sC} = - \frac{sC}{\frac{3sC}{sCR} + \frac{9/4}{sCR^2} + \frac{sC}{1}}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = - \frac{sC}{\frac{3sRC}{scR^2} + \frac{9/4}{scR^2} + \frac{(sCR)^2}{scR^2}} = - \frac{(sCR)^2}{(sCR)^2 + 3sRC + \frac{9}{4}}$$

$$\boxed{\frac{V_o}{V_i} = - \frac{(sCR)^2}{\left(sCR + \frac{3}{2} \right)} = - \frac{s^2}{\left(s + \frac{3}{2CR} \right)^2}}$$

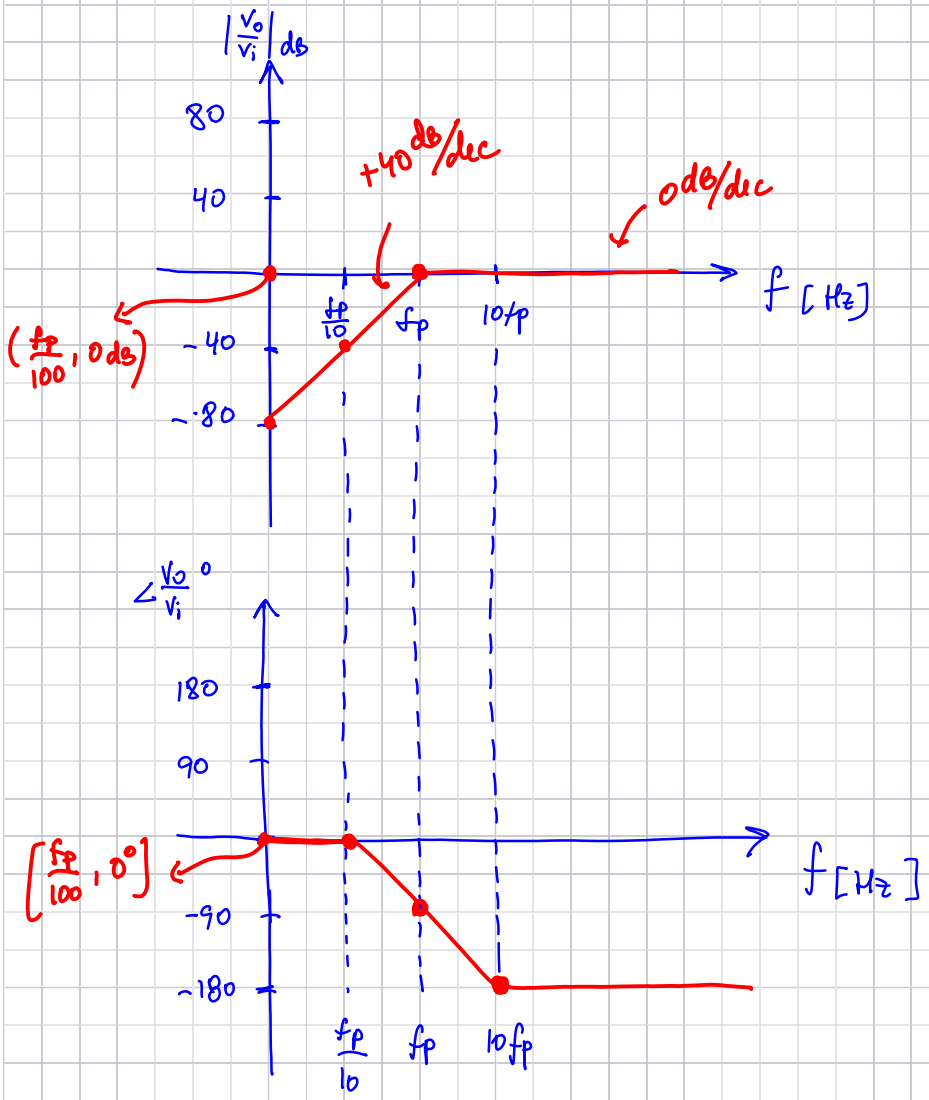
$sCR = u$

$u^2 + 3u + \frac{9}{4} = 0$

$\hookrightarrow \left(u + \frac{3}{2} \right)^2 = 0$

c) El diagrama de bode es sencillo:

- → 2 cero en origen (repetido)
- → 2 polo en $w = \frac{3}{2CR}$ (repetido) $\Rightarrow f_p = \frac{3}{4\pi RC}$
- → (-1) que aporta fase constante de $-180°$



d) Para analizar el uso de V_{DC} debemos saber no aporte a la salida

$\Rightarrow$ $V_o\big|_{V_{DC}} = V_{DC}$, es decir levanta la señal filtrada.

Si la señal de entrada V_i es sinusoidal pura, y $V_{DC} = 0$, es imposible que el opamp pueda generar voltaje negativo con rieles 0 y 5 [V]. Para que funcione bien, es necesario que la señal de salida esté limitada

↳ $V_{in} = 0.5 \cdot \sin(\omega t)$ en ω en banda pasante

$V_{OUT} = -1 \cdot 0.5 \cdot \sin(\omega t) + V_{DC} \Rightarrow V_{OUT}^{MIN} = -0.5 + V_{DC}$

$\Rightarrow \boxed{V_{DC} \geq 0.5\ [V].} \Rightarrow V_{OUT}^{MIN} = 0[V]$ (dentro de los rieles)

P3: EDO's sin EDO (10 puntos)

En tiempos lejanos, no existían calculadoras, computadores ni software capaces de resolver operaciones matemáticas. Con el desarrollo del OpAmp, se pavimentó el camino para resolver ecuaciones complejas de forma electrónica, obteniendo resultados prácticamente idénticos a los que la matemática teórica arrojaba.

Su trabajo en esta pregunta es diseñar un circuito tal que resuelva la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} + 9 \cdot x(t) = 3$$

Si bien, el curso no tiene requisito EDO, el objetivo de este problema, no es que usted resuelva la ecuación diferencial a mano, sino que lo haga el circuito... mismo problema de antaño.

Para su diseño considere lo siguiente:

- La ecuación considera condiciones iniciales nulas (todos los elementos reactivos que use, parten inicialmente descargados)
- Emplear no más de 3 OpAmps, todos ideales, y debe usar al menos una topología sumadora y una integradora ambas de tipo inversoras.
- Su circuito sólo tiene una entrada que puede tomar cualquier forma o valor, el resto de los términos se deben generar vía operaciones matemáticas y realimentaciones.
- Su circuito, en su salida, debe producir la señal que representa la solución de la ecuación (función $x(t)$).
- Especificar las resistencias y capacitores que necesita en cada bloque para reconstruir la ecuación.

Su respuesta final se divide en 2 partes:

a) Dibujar el diagrama en bloques de alto nivel del circuito. Considere bloques genéricos que tienen todas las entradas que usted necesite y que al mismo tiempo aplican una operación matemática sobre dichas entradas. Sus bloques deben indicar los factores de amplificación que se hacen sobre las entradas de forma explícita.

b) Dibujar el circuito detallado con los elementos pasivos requeridos de forma generalizada (R_i y C_i) y relaciones (razones matemáticas) requeridas.

Para apoyar su proceso de diseño, se le sugiere ir escribiendo a la salida de cada operador la ecuación que define su salida.

3) Para resolver este problema, reescribimos la ecuación

↳ $\frac{dx}{dt} = -9x + 3$

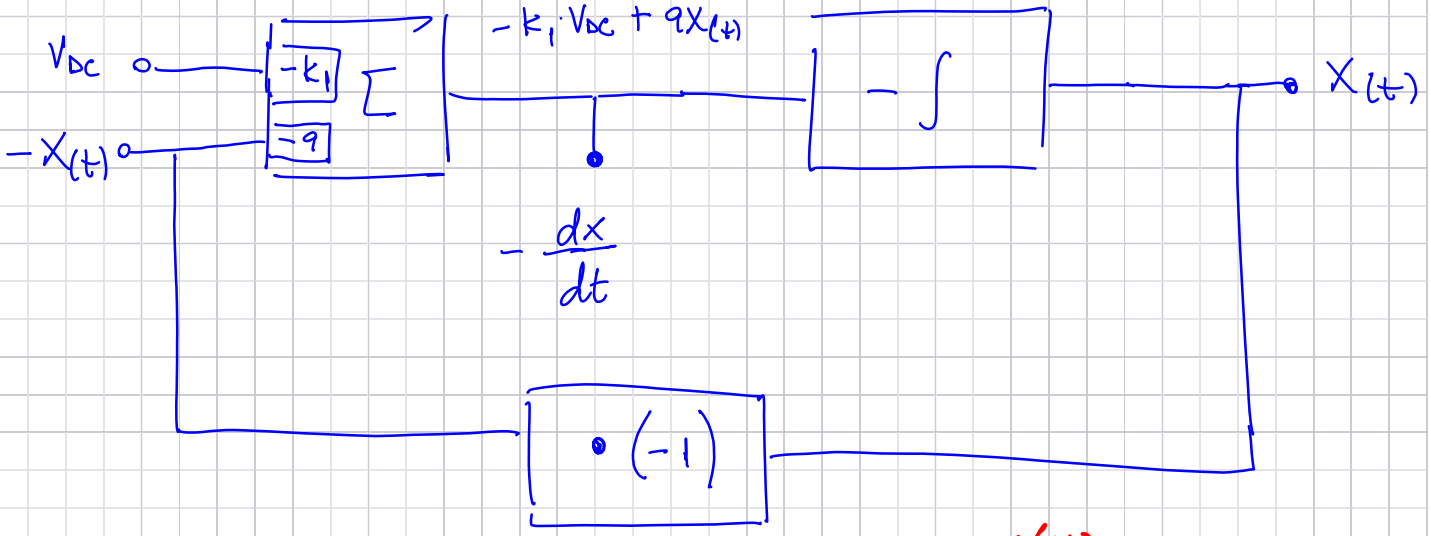
¿Porqué así? → $\int \frac{dx}{dt} = x$, fue podemos realizarlo y armarlo con un integrador

$ax + b$, fue podemos hacerlo en un sumador

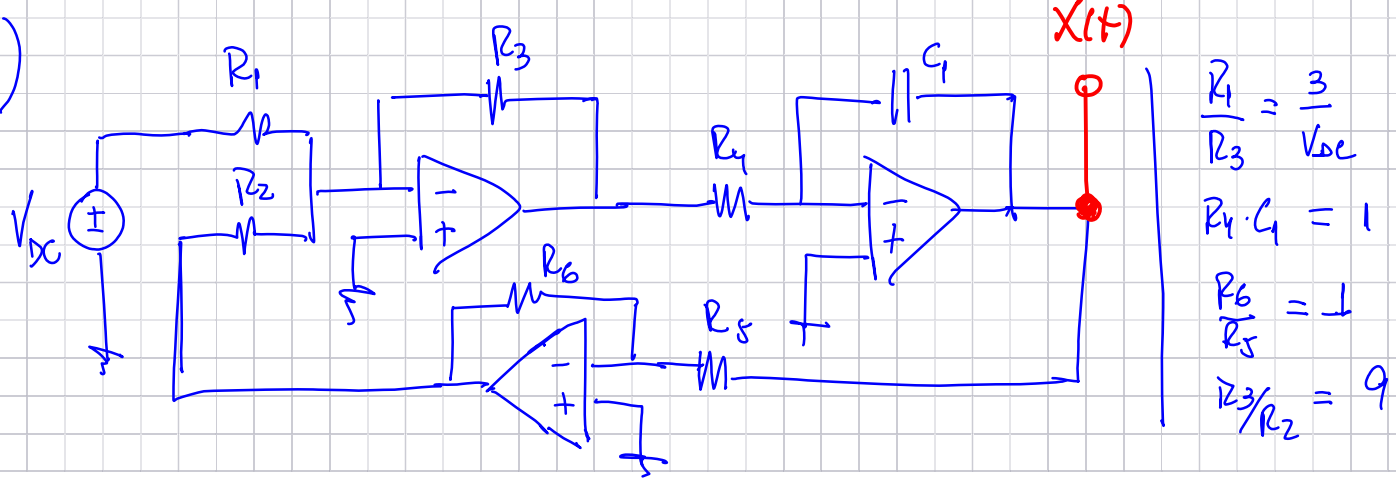
Pero HAY QUE TENER CUIDADO CON SIGNOS!

¿Y la entrada? → Puede ser $\pm V_{DC}$ dependiendo del factor de Amplificación que lo acompañe para generar 3[V].

a) ↳ Si consideramos V_{DC} positivo

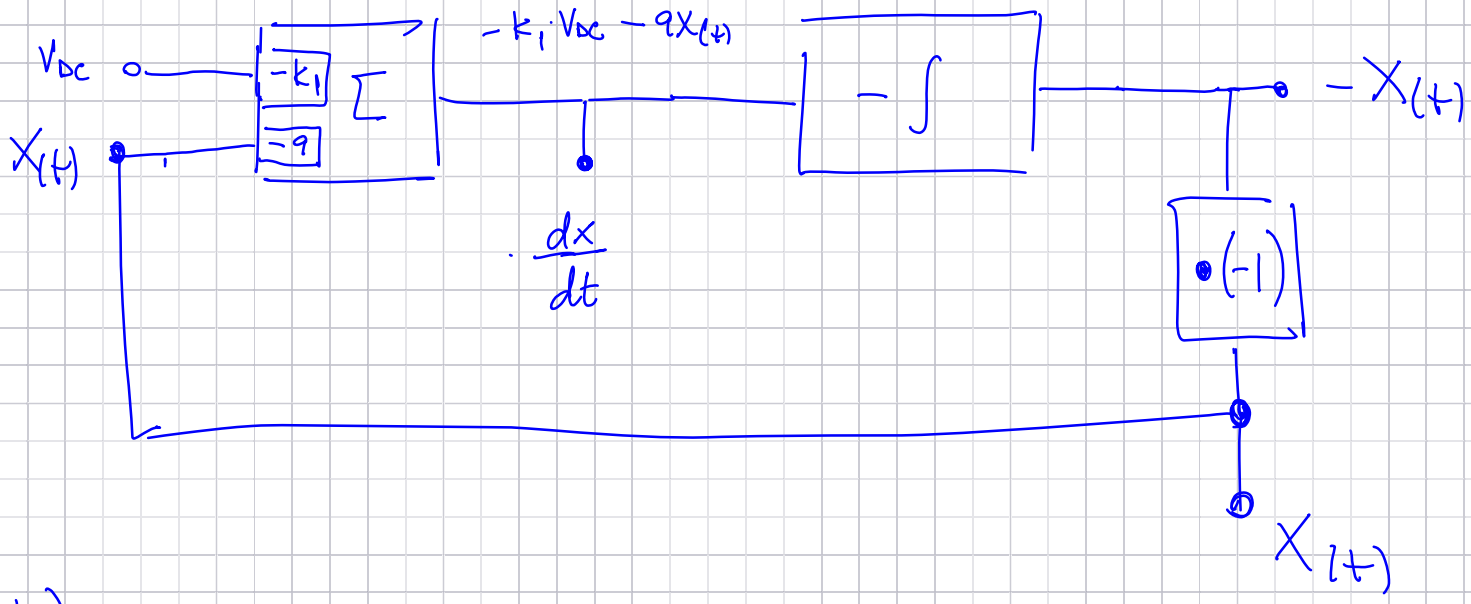


b)

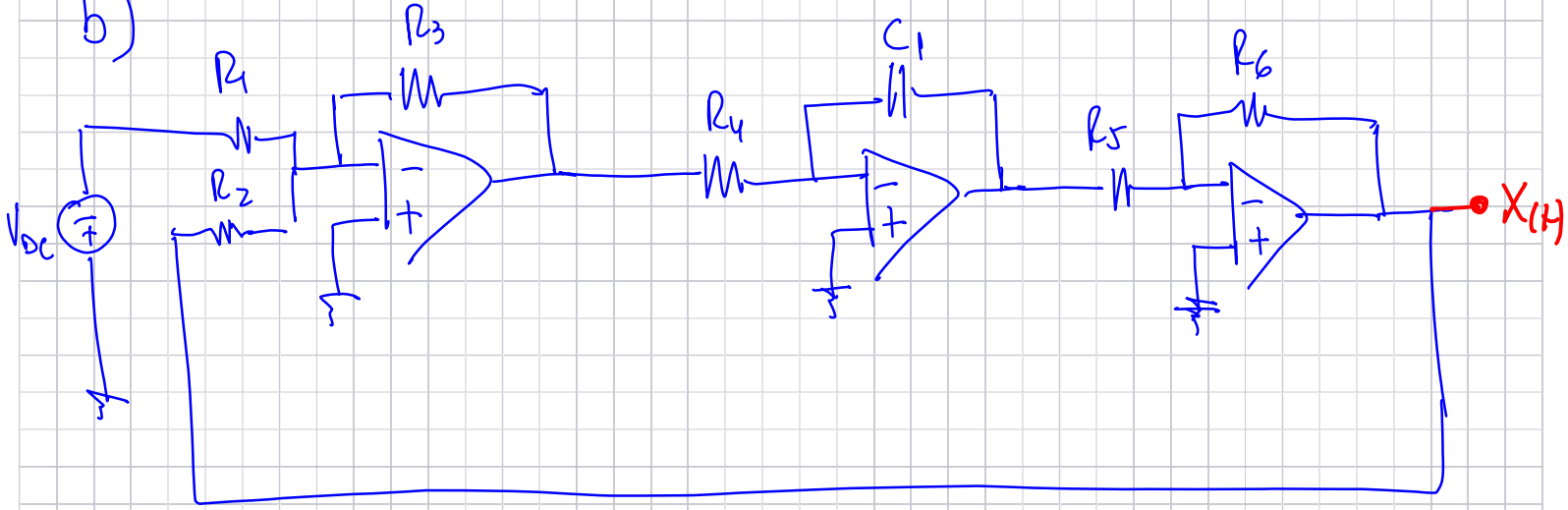


↳ Si consideran V_{DC} negativo

a)



b)



$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{3}{|V_{DC}|}$$

$$R_4 \cdot C_1 = 1$$

$$\frac{R_6}{R_5} = 1$$

$$R_3/R_2 = 9$$

P4: Midiendo Capacitancias (15 puntos)

Alan Brito II, investigando cómo medir parámetros de componentes circuitales llegó al siguiente circuito:

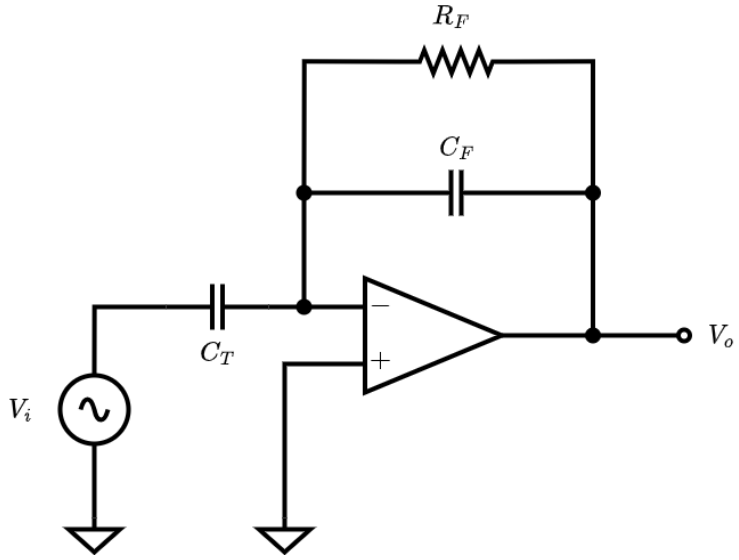


Figura 3: Medidor de Capacitancia

La fuente indica que el circuito puede servir como un medidor DIY (Do It Yourself) de una capacitancia desconocida C_T, usando una fuente de entrada V_i sinusoidal pura de amplitud A y frecuencia f constantes, pero eligiendo adecuadamente los valores de los parámetros del circuito R_F y C_F. Alan cree que es un buen circuito pero requiere entender un poco más su funcionamiento.

En pos de ayudarle, usted analizará el circuito para luego explicarselo en otra instancia.

a) Encuentre la función de transferencia $\frac{V_o}{V_i}$.

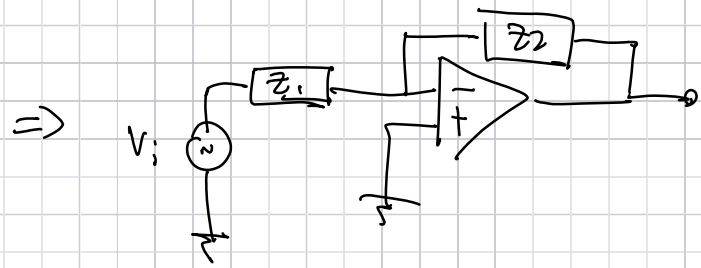
b) ¿Sobre qué frecuencia, la función de transferencia se independiza de R_F? y ¿cuál es el valor asintótico de ganancia?

c) Considere que para hacer la prueba de capacitancia, usa una frecuencia de entrada muy por sobre la frecuencia límite encontrada en el inciso anterior. ¿Cuál es la amplitud de la sinusoide que se observaría a la salida V_o? ¿Cómo usaría este resultado para medir la capacitancia C_T, considerando conocidos R_F y C_F? Explique

d) El resultado anterior debería llevarlo a cuestionarse la existencia de R_F porque en la práctica puede lograr el mismo resultado asintótico e incluso independiente de la frecuencia de testeo de una forma más sencilla usando una topología clásica vista en clases. ¿Cómo sería esta topología? Dibuje el nuevo circuito, basado en dicha topología, usando los mismos parámetros circuitales C_T y C_F.

e) Ahora compare ambos circuitos, el original encontrado por Alan y el simplificado que determinó en el inciso anterior, usando un OpAmp real con Voltaje de Offset V_{os} y Corriente de Offset I_{Bias}, ambas de tipo DC. Guíe su análisis haciendo superposición en cada circuito considerando ambos efectos y concluya cual es la mejor topología... y no se olvide de la ecuación que relaciona voltaje y corriente en un capacitor.

P4| El circuito se basa en topología inversora clásica generalizada



$$\Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

a) $$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{\left(\frac{R_f \cdot \frac{1}{sC_f}}{R_f + \frac{1}{sC_f}}\right)}{\frac{1}{sC_T}} = -\frac{s \cdot R_f C_T}{1 + s R_f C_f} \quad //$$

b) Evidentemente es un pasa altos que en alta frecuencia se reduce a:

$$\Rightarrow \left.\frac{V_o}{V_i}\right|_{f \to \infty} = -\frac{C_T}{C_f}$$

La frecuencia exacta a la que se puede considerar la ganancia asintótica en la de corte de pasa altos:

$$\Rightarrow f_{cm} = \frac{1}{2\pi R_f C_f} \quad //.$$

c) La sinusoide de salida estaría amplificada por $|Av| = \frac{C_T}{C_f}$

↳ Amplitud $V_{out} = -A \cdot \frac{C_T}{C_f}$ (o en magnitud $A \cdot \frac{C_T}{C_f}$)

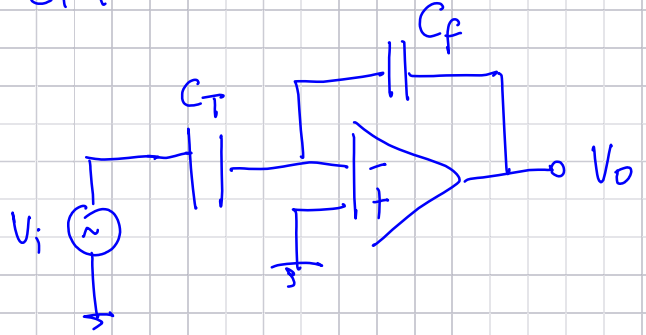
Conocido C_f, A y $V_{OUT}^{AMPLITUD}$ (medida), se puede despejar directamente C_T de la expresión anterior como:

$$C_T = \frac{V_{OUT}^{AMPLITUD} \cdot C_f}{A}$$

d) Es cierto. Si eliminamos R_f (abriendola), la FT se reduce a un inversor clásico aún más simple

$$\left.\frac{V_O}{V_i}\right|_{R_f=\infty} = -\frac{C_T}{C_F}$$, que es independiente de la frecuencia.

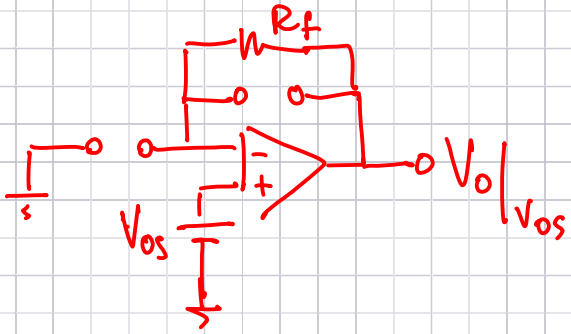
$\Rightarrow$ CKT



e) Consideremos el efecto de voltaje de offset (DC)



CKT ALAN

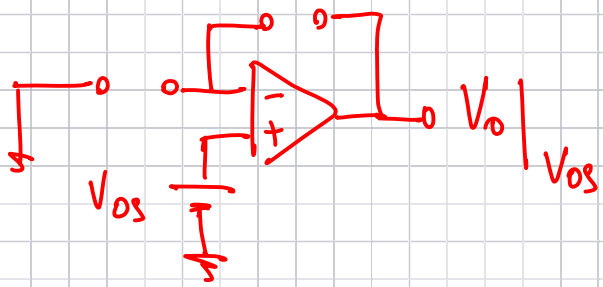


↳ Rf mantiene Realimentacion (-)

CKT opera como buffer para Vos

$\Rightarrow V_o|_{V_{os}} = V_{os}$

CKT SIMPLIFICADO

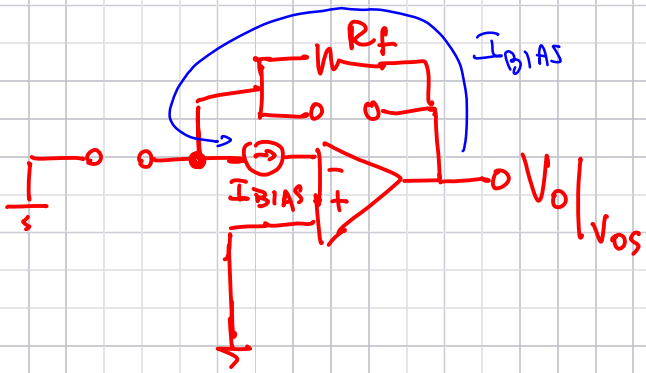


↳ Se corta la realimentacion

CKT opera en lazo abierto con gran ganancia sobre Vos

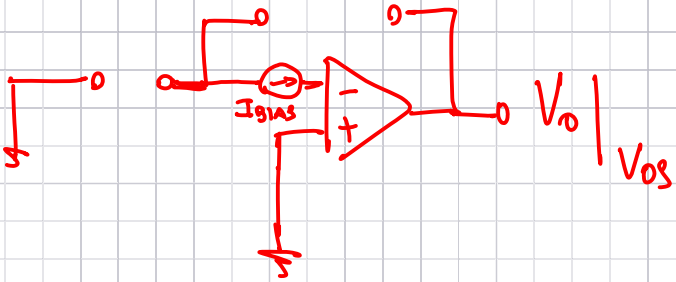
$V_o|_{V_{os}} = -A_{OL}^{OPAMP} \cdot V_{os} \rightarrow$ Satura!

CKT ALAN



↳ La corriente I_{BIAS} pasa por Rf dejando $V_o|_{V_{os}} = -R_f \cdot I_{BIAS}$

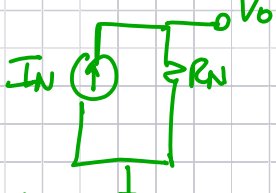
CKT SIMPLIFICADO



↳ La corriente I_{BIAS} no puede circular, y no hay realimentacion

$\Rightarrow V_+ \rightsquigarrow \infty$ y $V_o|_{I_{BIAS}} = -\infty$

Si tenemos una fuente de corriente así:



$\Rightarrow V_o = I_N R_N$

Para $R_N = \infty$

$V_o = \infty$.

Otra forma de verlo, la corriente I_{BIAS} fluye por C_T y C_F y estos se cargan al infinito

$\Rightarrow I_c = C \cdot \frac{dV}{dt} \Rightarrow \frac{dV}{dt}$ es constante.

Claramente, la mejor opción es la del circuito de Zion Brito.

