Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2413 – Electrónica

Interrogación 1 - Total 50 Puntos
Circuits Bizarre Adventures

Escriba sus respuestas en expresiones de baja entropía. Si para responder alguna de las preguntas necesita el resultado de una pregunta anterior que no ha podido responder, asuma una respuesta genérica (e.g., V en el caso de un voltaje, R en el caso de una resistencia, etc.). **Sólo se aceptarán preguntas de enunciado a viva voz y rige tanto el Código de Honor UC como las reglas de entrega del curso.**

- **WARNING 0: Póngale nombre a todas sus hojas de desarrollo.**
- **WARNING 1: Respalde sus respuestas con los cálculos o conceptos que correspondan; de no hacerlo o haber respuestas mágicas, no tendrá todo el puntaje tras la corrección de los ayudantes.**
- **WARNING 2: Preocúpese de que la letra de la interrogación sea legible para la postcorrección. Un ayudante que corrige contento, corrige mejor, y en otro caso habrá descuento de nota.**
- **WARNING 3: Sólo puede usar formulario de elaboración propia y calculadora científica. Está estrictamente prohibido el uso de celulares, Solvers y cualquier otra herramienta no autorizada explícitamente para resolver problemas.**

P1: Repaso de Circuitos (10 puntos)

(Parte A). Considere el siguiente circuito:

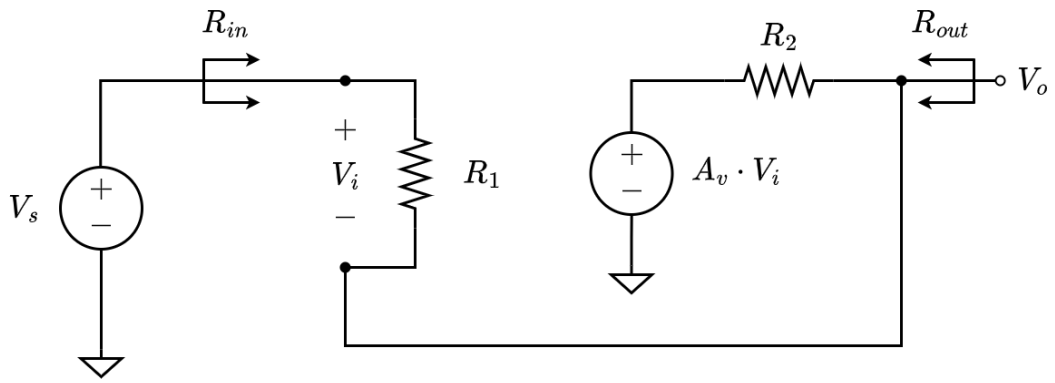


Figura 1: Circuito del Problema 1.

Sabiendo que R_1 y R_2 son resistencias no nulas y A_v es una ganancia no nula y positiva.

a) Determine la expresión que define la ganancia del circuito, definida como $\frac{V_o}{V_s}$

b) Determine la expresión que define la impedancia de entrada del circuito, vista desde V_i

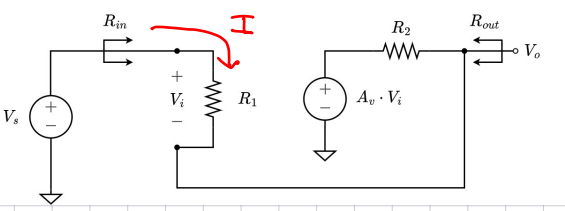
c) Determine la expresión que define la impedancia de salida del circuito, vista desde V_o

d) Evalúe las expresiones calculadas previamente considerando que $A_v = 10^5 \frac{V}{V}$; $R_1 = 1$ MΩ y $R_2 = 25$ Ω

e) Este circuito está modelando una topología clásica de OpAmp, ¿cuál de todas ellas y qué puede decir de la validez de los resultados anteriores, cuando se comparan estos resultados con los obtenidos implementando la misma topología con un OpAmp Ideal?

Pauta P1

a) Ganancia $\frac{V_o}{V_s}$ del circuito



(1) $V_s - R_1 \cdot I - R_2 \cdot I - A_v \cdot \underbrace{I \cdot R_1}_{V_i} = 0$

(2) $V_o - R_2 \cdot I - A_v \cdot \underbrace{I \cdot R_1}_{V_i} = 0$

Despejando I de (2) y reemplazando en (1)

↳ $V_s - I(R_1 + R_2 + A_v \cdot R_1) = 0$

$V_s - \frac{V_o}{R_2 + A_v \cdot R_1}(R_1 + R_2 + A_v \cdot R_1) = 0$

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{R_2 + A_v \cdot R_1}{R_1 + R_2 + A_v \cdot R_1}$$

b) Calculamos R_{in} reemplazando V_s por una fuente de prueba y calculamos el cuociente $\frac{V_T}{I_T}$:

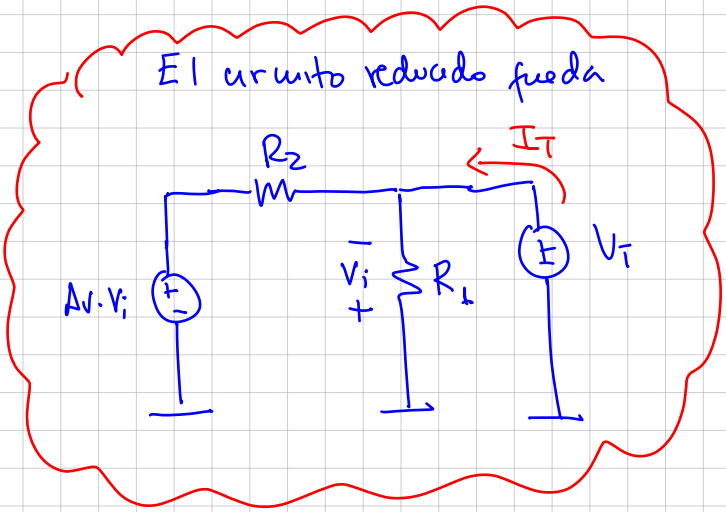
Nos basta la ecuación (1), reemplazando I por I_T y V_s por V_T

$V_T - R_1 \cdot I_T - R_2 \cdot I_T - A_v \cdot I_T R_1 = 0$

↳ $\frac{V_T}{I_T} = R_{in} = R_1 + R_2 + A_v \cdot R_1$

c) Para la impedancia de salida, apagamos la entrada ($V_s = 0$) y aplicamos una fuente de prueba en V_o calculando el cuociente $\frac{V_T}{I_T}$

El circuito reducido queda



Ecuaciones:

(1) $V_i = -V_T$ (la corriente entra por abajo de R_1)

(2) $I_T = \frac{V_T}{R_1} + \frac{V_T - (A_v \cdot (-V_T))}{R_2}$

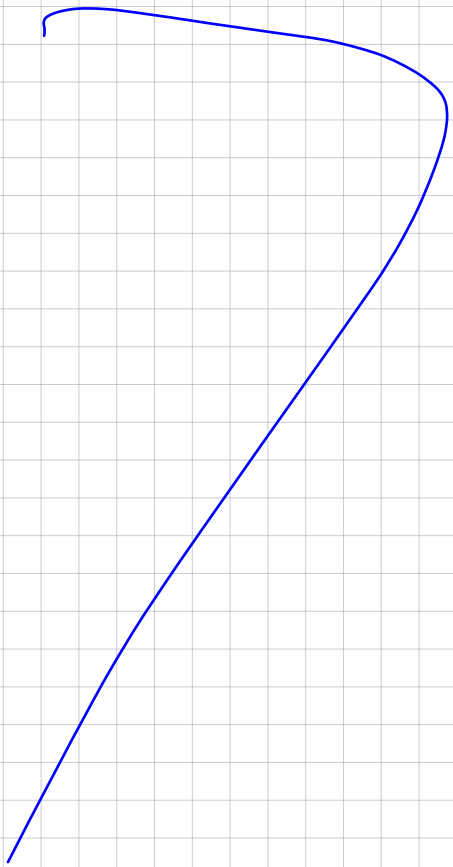
↳ $\frac{I_T}{V_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1 + A_v}{R_2}$

$$\frac{V_T}{I_T} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 + R_1 + A_v \cdot R_1}$$

d) Evaluando las expresiones, obtenemos:

$$\frac{V_o}{V_s} \approx 1 \left[\frac{V}{V}\right], \quad R_{in} \approx 10^{11}\,\Omega = 100\,[G\Omega], \quad R_{out} \approx 2.5 \cdot 10^{-4}\,[\Omega]$$

e) Claramente el circuito emula un opamp en configuración buffer y vemos que los resultados del buffer sin opamp y valores finitos, son bastante cercanos al ideal ($R_{in} \rightsquigarrow \infty$, $R_{out} \rightsquigarrow 0$ y $\Delta v = \infty$)



P2: Mi Primer Diseño... (15 puntos)

En cierta empresa, requieren un amplificador acoplado en AC para señales pequeñas (menores a 100mV). Dada la carga de trabajo de los ingenieros de desarrollo, se opta por solicitar a ellos fijar la topología y pedirle a un practicante que calcule sus valores.

Los ingenieros, en su vasta experiencia llegan a la siguiente topología, donde V_i es la fuente de señales pequeñas AC:

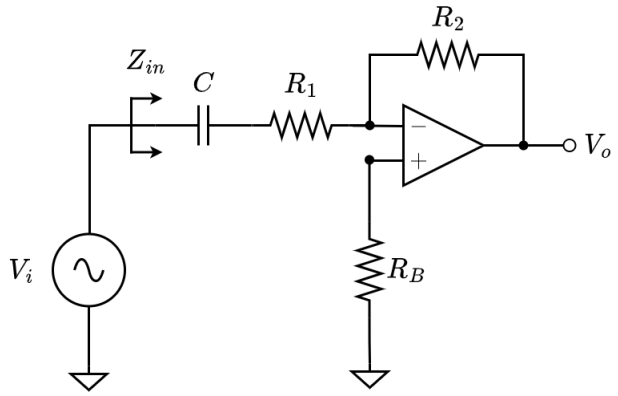


Figura 2: Circuito del Problema 2.

Luego, de los requisitos del amplificador se sabe:

- La banda pasante del amplificador va desde 100 [Hz] y al menos hasta 500 [kHz].
- La impedancia de entrada del amplificador, medida en la banda pasante, debe ser 10 [$k\Omega$].
- La magnitud de la ganancia del amplificador, en la banda pasante, debe ser 10 [$\frac{V}{V}$]
- R_B debe estar calibrada para poder anular el efecto de las corrientes de polarización del OpAmp Real que será usado en la implementación física del diseño.

Asumiendo que el practicante es usted, responda:

a) Asumiendo el OpAmp como ideal, determine la función de transferencia del circuito definida como $\frac{V_o}{V_i}$.

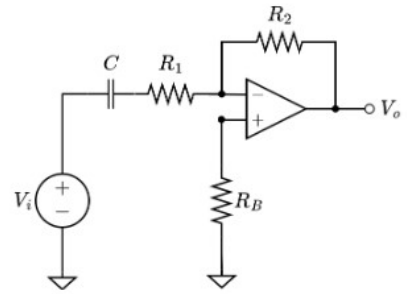
b) Dibuje el diagrama de Bode -magnitud y fase- del circuito, incluyendo todos los puntos y pendientes relevantes.

c) ¿Qué no idealidad del OpAmp limitaría la máxima frecuencia de la banda pasante en una implementación física? Considere las no-idealidades vistas en clases.

d) Si el OpAmp es no ideal, **sólo en lo que respecta a las corrientes de polarización**, determine el valor que debe tener R_B en función del resto de los componentes del circuito para anular el efecto de esta no-idealidad en la salida V_o. Considere las corrientes de polarización de los pines V+ y V- iguales a I_p y de tipo DC, y modélelas como fuentes de corriente desde el pin respectivo a tierra.

e) Determine los valores de C, R_1, R_2 y R_B para cumplir con los requisitos base del diseño.

Parte P2



Tenemos el circuito para analizar.

a) Asumiendo OpAmp Ideal, $I_{R_B} = 0$

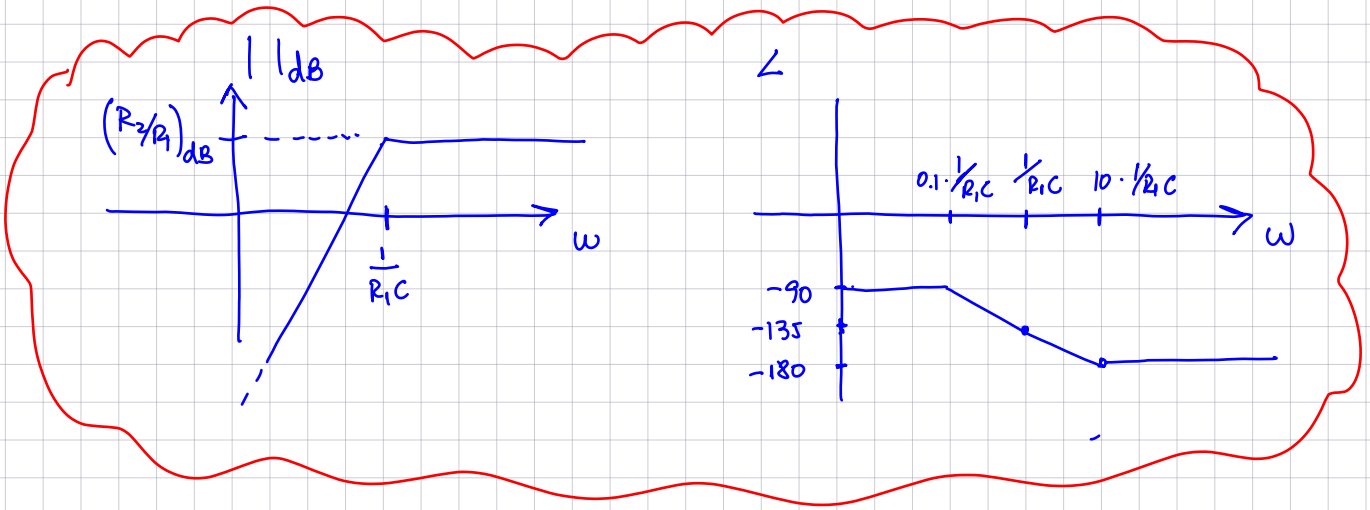
por lo que la topología es inversor clásica

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{sC}} = -\frac{R_2}{\frac{1+sR_1C}{sC}} = -C \cdot R_2 \cdot \frac{s}{1+sR_1C}$$

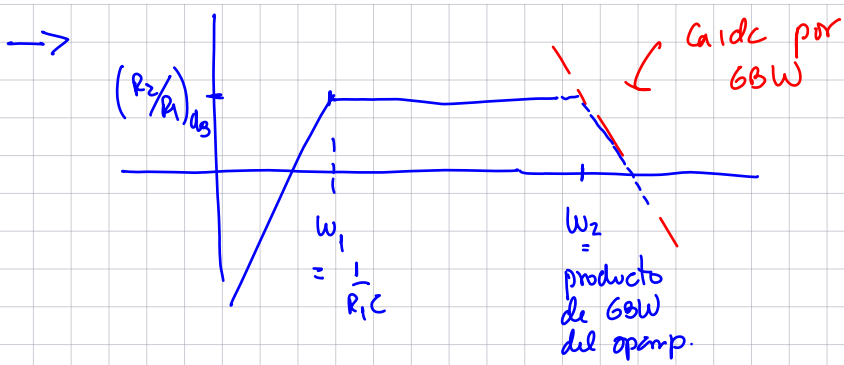
b) La función de transferencia tiene un cero en el origen y un polo en $1/R_1 \cdot C$, parte con magnitud 0 y termina con magnitud $\frac{R_2}{R_1}$; parte con fase -90 $(-180 + 90°_{cero})$ y luego decae a -180 en $\omega = \infty$ gracias al polo

Matemáticamente:

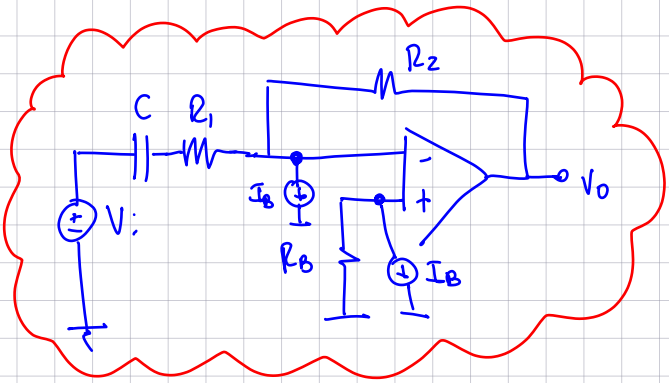
$$\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = \frac{\omega \cdot R_2 C}{\sqrt{1^2 + (\omega R_1 C)^2}} \quad ; \quad \angle \frac{V_o}{V_i} = -180 + 90 - \text{Arctg}\left(\omega R_2 C\right)$$



c) Claramente el circuito implementa un filtro pasa altos ideal. Para recortar la alta frecuencia solo nos puede depender en el GBW del opamp pues impone un polo de alta ganancia en baja frecuencia.



d) Si el opamp no es ideal solo en terminos de corrientes de polarización debemos analizar el efecto de estas corrientes en la salida



$\Rightarrow$ V_o sale por superposición:

$V_o|_{V_i} + V_o|_{I_B^+} + V_o|_{I_B^-}$

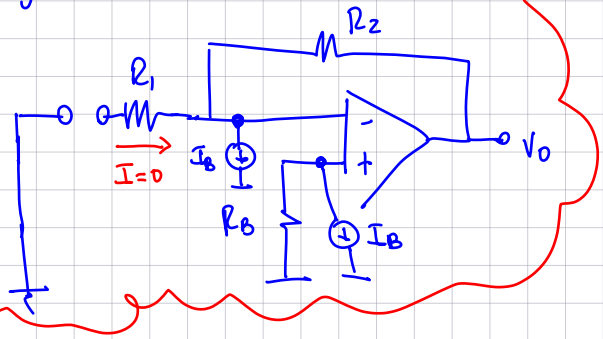
$V_o|_{V_i}$: termino en frecuencia

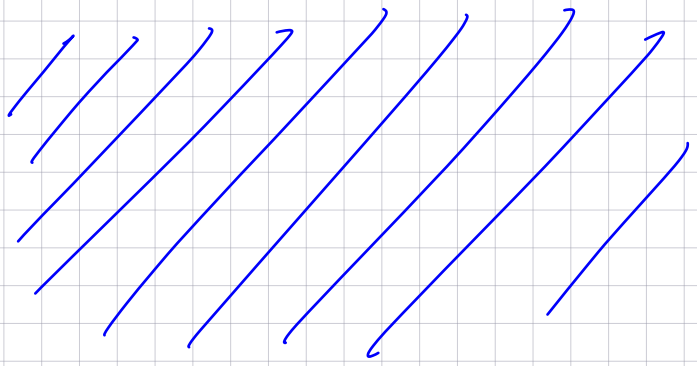
$V_o|_{I_B^+}$: $-R_B \cdot I_B$

$V_o|_{I_B^-}$: $I_B \cdot R_2$

Por lo que para no depender de I_B, $R_B = R_2 /\!/$ → se cancela I_B.

* Al analizar el circuito en DC no se inyecta corriente desde V_i y la realimentación sobrevive. gracias a R_2.





e) En la banda pasante, el capacitor es un CC!

↳ R_{in} sale por inspección $\Rightarrow$ $R_{in} = R_1 = 10k\Omega$ (Usando F. Prueba $\frac{V_T - 0}{R_1} = I_T$)

↳ Ganancia de Voltaje $\Rightarrow$ Amplificador inversor $\Rightarrow$ $A_v = -\frac{R_2}{R_1} = 10 \frac{V}{V} \Rightarrow$ $R_2 = 100k\Omega$

Y la frecuencia de corte inferior de la banda pasante está dada por el polo

$\Rightarrow$ $w_c = \frac{1}{R_1 \cdot C}$ $\Rightarrow$ $f_c = \frac{1}{2\pi} \cdot R_1 C$ $\Rightarrow$ $C = \frac{1}{2\pi \cdot f_c \cdot R_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (100) \cdot 10k} = 159\,nF$

P3: El Incógnito Ideal... (10 puntos)

Alan Brito II, en su repaso de OpAmps, encontró el siguiente circuito/problema:

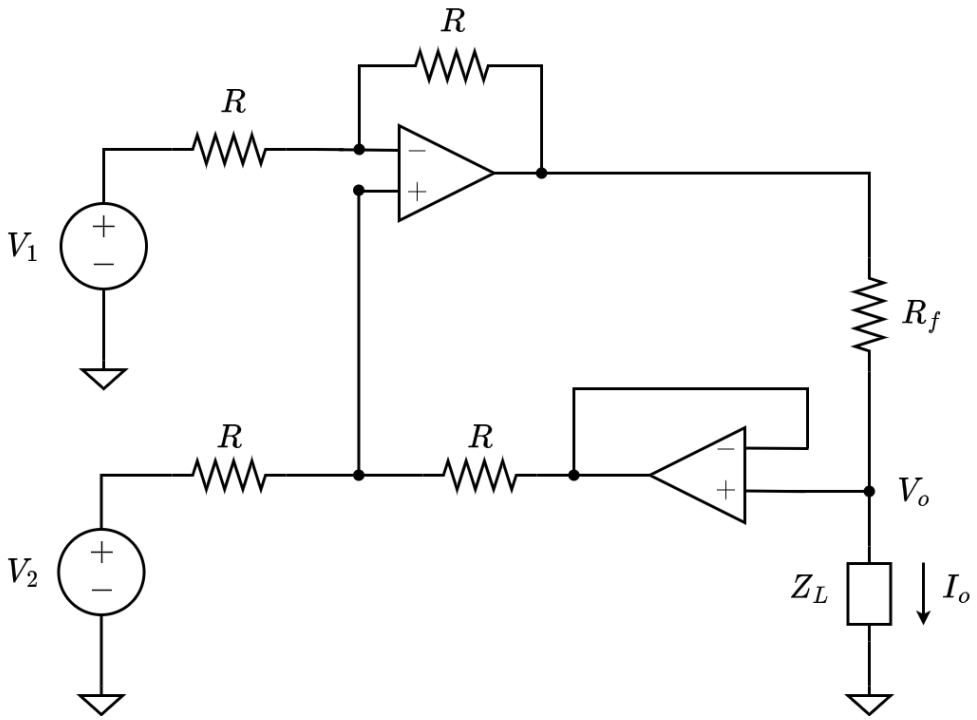


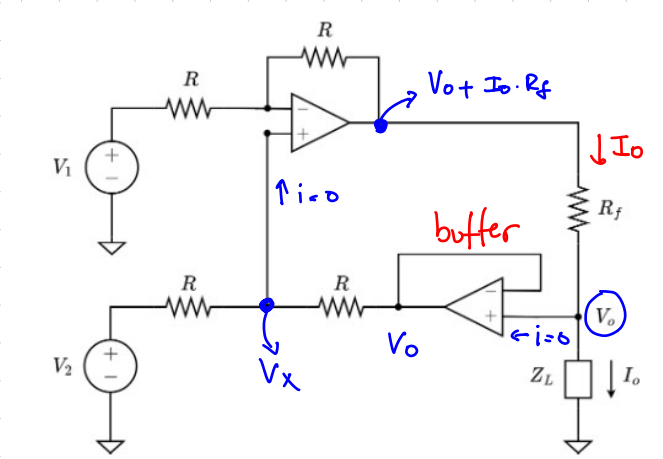
Figura 3: Circuito del problema 3

Del circuito se sabe que Z_L es una carga de magnitud finita y no nula; los OpAmps son ideales y V_1 y V_2 son fuentes de voltaje genéricas no nulas. El objetivo es determinar la expresión que relaciona V_1 y V_2 con I_o en función del resto de los componentes del circuito que correspondan.

Luego de horas intentando y llegando a incoherencias, Alan solicita de su ayuda. Determine la expresión solicitada, y explique la función del circuito fundando su respuesta en si esta expresión depende o no del valor de Z_L y qué hace el circuito con los voltajes de entrada.

Pauta P3

Tenemos el siguiente circuito... marquemos voltajes y corrientes relevantes:



Hacemos superposición:

$I_o|_{V_1} \Rightarrow$ (1) $V_o = Z_L \cdot I_o$

(2) $V_x = \frac{V_o}{2} = \frac{Z_L \cdot I_o}{2}$

(3) $\frac{V_1 - V_x}{R} = \frac{V_x - (V_o + I_o \cdot R_f)}{R}$

$\Rightarrow V_1 - \frac{V_o}{2} = \frac{V_o}{2} - V_o - I_o \cdot R_f$

$$I_o|_{V_1} = -\frac{V_1}{R_f}$$

Y luego analizamos con V_2:

$I_o|_{V_2} \Rightarrow$ (1) $V_o = I_o \cdot Z_L$

(2) $\frac{V_o - V_x}{R} = \frac{V_x - V_2}{R} \Rightarrow V_x = \frac{V_o + V_2}{2} = \frac{I_o Z_L + V_2}{2}$

(3) $\frac{0 - V_x}{R} = \frac{V_x - (V_o + R_f \cdot I_o)}{R}$

$\hookrightarrow V_o + R_f \cdot I_o = 2V_x$

$V_o + R_f \cdot I_o = I_o Z_L + V_2$

$I_o Z_L + R_f \cdot I_o = I_o Z_L + V_2$

$$I_o|_{V_2} = \frac{V_2}{R_f}$$

Y así $$I_o = I_o|_{V_1} + I_o|_{V_2} = \frac{V_2 - V_1}{R_f}$$

La corriente es indep. de Z_L, pero dep de ΔV.

El circuito actúa como un transductor voltaje a corriente $(V_2 - V_1) \rightarrow I_o$

P4: Desfases Locos... (15 puntos)

Para un proyecto de desafíos de la ingeniería, un estudiante necesita un circuito que a partir de un voltaje sinusoidal de entrada, sólo desfase la salida dependiendo de la frecuencia de entrada y componentes pasivos. En su búsqueda, revisando varias posibilidades, encontró un circuito que pareciera ser bastante prometedor.

El circuito tiene la siguiente topología:

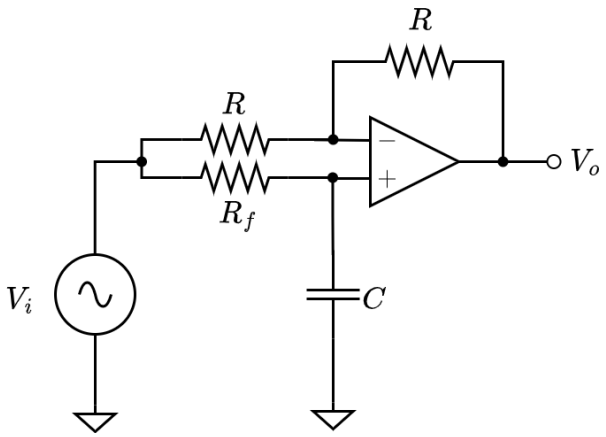


Figura 4: Circuito del Problema 4.

El problema ahora es que el estudiante tiene pocos conocimientos en tópicos de circuitos y no entiende cómo funciona el circuito, por lo que comienza a buscar ayuda entre sus compañeros hasta que llega a usted, dateado en el hecho que usted sabe mucho de OpAmps por estar haciendo electrónica.

El estudiante trae las siguientes preguntas que espera usted pueda responder:

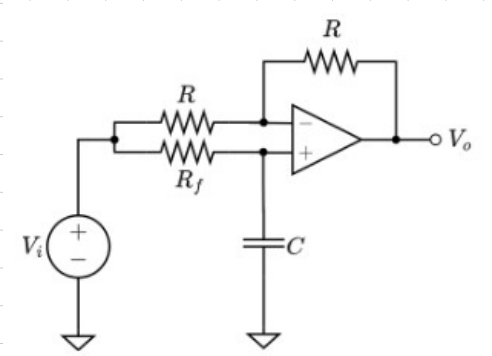
- Mi propósito es usar componentes pasivos de valor fijo. Si varío la frecuencia de entrada, ¿obtengo a la salida una señal de igual amplitud a la entrada pero con desfase variable?¿Cuáles son los límites extremos de desfase que tendría?
- ¿Para qué sirve la red $R_f - C$ de la entrada no-inversora del OpAmp? ¿Como se afecta el circuito si en lugar de usar un capacitor fijo, uso un capacitor variable, pero ahora uso una entrada sinusoidal con frecuencia constante?
- En mi grupo hay un estudiante que tiene componentes electrónicos en la casa, y me indicó que su stock es sólo de resistencias de 5 [kΩ], pero variados capacitores. ¿Qué capacitor necesitamos para hacer un circuito que asegure una magnitud de desfase de 90° cuando la frecuencia de entrada es 4 [kHz]?

Claramente el estudiante tiene preguntas que se responden usando herramientas/elementos que no tiene en primer año. Usted sí las tiene y claramente las puede usar a criterio para resolver el problema... su respuesta debe estar fundada en ellas.

Pauta P4

Para este problema lo esencial es determinar la función de transferencia y el Bode del circuito.

Tenemos el circuito



El voltaje en el nodo V_+ está dado por el divisor $R_f - C$

$$\hookrightarrow \quad V_+ = \frac{V_i}{R_f + \frac{1}{sC}} \cdot \frac{1}{sC} = \frac{V_i}{1 + sR_fC}$$

$$\hookrightarrow \quad \frac{V_i - V_+}{R} = \frac{V_+ - V_o}{R}$$

$$\hookrightarrow \quad V_o = 2V_+ - V_i = \frac{2V_i}{1+sR_fC} - V_i$$

$$\boxed{\frac{V_o}{V_i} = \frac{1 - sR_fC}{1 + sR_fC}} \rightarrow \text{Polo y Cero en } \omega = \frac{1}{R_fC}$$

De esto, podemos analizar la magnitud y la fase de la FT:

$$\hookrightarrow \quad \left|\frac{V_o}{V_i}\right| = \frac{\sqrt{1+(\omega R_f C)^2}}{\sqrt{1+(\omega R_f C)^2}} = 1$$, lo que implica que la ganancia del circuito para toda frecuencia de entrada y combinación R_fC es siempre unitaria

$$\hookrightarrow \quad \angle \frac{V_o}{V_i} = \text{Arctg}(-\omega R_f C) - \text{Arctg}(\omega R_f C)$$
$$= -2\,\text{Arctg}(\omega R_f C)$$, lo que implica que el circuito tiene un desfase que depende tanto de la frecuencia de entrada como de los parámetros $R_f - C$

Respecto a la Pregunta 1.

↳ Con $R_f C$ fijo, al variar la frecuencia de entrada, la salida se desfasa según la ecuación de fase anterior y la ganancia en unitaria en todo instante.

* Para frecuencias bajas $\left(\omega < 0.1 \frac{1}{R_f C}\right)$ el desfase entre entrada y salida tiende a 0°
* Para frecuencias altas $\left(\omega > 10 \frac{1}{R_f C}\right)$ el desfase entre entrada y salida tiende a -180°
* Para frecuencias intermedias $\left(0.1\omega_c < \omega < 10\,\omega_c\right)$ se varía el desfase entre 0 y -180°

Respecto a la Pregunta 2

↳ Evidentemente la red $R_f C$ sirve para ajustar la frecuencia de corte y fijar la frecuencia central de operación del desfasador. Si operamos a frecuencia constante, pero con un capacitor variable, podemos mover el desfase, sin cambiar la entrada y ajustar el desfase deseado a una frecuencia específica

Respecto a la Pregunta 3

↳ La frecuencia de desfase 90° corresponde a la frecuencia del Polo

↳ $f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R_f \cdot C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi \cdot 5k \cdot 4k} = 7{,}95\,[nF]$.