Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2213 - Máquinas Eléctricas
Segundo Semestre de 2021

Interrogación 03

Generador Síncrono, Máquina de Inducción y Máquina DC

16 de Diciembre de 2021

Nombre: _____ RUN: _____

Indicaciones Generales

1. Solo podrá tener sus lápices, goma y corrector en su escritorio o algún otro elemento de apoyo de esa índole como regla, escuadra, transportador, etc.
2. No utilice hojas adicionales para el desarrollo de su prueba. Se le proveerá de hojas suficientes para el desarrollo.
3. No utilice formularios adicionales.
4. Puede utilizar una calculadora de tipo NO PROGRAMABLE.
5. No se permite el uso del celular, ni ningún otro dispositivo electrónico durante la prueba (tablet, reloj inteligente, etc). La hora y el tiempo restante de la prueba, serán proyectados en la sala.
6. Antes de comenzar la prueba apague su teléfono celular y déjelo en su bolso o mochila (no en el bolsillo).
7. La prueba consta de una primera parte teórica y una segunda parte de ejercicios. Ambas partes podrán ser resueltas de forma libre por el estudiante durante todo el tiempo que dure la interrogación, siempre y cuando indique claramente qué pregunta responde. El puntaje total es de 60 puntos.
8. Responda de forma ordenada y **solo en las hojas de desarrollo**. Las hojas de enunciado no serán corregidas.
9. La escala de evaluación es del 60 % con nota entre $1.0 - 7.0$ en función del puntaje obtenido.
10. La prueba tiene una duración de 180 minutos.

1. Sección Teórica (21 Puntos)

Argumente con la información técnica que permita validar su respuesta y su cocimiento en la temática.Sea lo más breve posible y resalte la argumentación técnica. Evite lenguaje redundante y superfluo.

1. Explique que entiende por deslizamiento en un motor de inducción. Indique claramente la ecuación que lo define, describa los parámetros, explique su interpretación física y magnitud en que se mide. Además, indique como afecta el número de pares de polos a este término.

2. Explique el principio de funcionamiento de una doble jaula de ardilla utilizada en un motor de inducción. Represente esquemáticamente en una gráfica de torque vs/ deslizamiento, el impacto que tiene una doble jaula de ardilla.

3. Explique la diferencia fundamental entre un partidor suave (soft starter) y un variador de frecuencia. ¿con que fin se utiliza este dispositivo.

4. Explique esquemáticamente como funciona el conmutador de una máquina DC. Utilice 3 espiras para ejemplificar el funcionamiento.

5. ¿las corrientes eléctricas que fluyen por las espiras de rotor en una máquina DC son de tipo AC o DC?. (Responda V o F y justifique su respuesta).

6. Cual es la ventaja de utilizar un bobinado imbricado en comparación a un bobinado tipo anillo en una máquina DC. Justifique su respuesta.

7. Explique el problema de la reacción de armadura. Explique claramente dos posibles soluciones a este problema. (utilice un gráfico donde muestre el flujo total de la máquina para su explicación (ϕ_{tot} vs θ_{mec})).

2. Sección Teórica - Solución

1. El deslizamiento (s) es un índice que mide la diferencia entre la frecuencia angular del CMR del estator ($\omega_s = \omega/P_p$) respecto de la frecuencia angular del giro del rotor (ω_m) como:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_s}{\omega_s} = \frac{\omega_d}{\omega_s}$$

En donde $\omega_d = \omega_r$ corresponde a la frecuencia de deslizamiento con la cual se caracteriza la frecuencia angular del flujo rotórico (ω_r). Por su definición, es un índice adimensional y se suele utilizarse con márgenes de 0 a 1 ($\omega_m = \omega_s$ y $\omega_m = 0$, respectivamente).

Este índice se utiliza debido a que en una máquina de inducción, solo existe torque medio cuando el deslizamiento es no nulo.

2. Una máquina doble jaula de ardilla presenta las dos jaulas en el rotor para combinar las curvas de torque de dos máquinas con distinto entrehierro en un único diseño.

La jaula externa es utilizada en la partida para conducir la mayor parte de la corriente en la partida. La combinación de ambos torques le entrega una descripción de alto torque de partida en comparación a una con corrientes de partida menores en comparación a máquinas con una jaula (Fig. 1).

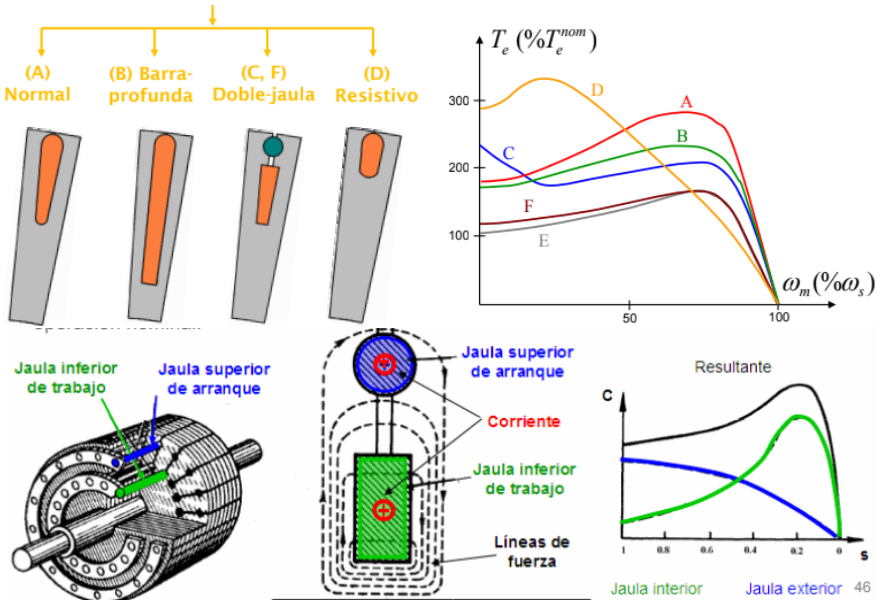


Figura 1: Curvas de torque de máquinas de inducción.

En conjunto con otros tipos de máquinas, la doble jaula es un diseño que ha sido utilizado para obtener curvas de torque de mayor diversidad en las máquinas de inducción. Actualmente, estos diseños han sido desplazados por sistema basados en electrónica de

potencia en los cuales es posible accionar una máquina de inducción de una jaula de forma robusta sin la necesidad de incurrir en diseños complejos y/o resistencias en el rotor.

3. Algunos de estos sistemas de electrónica de potencia son los partidores suaves y los variadores de frecuencia. El primero de ellos, utiliza tiristores para recortar las formas de onda de voltaje de alimentación y con ello disminuir la magnitud de corriente RMS que es inyectada a la máquina en la partida. Debido a que recortan las formas de onda de la tensión, la corriente presenta mayor contenido armónico en comparación a operación nominal y a su accionamiento con variadores de frecuencia.

   En estos últimos, se utilizan topologías basados en IGBTs, principalmente y se utilizan para modular tensiones conmutadas en los terminales de alimentación de la máquina. Al utiliza esquemas de modulación por ancho de pulso (PWM) es posible modular una tensión de amplitud y frecuencia variable. Si la frecuencia de conmutación de los semiconductores es comparativamente mayor (> 9) a la frecuencia que se desea modular, el contenido armónico de la corriente es bajo y puede ser filtrado por la máquina para reducir si efecto en la operación de la máquina (comportamiento del torque).

4. En máquina DC el devanado del estator (campo) se alimenta con tensión DC produciendo un campo magnético invariante (genera un electroimán con sus bobinados). En el rotor se ubican un conjunto de espiras que son caracterizadas como el devanado del rotor (armadura). A través del conmutador, se conectan las espiras de forma alternada de tal forma que se produzca una fuerza que empuje el devanado (principio de motor homopolar y fuerza de Lorentz) (Fig. 2). De esta forma, las espiras son energizadas de forma alternada debido a que al alimentar una, es rotor gira y mecánicamente conmuta la tensión de alimentación DC a la espira adyacente.

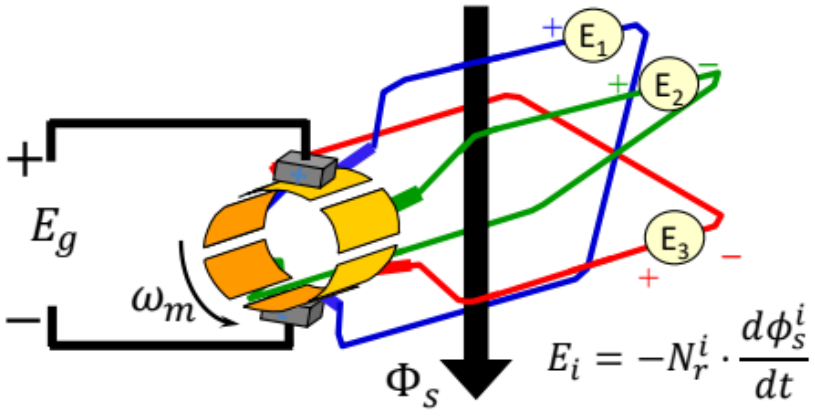


Figura 2: Características constructivas de máquina DC.

5. El colector caracteriza a estas máquinas y corresponde a un conmutador mecánico. A través de él, se transfiere la corriente vista desde los terminales de alimentación a cada

una de las espiras, es decir, desde la armadura la corriente es continúa, pero en cada espira esta es alterna.

6. En un bobinado imbricado, las espiras son conectadas en serie para alimentar con la misma corriente más de una espira. De esta forma, la tensión en la FEM de la armadura es mayor y es posible obtener la misma potencia con menor corriente (disminución de pérdidas).

7. La reacción de armadura es un fenómeno en el cual la FMM resultante producto de las corrientes en el campo y en la armadura, como se indica en la Fig. 3, termina desplazando el plano neutro y con el ello se produce un giro de la posición de contacto de la escobilla del colector generando chispas indeseadas en el proceso de conmutación.

   Para compensar este efecto se puede desplazar la posición de la escobilla (poco práctico dado que la reacción de armadura depende del punto de operación), agregar devanados de compensación o incorporar interpolos (Fig. 4).

   En el primero de ellos, se ubican devanados adicionales en las cabezas polares de los enrollados de campo, en el segundo caso, se agregan polos adicionales. EN ambos casos, la corriente en los devanados adicionales tiene el objetivo de generar una FMM que anule la producida por la armadura.

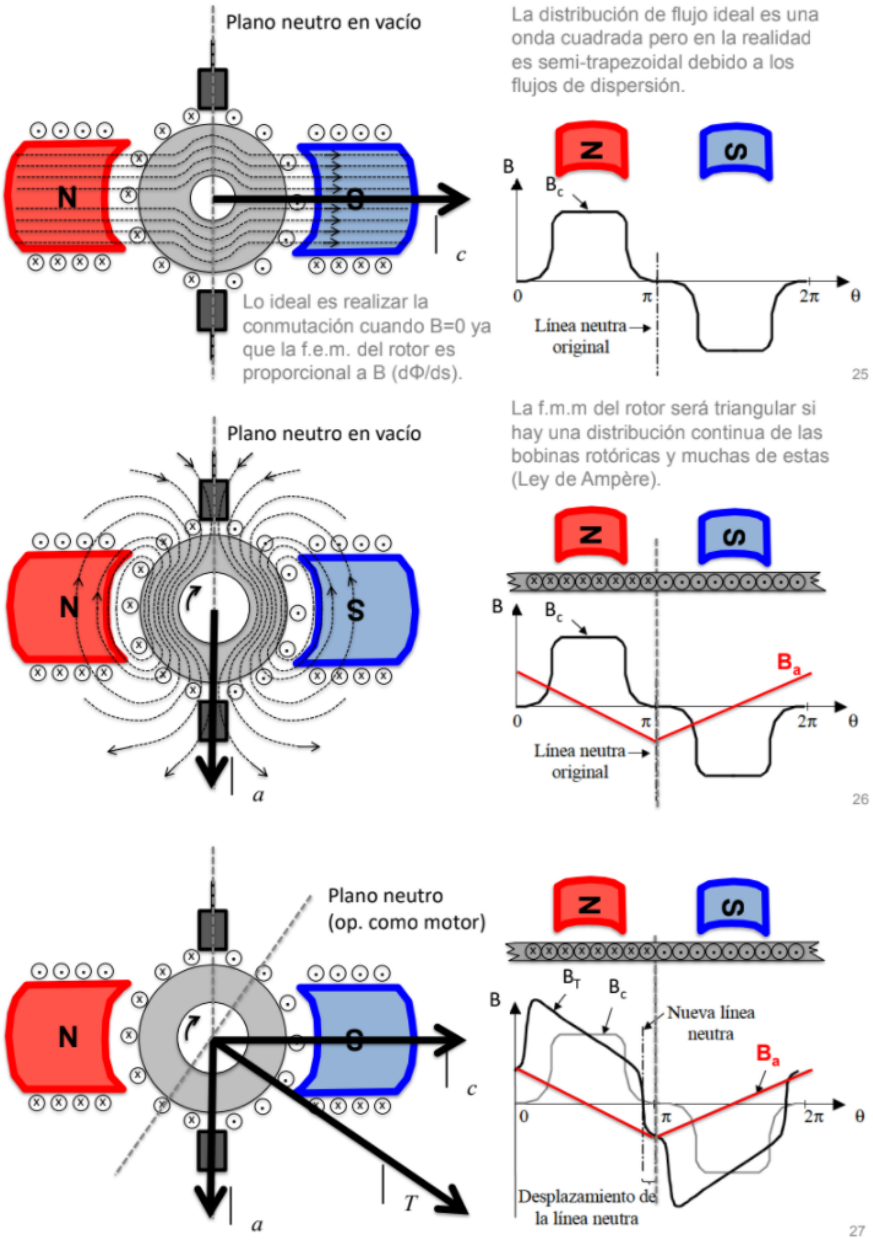


Figura 3: Reacción de armadura.

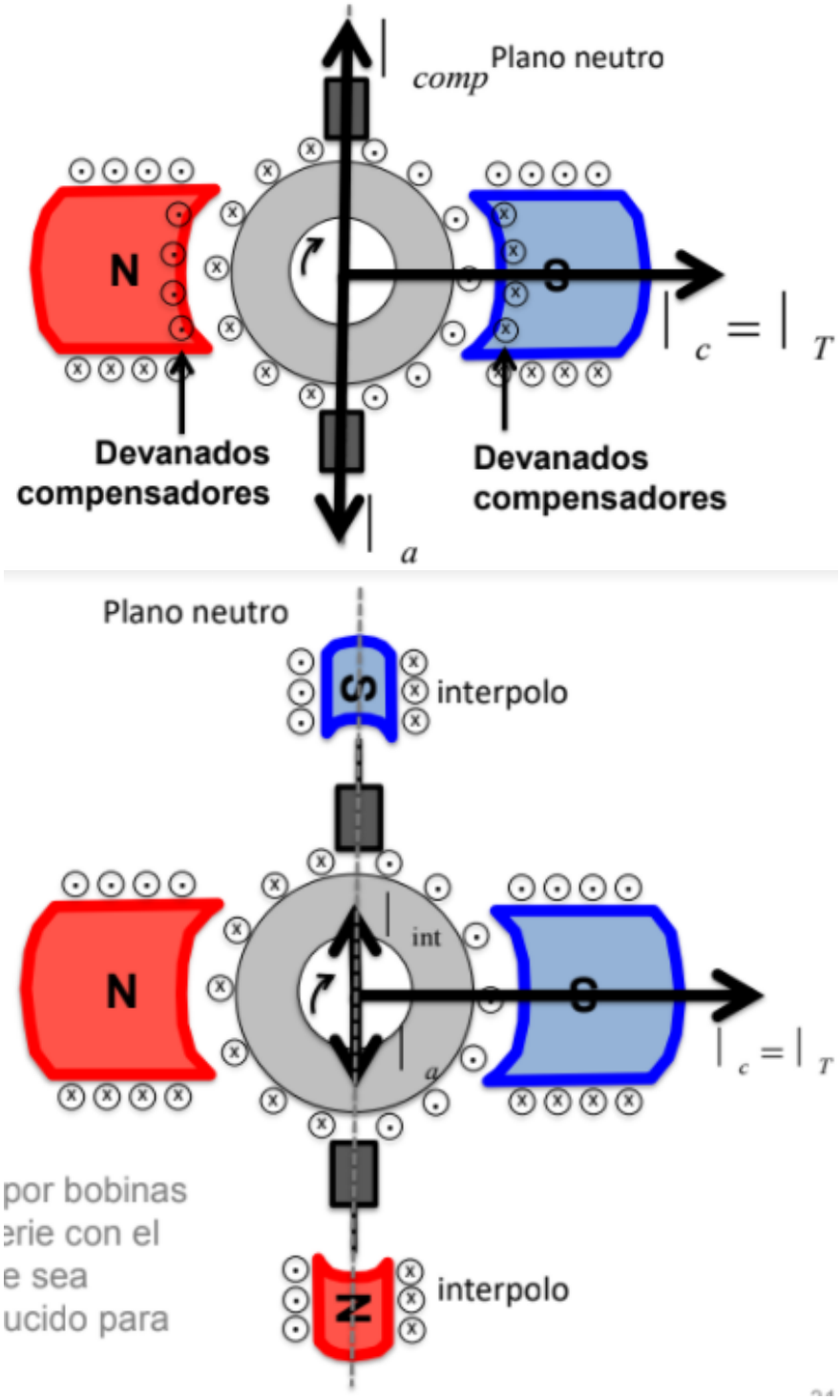


Figura 4: Devanados de compensación e interpolos.

3. Problema 1 (10 Puntos)

Considere una máquina sincrónica cuya potencia nominal y tensión nominal son 5 MVA y 13.8 kV entre líneas, respectivamente (aislación eléctrica hasta 18 kV). Considere una estructura cilíndrica en la máquina y una impedancia sincrónica X_s de 4 Ω.

La máquina se encuentra conectada a una barra infinita de 13.8 kV entre líneas operando como generador.

1. (3 puntos) Evalúe las potencias, tensiones y corrientes del sistema cuando la máquina sincrónica entrega a la red una potencia aparente equivalente a 4 MVA con factor de potencia 0.82 capacitivo. Determine si la máquina entrega o absorbe potencia reactiva.

2. (3 puntos) Realice el diagrama fasorial de la máquina y determine el modo de operación del generador.

3. (4 puntos) Explique qué entiende por potencia reactiva y porque motivo es de utilidad que la máquina sincrónica pueda absorber y entregar potencia reactiva. Enfóquese en su relación con la máquina sincrónica.

4. Problema 1 - Solución

1. El circuito equivalente del sistema se muestra en la Fig. 5. Dado que el generador se encuentra operando como generador, el sentido circulación de corriente se define saliente desde la máquina (se respeta el flujo de potencia activa). Además, la tensión fase neutro V_a es tomada como referencia angular del sistema. En este caso, $V_a = 7967.43\angle 0^o[V]$.

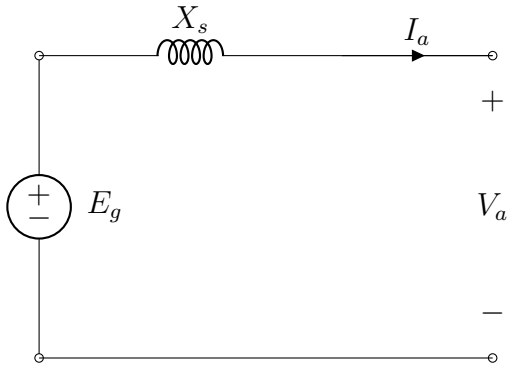


Figura 5: Circuito equivalente simplificado de motor sincrónico conectado a una barra infinita.

En seguida, se determina la potencia compleja del sistema en los terminales de la máquina considerando la potencia aparente y el factor de potencia (FP) indicados en el enunciado. De esta forma, la potencia compleja puede ser obtenida como:

$$S = |S|\angle \arccos FP$$

En este caso, se debe tener en cuenta que el signo que tiene el ángulo que describe la potencia compleja está directamente ligado con la característica del factor de potencia FP. Cuando el factor de potencia es inductivo, significa que el ángulo de la potencia compleja es positivo, mientras que cuando es capacitivo, este ángulo es negativo.

Para este caso, el ángulo de la potencia compleja es negativo y por lo tanto, esta puede ser expresada como:

$$S = 4000000\angle -34.9152^\circ = 3280000 - j2289454[MW, MVAr]$$

Es decir, la máquina absorbe potencia reactiva dado que el flujo de esta potencia es inverso al flujo de potencia activa del generador.

De esta forma, para la obtención de la corriente de línea I_a, se debe hacer uso de la potencia compleja y de la tensión referencial en la barra de conexión. De esta forma:

$$S = 3V_a I_a^* \rightarrow I_a = \left[\frac{S}{3V_a}\right]^* = 167.348\angle 34.9152^\circ[A]$$

Notar que, la corriente, presenta el signo invertido respecto de la potencia compleja debido a la acción del conjugado *, esto resulta evidente cuando la tensión de la barra, V_a es utilizada como referencia angular.

Finalmente, la tensión en la FEM de la máquina, es obtenida mediante el circuito equivalente de la 5. De esta forma, la FEM puede ser expresada como:

$$E_g = V_a + jX_s I_a = 7604.1315\angle 4.1394^\circ[V]$$

2. Para el diagrama fasorial, se tienen los resultados obtenidos en la Fig. 6.

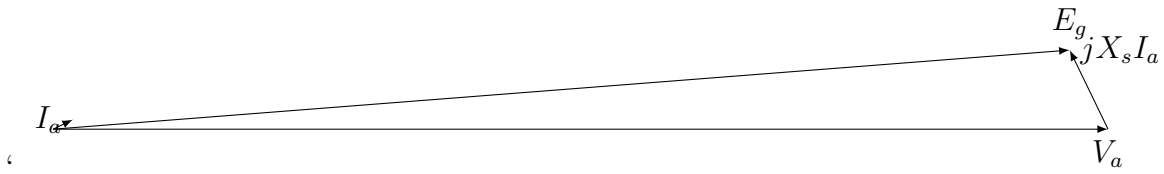


Figura 6: Diagrama fasorial de tensiones y corrientes.

Cuando el factor de potencia es capacitivo, la tensión de la FEM presenta menor magnitud que la tensión de la barra de referencia y el ángulo de la corriente es positivo respecto a dicha tensión referencial. En este caso, el generador absorbe potencia reactiva, es decir, el flujo de potencia reactiva es inverso a la referencia de corriente (potencia activa) impuesta en la Fig. 5. En este punto de operación se dice que la máquina se encuentra en el punto de operación como generador sub-excitado.

3. La potencia reactiva corresponde a la componente oscilatoria de la potencia instantánea que circula por un circuito eléctrico de corriente alterna. Esto indica que, la potencia reactiva, no tiene como objetivo ser disipada sino que esta fluctúa dentro de los circuitos cuando los elementos reactivos (inductores y capacitores) almacenan y entregan energía al circuito.

   En un sistema eléctrico, especialmente cuando se hace referencia a sistemas de potencia, existe una gran cantidad de estos elementos reactivos. En específico, los elementos inductivos pueden ser asociados a cargas (motores) y a las líneas de transmisión, mientras que los elementos capacitivos son relacionados por las líneas de transmisión de gran longitud.

   Es por este motivo que, para establecer el flujo de potencia activa desde un generador hacia una carga (la potencia activa es la potencia que efectivamente se disipa), es necesario que los generadores eléctricos sean capaces de suministrar la potencia reactiva que requieren los elementos reactivos (inductivos) o absorber la potencia de estos si

esta se convierte en un excedente (capacitivos). De esta forma, es posible mantener el balance de potencia dentro del sistema.

En el caso de la máquina sincrónica, esta tiene la ventaja de poder efectuar la regulación de potencia reactiva a través de su circuito de campo y de la potencia reactiva a través de el torque eléctrico que se entrega a través de la turbina motriz.

5. Problema 2 (29 Puntos)

1. (10 puntos) Considere una máquina de inducción con rotor bobinado de 4 polos, alimentada con una fuente trifásica de $760V_{ff}$ y 50Hz. Los parámetros de la máquina son los siguientes:

$$R_e = 1\Omega \qquad R'_r = 0.8\Omega \qquad R_p = 100\Omega$$
$$X_e = 2.3\Omega \qquad X'_r = 2\Omega \qquad X_m = 500\Omega$$

   Considere el circuito equivalente y calcule la corriente en el estator I_e y el torque que ejerce la máquina si se conoce que el deslizamiento es del 5 %. A continuación, calcule la resistencia que se debe conectar al rotor para maximizar el torque de partida.

2. (10 puntos) Considere una máquina DC en configuración Compound (corto-aditivo) actuando como generador. Se desea alimentar una carga de $5[\Omega]$ con $150[V]$ cuando la máquina gira con una velocidad de $500[RPM]$ y se conocen los siguientes parámetros:

   - $R_a = 0.5\Omega$
   - $R_p = 100\Omega$
   - $R_s = 0.05\Omega$
   - $\frac{N_s}{N_p} = 0.052$

   Calcule la inductancia rotacional en serie y en paralelo y el torque de la máquina.

3. (10 puntos) Para las siguientes secciones imagine que se acoplan ambas máquinas mediante un eje mecánico, el cual presenta una pérdida igual a $P_{loss} = 0.1\omega_m$. Además, desprecie la rama de magnetización de la máquina de inducción y considere que esta se encuentra conectada a la red de $760V_{ff}$ de $50Hz$.

   Calcule la resistencia que se debe conectar al rotor de la máquina de inducción para que en la máquina DC se establezca un voltaje de $200V$ alimentando una carga de $5[\Omega]$ cuando la máquina gira a una velocidad de $500[RPM]$.

6. Problema 3 - Solución

1. Del enunciado, podemos calcular la impedancia equivalente (Z) vista desde los terminales del estator considerando el circuito equivalente de la máquina.

$$Z = Z_e + Z_m//Z'_r = R_e + jX_e + (R_p//jX_m)//(R'_r/s + jX'_r) = \boxed{14.7265 + j4.15972[\Omega]}$$

Luego, la corriente del estator está dada por:

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{760/\sqrt{3}}{14.7265 + j4.15972} = \boxed{28.6737\angle -15.7731°[A]}$$

Notamos que el ángulo de la corriente es negativo (corriente en atraso respecto del voltaje), lo que implica que la máquina de inducción absorbe potencia reactiva, lo cual es propio de este tipo de máquina eléctrica.

Para efectuar el cálculo de torque se debe obtener la magnitud de la corriente en el rotor referida al estator (I'_r). Para ello, se procede a calcular el voltaje V_p que representa la tensión que alimenta la rama de magnetización y la rama del rotor en el circuito equivalente. Así, el voltaje V_p puede ser obtenido como:

$$V_p = V_e - Z_e I_e = 760/\sqrt{3} - (1 + j2.3)(28.6737\angle -15.7731°) = \boxed{397.1862\angle -8.0574°[V]}$$

Con esta tensión y los parámetros del rotor, es posible obtener la magnitud de la corriente del rotor referida al estator. Esto se consigue como:

$$I'_r = \frac{V_p}{Z'_r} = \frac{397.1862\angle -8.0574°}{0.8/0.05 + j2} = \boxed{24.6209\angle -15.1824°[A]}$$

La velocidad sincrónica de la máquina puede ser obtenida como:

$$\omega_s = \frac{2\pi \cdot f}{P_p} = \frac{2\pi \cdot 50}{4/2} = \boxed{157.0796[rad/s]}$$

Finalmente, el torque trifásico de la máquina puede ser obtenido como:

$$T_e = \frac{3R'_r I'^2_r}{s\omega_s} = \frac{3 \cdot 0.8 \cdot 24.6209^2}{0.05 \cdot 157.0796} = \boxed{185.2377[Nm]}$$

La condición de deslizamiento para obtener torque máximo, esta dada por:

$$s_{T_{max}} = \frac{R'_r}{\sqrt{R_e^2 + X_{eq}^2}}$$

En donde $X_{eq} = X_e + X'_r$. Para que el torque de partida sea máximo, se debe cumplir que $s_{T_{max}} = 1$. De esta forma se puede plantear una nueva ecuación que incorpore una resistencia adicional en el rotor (R_{ext}) de la siguiente forma:

$$s_{T_{max}} = \frac{R'_r + R_{ext}}{\sqrt{R_e^2 + X_{eq}^2}} = 1 \longrightarrow R_{ext} = \boxed{3.61475[\Omega]}$$

Es decir, si se desea obtener máximo torque en la partida, se debe incorporar una resistencia serie adicional en cada devanado del rotor equivalente a 3.61475[Ω].

2. En primera instancia, se procede a obtener la magnitud de la corriente de salida del sistema. Para ello, se debe utilizar el valor de la tensión y de la carga en dicha zona. Con ello, la corriente de salida es:

$$i_{salida} = \frac{V}{R_{carga}} = \frac{150}{5} = \boxed{30[A]}$$

Teniendo en cuenta la configuración de la máquina, es posible establecer las ecuaciones en estado estacionario considerando la operación como generador. Estas son:

$$V_a = V + R_s i_s$$
$$V_a = R_p i_p$$
$$E_g = R_a i_a + V_a$$
$$i_a = i_s + i_p$$

Teniendo en cuenta esto, se puede realizar el cálculo de las tensiones y corrientes del sistema como:

$$i_s = i_{carga} = \boxed{30[A]}$$
$$V_a = V + R_s i_s = 150 + 0.05(30) = \boxed{151.5[V]}$$
$$i_p = \frac{V_a}{R_p} = \boxed{1.515[A]}$$
$$i_a = i_s + i_p = 30 + 1.515 = \boxed{31.515[A]}$$

$$E_g = R_a i_a + V_a = 0.5(31.515) + 151.5 = \boxed{167.2575[V]}$$

Además, la tensión inducida puede ser expresada en función de la corriente en la rama serie y paralelo considerando las inductancias rotacionales en cada caso. Teniendo en cuenta que la máquina gira a $500[RPM]$ ($52.36[rad/s]$), la tensión E_g puede ser expresada como:

$$E_g = G_s\omega_m i_s + G_p\omega_m i_p$$

Se sabe que:

$$\frac{G_s}{G_p} = \frac{N_s}{N_p} = 0.052 \rightarrow G_s = 0.052G_p$$

Por lo tanto, reemplazando en la expresión de la tensión inducida se obtiene:

$$E_g = 0.052G_p\omega_m i_s + G_p\omega_m i_p$$

Con ello, es posible despejar los valores $G_s = 0.05402[H]$ y $G_p = 1.0388[H]$.

Para el cálculo del torque es posible utilizar la siguiente definición:

$$T_e = G_s i_s i_a + G_p i_p i_a = 0.05402 \cdot 30 \cdot 31.515 + 1.0388 \cdot 1.515 \cdot 31.515 = \boxed{100.671[Nm]}$$

3. En primera instancia, se procede a obtener las magnitudes de las corrientes en la máquina DC. Con esto se obtiene:

$$i_s = i_{carga} = \boxed{40[A]}$$

$$i_p = \boxed{2.02[A]}$$

$$i_a = i_s + i_p = \boxed{42.02[A]}$$

Luego el torque está dado por,

$$T_e^{MDC} = G_s i_s i_a + G_p i_p i_a = 178.971Nm \longrightarrow P_{mec}^{MDC} = T_e\omega_m = 9371[W]$$

De esta forma, la potencia mecánica que debe suministrar el motor de inducción es:

$$P_{mec}^{MI} = P_{mec}^{DC} + P_{loss} = 9376.24[W]$$

Una vez que se conoce la potencia, podemos obtener el torque que debe ejercer el motor.

$$T_e^{MI} = \frac{P_{mec}^{MI}}{\omega_m} = 179.07[Nm]$$

El deslizamiento de la máquina de inducción puede ser obtenido como:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} = \frac{2\pi \cdot 50/2 - 2\pi \cdot 500/60}{2\pi \cdot 50/2} = \boxed{0.667}$$

Luego, de la ecuación de torque se tiene:

$$T_{3\phi} = 3\frac{R'_r + R_{ext}}{s\omega_s} \frac{V^2}{(R_s + (R'_r + R_{ext})/s)^2 + X_{eq}^2}$$

Para simplificar el desarrollo, se define $x = \frac{R'_r + R_{ext}}{s}$,

$$T_{3\phi} = 3\frac{x}{\omega_s} \frac{V^2}{(R_s + x)^2 + X_{eq}^2}$$

De esta forma, la resistencia esta dada por la solución de la ecuación cuadrática

$$x^2 + (2R_s - 3\frac{V^2}{T^I \omega_s})x + X_{eq}^2 + R_s^2 = 0$$

Con la solución de la ecuación cuadrática se tiene $x = 17.42$. Luego:

$$x = \frac{R'_r + R_{ext}}{s} = 17.42 \longrightarrow R_{ext} = \boxed{10.82[\Omega]}$$