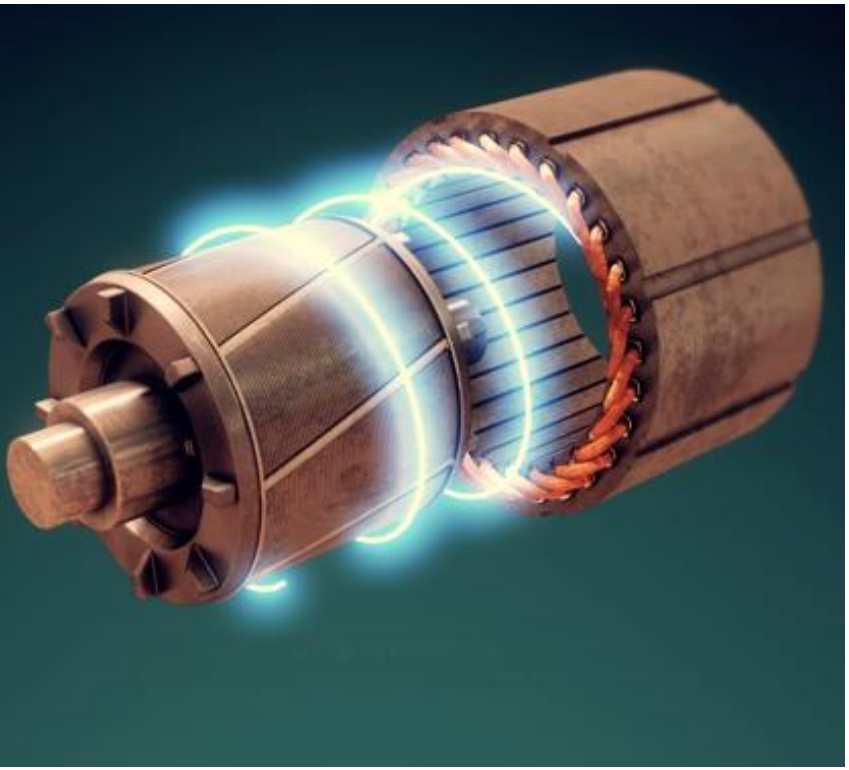
Javier Pereda
Profesor
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Pontificia Universidad Católica de Chile



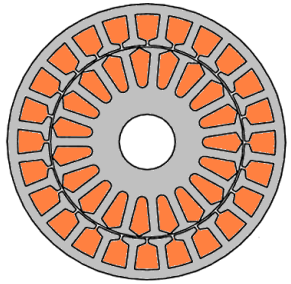
IEE 2213
Máquinas Eléctricas

7. Máquina de Inducción

Características y aplicaciones; principio de funcionamiento, deslizamiento y clasificación; circuito equivalente, potencia mecánica; circuito equivalente aproximado; torque electromagnético; corriente y resistencia rotórica; prueba de vacío y rotor bloqueado; modelo dinámico y variables de estado; balance de potencias y eficiencia; Tipos de jaula de ardilla (Norma NEMA y características); métodos de arranque y control de velocidad.

V.19.10.18

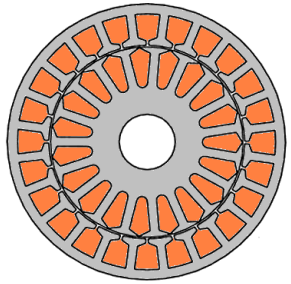
Máquina de Inducción (MI)
Características y Aplicaciones



- **M**áquina eléctrica que tiene uno de los conjuntos de bobinas “cortocircuitadas” (no tiene ninguna fuente de voltaje o corriente), generalmente situadas en el rotor.
- **P**or lo tanto, la corriente que circula por las bobinas “cerradas” es producida por una f.e.m inducida por el otro conjunto de bobinas que están generalmente en el estator.
- **P**ara que la f.e.m se induzca, la MI debe girar a una frecuencia distinta a la del CMR (gira asincrónicamente) de lo contrario no hay corriente inducida ni torque (Ley de Faraday: $e=N \bullet d\Phi/dt$).
- **L**a MI se puede clasificar según el tipo de rotor en Jaula de Ardilla (barras conductoras en vez de bobinas) y Rotor Bobinado (bobinas conectadas a anillos con carbones).
- **L**a MI jaula de ardilla es el motor más utilizado en la industria (90%) porque su construcción es simple, utiliza barras en vez de bobinas y no requiere una conexión al rotor (no hay anillos, carbones, ni escobillas), tiene una mantención baja y puede ser muy eficiente y controlable mediante el uso de la electrónica de potencia.
- **L**a MI de Rotor Bobinado ya no es utilizada como motor porque la electrónica de potencia permite utilizar el MI Jaula de Ardilla de forma eficiente y flexible. Sin embargo, es muy utilizada en generación eólica como máquina de doble alimentación.
- **T**iene un factor de potencia inductivo que generalmente es cercano al 0.8.

Máquina de Inducción (Asíncrona)

Principios del funcionamiento



① El estator se alimenta con AC trifásica para generar un CMR: $\omega_s = \omega/p$

② El rotor no se alimenta (bobinas o barras cortocircuitadas).

③ El CMR genera una f.e.m en el rotor sólo si éste varía en el tiempo mirado desde el rotor (ley de Faraday: $e=N \bullet d\Phi/dt$). Por lo tanto, sólo se genera una f.e.m rotórica si:

$$\omega_m \neq \omega_s = \omega/p$$

① La f.e.m rotórica genera una corriente en el rotor que produce una f.m.m rotórica. Si aplicamos la condición de torque medio veremos que el flujo rotórico debe girar respecto al rotor (esto se llama frecuencia de deslizamiento ω_d):

$$\omega_s = \omega_m + \omega_r \Rightarrow \omega_m \neq \omega_s = \omega/p \Rightarrow \omega_d = \omega_r \neq 0$$

② La MI sólo tiene torque nulo cuando la velocidad mecánica es igual a la síncrona:

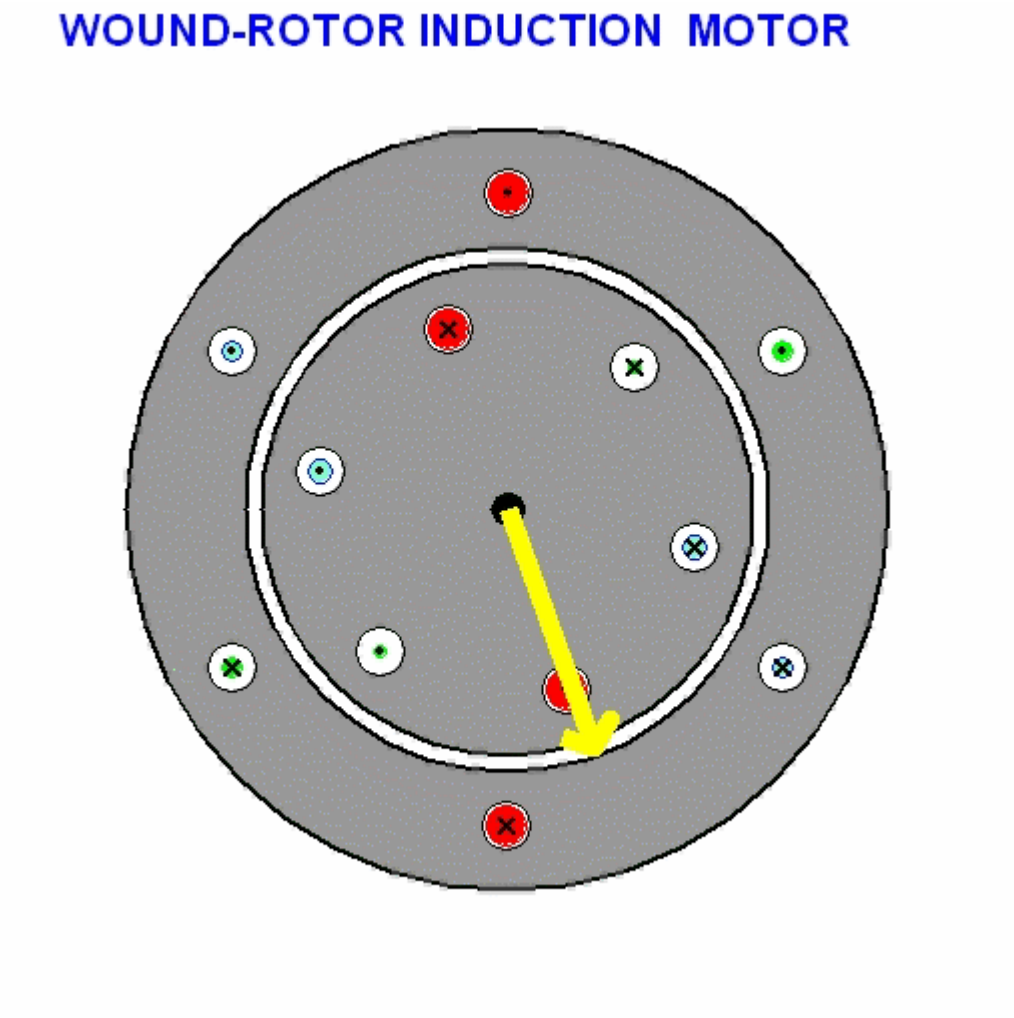
$$\omega_s = \omega_m \Rightarrow \omega_r = 0 \Rightarrow E = 0 \Rightarrow \Im_r = 0 \Rightarrow T_e = 0$$

① Resumiendo, El funcionamiento de la MI se basa en la existencia de deslizamiento (sólo hay inducción con deslizamiento). Si opera como motor, el rotor gira más lento que el CMR, y si opera como generador, el rotor gira más rápido que el CMR (deslizamiento negativo). El deslizamiento se define como:

$$s = \frac{\omega_d}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} = 1 - \frac{\omega_m}{\omega_s}$$

Máquina de Inducción (Asíncrona)

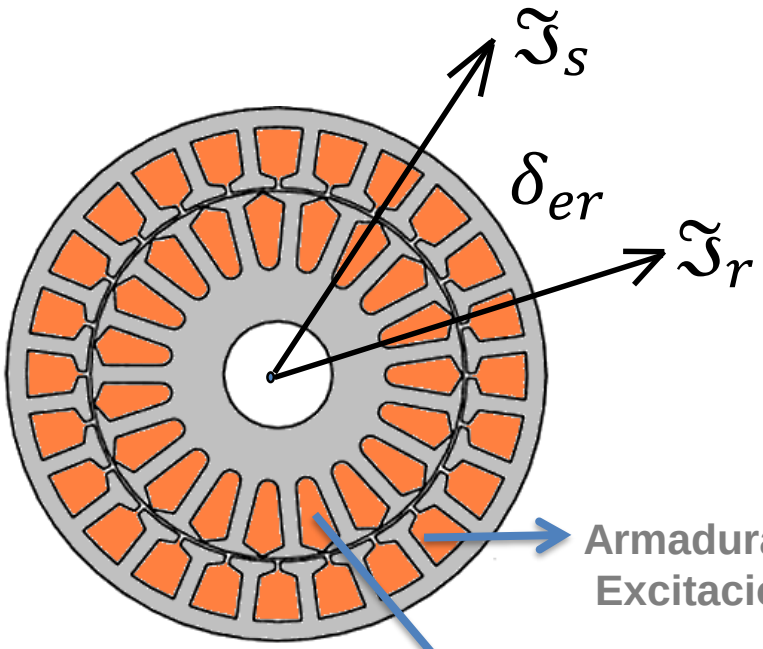
Principios del funcionamiento



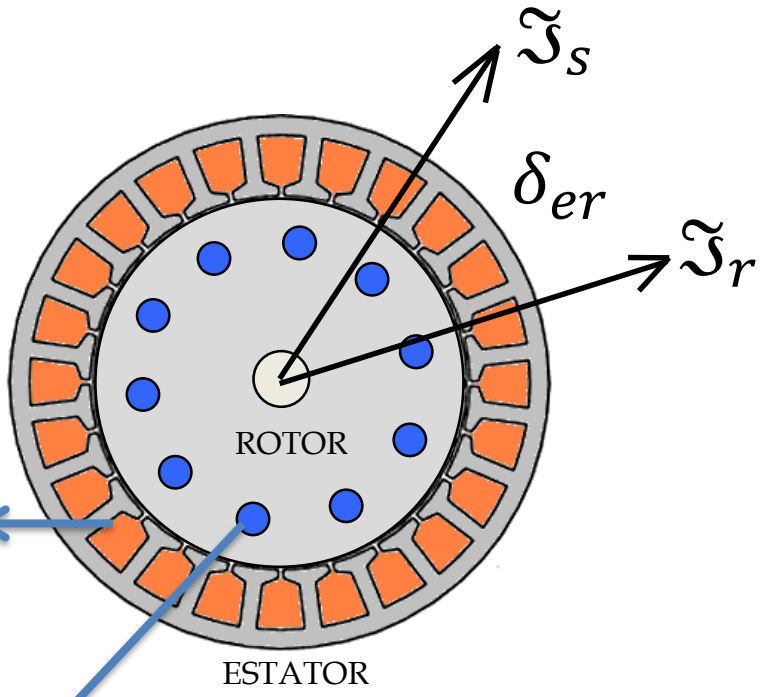
Máquina de Inducción (Asíncrona)

Clasificación

Rotor bobinado

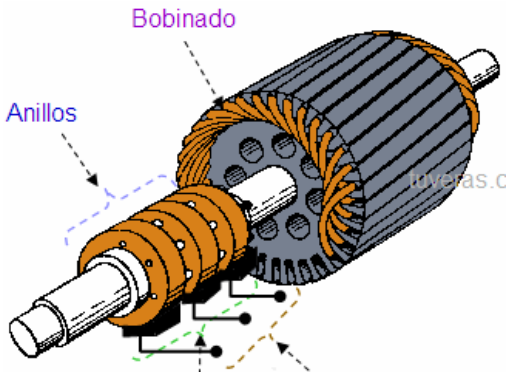


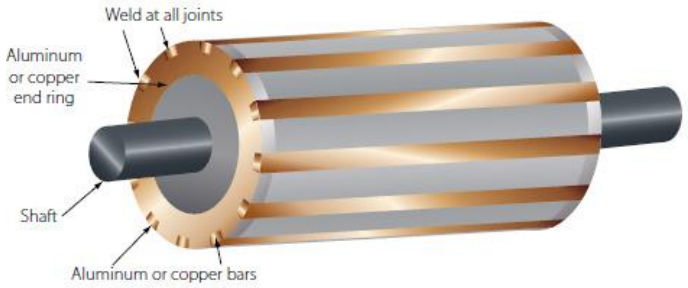
Rotor Jaula de Ardilla



Armadura y Excitación

Inducido



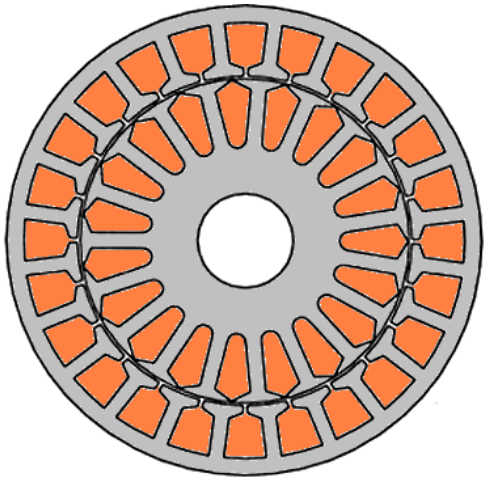


Máquina de Inducción

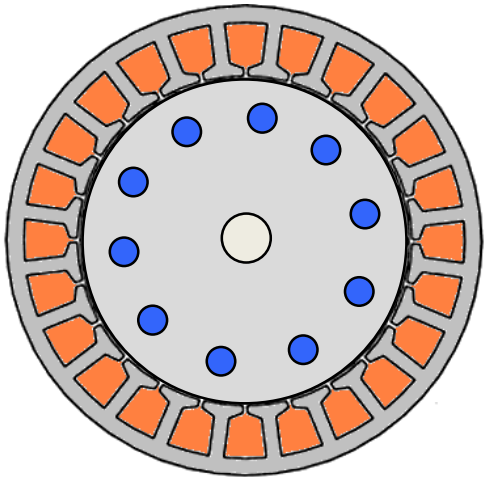
Características Constructivas (Estator)

Estator:

Es el mismo para el rotor jaula de ardilla y rotor bobinado. Consta de bobinas distribuidas para generar una distribución sinusoidal en el campo del entrehierro y generalmente son polifásicas para generar un CMR.
La gran mayoría de las MI son trifásicas pero también las hay monofásicas, bifásicas, hexafásicas, etc. La distribución también dependerá del número de pares de polos.
El estator cuenta con una caja de conexión donde están los bornes de las bobinas de cada fase (trifásico: U_1-U_2, V_1-V_2, W_1-W_2), por lo tanto se pueden conectar en estrella o delta y se puede cambiar la secuencia de fases para cambiar el sentido de giro.



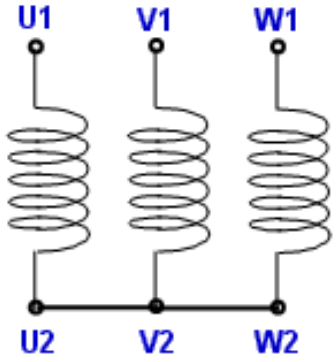




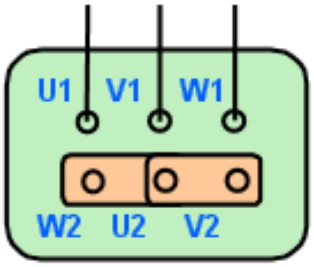
Máquina de Inducción

Características Constructivas (Estator)

Conexión en estrella

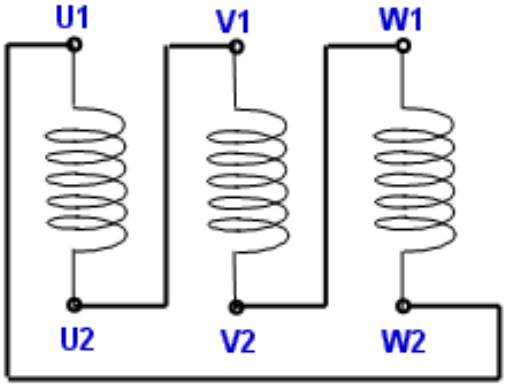


Devanados del motor

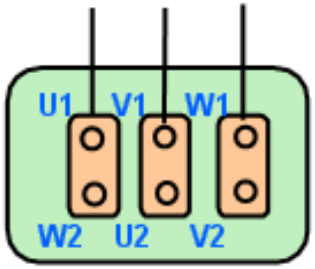


Caja de conexiones

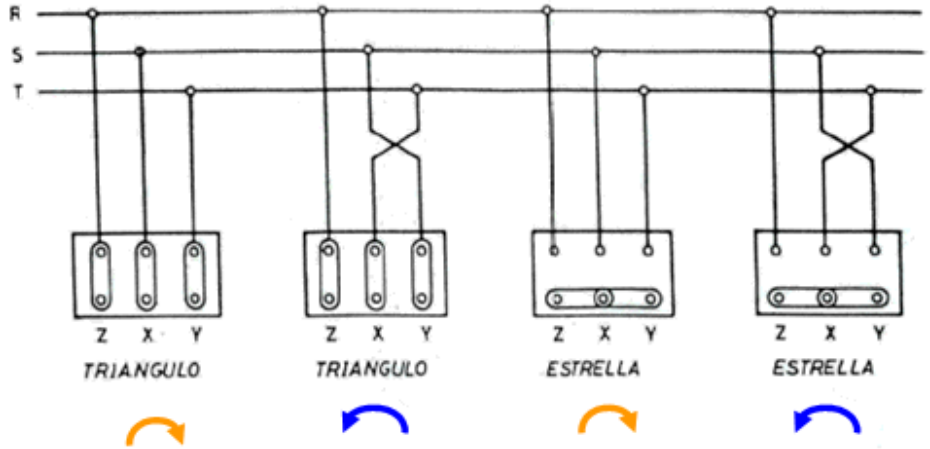
Conexión en triangulo (delta)



Devanados del motor



Caja de conexiones

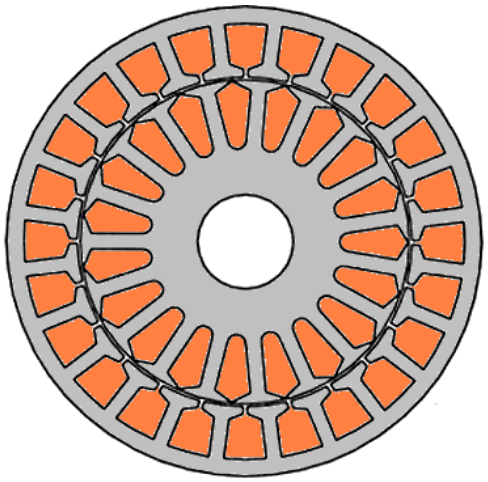


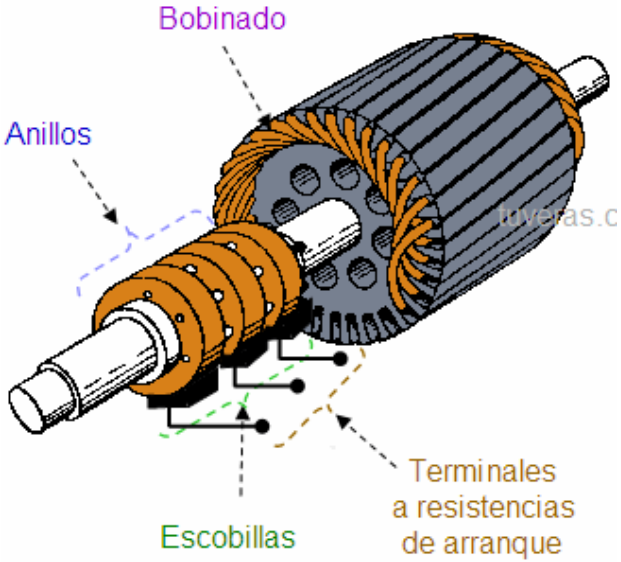
Máquina de Inducción

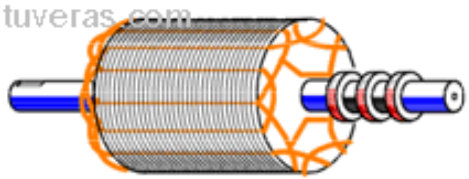
Características Constructivas (R. Bobinado)

Rotor Bobinado:

Consta de bobinas distribuidas de forma similar al estator, con igual numero de fases y polos. En el caso trifásico las bobinas del rotor se conectan en estrella y los bornes son conectados a tres anillos aislados entre sí para tener acceso desde el exterior y conectar resistencias variables. La variación de resistencia en la bobina rotórica permite limitar la corriente de arranque, controlar la característica del torque y la velocidad (pero en un rango limitado). En los generadores eólicos se utiliza el rotor bobinado para alimentarlo a través de los anillos (máquina doblemente alimentada) y controlar la frecuencia de generación para que sea la de la red (50Hz).



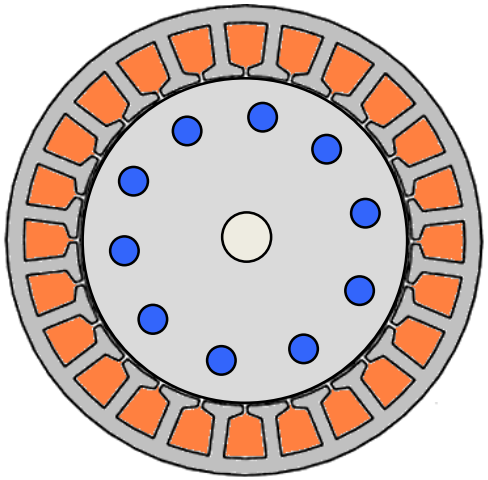




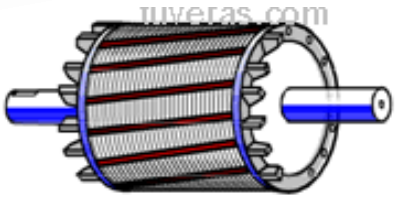
Máquina de Inducción
Características Constructivas (J. de Ardilla)

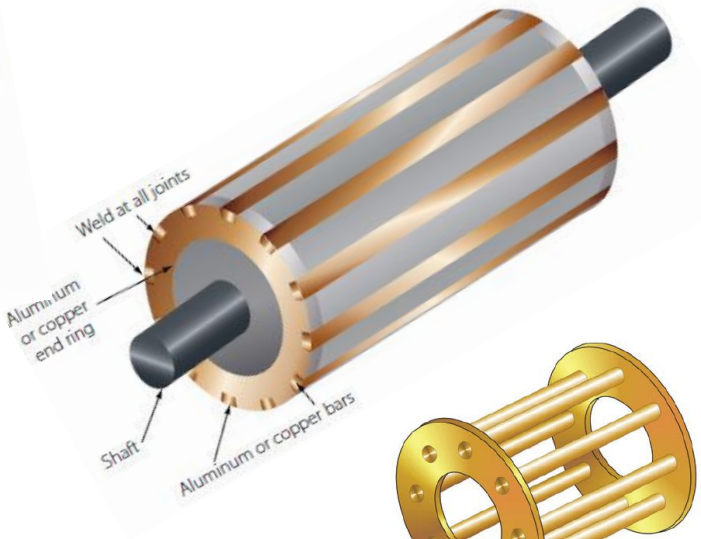
Rotor Jaula de Ardilla:

Consiste en barras conductoras (e.g. Cobre o Aluminio) cortocircuitadas lateralmente (forma una jaula de ardilla). Esta jaula va inserta en material magnético (fierro) del rotor. De esta forma se consigue una construcción simple y robusta pero no se tiene acceso desde el exterior. El material y forma de la jaula de ardilla determinara las características de la máquina como la curva de torque-velocidad. Las barras se disponen de forma diagonal entre los anillos laterales que las cortocircuitan, ya que de esta forma se consigue un torque más suave y una distribución del entrehierro más sinusoidal.



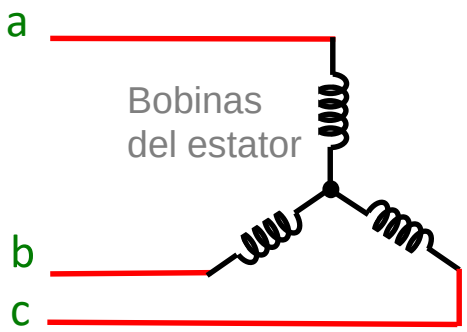




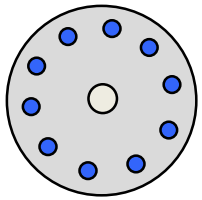


Máquina de Inducción
Representación

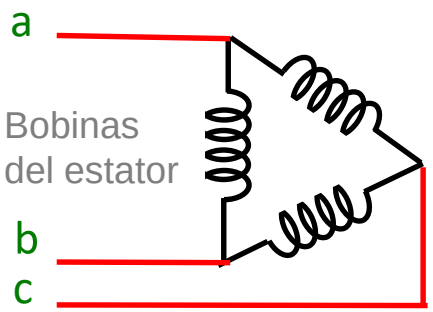
Conexión Y



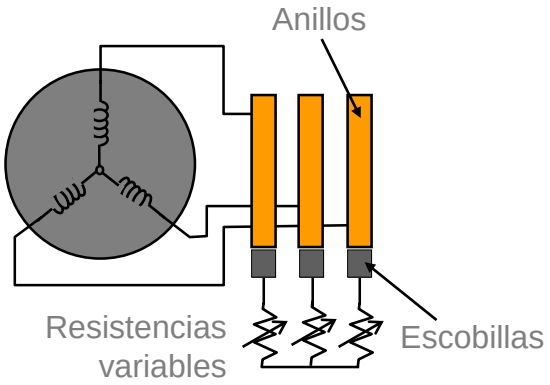
Jaula de Ardilla



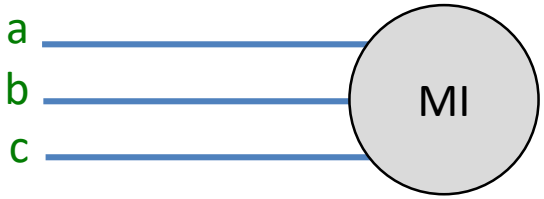
Conexión Δ



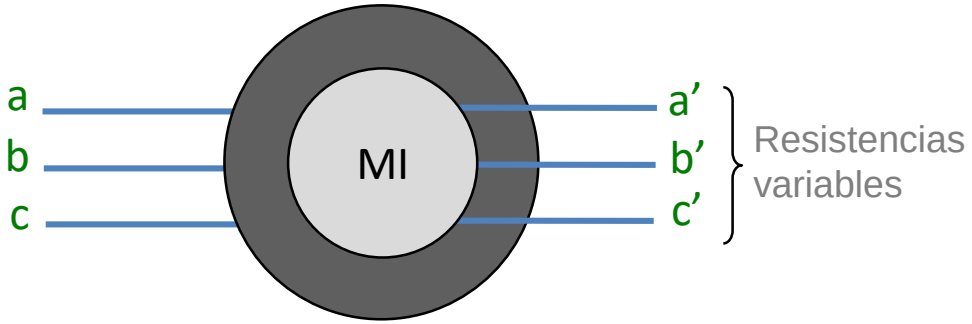
Rotor Bobinado



Jaula de Ardilla



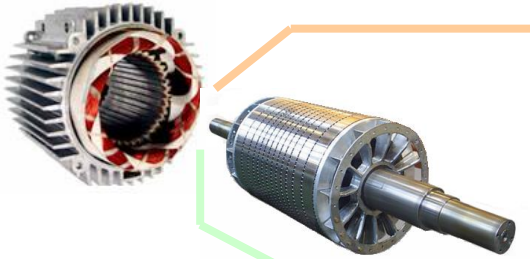
Rotor Bobinado



Máquina de Inducción (MI)

Aplicaciones (más utilizado 90%)





Generación



Industria y Minería









Tracción



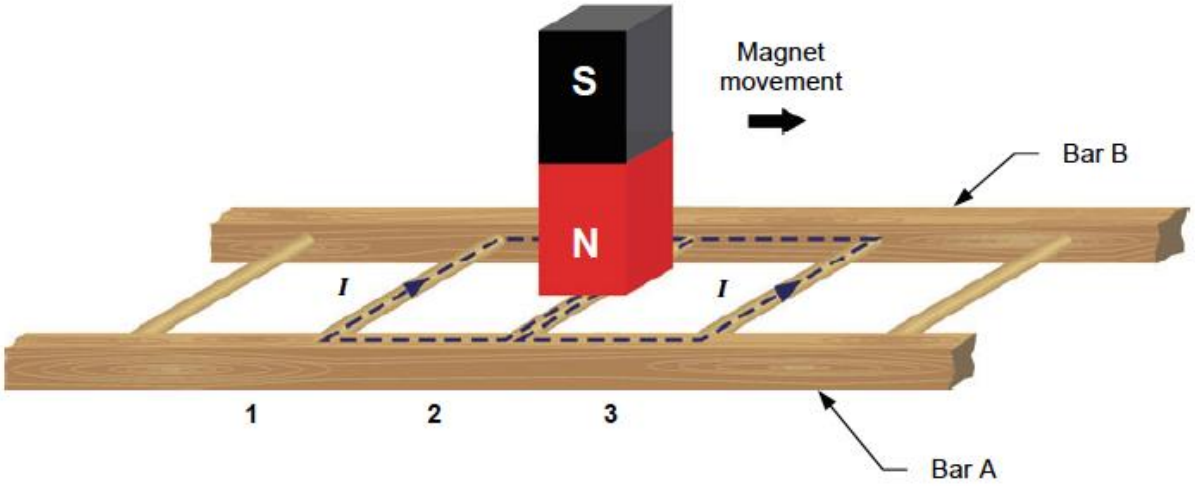


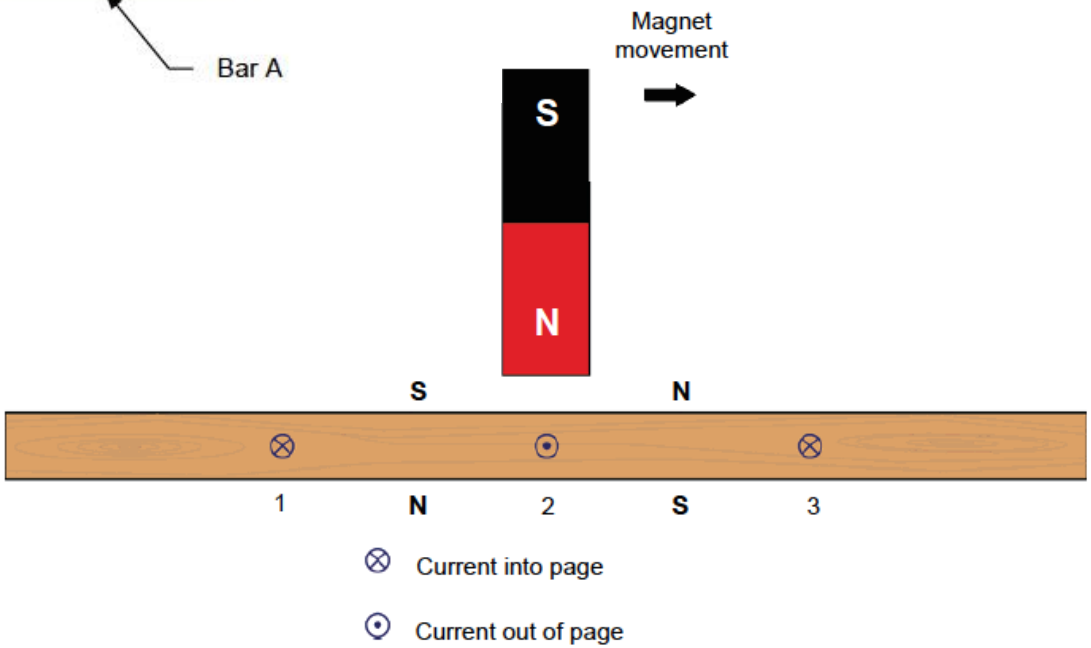




Máquina de Inducción

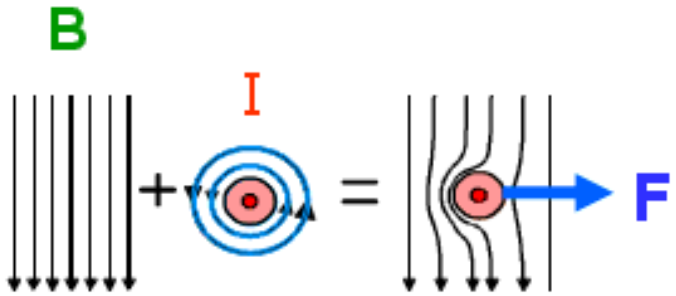
Características (Campo Magnético)

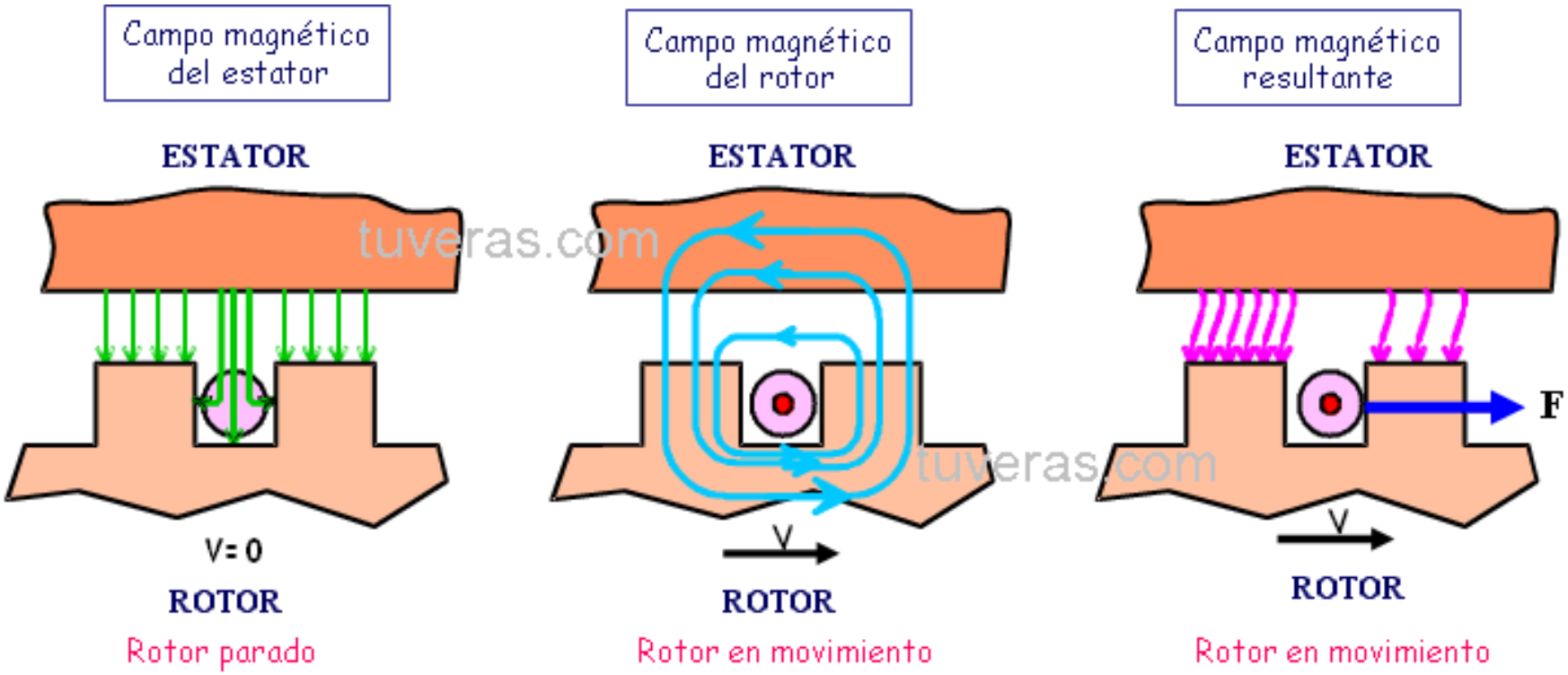




Máquina de Inducción

Características (Campo Magnético)

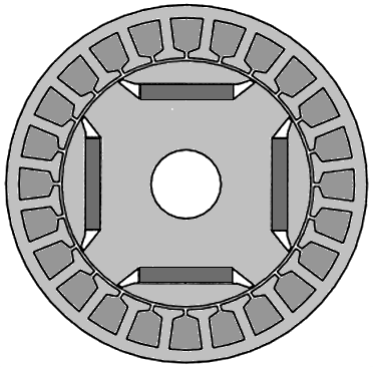


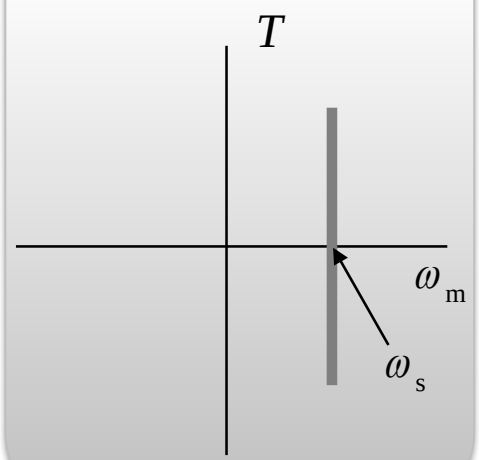


Principales Máquinas Eléctricas

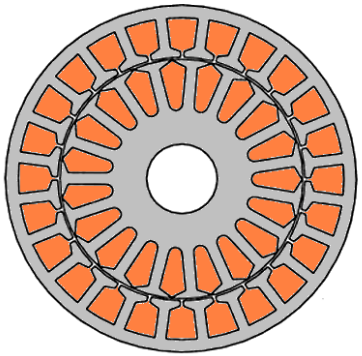
Característica Torque-Velocidad

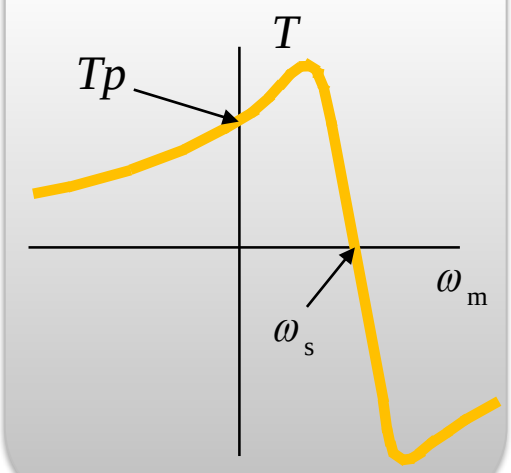
SINCRONA



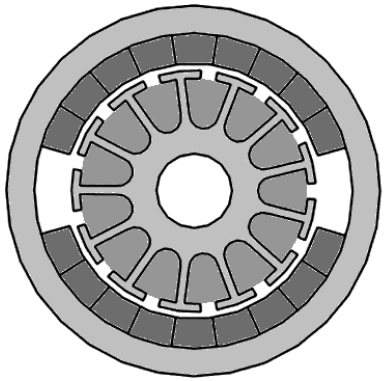


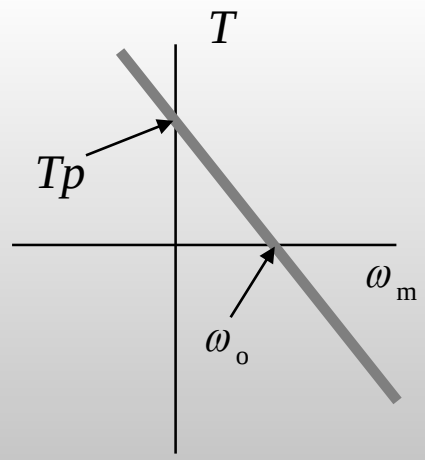
INDUCCION





CONTINUA





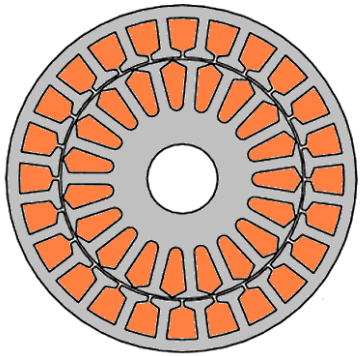
(exc. separada y shunt)

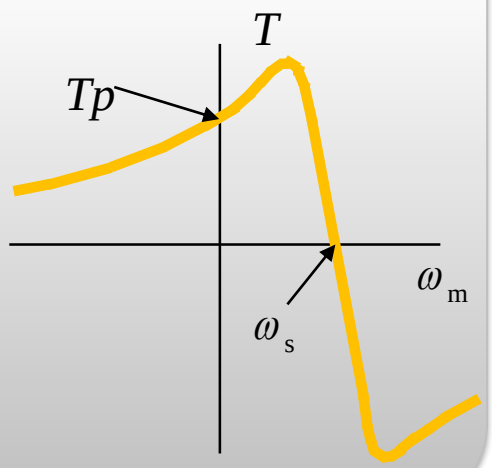
Máquina de Inducción

$$\omega_m \neq \omega_s = \omega/p$$

Característica Torque-Velocidad

INDUCCION





La condición de existencia de **torque medio** establece que la máquina síncrona NO tiene torque sólo a velocidad síncrona.

La máquina ajustará el deslizamiento al torque mecánico de la carga. Los rangos nominales de operación son cercanos a la velocidad síncrona.

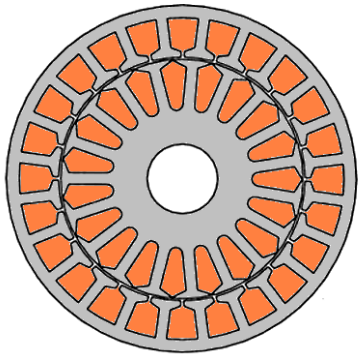
Antiguamente el control de velocidad de la MI era un problema y se prefería la máquina DC, pero ahora la **electrónica de potencia** permite un control fino de torque y velocidad (frecuencia variable).

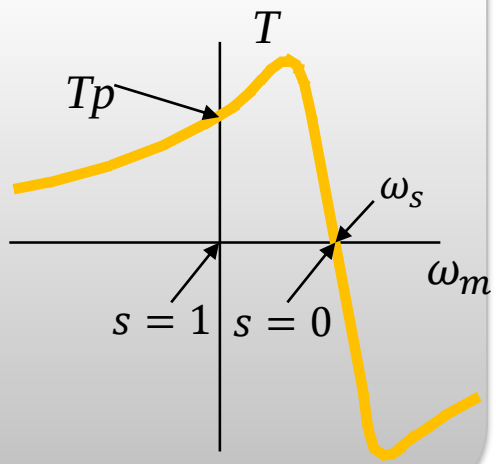
$$\omega_s = \omega_m + \omega_r$$

$$\omega_r \neq 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \omega_m \neq \omega_s$$

Máquina de Inducción
Deslizamiento

INDUCCION





Frecuencia de Deslizamiento (ω_d): es la frecuencia inducida en el rotor (frecuencia del f.m.m rotórico respecto del rotor):

$$\omega_d = \omega_r$$

Deslizamiento (s): se define como la razón de frecuencias entre el CMR del rotor y del estator:

$$s = \frac{\omega_d}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} = 1 - \frac{\omega_m}{\omega_s}$$

Analicemos algunos puntos de operaciones específicos:

$$\omega_m = 0 \Rightarrow s = 1 \Rightarrow \omega_d = \omega_s$$

$$\omega_m = \omega_s \Rightarrow s = 0 \Rightarrow \omega_d = 0 \Rightarrow I_r = 0 \Rightarrow T_e = 0$$

Máquina de Inducción
Circuito Equivalente

Circuito Equivalente:

Es muy similar al circuito equivalente del **transformador** pero en este caso se debe tomar en cuenta el **deslizamiento**. De hecho la MI con el rotor bloqueado (máquina detenida) es prácticamente un transformador pero genera torque.

La idea es la misma, obtener un circuito equivalente que incorpore todos los elementos físicos que se producen en una máquina real. La finalidad es obtener un circuito exclusivamente eléctrico para poder utilizar todo el potencial de la **teoría de circuitos eléctricos**, y así también entender de forma más sencilla los conceptos y principios involucrados.

Máquina de Inducción
Circuito Equivalente

Recordando la fórmula de la f.e.m inducida vista en la lectura “Máquinas y CMR (83)” en el caso que el rotor se suponía estático (**rotor bloqueado**) teníamos:

$$e_r = N_r \Phi_T \omega \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad e_r = 2\pi f \cdot N_r \Phi_T \sin \omega t$$

Por lo tanto el valor eficaz de la f.e.m inducida es (igual al “transformador”):

$$E_r = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \cdot N_r \cdot \Phi_T \quad \Rightarrow \quad E_r = 4.44 \cdot f \cdot N_r \cdot \Phi_T$$

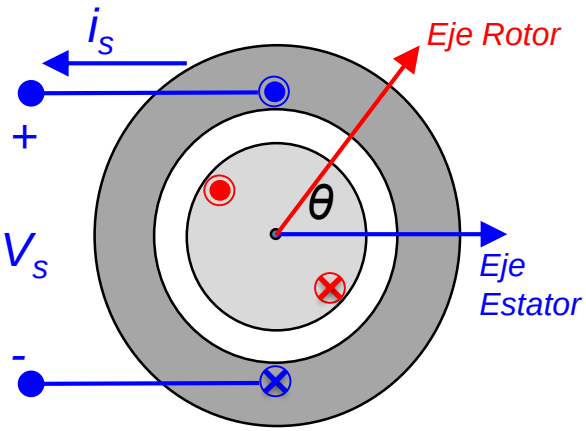
Para generalizar, suponemos que el **rotor tiene cualquier velocidad**, por lo tanto sólo interesa la velocidad relativa entre el rotor y el CMR:

$$E_r = 4.44 \cdot (f_s - f_m) \cdot N_r \cdot \Phi_T \quad \Rightarrow \quad E_r = 4.44 \cdot f_d \cdot N_r \cdot \Phi_T$$

Se realiza lo mismo para el estator y finalmente tenemos:

$$E_s = 4.44 \cdot f_s \cdot N_s \cdot \Phi_T$$

$$E_r = 4.44 \cdot f_d \cdot N_r \cdot \Phi_T$$



Ojo: f_s es la frecuencia síncrona, no la frecuencia del estator *(f)*.

Máquina de Inducción
Circuito Equivalente

Las formulas calculadas nos dicen que el CMR resultante (flujo magnético total que gira a velocidad síncrona con distribución sinusoidal) induce tensiones en las bobinas del rotor y del estator:

$$E_s = 4.44 \cdot f_s \cdot N_s \cdot \Phi_T$$

$$E_r = 4.44 \cdot f_d \cdot N_r \cdot \Phi_T$$

Entonces la relación de tensiones es:

$$\frac{E_s}{E_r} = \frac{f_s \cdot N_s}{f_d \cdot N_r} \rightarrow \frac{E_s}{E_r} = \frac{\omega_s \cdot N_s}{\omega_d \cdot N_r} \rightarrow \frac{E_s}{E_r} = \frac{1}{s} \cdot \frac{N_s}{N_r} \rightarrow \frac{E_s}{E_r} = \frac{a}{s}$$

Donde a es la relación de vueltas ($a=N_s/N_r$) de forma análoga a un transformador. Claramente la razón de tensiones E_s/E_r es inversamente proporcional al deslizamiento s:

Rotor bloqueado: $\omega_m = 0 \rightarrow \omega_d = \omega_s \rightarrow s = 1 \rightarrow \frac{E_s}{E_r} = a$

Velocidad síncrona: $\omega_m = \omega_s \rightarrow \omega_d = 0 \rightarrow s = 0 \rightarrow E_r = 0$

$$\downarrow$$

$$I_r = 0 \quad T_e = 0$$

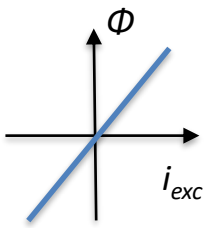
Máquina de Inducción
Circuito Equivalente

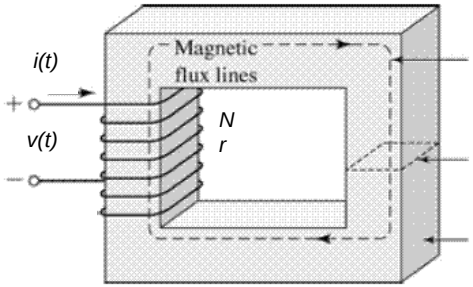
Las relación de corriente se puede obtener del principio de superposición de las f.m.m utilizando la Ley de Ampère al igual que en la Lectura de “Transformador Real”:

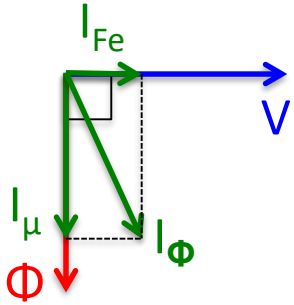
$$\Im_T = \Im_s + \Im_r \Rightarrow \Im_T = N_s I_s - N_r I_r \Rightarrow \frac{\Im_T}{N_s} = I_\phi = I_s - \frac{N_r}{N_s} I_r$$

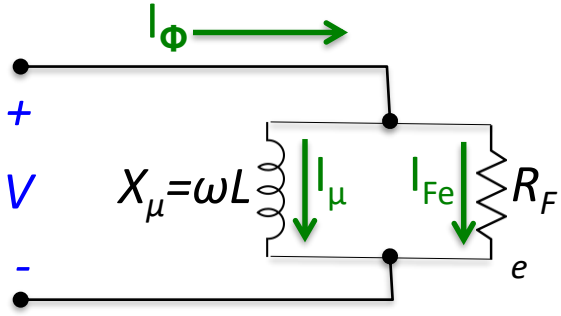
$$I_\phi = I_s - \frac{1}{a} I_r \Rightarrow \boxed{I_\phi = I_s - I'_r} \qquad \boxed{I'_r = \frac{1}{a} I_r}$$

Corriente en vacío (I_o ó I_Φ): corriente que se genera en vacío (analizada en las lecturas de “electromagnetismo” y “transformador”). Tiene dos componentes, una activa I_{Fe} que representada por una resistencia (pérdidas en el fierro por efecto Joule), y una reactiva I_μ debido a la reactancia que representa la corriente de magnetización debido a que el material tiene permeabilidad finita (se supone curva B-H lineal ➔ no hay histéresis):





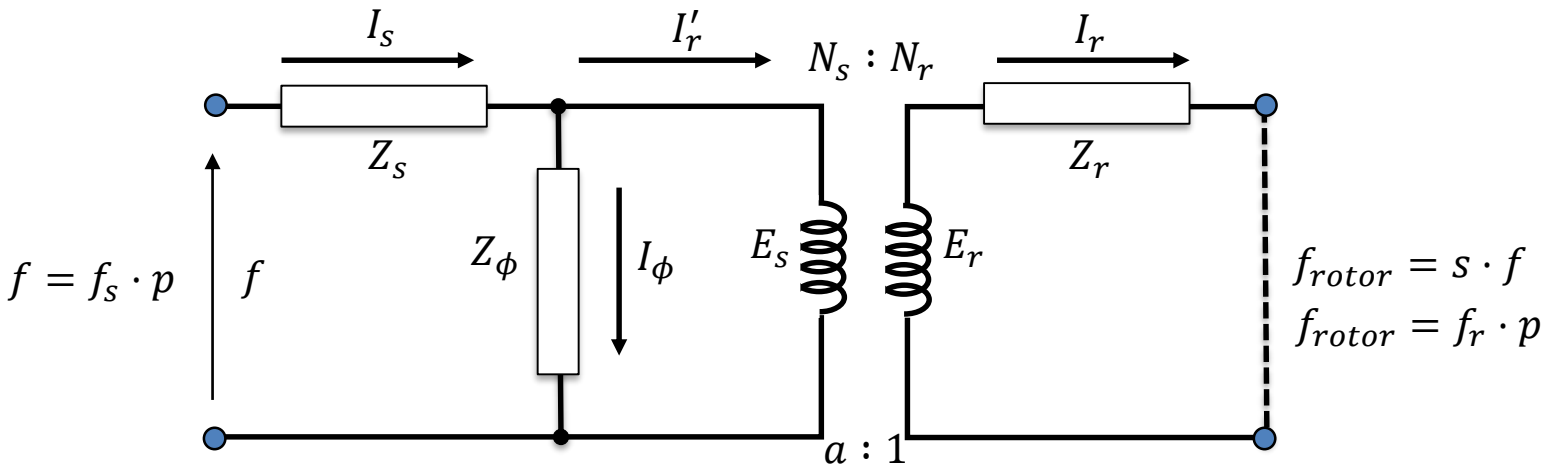




Máquina de Inducción
Circuito Equivalente

Ahora que tenemos las relaciones de voltajes y corrientes podemos ilustrar el circuito equivalente:

$$I_\phi = I_s - I'_r \qquad I'_r = \frac{1}{a} I_r \qquad \frac{E_s}{E_r} = \frac{a}{s} \qquad a = \frac{N_s}{N_r}$$



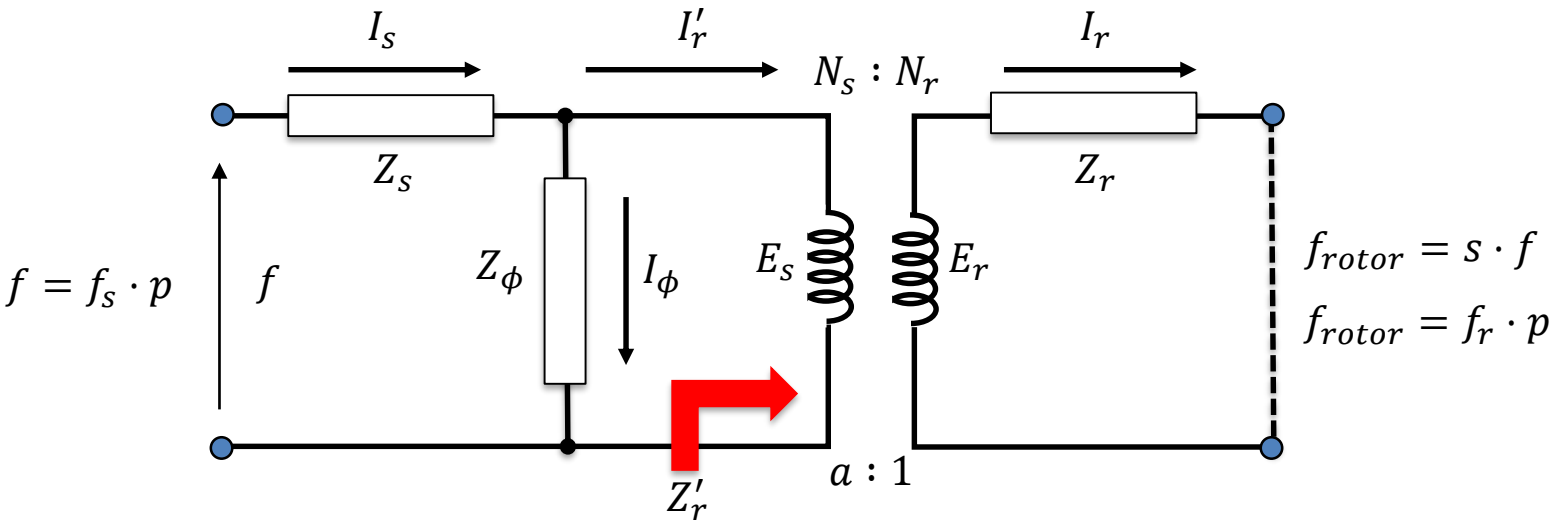
$$Z_s = R_s + j\omega_s p L_s \Rightarrow Z_s = R_s + j\omega L_s \Rightarrow Z_s = R_s + jX_s$$

$$Z_r = R_r + j\omega_d p L_r \Rightarrow Z_r = R_r + js\omega_s p L_s \Rightarrow Z_r = R_r + js\omega L_r \Rightarrow Z_r = R_r + jsX_r$$

X_s y X_r son las reactancias a la frecuencia de la "red" f ($\omega = 2\pi f$).

Máquina de Inducción
Circuito Equivalente

De forma análoga al transformador, podemos referir los parámetros del rotor al estator:



Es importante notar que el término de deslizamiento **s** unifica la frecuencia del circuito a **f**:

$$Z_r = \frac{E_r}{I_r} \Rightarrow \frac{E_s}{E_r} = \frac{a}{s} \qquad I'_r = \frac{1}{a} I_r \Rightarrow Z_r = \frac{s}{a^2}\frac{E_s}{I'_r}$$

$$Z'_r = \frac{E_s}{I'_r}$$

$$Z'_r = \frac{a^2}{s} Z_r$$

Máquina de Inducción
Circuito Equivalente

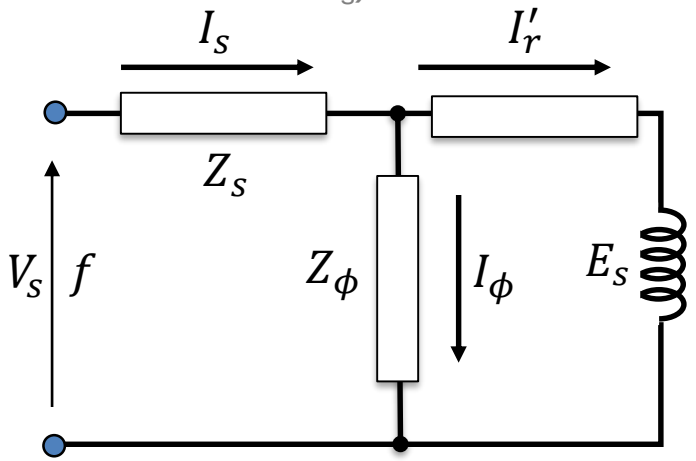
Finalmente tenemos el circuito equivalente con todo los parámetros referidos al estator (notar que el circuito corresponde a una fase del motor: cuidado con V_s):

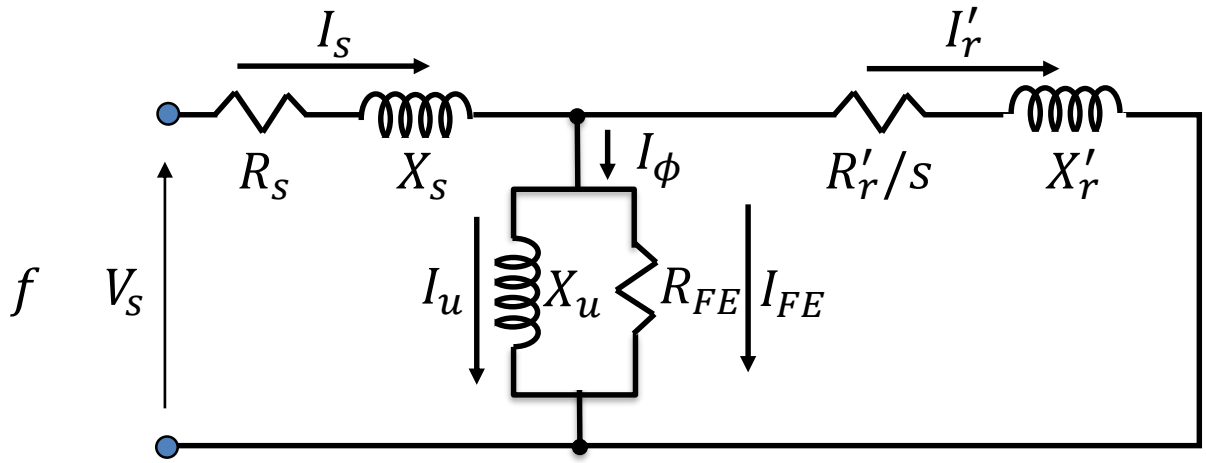
$$Z_r' = \frac{a^2}{s} Z_r$$

$$Z_r = R_r + jsX_r$$

$$Z_r' = \frac{R_r'}{s} + jX_r'$$

$$\begin{cases} R_r' = a^2 R_r \\ X_r' = a^2 X_r \end{cases}$$





Máquina de Inducción

Potencia Mecánica

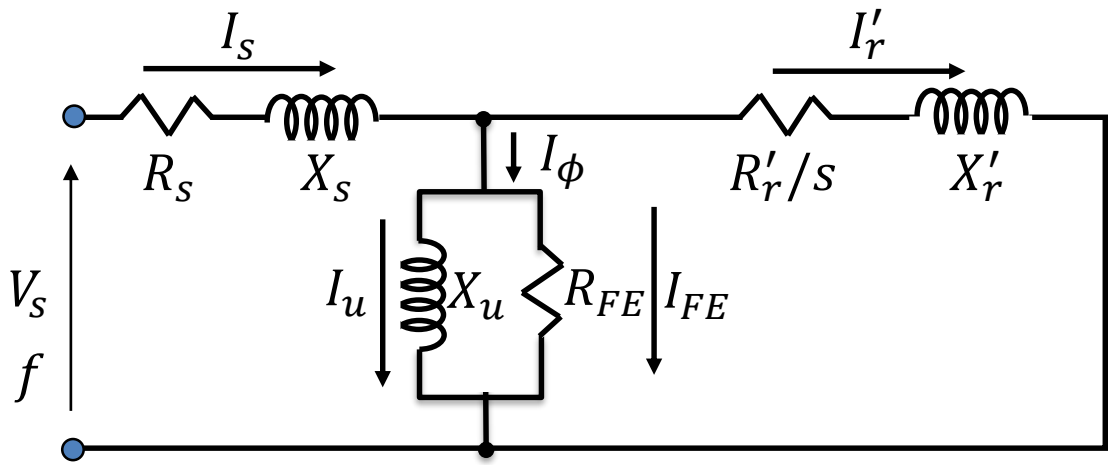
La potencia transferida al eje mecánico debe ser la potencia activa del rotor en el circuito eléctrico menos las pérdidas:

$$P_{rotor} = \frac{R'_r}{s} I'^2_r \qquad P_{pérdidas} = R'_r I'^2_r \qquad P_{mecánica} = P_{rotor} - P_{pérdidas}$$

Finalmente tenemos la potencia por fase y la potencia total en el caso trifásico

$$P_{mecánica} = \frac{1-s}{s} R'_r I'^2_r$$

$$P^{3\phi}_{mecánica} = 3\frac{1-s}{s} R'_r I'^2_r$$



$s = 1 \Rightarrow P_{mecánica} = 0$

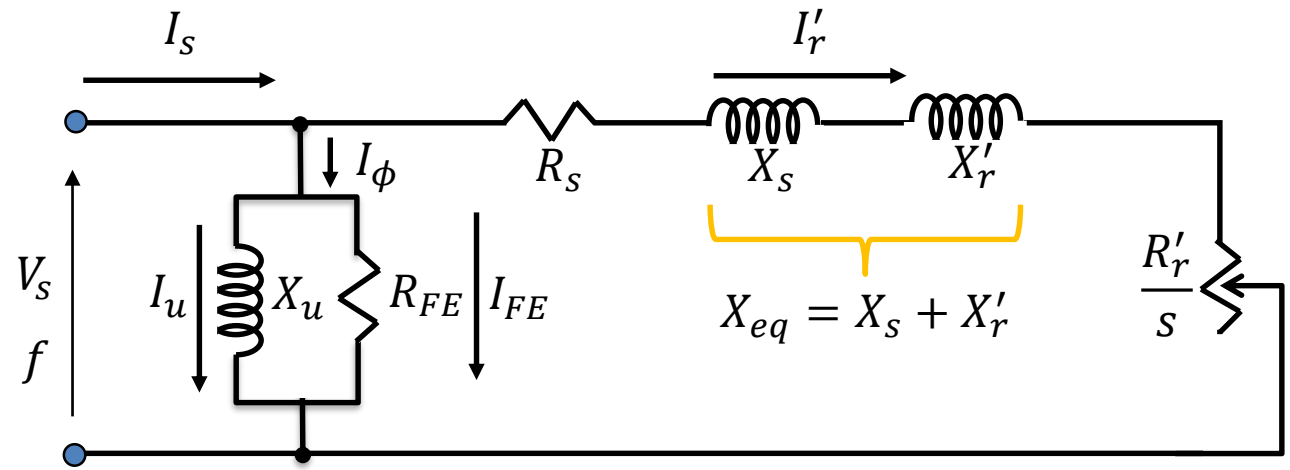
$s = 0 \Rightarrow P_{mecánica} = 0$

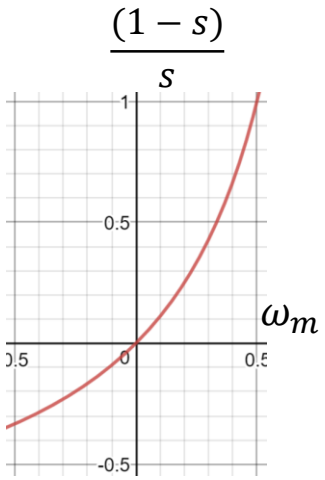
$I'_r = 0$

Máquina de Inducción

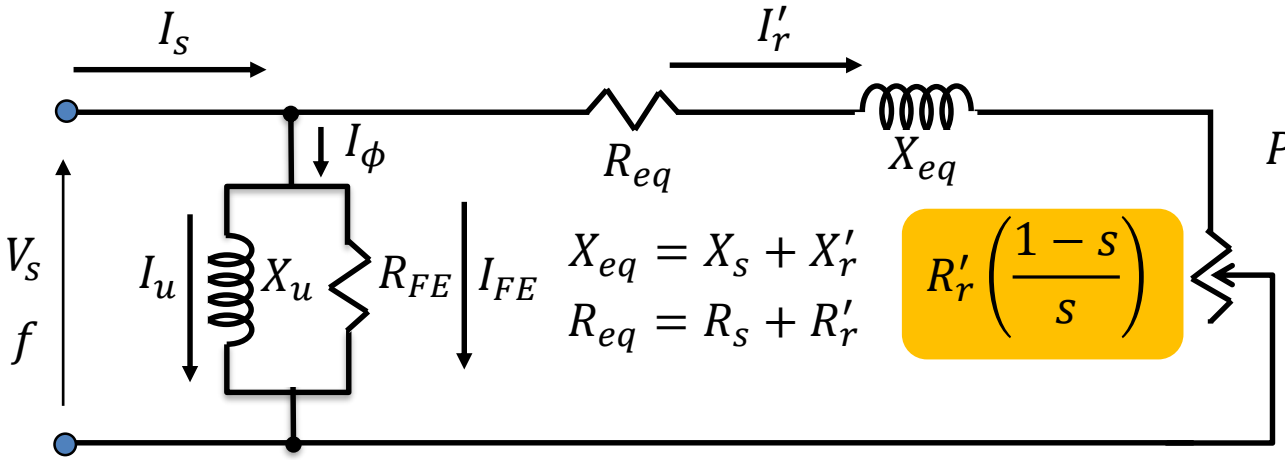
Circuito Equivalente Aproximado

Para simplificar el circuito se transfieren todos los parámetros al lado derecho del circuito:





Por convención se utiliza la siguiente anotación que aúna las resistencias y reactancias:



$$P_{mecánica} = \frac{(1-s)}{s} R'_r I'^2_r$$

Máquina de Inducción
Torque Electromagnético

El torque se obtiene desde la potencia mecánica:

$$T_e^{3\phi} = 3\frac{P_{mecánica}}{\omega_m} \qquad T_e^{3\phi} = 3\frac{P_{rotor}}{\omega_s}$$

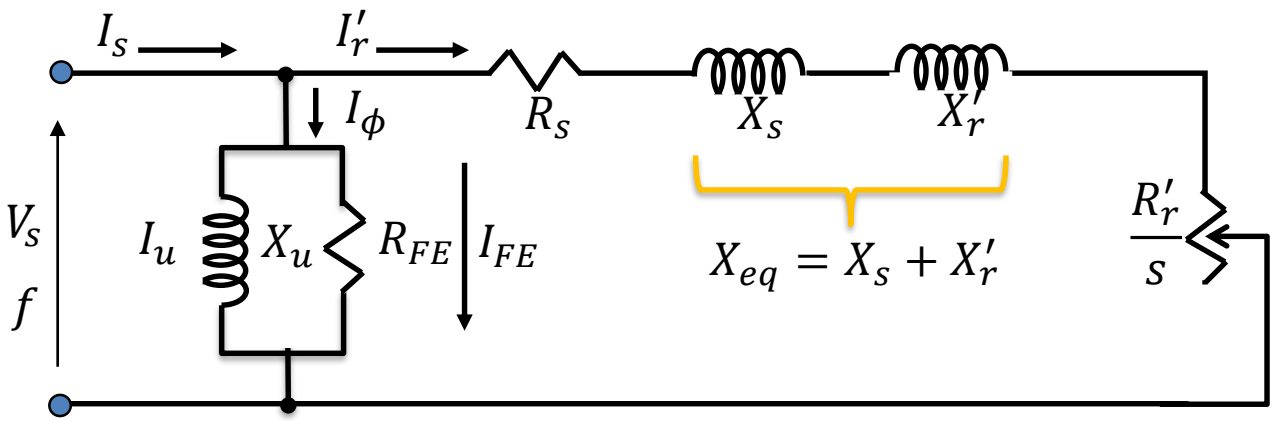
$$P_{mecánica} = \frac{(1-s)}{s} R_r' I_r'^2 \qquad \omega_m = (1-s)\omega_s$$

$$T_e^{3\phi} = 3\frac{R_r' I_r'^2}{s \cdot \omega_s}$$

Utilizando el circuito aproximado tenemos :

$$I_r' = \frac{V_s}{(R_s + R_r'/s) + jX_{eq}}$$

$$T_e^{3\phi} = 3\frac{R_r'}{s \cdot \omega_s} \frac{V_s^2}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + X_{eq}^2}$$



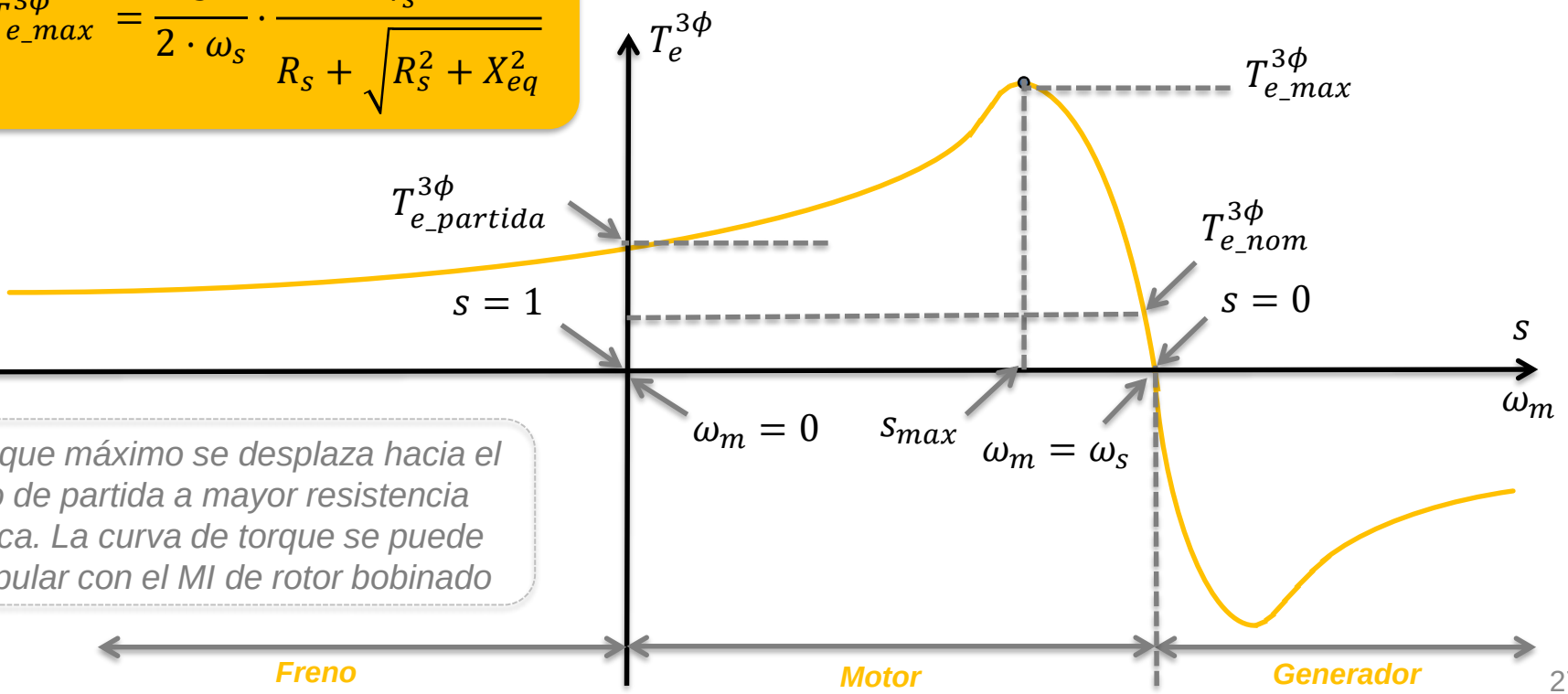
Máquina de Inducción

Torque Electromagnético

Para calcular el torque máximo utilizamos la derivada:

$$T_e^{3\phi} = 3\frac{R_r'}{s\cdot\omega_s}\frac{V_s^2}{(R_s + R_r'/s)^2 + X_{eq}^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial T_e}{\partial s} = 0 \quad \Rightarrow \quad s_{max} = \frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + X_{eq}^2}}$$

$$T_{e_max}^{3\phi} = \frac{3}{2\cdot\omega_s}\cdot\frac{V_s^2}{R_s + \sqrt{R_s^2 + X_{eq}^2}}$$

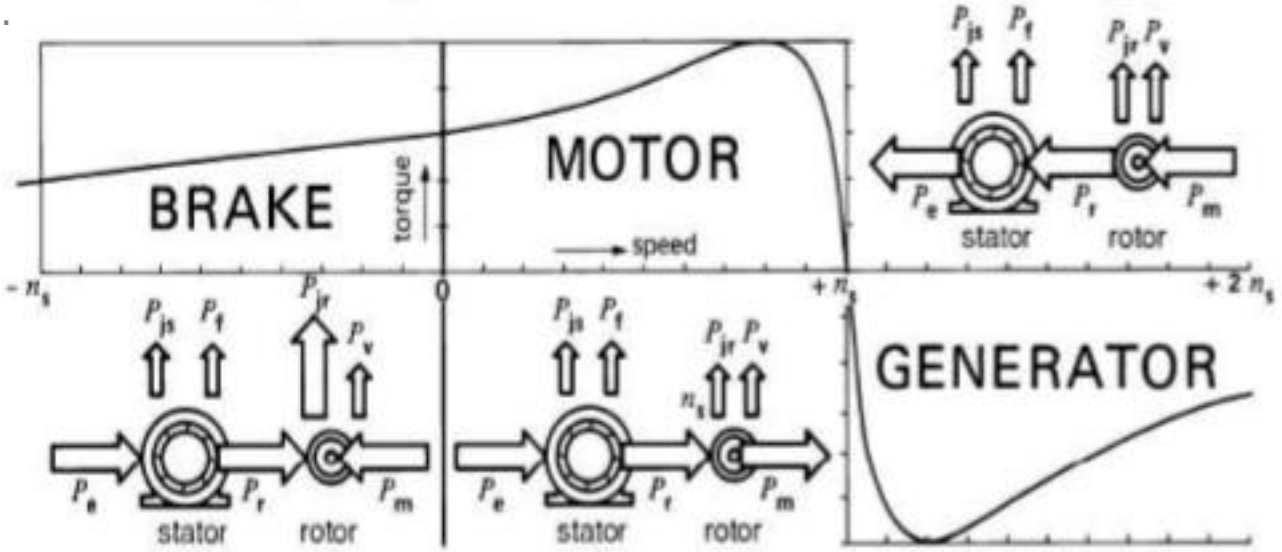


El torque máximo se desplaza hacia el punto de partida a mayor resistencia rotórica. La curva de torque se puede manipular con el MI de rotor bobinado

Máquina de Inducción

Torque Electromagnético

Modo Freno: La velocidad mecánica es negativa así que la potencia mecánica también (energía mecánica va al rotor) pero el estator también transfiere energía al rotor. Es decir, el rotor recibe energía de ambos lados y la libera por efecto Joule (operación peligrosa porque puede dañar el rotor, puede liberar tres veces más energía que durante un arranque normal).





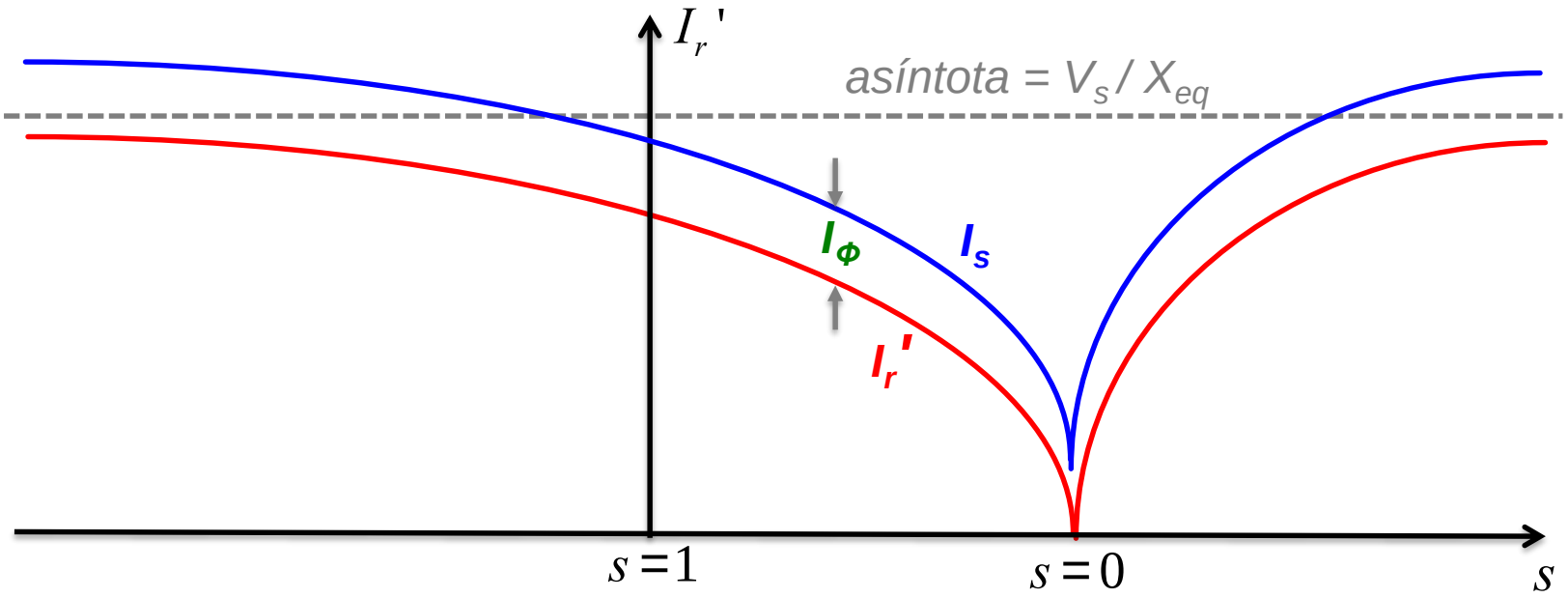
Máquina de Inducción

Corriente Rotórica

La corriente a la partida es muy alta:

$$I_r' = \frac{V_s}{(R_s + R_r'/s) + jX_{eq}}$$

$$|I_r'| = \frac{V_s}{\sqrt{(R_s + R_r'/s)^2 + X_{eq}^2}}$$

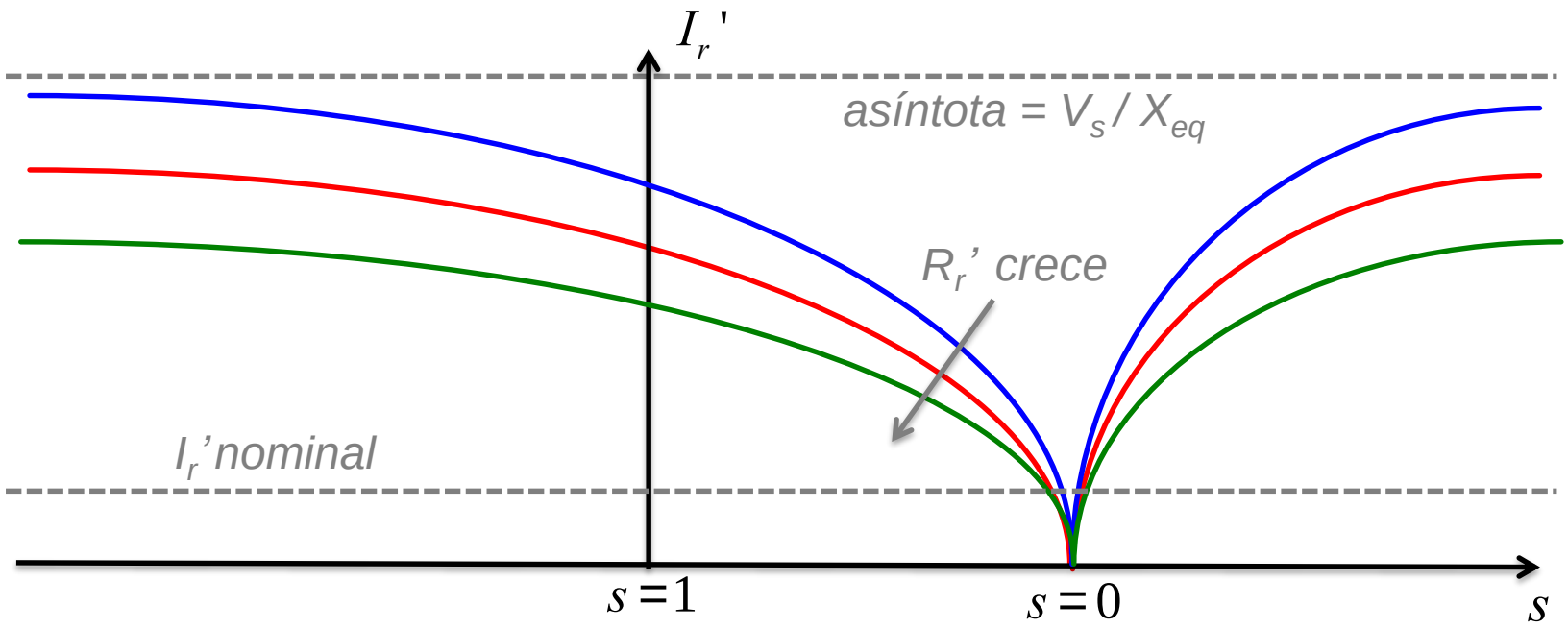


Máquina de Inducción
Corriente Rotórica

La corriente rotórica se reduce con la resistencia del rotor pero esto conlleva una mayor ineficiencia (mayor pérdida por efecto Joule).

Sin embargo, en el motor de rotor bobinado se puede operar con una alta resistencia rotórica a la partida para disminuir la alta corriente y luego ir disminuyéndola con el uso de un reóstato.

$$|I_r'| = \frac{V_s}{\sqrt{(R_s + R_r'/s)^2 + X_{eq}^2}}$$



Máquina de Inducción

Pruebas de vacío y rotor bloqueado

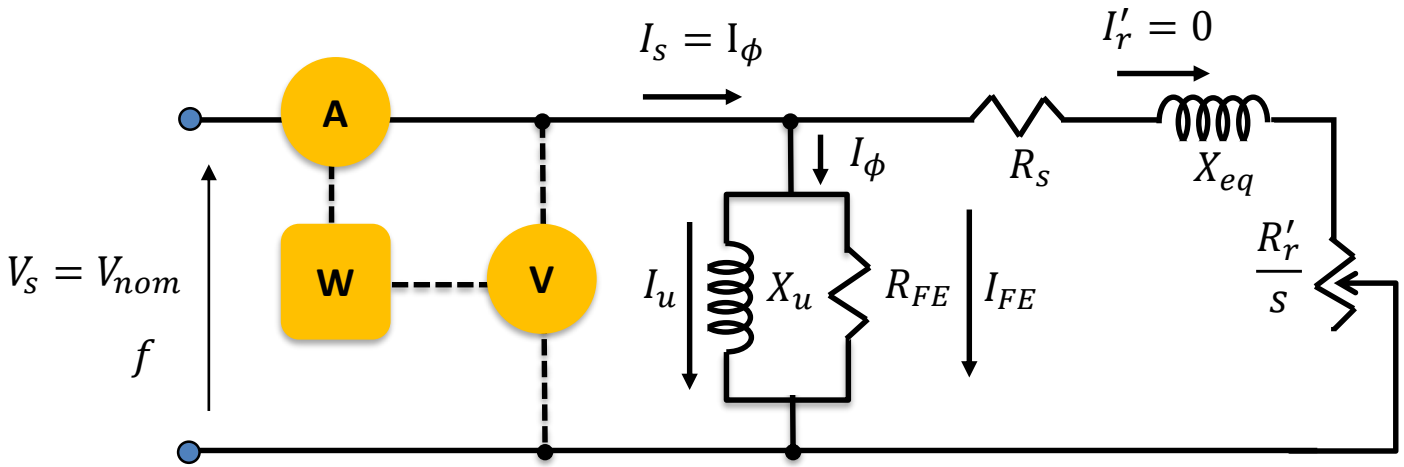
NOTA 1: Para que la máquina de inducción gire a velocidad síncrona se desacopla toda carga y una máquina secundaria (DC ó síncrona) debe aportar el torque resistente debido a las pérdidas mecánicas.

Prueba de Vacío:

Es el equivalente a la prueba de circuito abierto (c.a.) en transformadores. El circuito secundario (rotor) debe estar en circuito abierto, lo cual es equivalente a operar a velocidad síncrona, ya que a esa velocidad no hay deslizamiento y la corriente rotórica es nula.

Al igual que en la prueba de c.a. de un transformador, esta prueba permite obtener los parámetros de la rama de excitación.

Se realiza con el voltaje secundario en su valor nominal y se mide el voltaje (nominal), la corriente del estator y potencia de entrada al motor.



$\omega_m = \omega_s$

$\omega_d = 0$

$s = 0$

$I_r = 0$

Máquina de Inducción

Pruebas de vacío y rotor bloqueado

NOTA 2: En la práctica se puede realizar la prueba de vacío sin carga y sin acoplar una máquina secundaria, pero se debe tener en cuenta las pérdidas mecánicas y que la velocidad será levemente inferior a la síncrona.

Prueba de Vacío:

Una forma más directa de trabajar es calculando la admitancia $\boldsymbol{Y_\phi}$ en vez de la impedancia $\boldsymbol{Z_\phi}$($1/Y_\phi$):

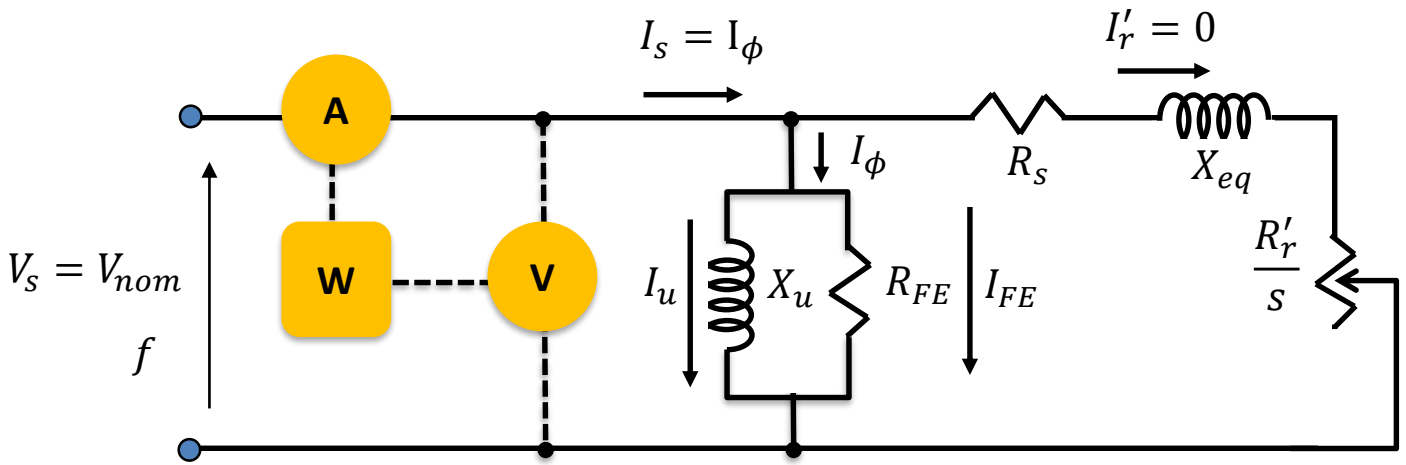
$$\vec{Y}_\phi = \frac{I_s}{V_s}\angle -\varphi \qquad \varphi = \arccos\frac{P}{V_s \cdot I_s}$$

Lo mismo se puede realizar para la rama de excitación calculando la conductancia $\boldsymbol{G_{FE}}$ ($1/R_{FE}$) donde se produce toda la disipación de la potencia activa en el fierro ($P=P_{FE}$):

$$G_{FE} = \frac{P}{V_s^2}$$

Y finalmente se calcula la susceptancia $\boldsymbol{B_u}$ ($1/X_u$).

$$B_u = \sqrt{Y_\phi^2 - G_{FE}^2}$$



Máquina de Inducción

Pruebas de vacío y rotor bloqueado

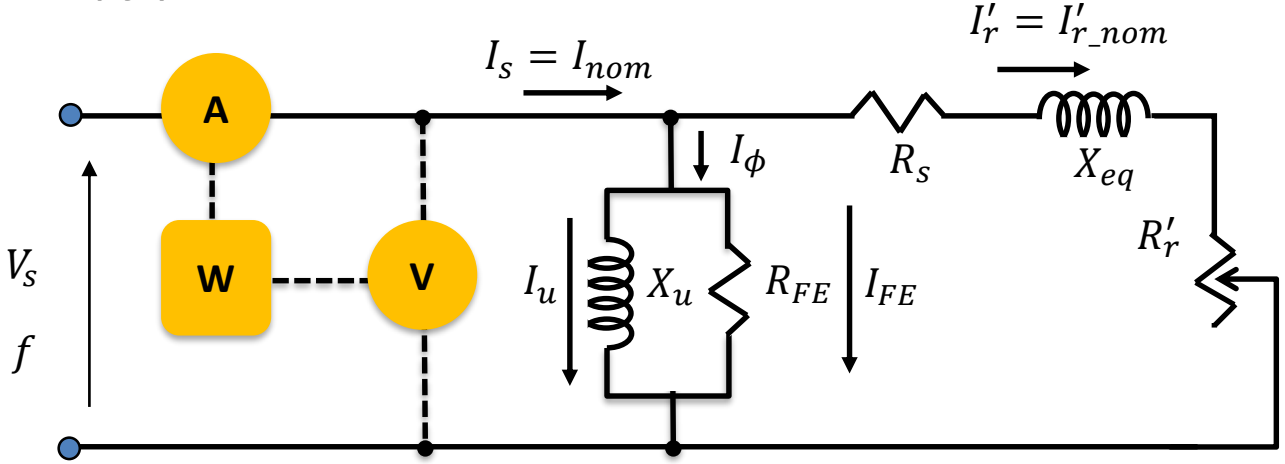
NOTA 1: Para realizar esta prueba se debe ejercer un torque resistente que impida que la máquina de inducción gire, ya que está tiene torque de partida, el cual será menor al nominal porque se alimentara con un voltaje menor.

Prueba de Rotor Bloqueado:

Es el equivalente a la prueba de cortocircuito (c.c.) en transformadores. El circuito secundario (rotor) debe estar en cortocircuito, lo cual es equivalente a operar a velocidad nula (rotor bloqueado), ya que a esa velocidad el deslizamiento es unitario y el cálculo de la resistencia es directo.

Al igual que en la prueba de c.c. de un transformador, esta prueba permite obtener los parámetros del estator y rotor (resistencia y reactancia equivalentes).

Se realiza a velocidad nula (rotor bloqueado) y con corriente nominal para que las pérdidas sean nominales. Se mide el voltaje del estator, la corriente del estator (nominal) y potencia de entrada al motor.



$\omega_m = 0$

$\omega_d = \omega_s$

$s = 1$

Máquina de Inducción

Pruebas de vacío y rotor bloqueado

NOTA 2: En esta prueba se puede utilizar la corriente de excitación calculada en la prueba de vacío o se puede despreciar debido a que es mucho más pequeña que la corriente nominal.

Prueba de Rotor Bloqueado:

Para calcular la impedancia equivalente es necesario obtener la corriente de excitación y la corriente del estator:

$$\vec{Z}_{eq} = \frac{\vec{V}_s}{\vec{I}'_r} \qquad \vec{I}'_r = \vec{I}_s - \vec{I}_\phi \qquad \vec{Z}_{eq} = \frac{V_s \angle 0°}{\vec{I}_s - \vec{I}_\phi}$$

La corriente del estator se calcula de las variables sensadas y la corriente de excitación se calcula usando la admitancia obtenida en la prueba de vacío:

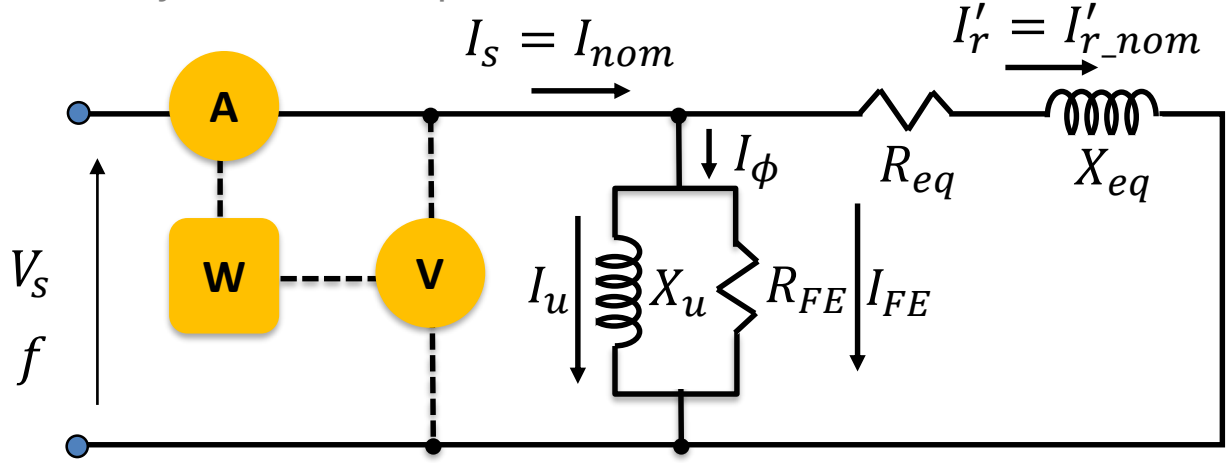
$$\vec{I}_\phi = V_s \angle 0° \cdot \vec{Y}_\phi$$

$$\vec{I}_s = I_s \angle -\varphi$$

$$\varphi = \arccos \frac{P}{V_s \cdot I_s}$$

Una vez obtenida la impedancia equivalente, se pueden obtener la resistencia y reactancia equivalente:

$$\vec{Z}_{eq} = R_{eq} + jX_{eq}$$

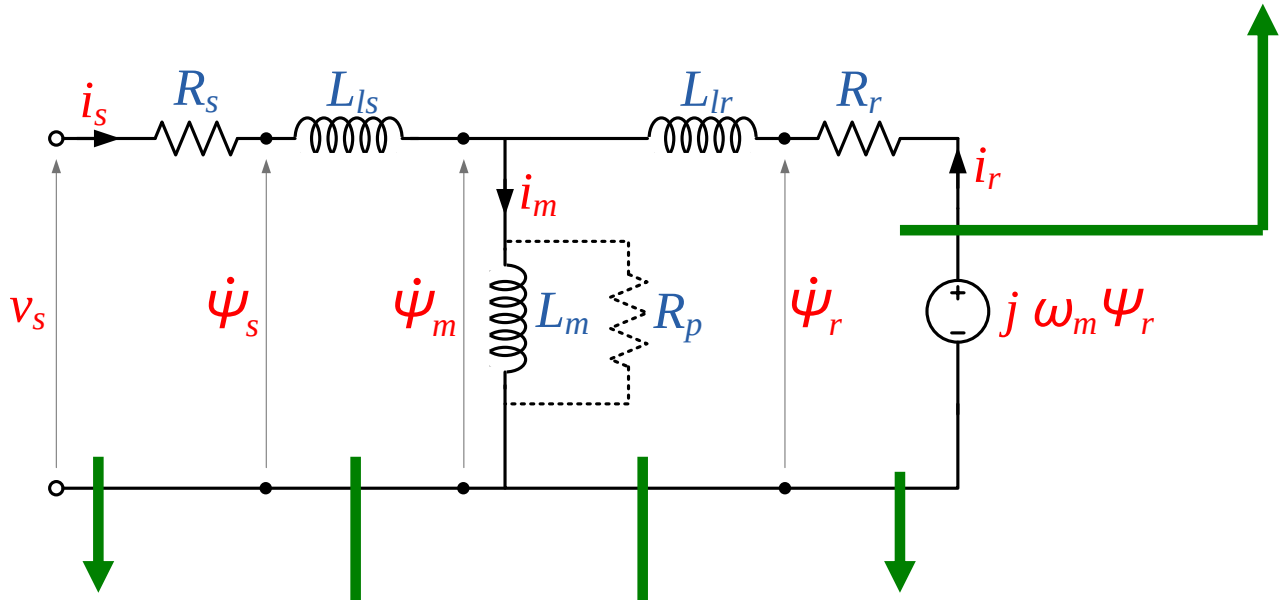


Máquina de Inducción

Modelo Dinámico Estacionario

$$\tau_e = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_m}{L_r} \cdot \frac{p}{\sigma \cdot L_s} \cdot \bar{\psi}_s \times \bar{\psi}_r$$

$$P_m = \frac{3}{2} \mathrm{Re}\{-(j \cdot w_m \cdot \bar{\psi}_r) \cdot \bar{I}_r\}$$



$$\bar{V}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt}$$

$$\bar{\psi}_s = L_s \bar{I}_s + L_m \bar{I}_r$$

$$0 = R_r \bar{I}_r + \frac{d\bar{\psi}_r}{dt} - j \cdot w_m \cdot \bar{\psi}_r$$

$$\bar{\psi}_r = L_m \bar{I}_s + L_r \bar{I}_r$$

Máquina de Inducción

Variables de Estado

$$\begin{bmatrix} -R_s L_r & \omega_m L_m^2 & R_r L_m & \omega_m L_r L_m \\ -\omega_m L_m^2 & -R_s L_r & -\omega_m R_r L_m & R_r L_m \\ R_s L_m & -\omega_m L_s L_m & -R_r L_s & -\omega_m L_s L_r \\ \omega_s L_s L_m & R_s L_m & \omega_m L_s L_r & -R_r L_s \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{L_\sigma^2} \qquad \begin{bmatrix} L_r & 0 & -L_m & 0 \\ 0 & L_r & 0 & -L_m \\ -L_m & 0 & L_s & 0 \\ 0 & -L_m & 0 & -L_s \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{L_\sigma^2}$$

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} \qquad \dot{x} = Ax + Bu \qquad \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \\ \cancel{v_{r\alpha}} \\ \cancel{v_{r\beta}} \end{bmatrix}$$

$$\dot{y} = Cx + Du$$

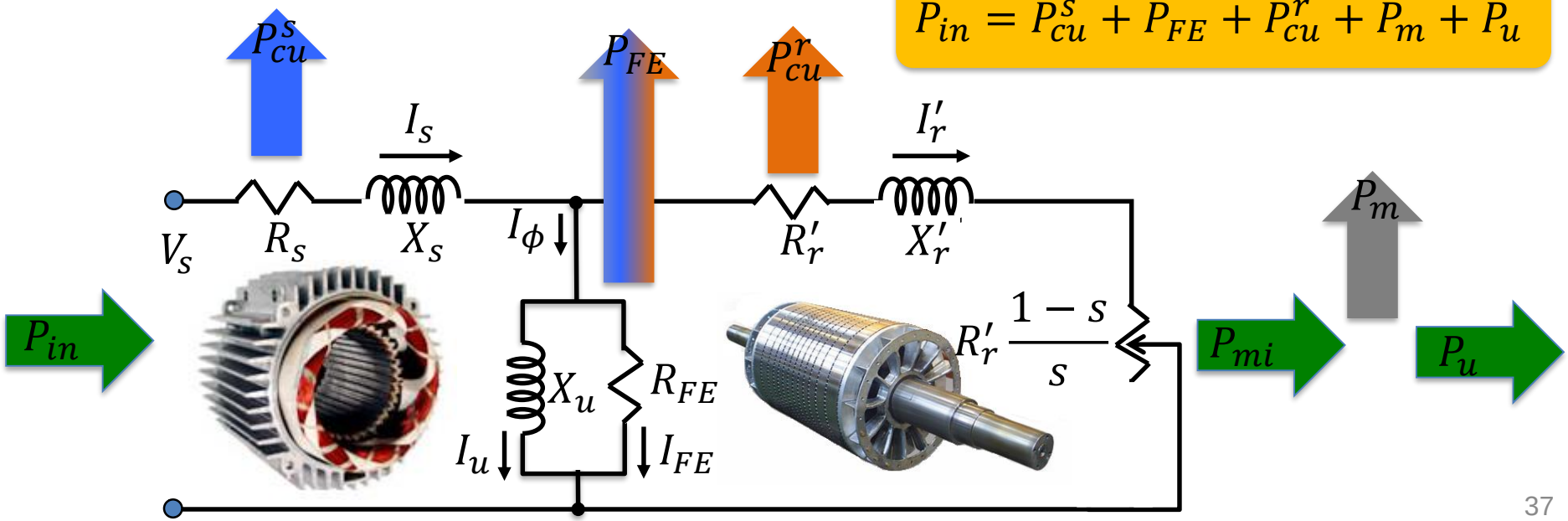
$$\begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix}$$

Máquina de Inducción

Balance de Potencias y Eficiencia

P_{in} Potencia eléctrica de entrada.
P^s_{cu} Pérdidas en el estator por la resistencia en la bobina.
P_{FE} Pérdidas en el fierro por corrientes parásitas (estator y rotor, pero como f_d nominal es baja (3-5% de f_s) las pérdidas son principalmente en el estator).
P^r_{cu} Pérdidas en el rotor por la resistencia en la bobina.
P_{mi} Potencia mecánica interna (total).
P_m Pérdidas mecánicas (roce aire, viscosidad lubricante, ventilador, etc.).
P_u Potencia mecánica útil (transferida a la carga).

$$P_{in} = P^s_{cu} + P_{FE} + P^r_{cu} + \overbrace{P_m + P_u}^{P_{mi}}$$



Máquina de Inducción

Balance de Potencias y Eficiencia

$$P_{in} = P_{cu}^{s} + P_{FE} + P_{cu}^{r} + P_m + P_u \qquad (P_{mi} = P_m + P_u)$$

$$P_{in} = V_s \cdot I_s \cdot \cos\varphi$$

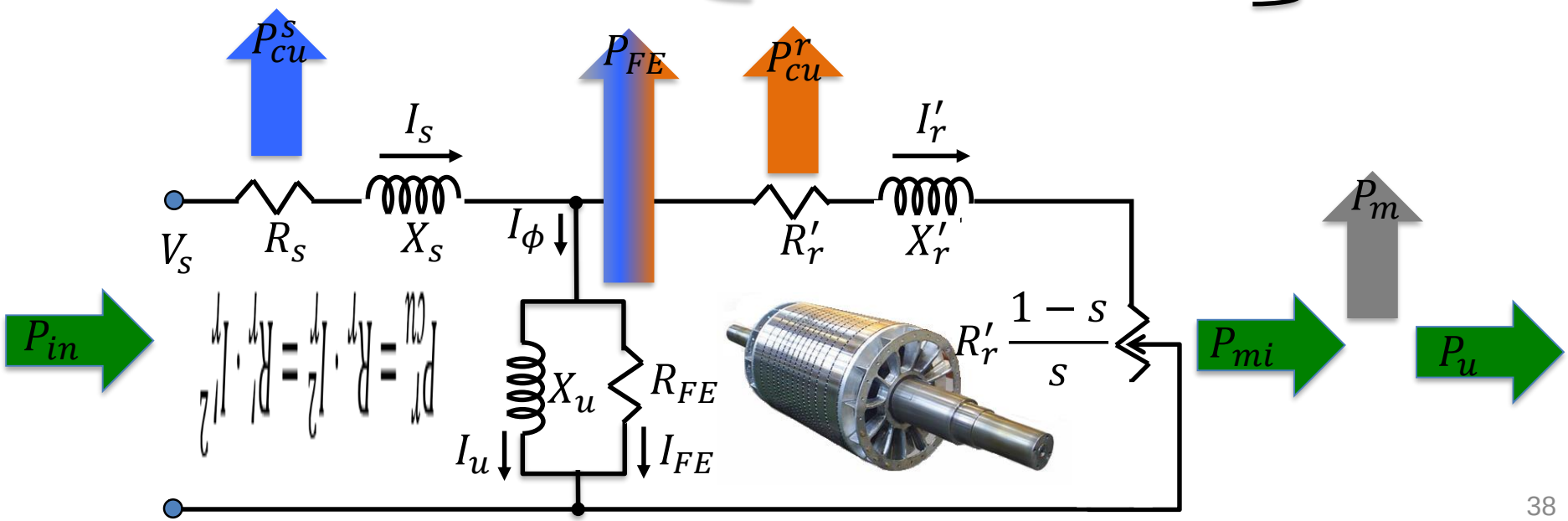
$$P_{cu}^{s} = R_s \cdot I_s^2$$

$$P_{FE} = E_s \cdot I_{FE} \approx V_s \cdot I_{FE}$$

$$P_{cu}^{r} = R_r \cdot I_r^2 = R_r' \cdot I_r'^2$$

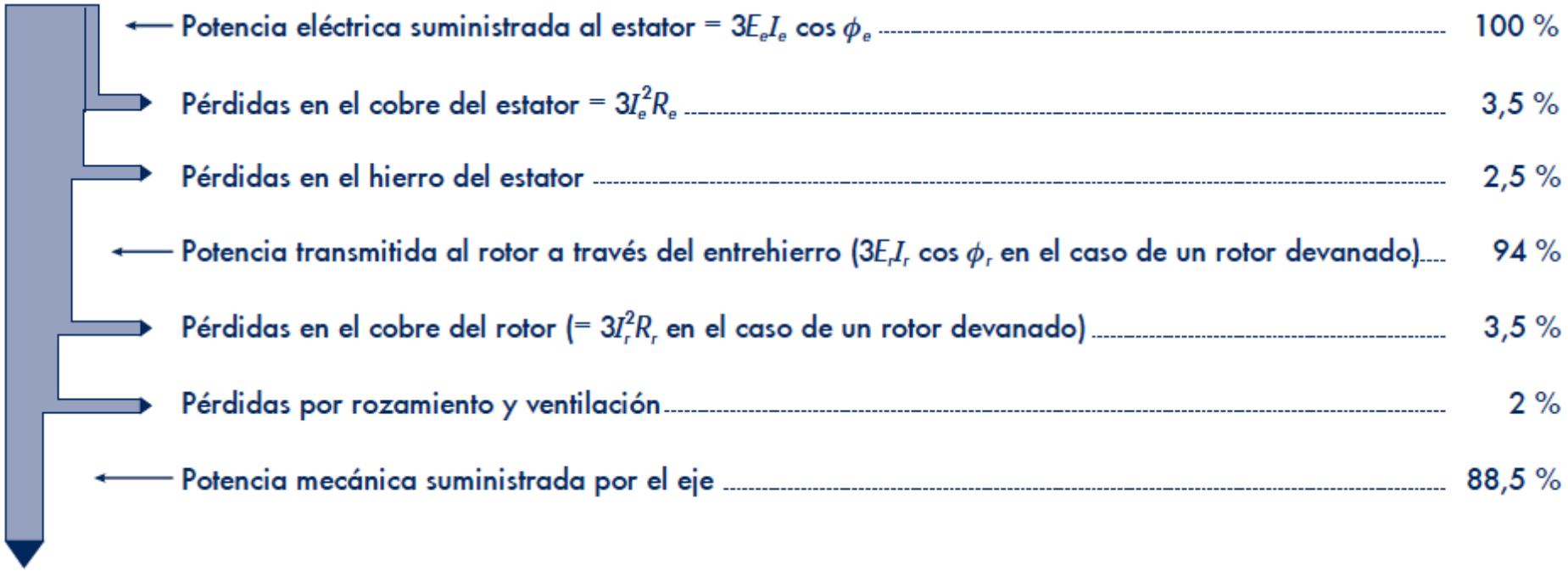
$$P_{mi} = R_r' \frac{1-s}{s} I_r'^2$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_{in}}$$



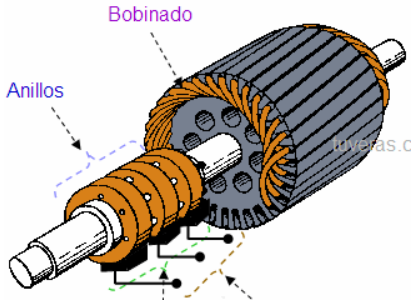
Máquina de Inducción

Balance de Potencias y Eficiencia



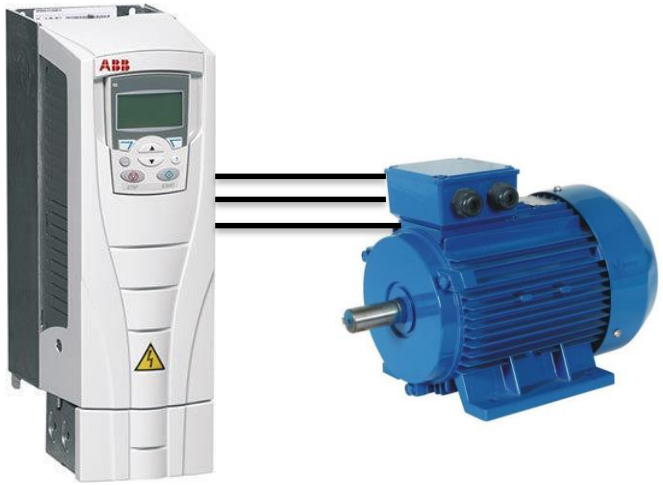
Máquina de Inducción

Jaula de Ardilla vs Rotor Bobinado

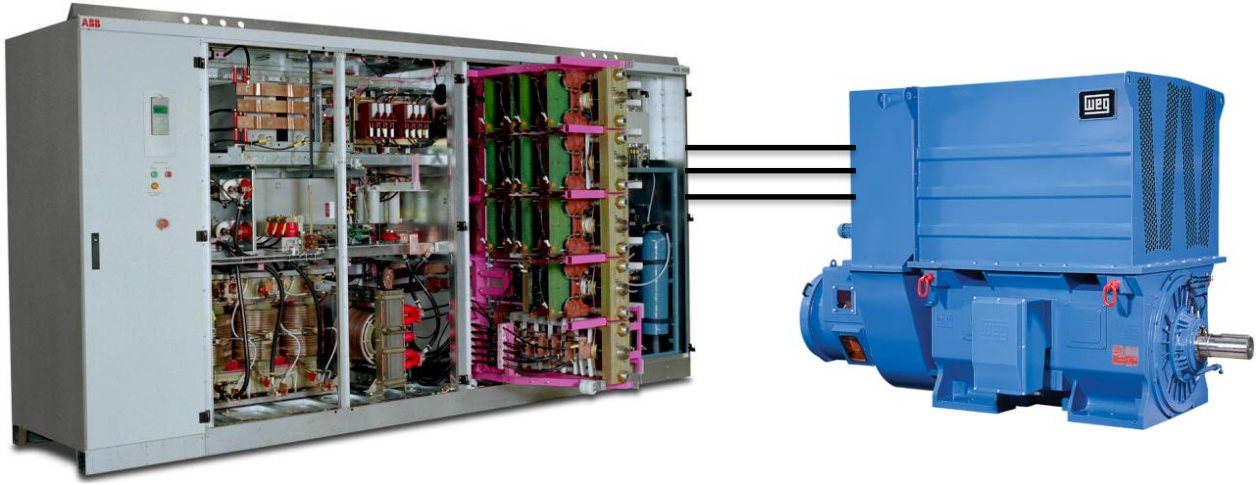
Rotor Bobinado		Jaula de Ardilla
	Suponiendo conexión a una red de voltaje y frecuencia fijos	
Alto (bobinas y carbones)	**Mantenimiento**	Bajo
Alto (R_r muy bajo)	**Rendimiento**	Alto
Bajo (controlado con R_r)	**Deslizamiento**	Bajo (sin control)
Controlado con R_r	**Torque de Partida**	Bajo (sin control)
Complejo	**Estructura del Rotor**	Compacto
Controlada con R_r	**Corriente de arranque**	Alta
Cercana a la síncrona	**Velocidad**	Cercana a la síncrona
Compleja	**Construcción**	Simple
Alto	**Costo**	Bajo
Muy limitado (controlado con R_r)	**Control**	Nulo

Máquina de Inducción

Jaula de Ardilla con un “Motor Drive”





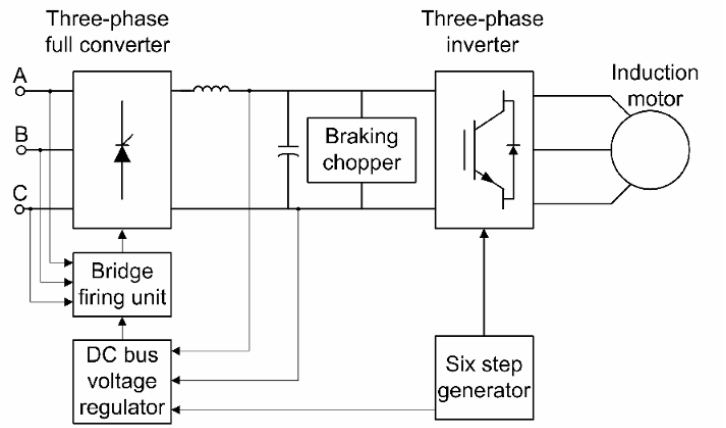




Máquina de Inducción

Jaula de Ardilla con un “Motor Drive”





Jaula de Ardilla



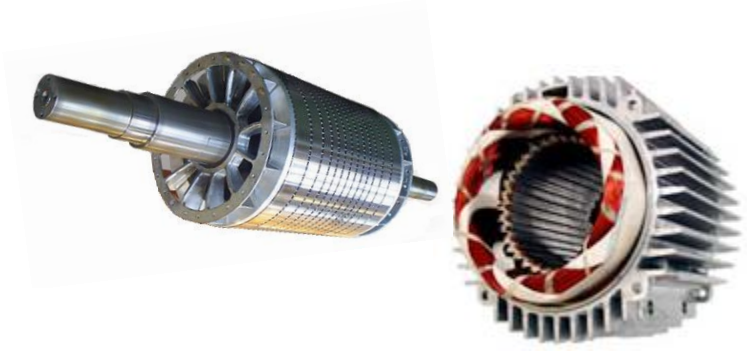
Control completo del motor:

Hay diversos métodos de control y accionamientos para motores, algunos permiten un control completo y otros están enfocados sólo en determinadas variables de operación (accionamientos más simples). El control avanzado de motores utiliza el modelo dinámico del motor y controla magnitudes vectoriales de este (e.g. vector de corriente o flujo magnético).

Mantenimiento	Bajo
Rendimiento	Muy Alto
Deslizamiento	Bajo (control total)
Torque de Partida	Muy Alto
Estructura del Rotor	Compacto
Corriente de arranque	Baja (control total)
Velocidad	Controlada
Construcción	Simple
Costo	Bajo
Control	Total

Máquina de Inducción

Características Constructivas (J. de Ardilla)



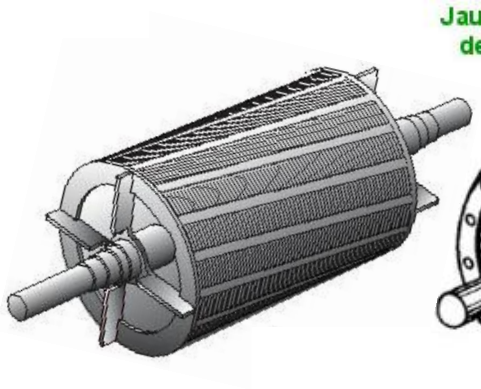


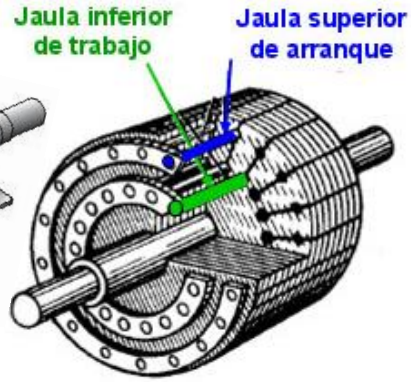
Flujo Radial

- Normal
- Otros (alta eficiencia)
- Doble-jaula
- Otros (resistivo)
- Barra profunda

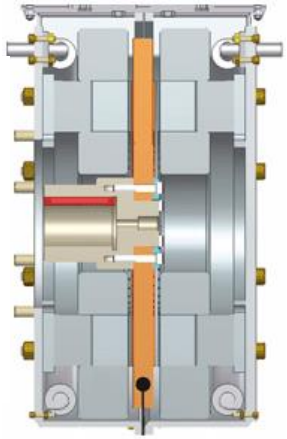
Flujo Axial

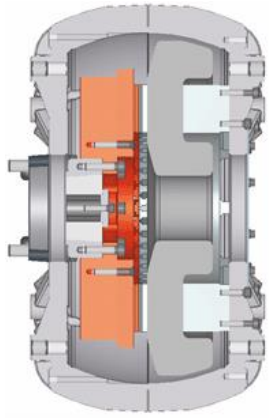
- Multi-estator
- Single-estator





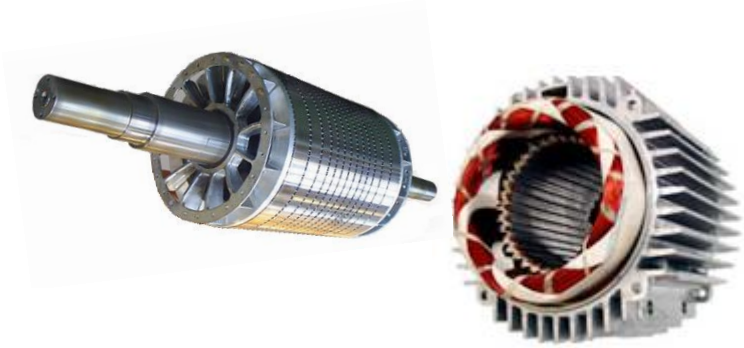






Máquina de Inducción

Características Constructivas (J. de Ardilla)



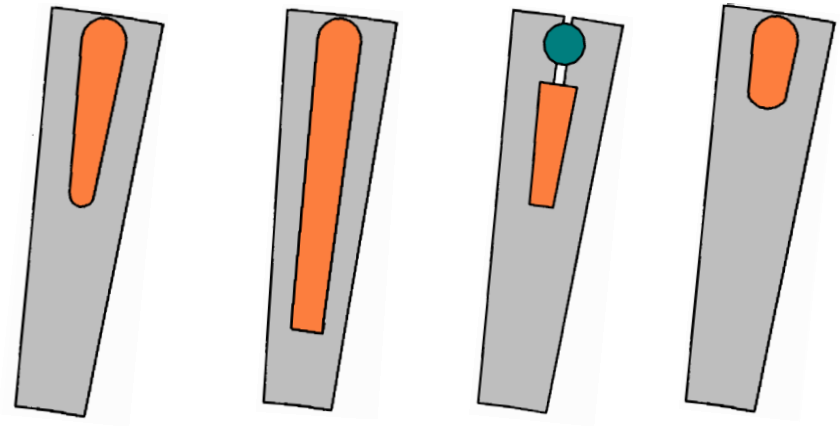
Flujo Radial

(A) Normal

(B) Barra-profunda

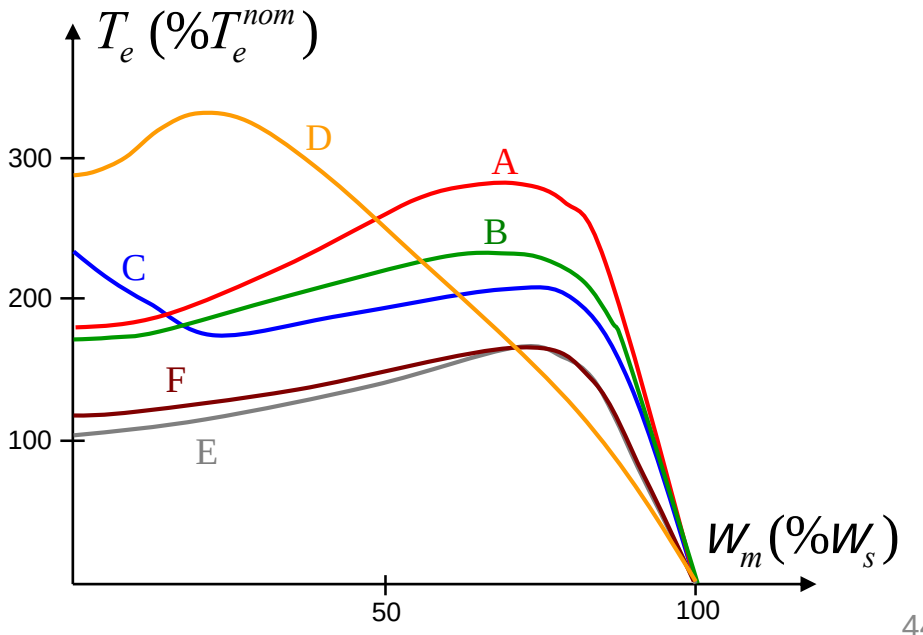
(C, F) Doble-jaula

(D) Resistivo



Norma NEMA:

La *National Electric Manufacturers Association* (NEMA) clasifica los motores de inducción Jaula de Ardilla en seis clases (A-F). El tipo B es el más común en aplicaciones normales y los F-E están prácticamente descontinuados.



Máquina de Inducción

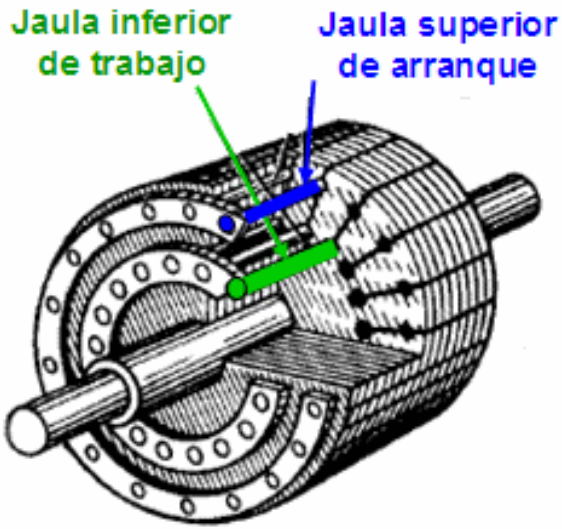
Características Constructivas (J. de Ardilla)

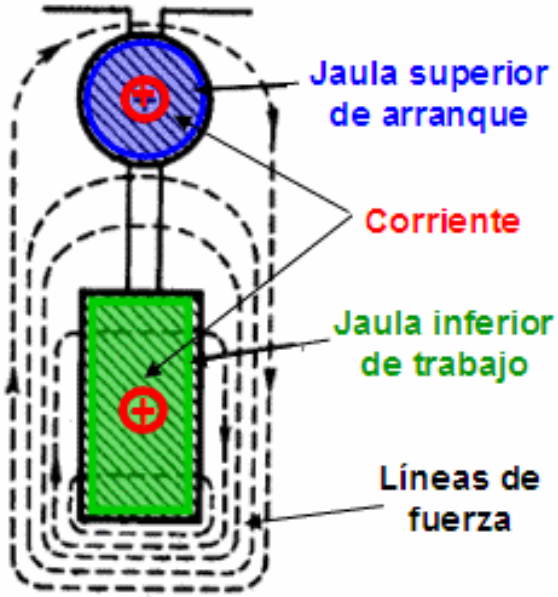
	A (Normal)	B (Barra profunda)	C (Doble Jaula)	D (Resistivo)	F-E (Doble Jaula)
Torque nom.	Alto	Normal	Normal	Normal	Bajo
Torque partida	Bajo (1.5-1.75T_{nom})	Bajo (1.4-1.6T_{nom})	Alto (2-2.5T_{nom})	Muy Alto (2.5-3.0T_{nom})	Muy bajo (1.25T_{nom})
Deslizamiento	Bajo (1%)	Normal 3% (4%máx)	Normal (5% max)	Alto (5-8%) Muy alto (8-13%)	Alto
Reg. Velocidad	2-4%	3.5%	4-5%	5-8%, 8-13%	Mayor a 5%
Corriente de arranque	Alta (5-7 I_{nom})	Normal (4.5-5 I_{nom})	Normal (3.5-5 I_{nom})	Baja-Alta (3-8 I_{nom})	Baja (2-4 I_{nom})
Características y Aplicaciones	Velocidad casi constante. Alto torque máximo (sobrecargas de corta duración)	Propósito general (más común en rangos de 1-125 HP). Arranque y aceleración suave. Sobrecargas normales	Cargas de arranque pesado	Cargas cíclicas, de corta duración y alta frecuencia de partida y detención. Torque de arranque superior al nominal (2 o 3 veces)	Cargas con partidas y paradas frecuentes (motores poco comunes). Para partida suave y baja corriente de arranque

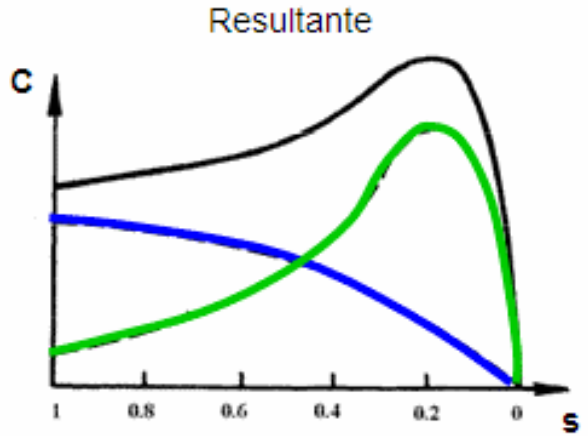
Máquina de Inducción

Principio de funcionamiento del Doble Jaula

- La jaula externa es de menor sección y con un material de mayor resistencia (e.g. Bronce.).
- La jaula interna es de mayor sección y con un material de menor resistencia (e.g. Cobre).
- Ambas jaulas están separadas por una rendija que se fabrica muy estrecha para aumentar el flujo de dispersión de la jaula interna (reduce la reluctancia). Así la Jaula exterior tiene una baja reactancia y alta R y la interior una alta reactancia y baja R.
- La frecuencia de deslizamiento es alta en la partida y muy baja en operación nominal. Por lo tanto a la partida la jaula exterior (baja reactancia y alta resistencia) conduce gran parte de la corriente y en operación nominal la jaula interior conduce (alta reactancia y bajo R).
- El motor tiene alto torque y baja corriente de partida, además de alto torque y eficiencia en operación nominal.





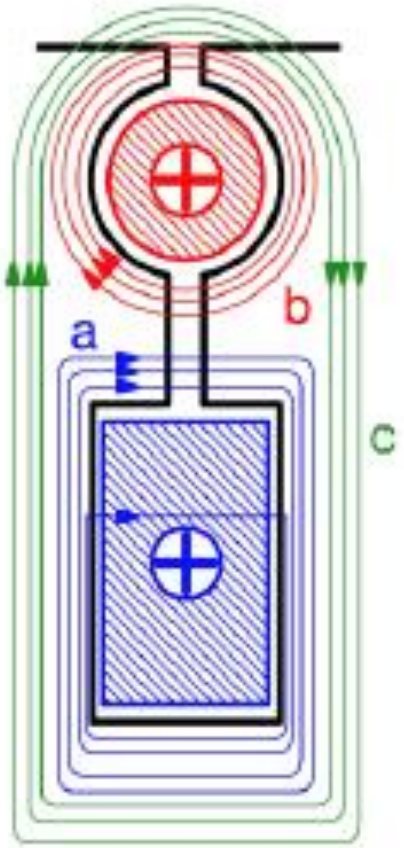


Jaula interior Jaula exterior

Máquina de Inducción

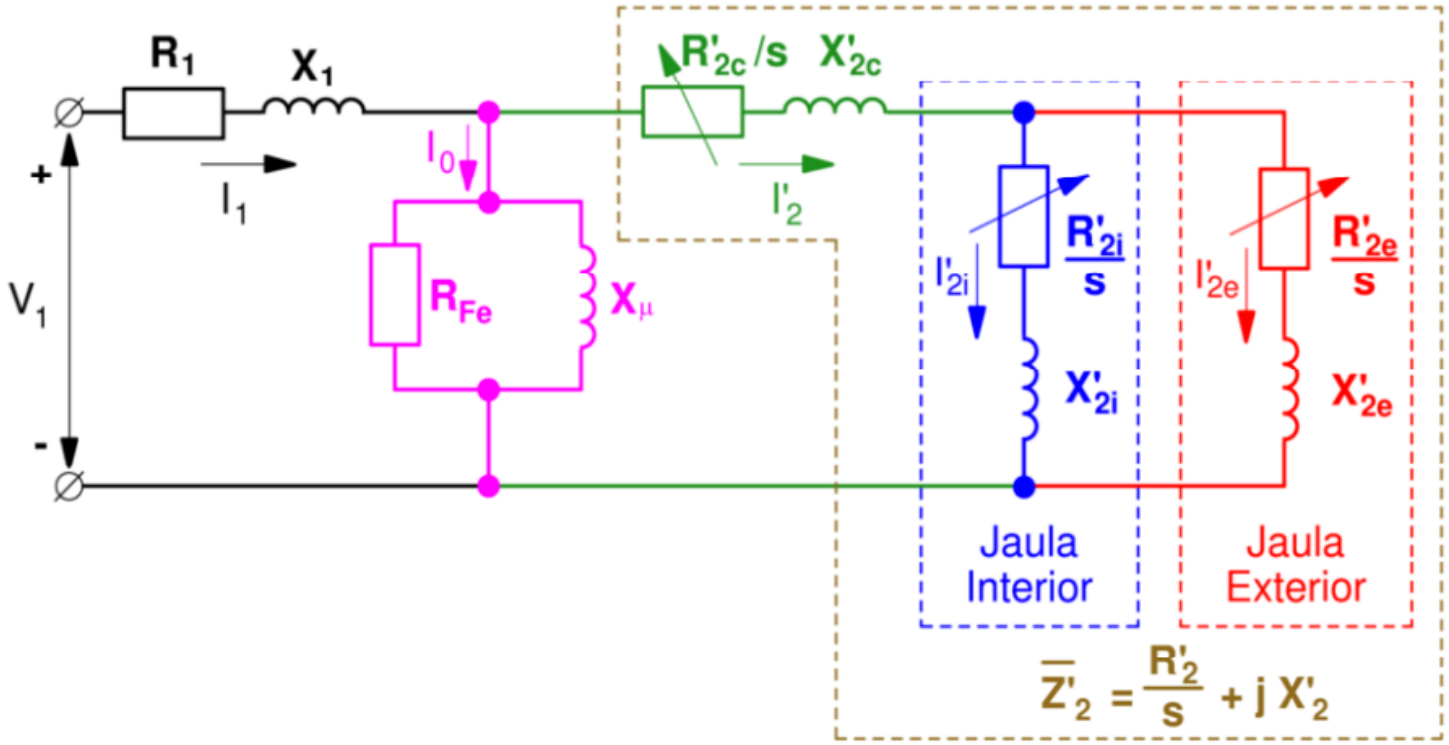
Principio de funcionamiento del Doble Jaula

- El flujo de dispersión sólo afecta a una jaula como muestran las líneas de campo azules y rojas de la figura.
- Sin embargo, el flujo magnético que envuelve ambas jaulas pero no atraviesa el entrehierro también es un flujo de dispersión (líneas de campo verde).
- En resumen, los flujos de dispersión en el rotor son aquellos que no atraviesa el entrehierro y por lo tanto no afectan al estator.
- El flujo de dispersión de la Jaula exterior (rojo) será menor porque está muy cerca del entrehierro y del estator (el entrehierro tiene alta reluctancia), por lo tanto muchas de la líneas de campo provocadas por esta jaula afectaran el estator.



Máquina de Inducción
Principio de funcionamiento del Doble Jaula

- Circuito equivalente



- Luego se pueden derivar distintos circuitos aproximados para simplificar los cálculos de los parámetros (los circuitos aproximados varían según autor)

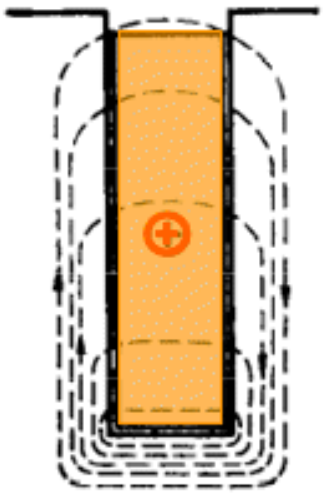
Máquina de Inducción

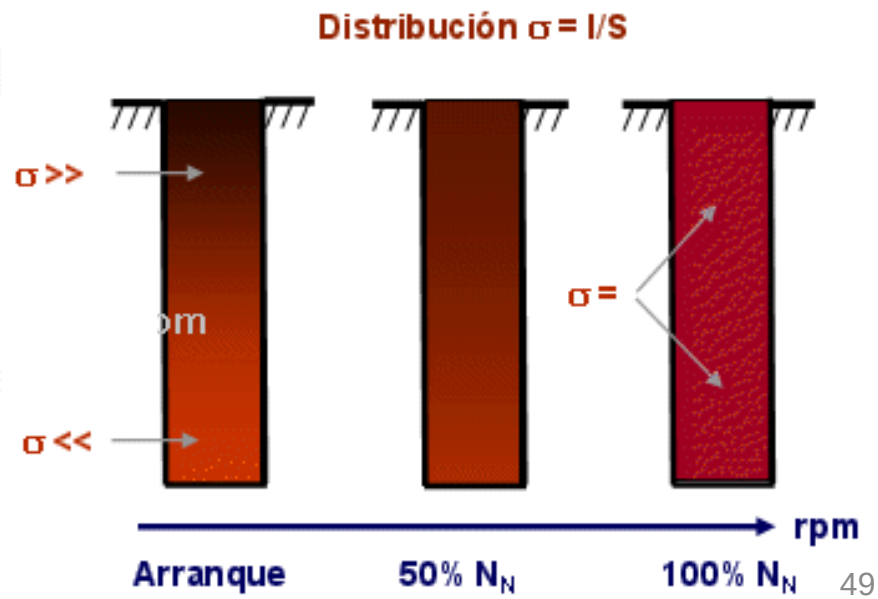
Principio de funcionamiento del Jaula Profunda

El principio de funcionamiento es similar al de doble jaula pero utilizando una barra. El objetivo es reducir la corriente de arranque. La corriente se distribuye de forma diferente según el deslizamiento, ya que la frecuencia de deslizamiento genera una mayor concentración de corrientes en el exterior cuando es alta y viceversa. Este fenómeno se produce por un efecto autoinductivo y por corrientes de Foucault.







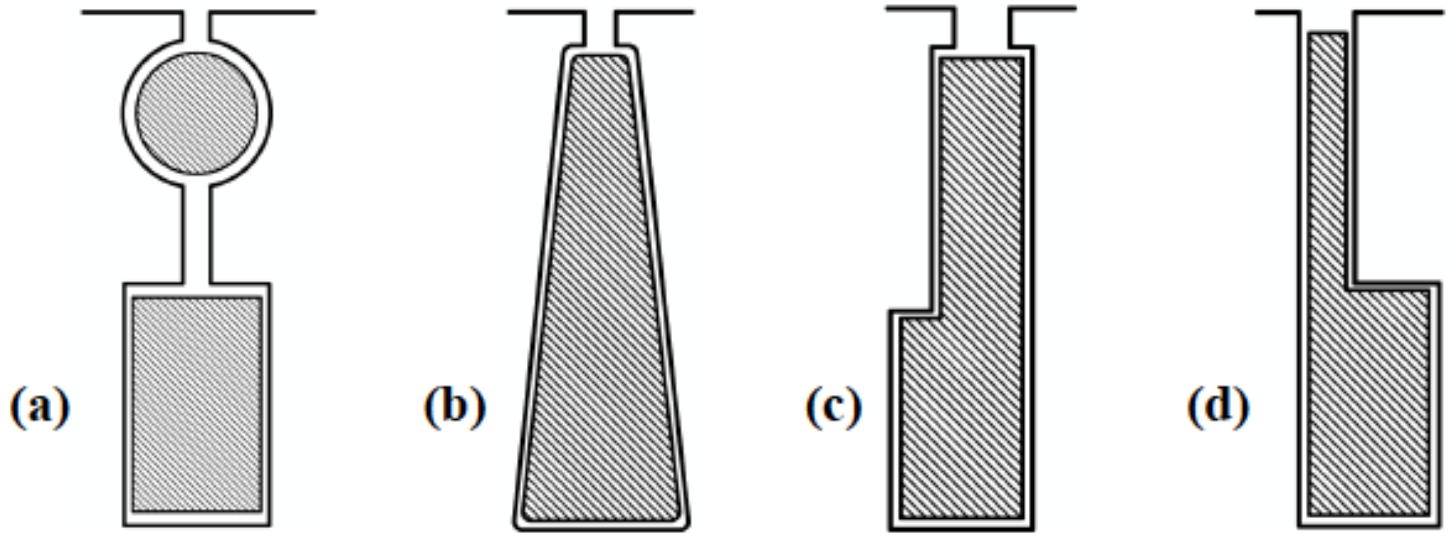


Máquina de Inducción

Principio de funcionamiento del Jaula Profunda

Las barras profundas pueden tener diferentes formas como se ilustra en la figura. Generalmente se busca que la barra tenga menor resistencia a medida que se adentra en el rotor (igual que para la doble jaula). Las corrientes que tienden a pasar en la parte más profunda de la barra tienen una mayor autoinducción (mayor reactancia de dispersión) debido a que muchas líneas de flujo tienden a cerrarse en vez de pasar por el entrehierro.

Resumiendo, en los motores de doble jaula y barra profunda la resistencia y reactancia no es constante y depende de la frecuencia de deslizamiento.

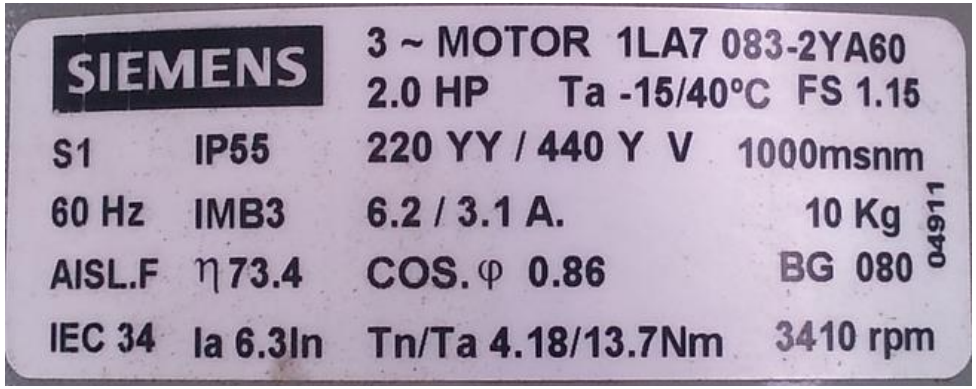


Máquina de Inducción

Características importantes en la elección del MI

Placa de Datos: La mayoría de los motores trae una placa de datos que indica los valores nominales de funcionamiento. Para aplicaciones específicas de alta performance se debe solicitar los datos específicos y curvas de operación antes de adquirir el motor. Las características más relevantes son:

a. Nº de fases
b. Potencia
c. Voltaje (Vrms y Hz)
d. Corriente
e. Conexión YD
f. RPM (pares de polos y s_{nom})
g. Factor de potencia
h. Aislación
i. Eficiencia
j. Temperatura de operación
k. Peso
l. Torque Nominal y de Partida
m. Capacidad de aceleración (Curva T-ω)
n. Medio ambiente (ambientes explosivos, altura, humedad)



Máquina de Inducción
Jaula de Ardilla y Rotor Bobinado

Desventajas (Sin un "Motor Drive"):

El motor de inducción es preferido mundialmente por su robustez, bajo costo y alta eficiencia (sólo superada por la máquina síncrona) pero tiene dos grandes **desventajas**:

1. Es difícil obtener un **control de velocidad y torque** en un rango amplio de operación (incluso para rotor bobinado), por lo tanto en el pasado se usaba más el motor DC (control simple pero muy ineficiente) en aplicaciones de mayor control.

2. Cuando el MI se conecta a la red el **torque de partida es bajo** y la **corriente muy alta,** lo que genera un problema en la red y en el motor (sobre todo en potencias sobre 10 HP). El rotor bobinado permite adaptar la curva de torque-velocidad y la corriente mediante la variación de la resistencia rotórica (control limitado).

La solución más sencilla es **limitar la corriente del estator a la partida**, pero esto significa reducir la corriente de rotor en un porcentaje similar, lo que a su vez se traduce en una **reducción cuadrática del torque**. Por ejemplo, si la corriente de partida es reducida a la mitad, el torque será un cuarto de lo que era nominalmente. Por lo tanto, el motor debe partir con cargas débiles.

$$T_e^{3\phi} = 3\frac{R_r' \cdot {I_r'}^2}{s \cdot \omega_s} \qquad s = 1$$

Máquina de Inducción
Métodos de Arranque

Principales métodos: Estos métodos buscan reducir las corrientes de arranque del estator I_s reduciendo el voltaje entregado al estator Vs pero esto genera una reducción cuadrática del torque de partida. Sin embargo el último método (f) puede generar el torque máximo de la máquina a la partida mediante un control avanzado que se ve en el curso de accionamientos.

a. Conexión directa (motores pequeños menores a 10 HP)

b. Conexión a través de partidor estrella delta (YΔ)

c. Conexión a través de reóstato en el estator

d. Conexión a través de autotransformador

e. Conexión a través de partidos electrónico (*soft starter*)

f. Conexión a través de un variador de frecuencia (Motor Drive)

g. Variación en resistencia rotórica (rotor bobinado)
[ver en control de velocidad]

Máquina de Inducción

Métodos de Arranque y Control

Inversor Pequeño



Inversor Grande



Partidor YD



Soft Starter



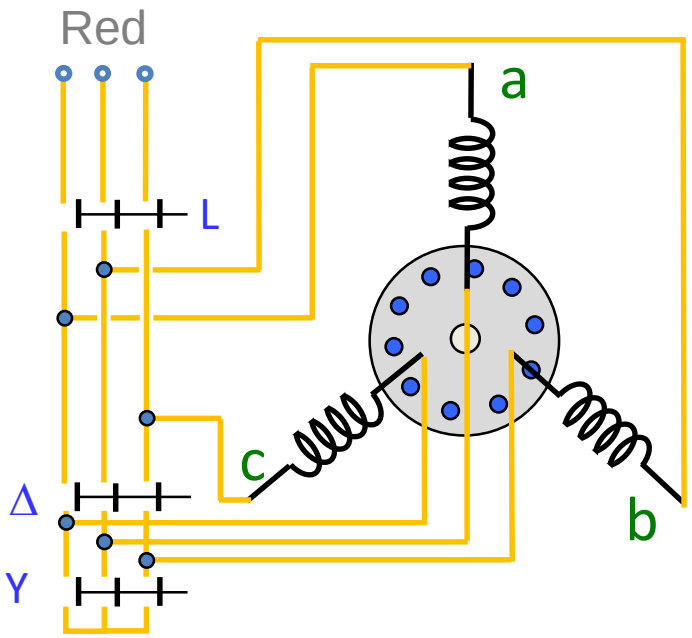
Máquina de Inducción

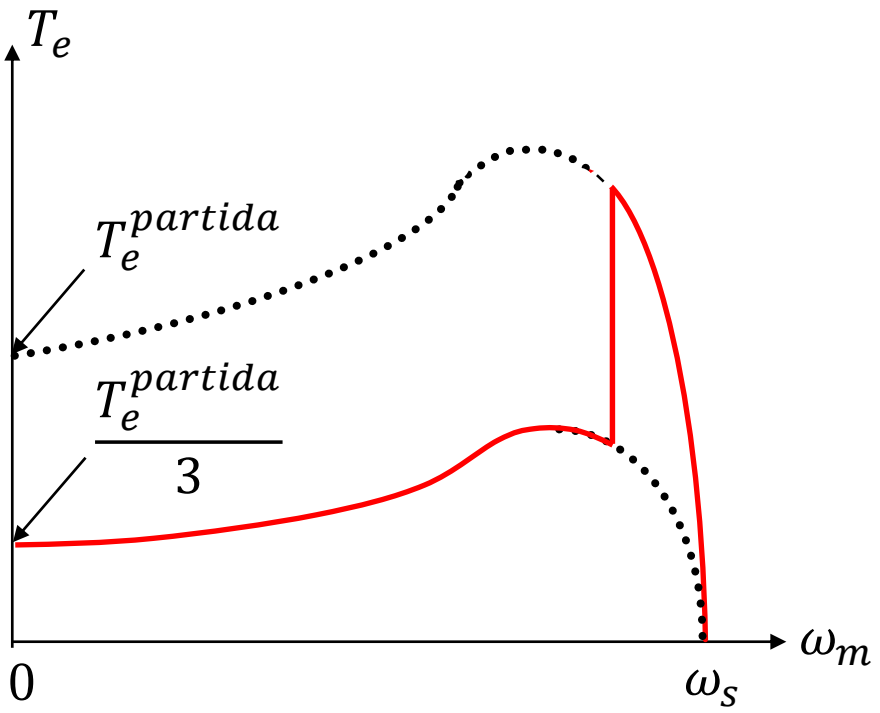
b. partidor estrella-delta (YΔ)

Este método es muy utilizado en aplicaciones donde no se requiere control debido a que es muy simple y confiable.

$$T_e^{3\phi} = 3\frac{R_r' \cdot {I_r'}^2}{s \cdot \omega_s}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_e^{partida}}{T_e^{nom}} = \left(\frac{I_r^{partida\prime}}{I_r^{nom\prime}}\right)^2 s_{nom}$$

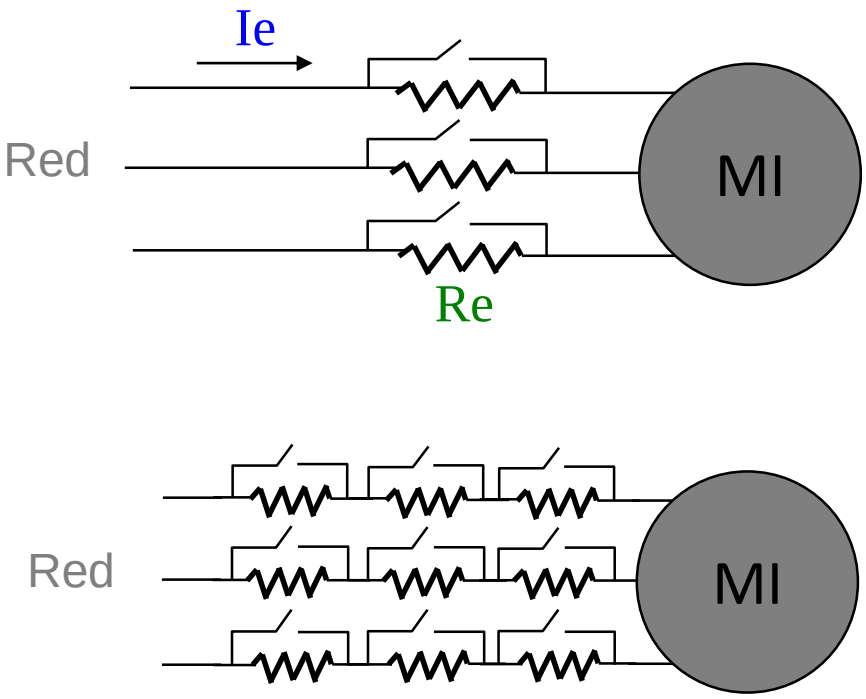


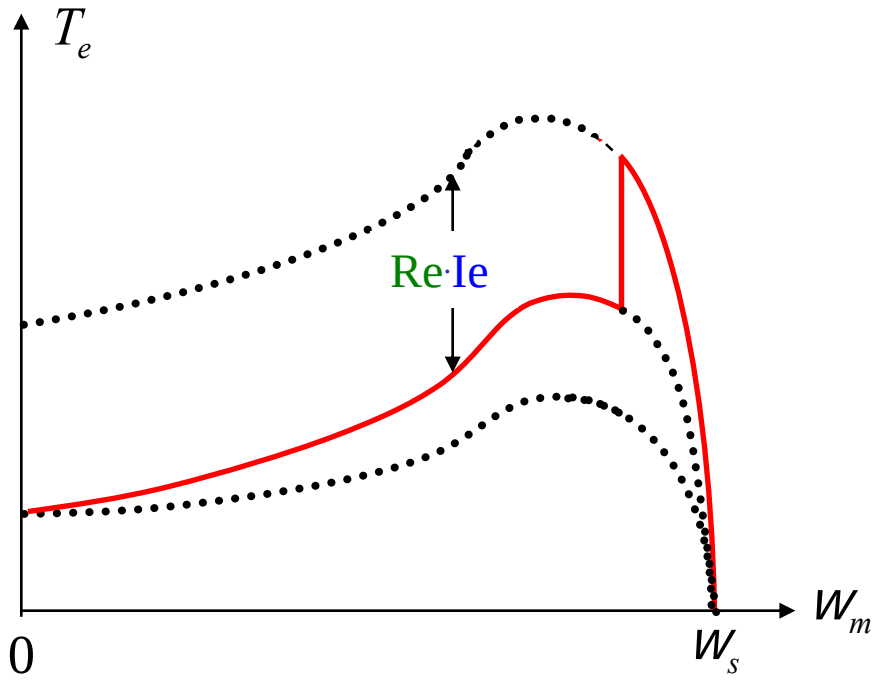


Máquina de Inducción

c. partidor mediante reóstato

Este método permite un control más fino si se aumenta el número de resistencias y mejora el factor de potencia pero es más ineficiente y costoso.



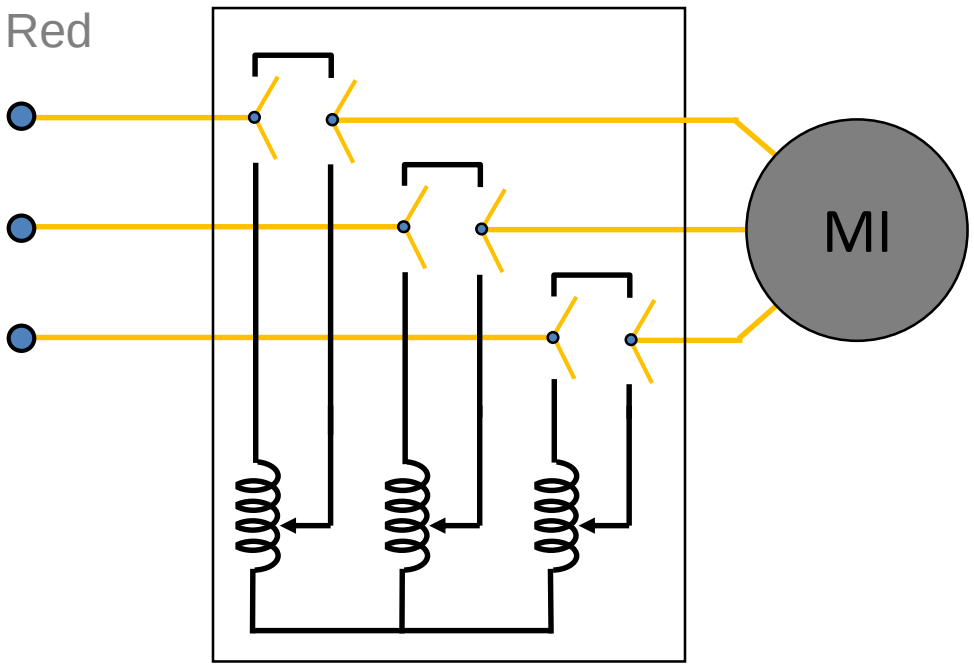


Máquina de Inducción

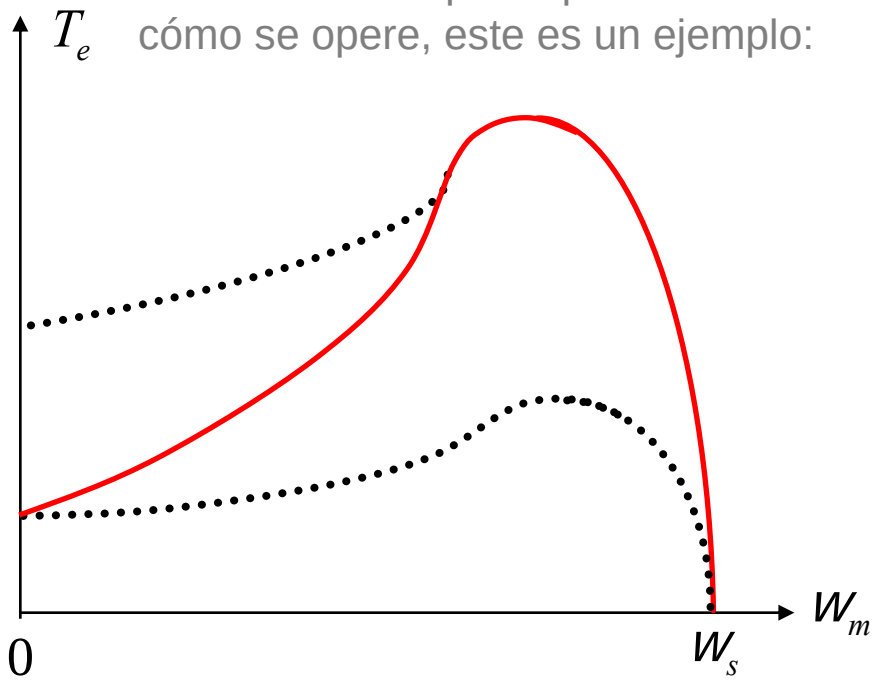
d. partidor mediante autotransformador

Este método permite un control muy fino (continuo) y es más eficiente que el caso del reóstato, pero es mucho más costoso. Se puede operar como fuente de voltaje (mecanismo fijo) o fuente de corriente (mecanismo regulado).

Autotransformador trifásico



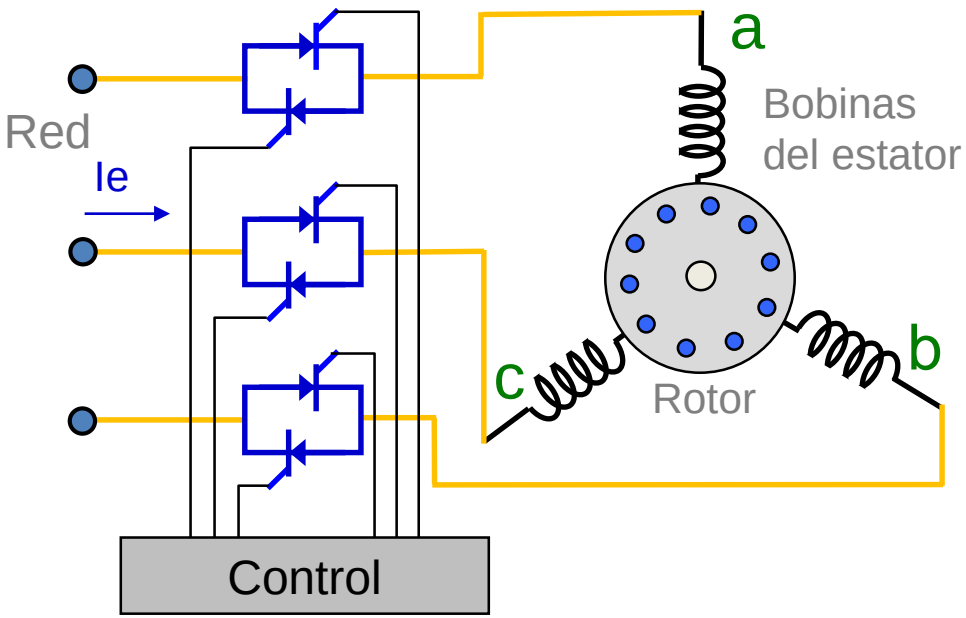
La curva de Torque depende de cómo se opere, este es un ejemplo:

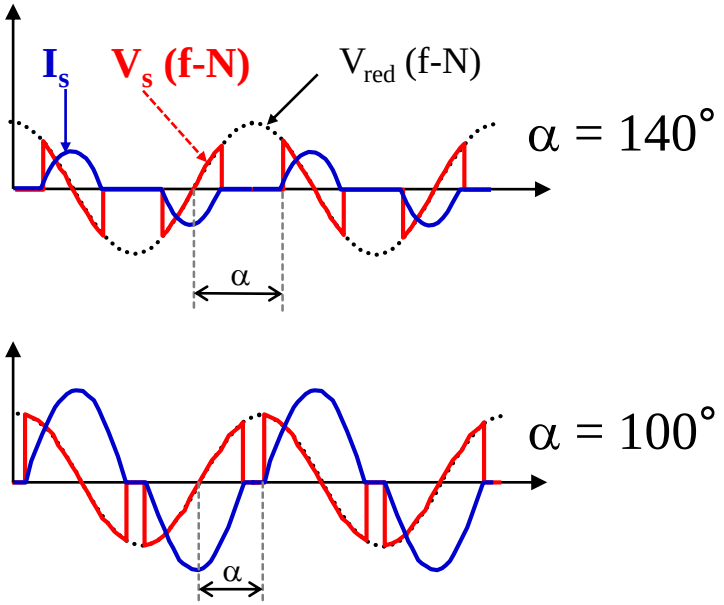


Máquina de Inducción

e. partidor mediante “soft starter”

Este método permite un control de la corriente del estator a través tiristores (semiconductor de alta potencia) mediante la activación de este en el ángulo α (α=0º cuando el voltaje AK pasa a ser positivo y se podría conducir). Con α=180º la corriente es nula y con α cercano a 80º o menos es máxima (motor inductivo).



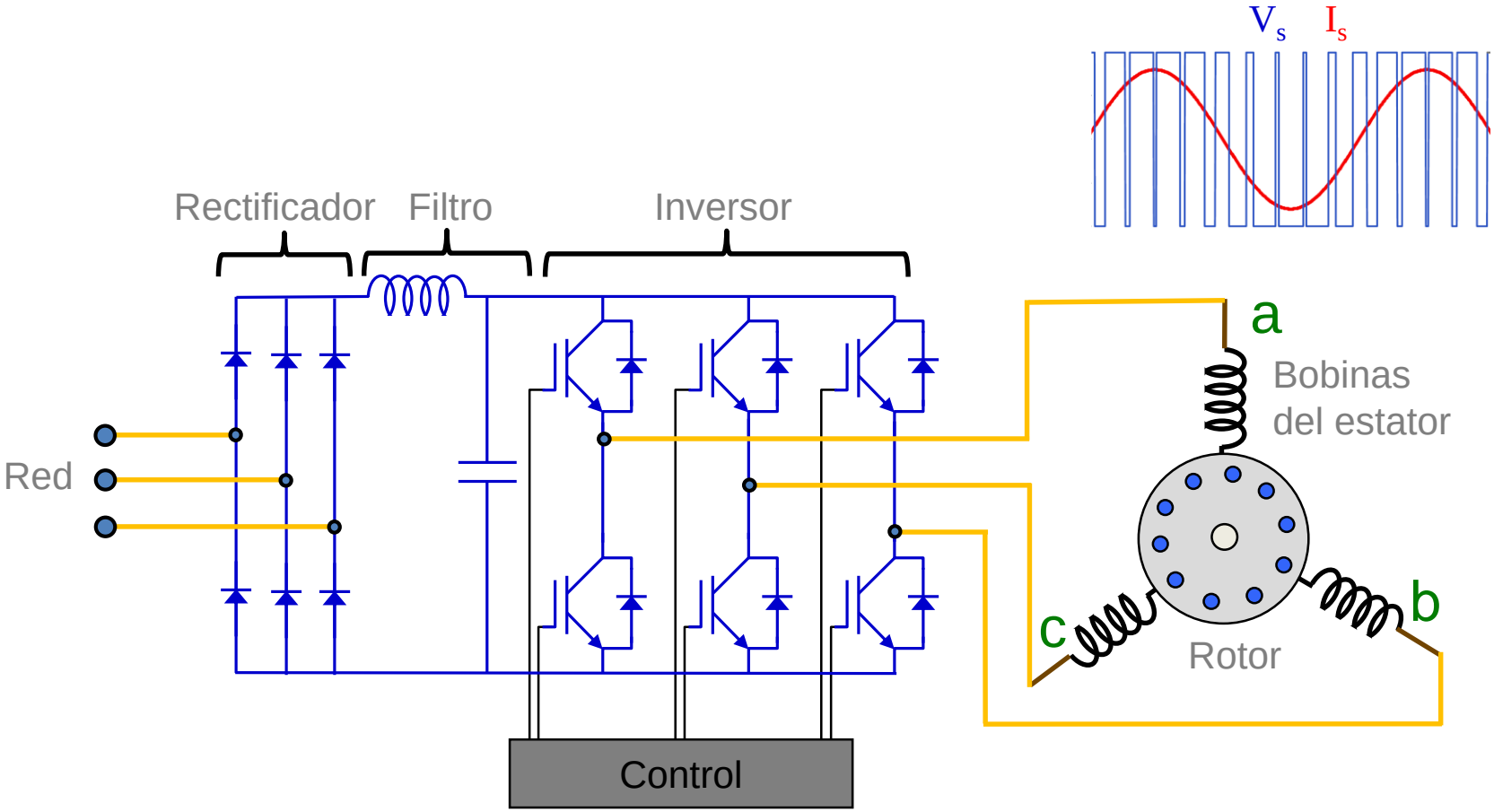


Tiristor: es un semiconductor de muy alta potencia y eficiencia que se activa con una señal de control y deja de conducir con un voltaje AK negativo (no hay control de apagado).

Máquina de Inducción

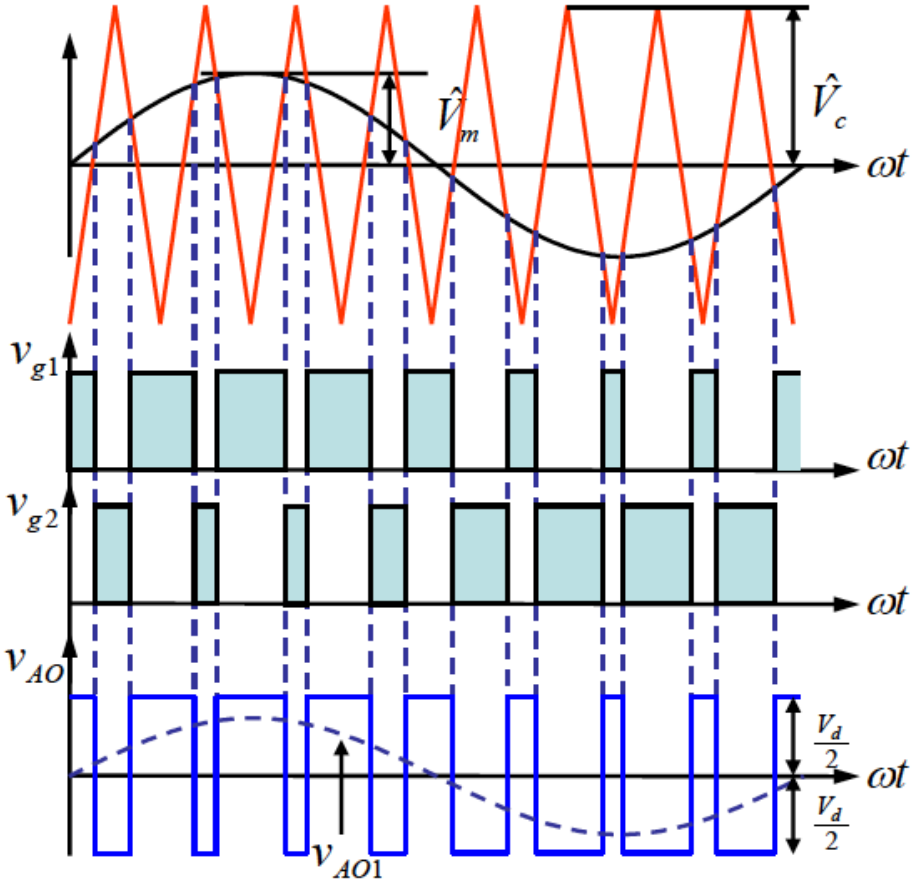
f. partidor mediante variador de frecuencia

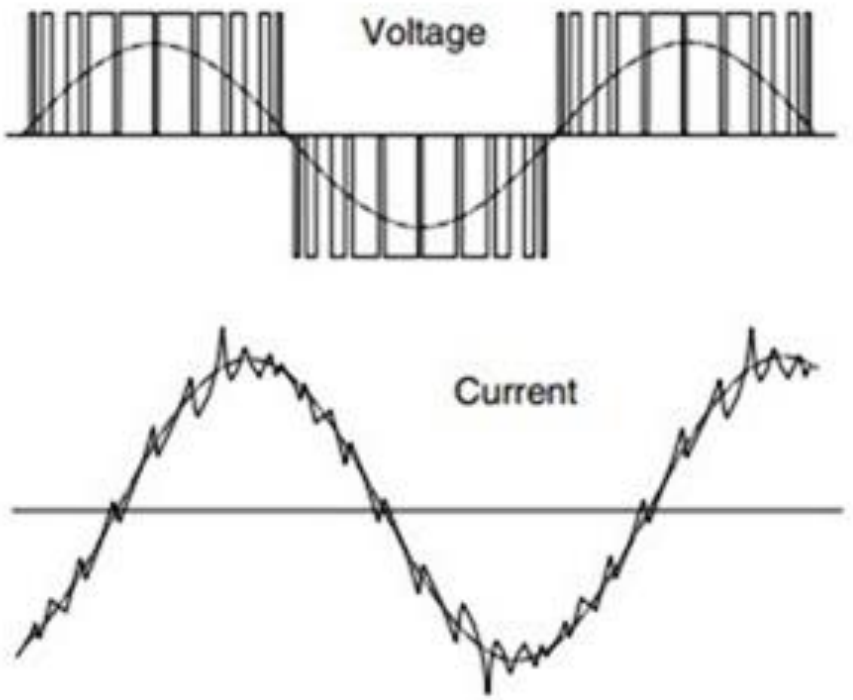
Motor Drive: permite un control completo de la amplitud de voltaje y frecuencia, también puede controlar directamente el torque, los vectores de corriente y flujos magnéticos mediante el uso avanzado de control.



Máquina de Inducción

Modulación para control de corriente





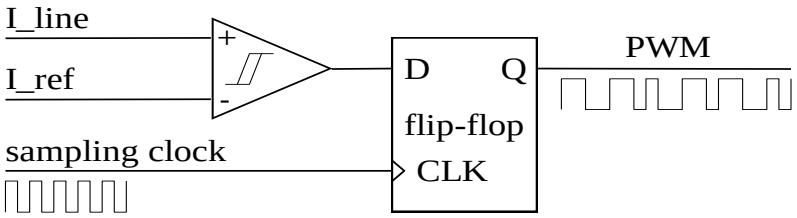
Máquina de Inducción

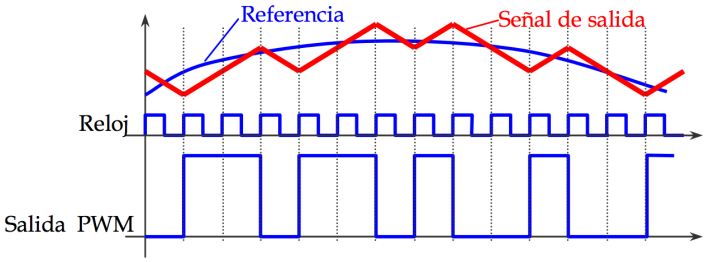
Modulación para control de corriente

Generalmente se quiere controlar la corriente:

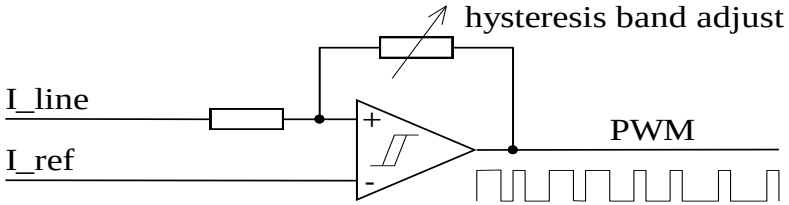
Hay 3 formas clásicas de controlar corriente generando una señal PWM.

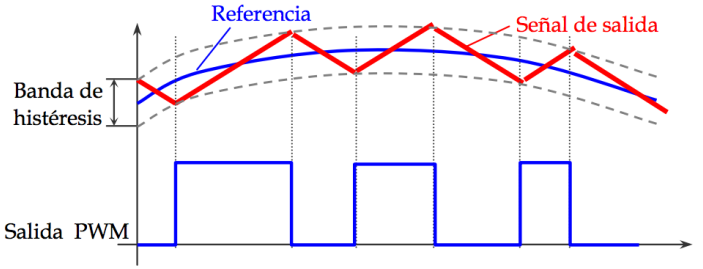
Muestreo Periódico



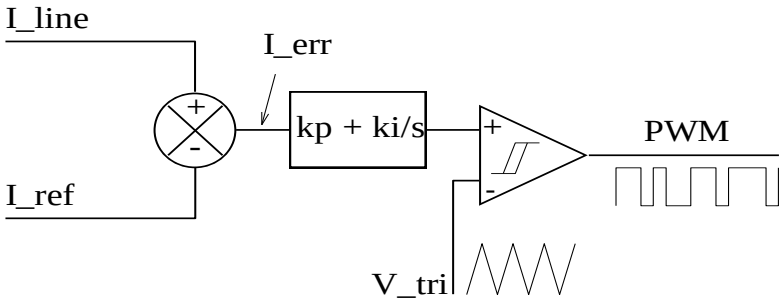


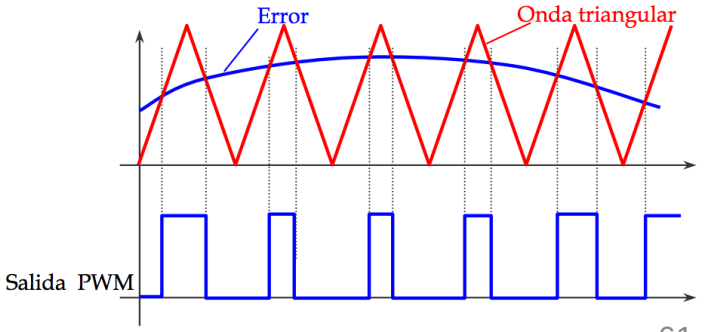
Banda de Histéresis





Portadora Triangular



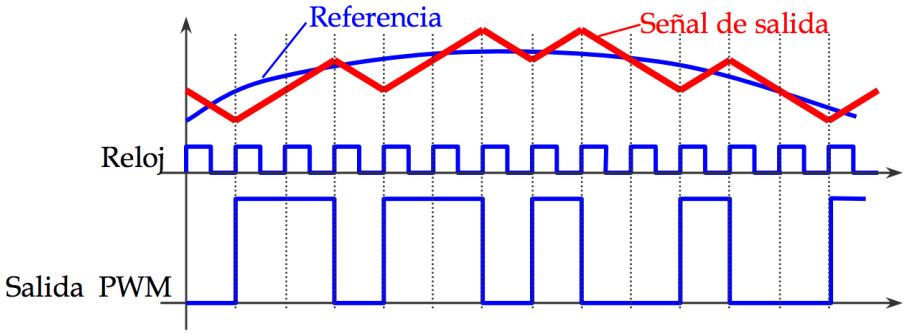


Máquina de Inducción

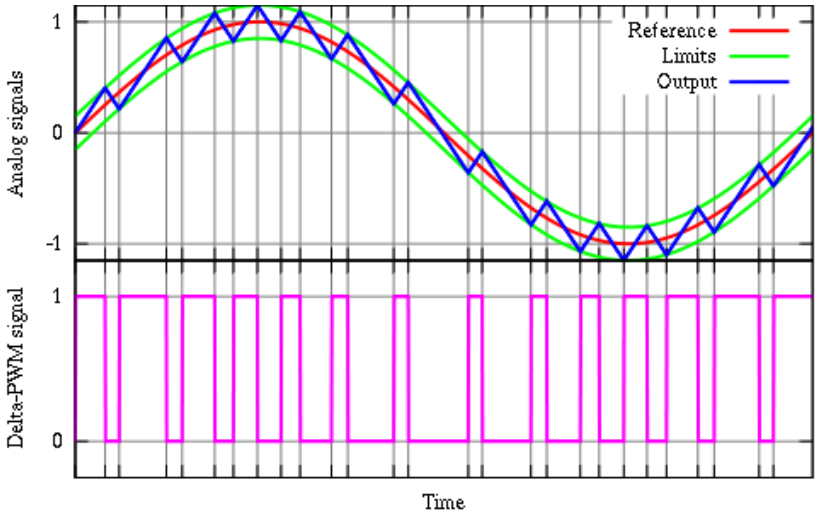
Modulación para control de corriente

Hay 3 formas clásicas de controlar corriente generando una señal PWM.

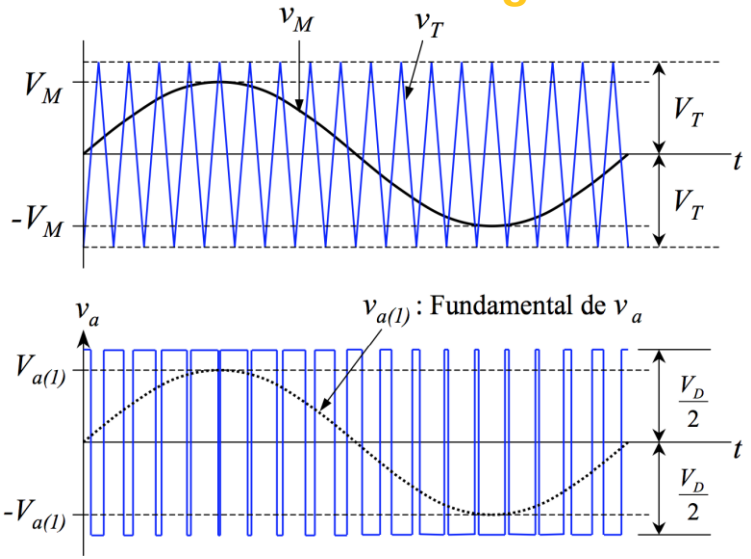
Muestreo Periódico



Banda de Histéresis



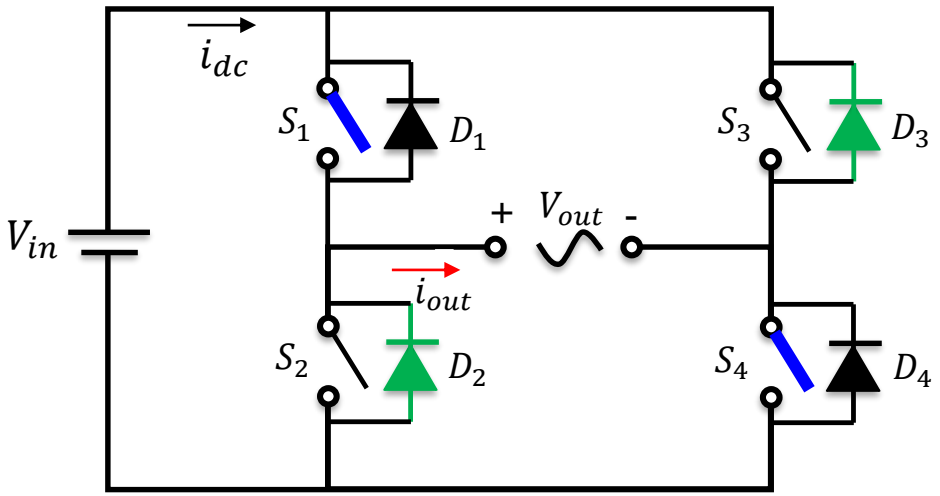
Portadora Triangular

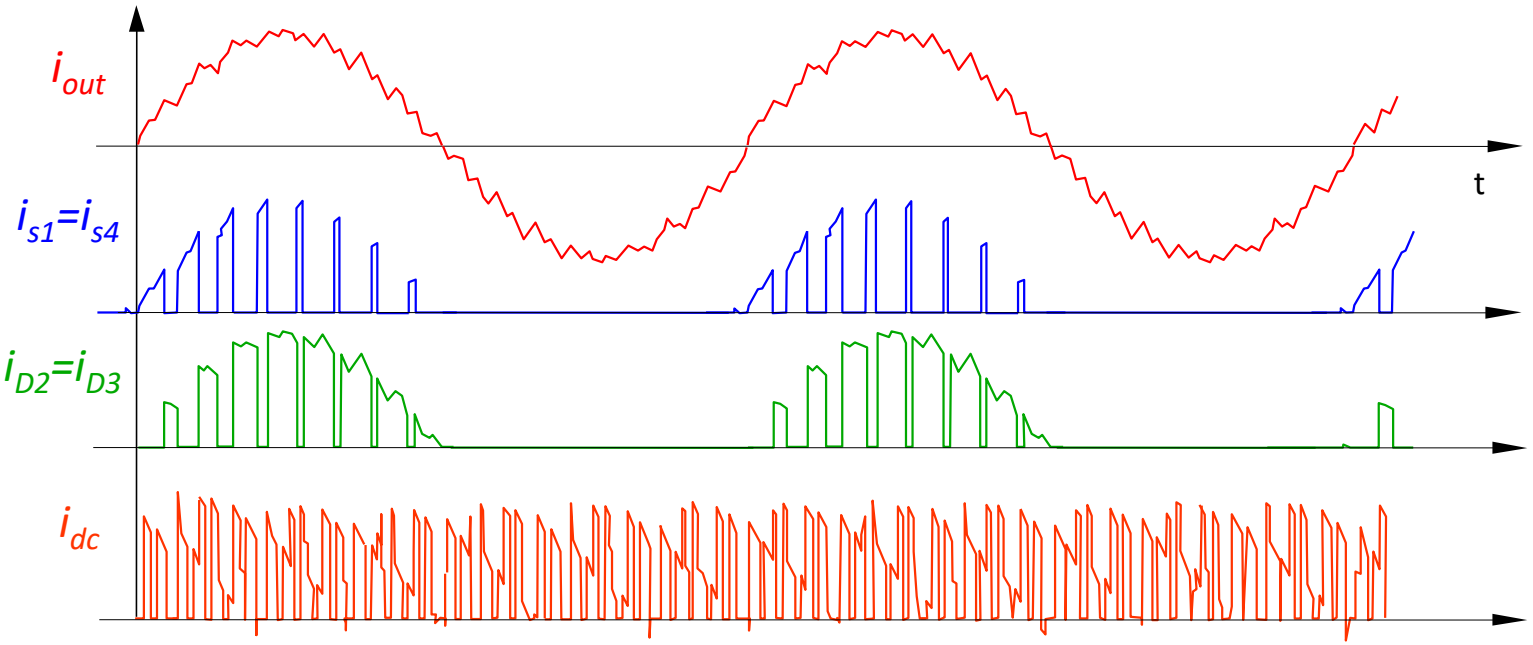


Máquina de Inducción

Inversor monofásico (Puente H)

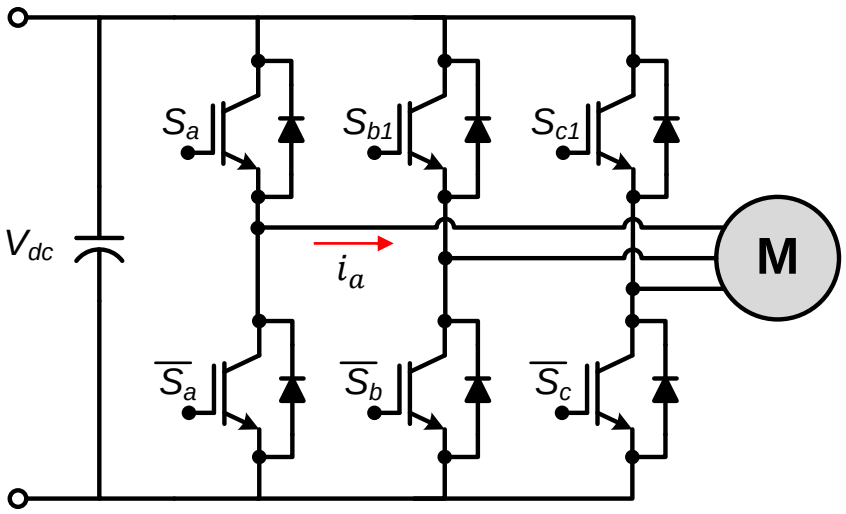
En el gráfico inferior se puede apreciar la corriente sinusoidal obtenida en la carga (se agrega un L o la carga debe ser inductiva) y las corrientes en cada componente.

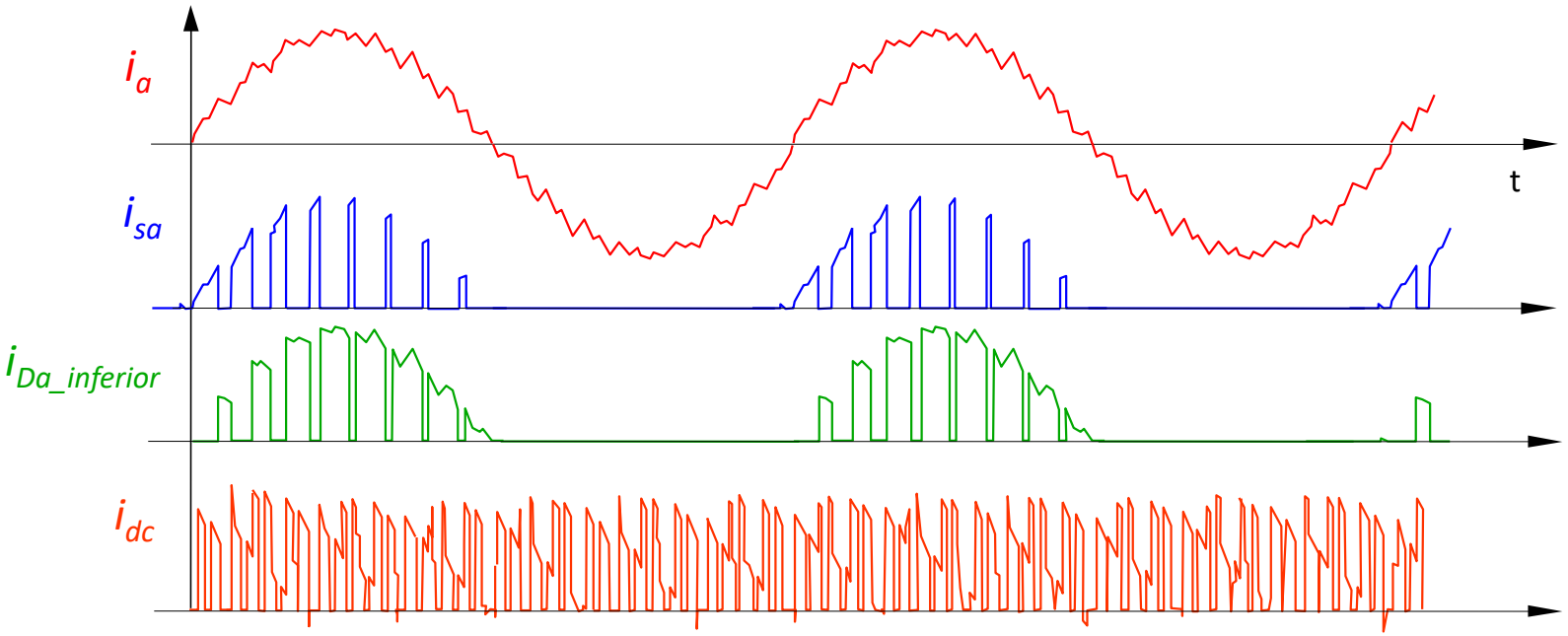




Máquina de Inducción
Inversor Trifásico

El sistema es exactamente el mismo que el puente H, pero ahora se debe agregar una tercera “pierna” y se requiere una señal PWM por fase (3). El puente-H se puede apreciar al ver la carga fase-fase.

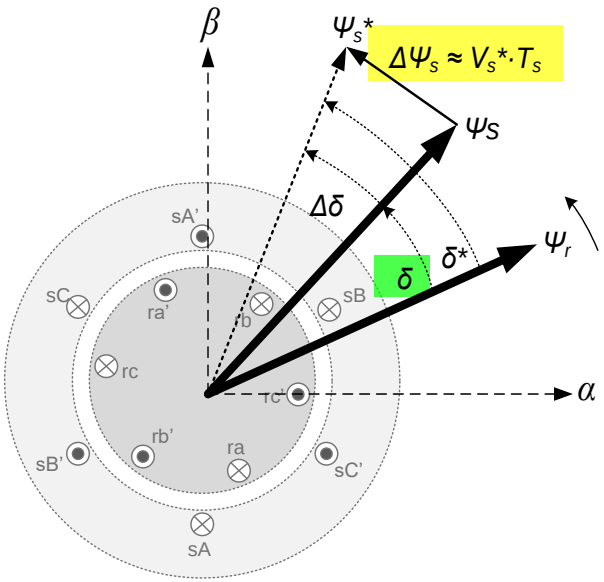


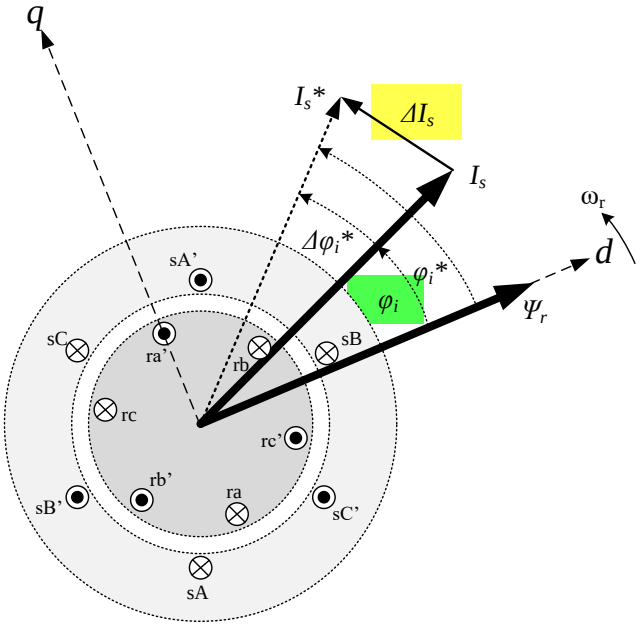




Principios de los controles más avanzados en motores eléctricos

Control Directo de Torque (DTC)		Control de Campo Orientado (FOC)
Estacionarias	Coordenadas	Rotor
No	Sensor de posición	Si
No	Modulación	Si
Si	Modelo del motor	No



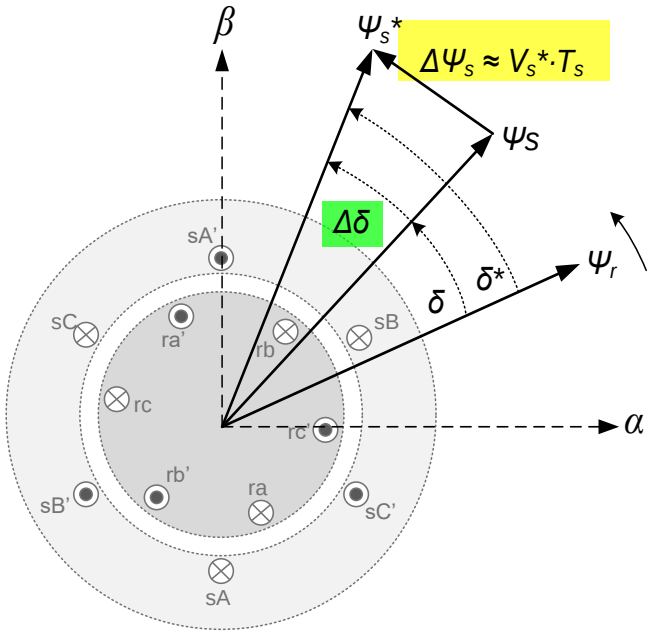




Principio del DTC
Control Directo de Torque

Control Directo de Torque (DTC):

- Ideal para el Motor de Inducción
- Modelo simple del motor (coordenadas estacionarias)
- Control inherentemente “sensorless”



$$\bar{V}_s = R_s \cdot \bar{I}_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt}$$

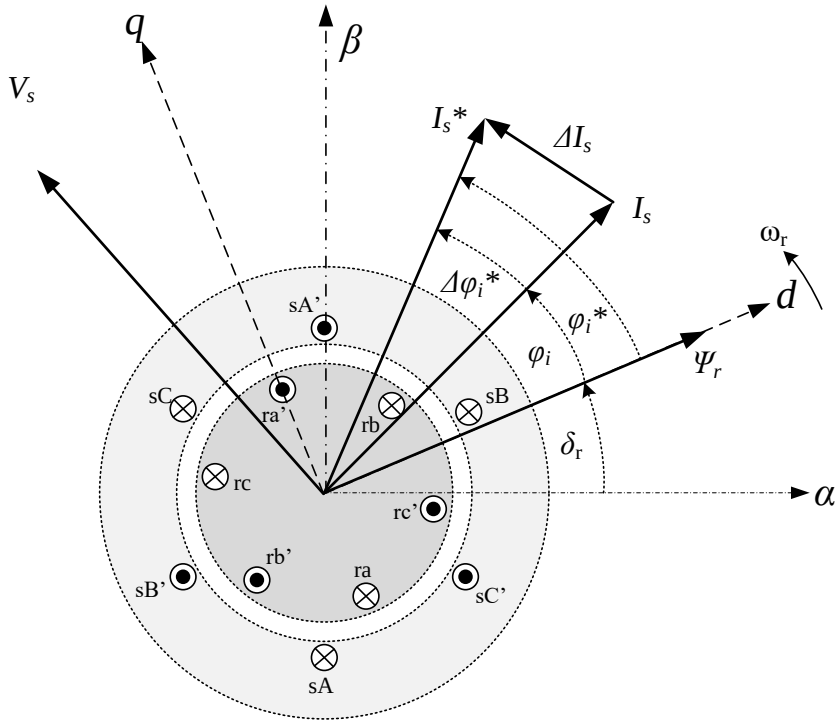
$$\tau_e = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_m}{L_r} \cdot \frac{p}{\sigma \cdot L_s} \cdot \bar{\psi}_s \times \bar{\psi}_r$$

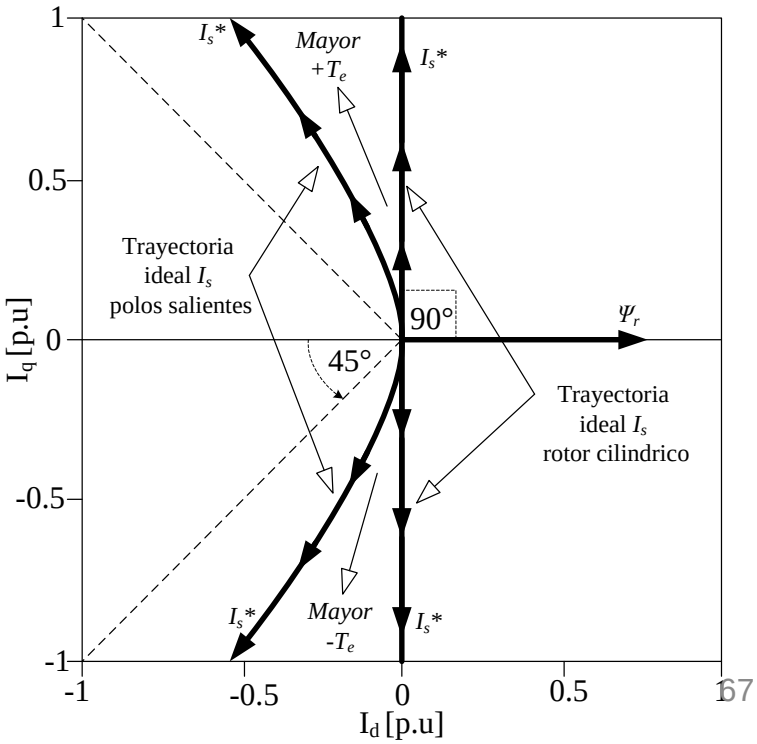


Principio del FOC
Control de Campo Orientado

Control de Campo Orientado (FOC):

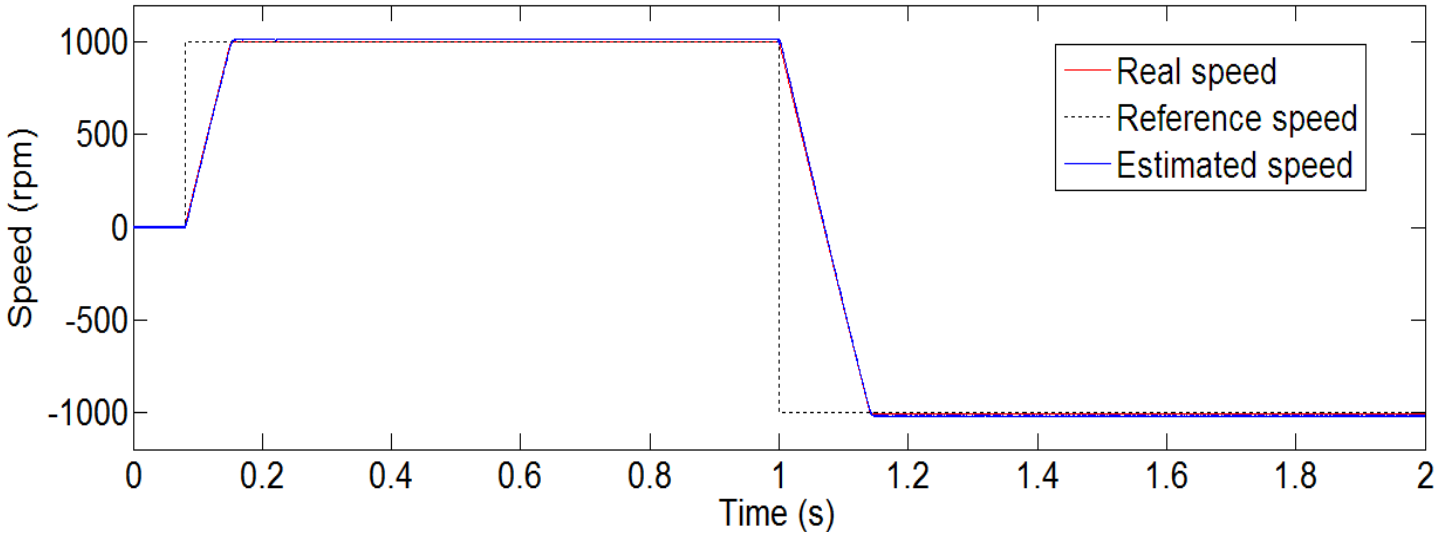
- Ideal para el Motor Síncrono
- Control con sensor de posición (coordenada rotórica)
- Control sin modelo del motor

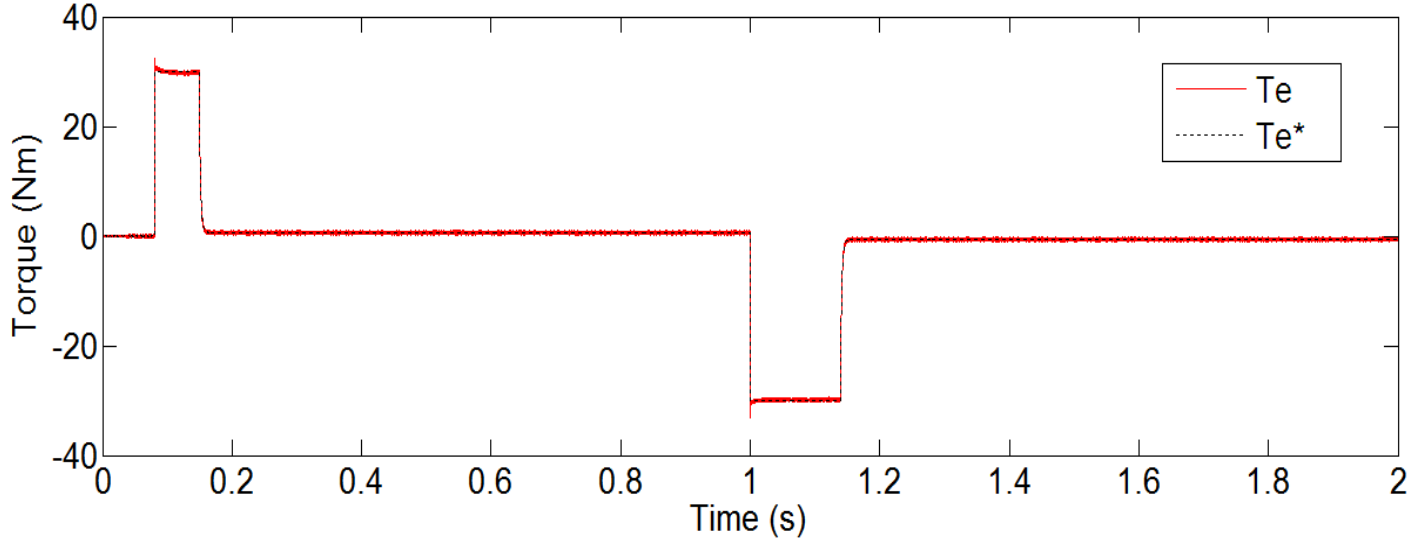






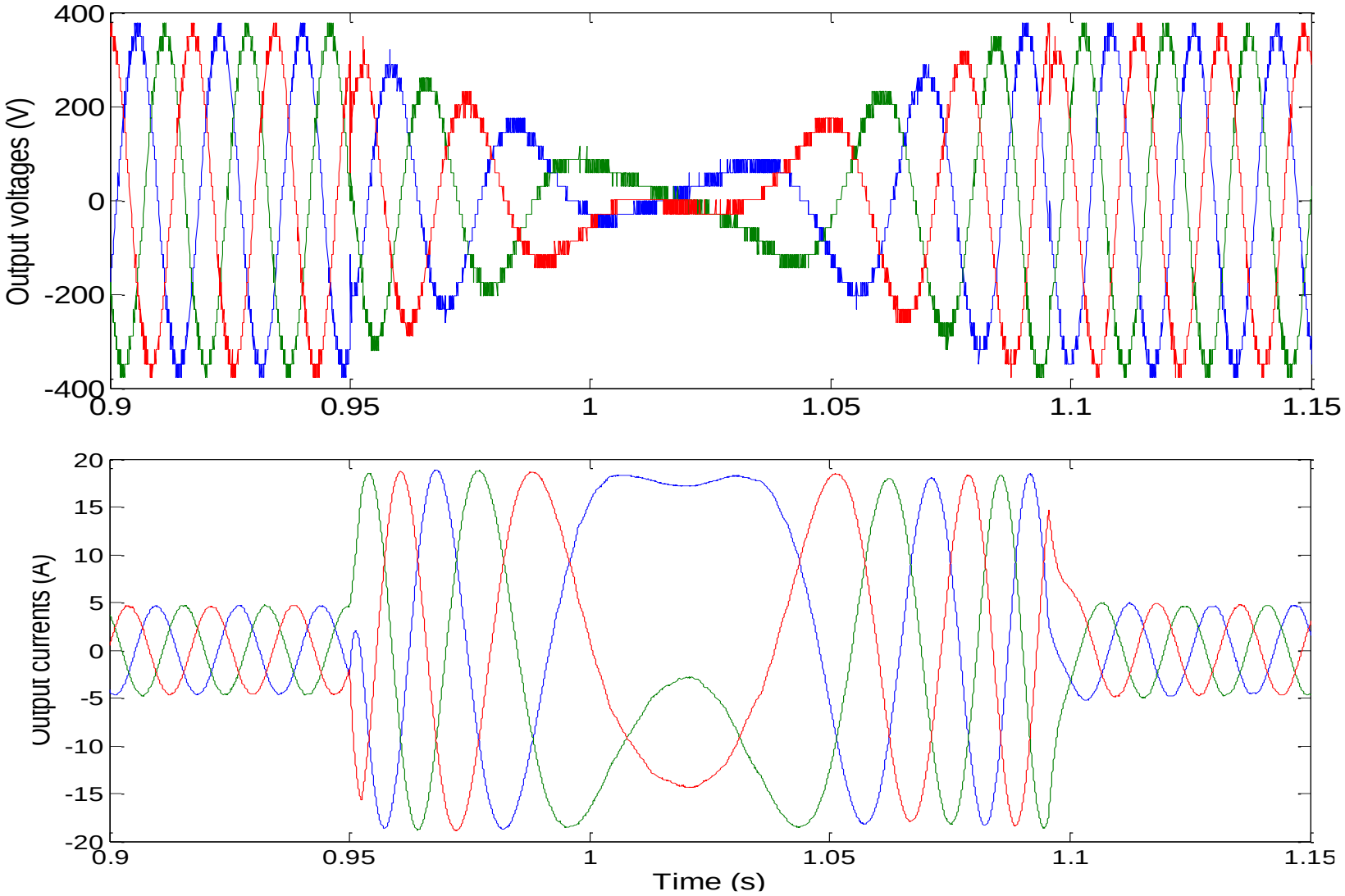
Implementación: Experimentos
Control Directo de Torque (DTC)







Implementación: Experimentos
Control Directo de Torque (DTC)



Máquina de Inducción
Control de Velocidad

Principales métodos: El método utilizado actualmente es conectando el motor a un variador de frecuencia (electrónica de potencia), ya que es uno de los métodos más eficiente y es el único que permite un control completo del motor (es un control continuo y se pueden controlar diversas variables de forma muy precisa). En el resto de los métodos el control es indirecto y muy acotado. En los métodos b y c además conlleva una complejidad en la construcción del motor.

a. Variación de la amplitud de voltaje (control indirecto y acotado)
b. Variación en número de polos (decisión a priori en el diseño o control en línea, lo que conlleva una construcción compleja)
c. Variación de la resistencia rotórica (rotor bobinado y control acotado)
d. Conexión a través de un variador de frecuencia (inversor o cicloconversor)

Máquina de Inducción

a. Control de Velocidad (Variación de Voltaje)

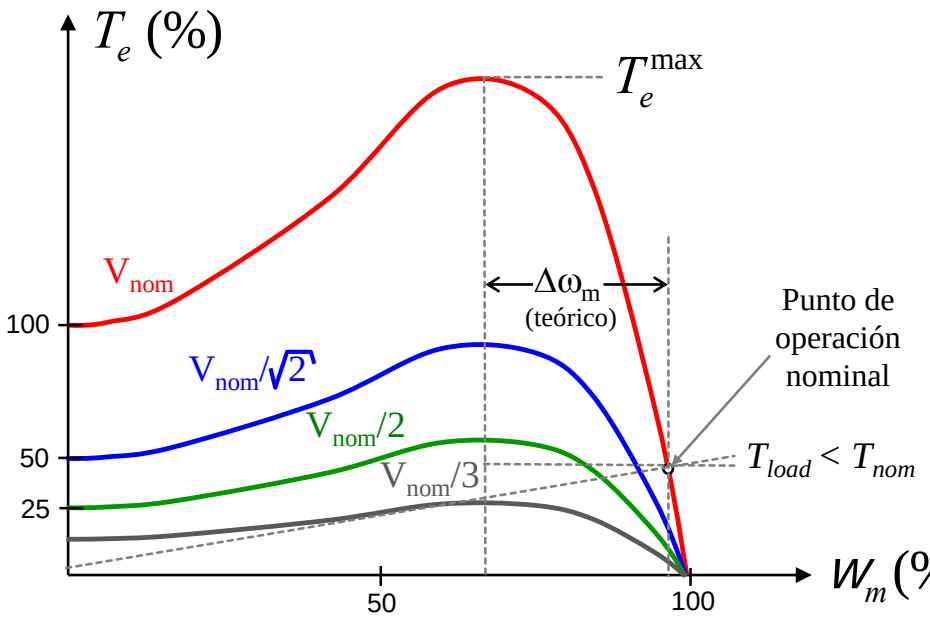
Este método requiere un sistema para controlar la amplitud del voltaje en el estator (autotransformador o resistencias).

La velocidad varia de forma continua pero en un rango muy estrecho. La figura muestra un torque resistente constante, el cual debe estar bajo la curva de torque y ser menor que el torque máximo de la curva correspondiente.

Por ejemplo, si el voltaje se disminuye desde su valor nominal (rojo) a la mitas (verde), la velocidad sólo variará en un 10-20% si T_{load} es constante.

El rango teórico de variación es $\Delta\omega_m$.

En la figura se muestran dos ejemplos de torque resistente (T_{load}), uno constante y otro proporcional a la velocidad (ambos son ideales y no se encuentran en la realidad)



Máquina de Inducción

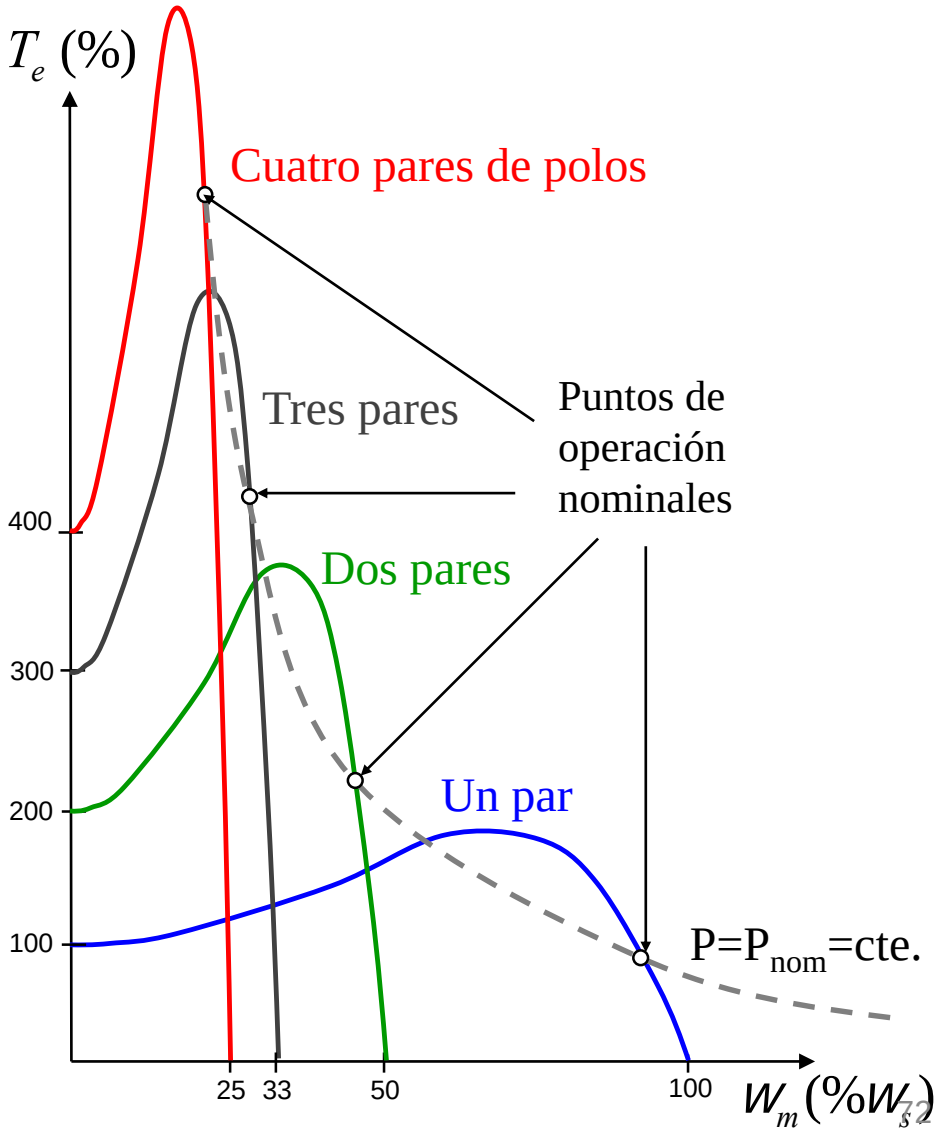
b. Control de Velocidad (nº de polos)

Este método requiere una construcción muy especifica y compleja del motor y de un sistema de conexiones para ir cambiando el nº de polos en línea. Además, el motor es más pesado para la misma potencia entregada.

La velocidad varia de forma discreta con baja resolución inversa a la velocidad

El motor puede entregar la potencia nominal en distintas velocidades discretas (ver ilustración).

En el ejemplo ilustrado se ve una operación a potencia constante (torque aumenta a bajas velocidades).



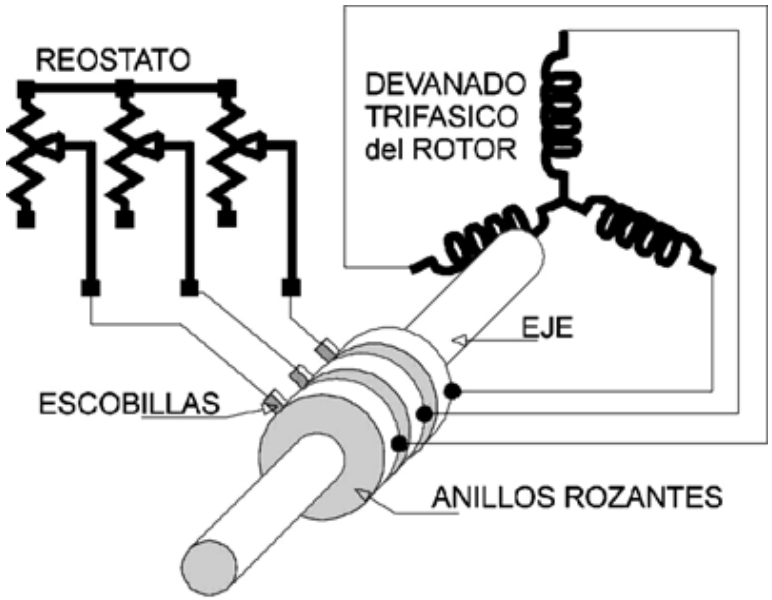
Máquina de Inducción

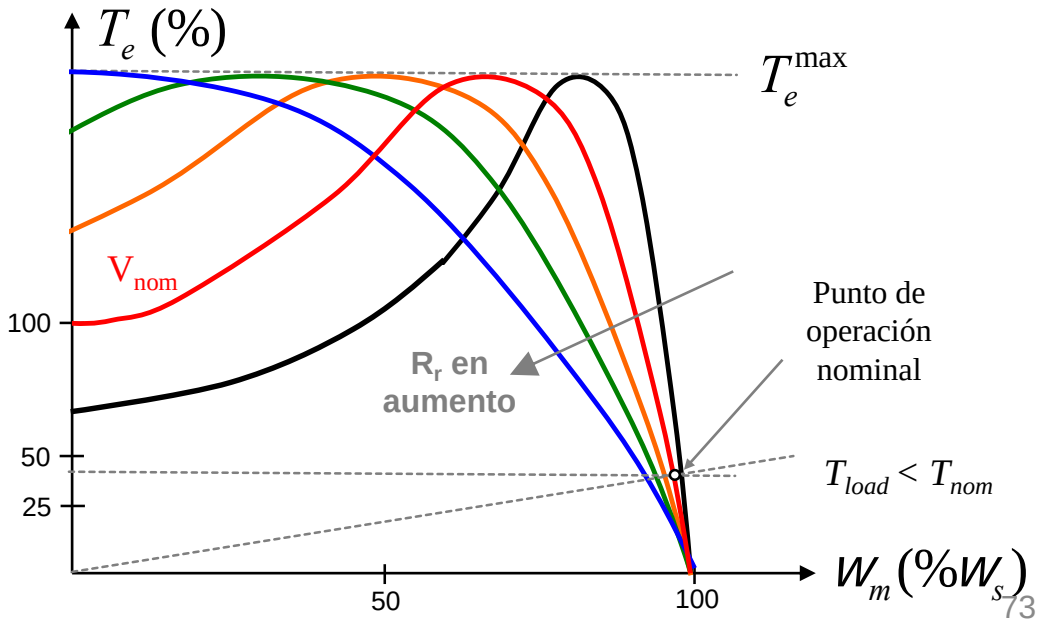
c. Control de Velocidad (Variación R_r)

Este método requiere de un motor con rotor bobinado y un reóstato variable conectado a los anillos deslizantes.

Se puede ver claramente que al aumentar la resistencia rotórica sólo desplazamos el toque máximo a velocidades menores. Es decir, el torque máximo se mantiene constante.

Este método permite un control muy precario y acotado de la velocidad. Pero es un método muy efectivo para controlar el torque de partida.





Máquina de Inducción

d. Control de Velocidad (Variador de frecuencia)

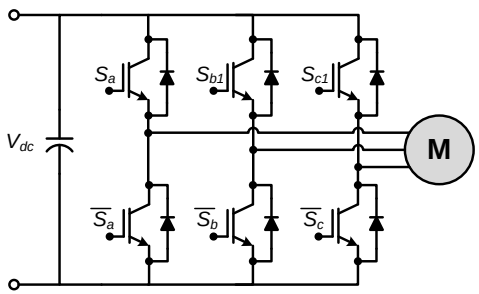
Este método requiere un sistema electrónico de potencia (inversor) con un control y modulación. El control puede ir desde uno muy simple (control escalar en lazo abierto) hasta uno avanzado (control vectorial, DTC, FOC, control inteligente, predictivo, etc.).

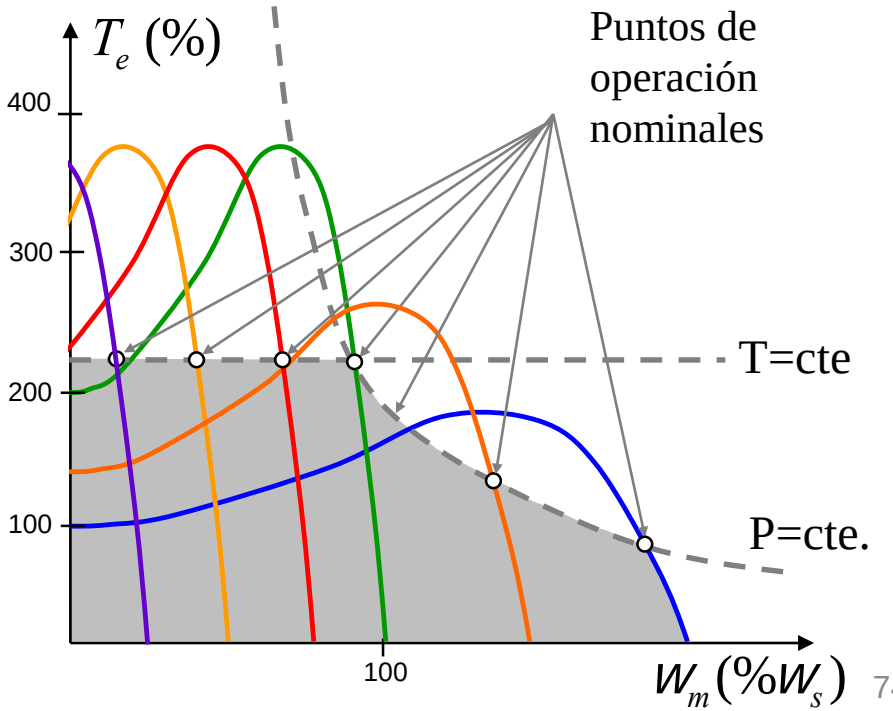
Cuando la frecuencia de alimentación (síncrona) excede su valor nominal es necesario operar a torques bajo el nominal debido a que la amplitud del voltaje no puede exceder el valor nominal.

Bajo la velocidad síncrona nominal se puede operar a torque constante, y sobre ella a potencia constante.

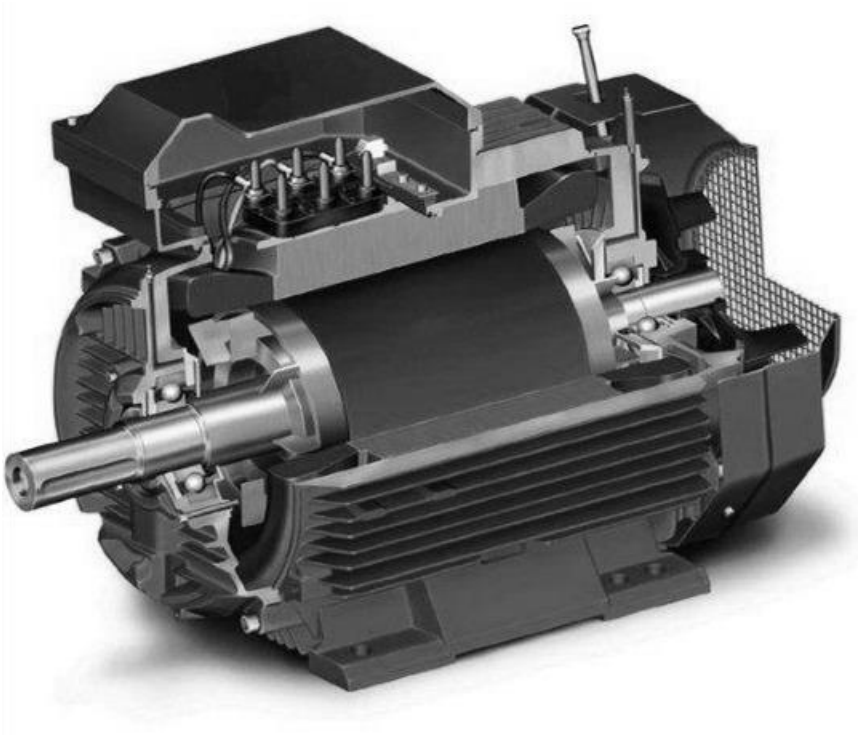
La máquina puede operar en cualquier punto de región sombreada y con torque máximo durante tiempo reducido (e.g. 10 seg.).

$$E_s = 4.44 \times f_s \times N_s \times \Phi_T \qquad \frac{V_s}{f_s} \approx K \times \psi_s$$





Fin Lectura 7



Conclusiones

Lectura 7: Máquina de Inducción

Características y clasificación

El MI es el más utilizado en el mundo por su gran robustez y bajo costo. Se puede clasificar en rotor Jaula de ardilla y rotor bobinado (casi descontinuado).

Características

El MI se caracteriza por operar a una velocidad cercana a la síncrona y tener torque en todo el rango de velocidades exceptuando la velocidad síncrona. Tienen un torque relativamente bajo a la partida y una corriente muy alta en el arranque. Su factor de potencia es inductivo y cercano a 0.8-0.9

Operación, Aplicaciones y Control

El MI jaula de ardilla se puede utilizar en diversas aplicaciones y sus características varían según el tipo de rotor (barras). Actualmente se utilizan en cualquier aplicación y pueden ser controlados de manera extraordinaria mediante la electrónica de potencia.

Pruebas para estimación de parámetros (similar a transformadores)

Los parámetros de la máquina se pueden obtener mediante pruebas de c.a. c.c.

Próxima Lectura

Lectura 8
Máquina DC

