

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica

IEE2273 — Laboratorio de Máquinas Eléctricas

Apuntes de Máquinas Eléctricas

Máquina de Inducción

Actualización de los profesores
David Watts C. y Juan Dixon

Digitalización a LaTeX el año 2014 por:
Rodrigo Henríquez Auba

Acerca de este documento

Este material es el resultado del trabajo de distintas personas, cuyo aporte al documento final se describe a continuación:

La primera versión de este documento estuvo compuesta por dos publicaciones independientes, ambas editadas por los señores Ariel Valdenegro E. y Jorge Romo L., por la Oficina de Publicaciones Docentes del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Chile. Dichos documentos fueron publicados en enero y agosto de 1982, respectivamente.

Luego, durante el año 2000, el Profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Pontificia Universidad Católica de Chile, señor David Watts C. trabajó en la digitalización y readecuación de ambas publicaciones para el curso IEE2272 Laboratorio de Máquinas Eléctricas, labor que desempeñó con la ayuda del ayudante Patricio La Rosa. Esta etapa del proyecto se baso fuertemente en apuntes del curso de Máquinas Eléctricas, material preparado por el señor Juan Dixon.

Posteriormente, durante el año 2001, gracias al concurso Fondo de Desarrollo de la Docencia FONDEDOC 2001, los profesores David Watts C. y Juan Dixon terminaron la actualización y readecuación de este documento, con la ayuda del ayudante Juan Francisco Araya y de algunos alumnos, ayudantes y profesores del curso.

Finalmente, en el año 2014, el alumno Rodrigo Henríquez Auba, trabajó en la digitalización a LaTeX de los documentos.

Índice

Motores de Inducción Trifásicos **1**

Introducción **1**

1. Características constructivas **2**
1.1. Estator . . . 2
1.2. Rotor . . . 3
1.2.1. Tipo embobinado . . . 3
1.2.2. Tipo jaula de ardilla o en cortocircuito . . . 3

2. Principio de funcionamiento **4**
2.1. Fuerza magnetomotriz . . . 4
2.2. Campo rotatorio . . . 5
2.3. Deslizamiento . . . 8
2.4. Ondas de f.m.m. y de flujo en los enrollados . . . 9

3. Circuito equivalente **10**
3.1. Cantidades rotóricas referidas al estator . . . 10
3.2. Circuito equivalente monofásico . . . 10
3.3. Ecuaciones de comportamiento electromecánico . . . 14

4. Diagrama de circulo **16**
4.1. Deducción del diagrama de circulo . . . 16
4.2. Representación de la potencia activa y de las pérdidas . . . 18
4.3. Resumen de las variables representadas . . . 18
4.4. Pruebas en vacío y de rotor bloqueado . . . 18
4.4.1. Prueba en vacío . . . 18
4.4.2. Prueba de rotor bloqueado . . . 19

5. Característica torque velocidad **21**
5.1. Forma de la curva de torque . . . 21
5.2. Efecto de la resistencia del rotor . . . 22
5.2.1. Motor de rotor embobinado . . . 22
5.2.2. Motor de jaula de ardilla . . . 23
5.3. Clasificación NEMA de motores tipo jaula de ardilla . . . 23

6. Partida de motores de inducción **25**
6.1. Métodos de partida . . . 25
6.2. Métodos para reducir voltaje de partida . . . 26
6.2.1. Autotransformador de partida . . . 26
6.2.2. Partida con resistencias en serie con el estator . . . 27
6.2.3. Partida estrella delta . . . 28
6.2.4. Arranque con partidor electrónico tipo “soft starter” . . . 29
6.2.5. Arranque y control con variador de frecuencia . . . 29

7. Métodos de regulación de velocidad **30**
7.1. Variación del número de polos . . . 30
7.2. Variación de frecuencia . . . 31
7.3. Variación del voltaje de línea . . . 32
7.4. Variación de la resistencia en el rotor . . . 33

8. Aplicaciones especiales **34**
8.1. Convertidor de frecuencia . . . 34
8.2. Regulador de inducción . . . 34
8.3. Generador de inducción . . . 35

9. Protecciones de motores de inducción **38**
9.1. Protección del operario de descargas eléctricas . . . 38
9.2. Protección de falsos arranques . . . 38
9.3. Protección de sobrecarga . . . 38
9.4. Protección de cortocircuitos . . . 40

Referencias **41**

Motores de Inducción Monofásicos **42**

Introducción **42**

1. Principio de funcionamiento y aspectos de fabricación **43**
1.1. Torque en la partida . . . 44
1.2. Curva de torque . . . 44

2. Tipos de motores de inducción monofásicos **47**
2.1. Partida de motores monofásicos . . . 47
2.2. Motor de fase partida (split – phase motor) . . . 48
2.3. Motor con condensador de partida . . . 49
2.4. Motor con condensador doble . . . 50
2.5. Motor con condensador permanente . . . 51
2.6. Motor con espira sombra . . . 51
2.7. Motores monofásicos con rotor bobinado . . . 54
2.8. Motor de inducción trifásico de jaula de ardilla alimentado desde red monofásica . . . 54

3. Circuito equivalente **55**

Referencias **57**

I. Motores de Inducción Trifásicos

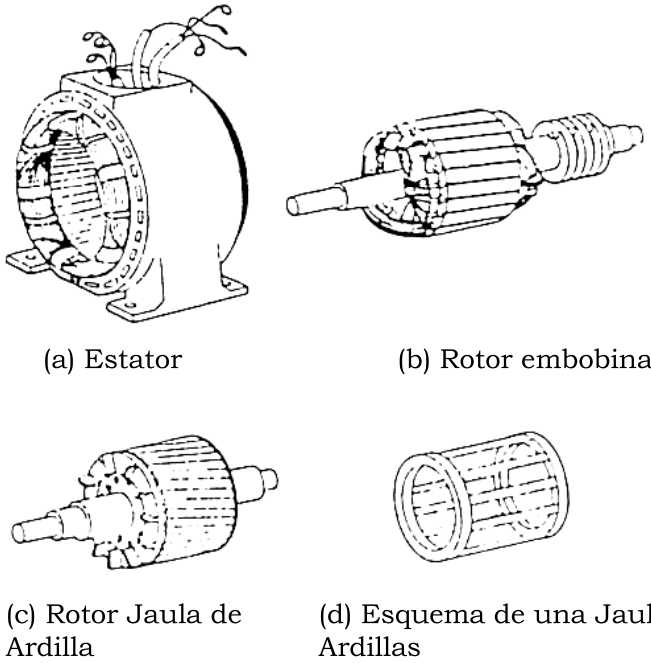
Introducción

Las máquinas de inducción trifásicas o asincrónicas, y en particular los motores con rotor tipo jaula de ardilla, son en la actualidad las máquinas eléctricas de mayor aplicación industrial. La operación usual de una máquina de inducción es como motor, en cuyo caso el funcionamiento básico consiste en alimentar el enrollado trifásico de estator desde una fuente trifásica para producir un campo magnético rotatorio, igual que en una máquina sincrónica; este campo rotatorio induce corrientes en el enrollado cortocircuitado del rotor (el cual no tiene alimentación externa) produciéndose así un torque motriz en el eje de la máquina. En ciertas aplicaciones especiales, la máquina puede operarse también como generador.

En esta guía se hace una descripción general de la máquina de inducción trifásica, sus principios de operación, circuito equivalente, comportamiento electromecánico, y en particular sus aplicaciones como generador, cambiador de frecuencia y regulador de inducción.

1. Características constructivas

En las máquinas de inducción circulan corrientes alternas tanto en el estator como en el rotor. El enrollado del estator es trifásico y de dos o más polos, similares a los que se emplean en las máquinas sincrónicas. El enrollado del rotor no tiene alimentación propia, y puede ser del tipo embobinado o del tipo jaula de ardilla (ver Figura 1). A continuación se describen con cierto detalle las características constructivas de estator y rotor.



(a) Estator (b) Rotor embobinado

(c) Rotor Jaula de Ardilla (d) Esquema de una Jaula de Ardillas

Figura 1: Principales partes del motor de inducción.

1.1. Estator

El estator está compuesto por un paquete de láminas de acero, aisladas entre sí, con el objeto de reducir las pérdidas en el núcleo; sus enrollados van alojados en ranuras axiales practicadas en el núcleo, debidamente aisladas. Existen varias formas de disponer el enrollado estatórico, siendo el más usual el denominado imbricado.

A modo de ejemplo, en la Figura 2 se muestra un esquema que representa la fase a (terminales A y A') de un enrollado imbricado trifásico de un estator de 24 ranuras. La configuración del enrollado es de 4 polos. Cada polo abarca $24/4 = 6$ ranuras (paso completo o paso polar); sin embargo, en este caso las bobinas tienen un ancho de 5 ranuras, por lo que el enrollado se denomina de paso acortado. También, el enrollado es distribuido pues los polos están formados por más de una bobina (2 en este caso).

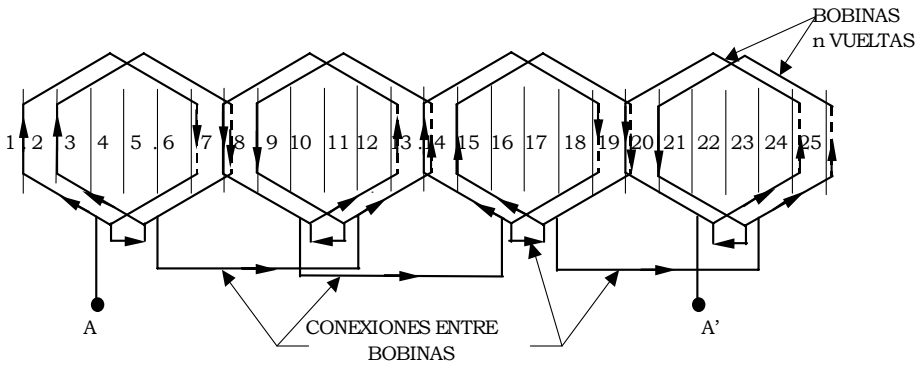


Figura 2: Enrollado imbricado (fase a).

Las otras fases son idénticas, pero van desplazadas en 120º y 240º eléctricos respectivamente con respecto a la fase a; es decir, la fase b comienza en la ranura 5 y la fase c en la ranura 9 (considerando que 12 ranuras son un par de polos, y corresponden a 360º eléctricos). Además, en el enrollado completo se podría apreciar que en cada ranura quedan dos lados de bobina, lo cual se denomina doble capa.

1.2. Rotor

El núcleo del rotor también está compuesto por láminas de acero. El enrollado del rotor puede ser de dos tipos:

1.2.1. Tipo embobinado

En este caso el enrollado es semejante al del estator, llevando el mismo número de polos. Los terminales de los enrollados del rotor van conectados a anillos rozantes aislados, montados sobre el eje. Mediante escobillas de carbón o cobre se llevan las conexiones del rotor fuera de la máquina. Estas máquinas vienen provistas de un dispositivo que permite cortocircuitar los anillos y levantar las escobillas una vez que la máquina está en marcha (Figura 1 (b)).

1.2.2. Tipo jaula de ardilla o en cortocircuito

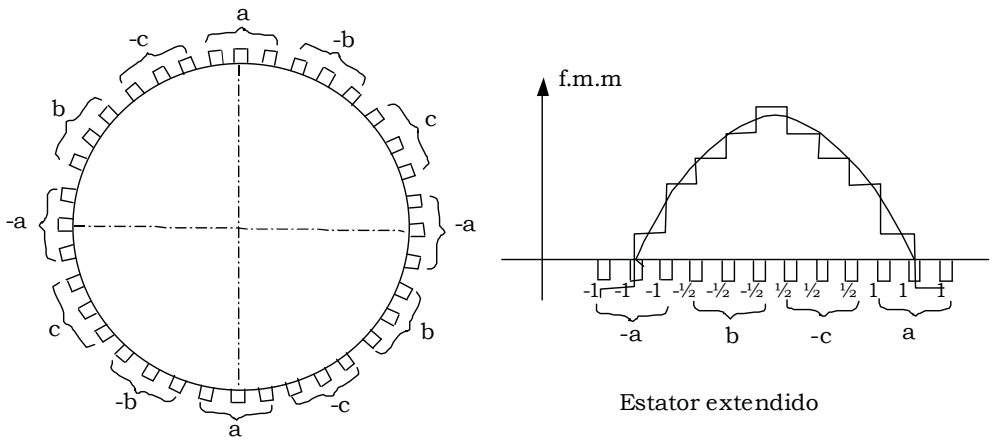
Este enrollado consiste en barras conductoras que están alojadas en la ranura del rotor y cortocircuitadas entre sí en ambos extremos por anillos conductores. La gran simplicidad en la construcción le da al motor de inducción de jaula de ardilla condiciones ventajosas en precio y seguridad de servicio, frente a otras máquinas eléctricas (Figura 1 (c)).

2. Principio de funcionamiento

2.1. Fuerza magnetomotriz

Los enrollados del estator y del rotor en máquinas de inducción trifásicas son generalmente distribuidos, o sea de varias bobinas por polo y por fase. Luego la f.m.m. producida por las corrientes que circulan en el estator tendrá una variación escalonada en el espacio que se asemejará a una distribución sinusoidal.

En la Figura 3 (a) se muestra un estator de cuatro polos, trifásico, de 36 ranuras.



(a) Embobinado del estator

(b) Onda de f.m.m, correspondiente a la suma de las f.m.m. de las tres fases

Figura 3: Distribución espacial de la f.m.m.

La componente fundamental de la contribución de la fase a a la onda de f.m.m. del estator vale

$$F_{al} = K_e N_{esp} i_a$$

donde K_e es el factor de bobinado (que depende del tipo de bobinado, siendo ≤ 1 [1,2,3,4]), y N_{esp} el número de espiras de la fase a, que es el mismo en las fases b y c.

Para encontrar la expresión de la onda de f.m.m. resultante habrá que considerar la contribución de las tres fases, tomando en cuenta el desplazamiento espacial de las bobinas.

Sean:

$$i_a = I_m \cos(\omega t)$$
$$i_b = I_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$i_c = I_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Si se toma $t = 0$:

$$i_a = I_m \qquad i_b = \frac{-I_m}{2} \qquad i_c = \frac{I_m}{2}$$

con lo que se llega a la distribución de la Figura 3 (b).

2.2. Campo rotatorio

Consideramos el caso sencillo de un estator de 2 polos trifásico de una ranura por fase y por polo. Se tendrá que las corrientes están desfasadas en el tiempo en 120º eléctricos (Figura 4).

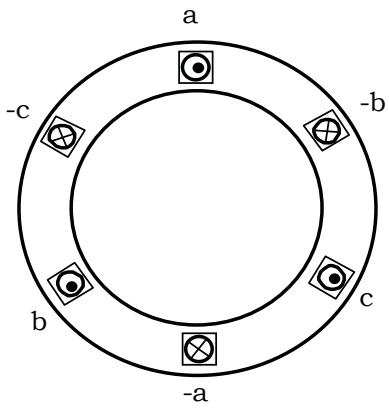


Figura 4: Estator de 2 polos y una ranura por fase y por polo.

El sentido indicado es el adoptado convencionalmente para las corrientes.

$$i_a = I_m \cos(\omega t)$$
$$i_b = I_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$i_c = I_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

donde ω [rad/s] es la frecuencia angular de la corriente alterna.

Debido al desplazamiento físico de las bobinas, los ejes en que actúan las f.m.m. de cada fase están desplazados en 120º (Figura 5).

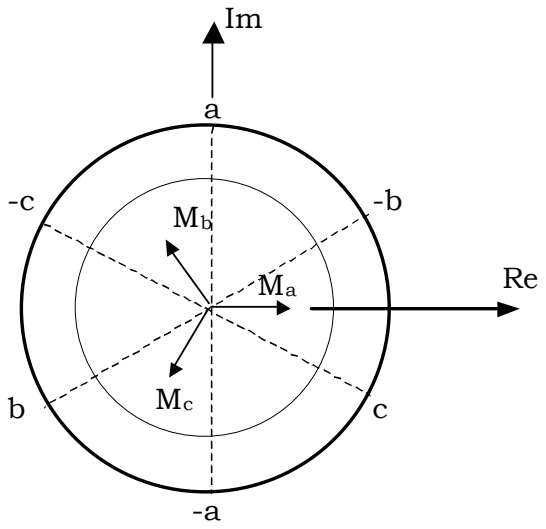


Figura 5: Dirección de la f.m.m. de cada fase.

Para sumar vectorialmente las f.m.m. se adoptará notación compleja según los ejes indicados en la Figura 5.

Se tiene:

$$M_a = KI_m \cos(\omega t)$$

$$M_b = KI_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$M_c = KI_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\sum \mathring{M} = \mathring{M}_a + \mathring{M}_b + \mathring{M}_c = 1 \cdot M_a + a \cdot M_b + a^2 \cdot M_c$$

$$a = 1\angle(2\pi/3) = e^{j2\pi/3},\ a^2 = 1\angle(-2\pi/3) = e^{-j2\pi/3}$$

Efectuando las operaciones indicadas se obtiene:

$$\sum \mathring{M} = \frac{3}{2} KI_m(\cos(\omega t) + j\sin(\omega t)) = \frac{3}{2} KI_m e^{j\omega t}$$

Luego, la f.m.m. resultante tiene un módulo, $\sum |M| = (3/2)KIm$, constante y gira a una velocidad angular constante. Esta es la llamada velocidad síncrona o sincrónica. El sentido de giro está determinado por la secuencia a–b–c. Es decir, para este caso de dos polos ($p = 2$) se ha demostrado que la velocidad sincrónica ω_s es igual a la frecuencia angular ω de la corriente alterna:

$$\omega_s \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right] = \omega \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$$

o bien:

$$n_s \text{ [rps]} = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{\omega}{2\pi} = f \text{ [Hz]}$$

$$n_s \text{ [rpm]} = 60f$$

La distribución de flujo magnético puede verse en la Figura 6, donde los sentidos indicados para las corrientes son los sentidos correspondientes a $t = 0$ ($i_a = I_m$, $i_b = -I_m/2$, $i_c = -I_m/2$). Compárese con la Figura 4.

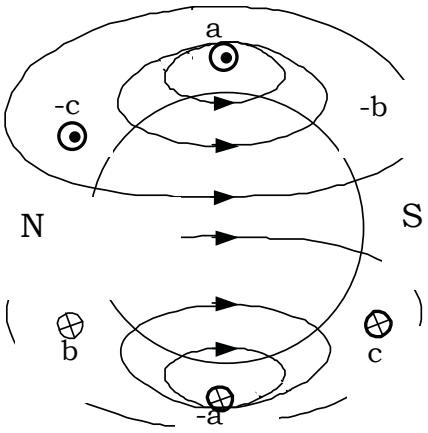


Figura 6: Campo magnético ($p = 2$).

En una máquina de 4 polos el campo se presentará según la Figura 7.

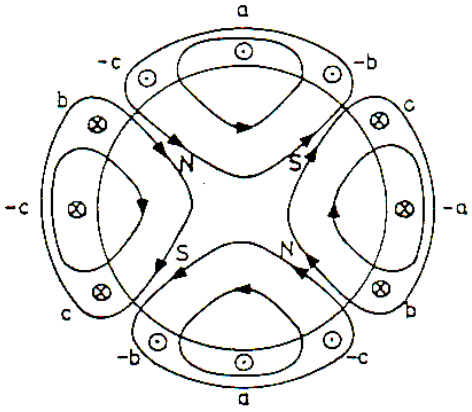


Figura 7: Campo magnético ($p = 4$).

En caso de un número de polos superior a 2, el campo girará a una velocidad inversamente proporcional a él, de modo que en general:

$$n_s = \frac{2}{p} \cdot 60f$$

$$n_s = \frac{120}{p}$$

donde:

- n_s: velocidad sincrónica (rpm).
- f: frecuencia eléctrica (Hz).
- p: número de polos

La Tabla 1 indica la velocidad sincrónica, para $f = 50$ Hz, para distinto número de polos.

n_s	3000	1500	1000	750	600	500	375	300	[rpm]
p	2	4	6	8	10	12	16	20	[polos]

Tabla 1: Velocidad síncrona para distintos números de polos

2.3. Deslizamiento

Si el rotor gira en el mismo sentido del campo rotatorio del estator, con una velocidad n [rpm], necesariamente n debe ser diferente de n_s para que circulen corrientes rotóricas y se produzca torque. Luego, el rotor atrasará en $(n_s - n)$ [rpm] al campo rotatorio del estator, definiéndose como deslizamiento del rotor este atraso referido a n_s:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

y por lo tanto:

$$n = n_s(1 - s)$$

Además, dado que la velocidad del campo magnético respecto del rotor es $n_s - n = sn_s$, la frecuencia de las corrientes rotóricas inducidas será:

$$f_r = sf$$

Debido a esta característica la máquina asíncrona puede usarse como transformador de frecuencia variable. En funcionamiento como motor de inducción los terminales del rotor permanecen cortocircuitados.

Las corrientes rotóricas dependerán del voltaje inducido y de la impedancia del rotor a la frecuencia de deslizamiento. Al estar detenida la máquina ($n = 0$), el deslizamiento vale $s = 1$. La frecuencia del rotor vale $f_r = f$. Una vez en marcha, la máquina alcanzará una velocidad n levemente inferior a la síncrona. Funcionando como motor, la máquina no alcanzará nunca la velocidad síncrona, ya que en este caso no hay corte de líneas de flujo por las barras del rotor, no se inducen voltajes ni corrientes rotóricas y el torque ejercido sería nulo.

Al rotar la máquina con velocidad n en el mismo sentido del campo, se inducirán corrientes de frecuencias sf en el rotor, las que a su vez producirán un campo que girará a sn_s [rpm] con respecto al rotor. Como el motor gira con una velocidad de n [rpm], la velocidad del campo rotórico en el espacio será la suma de ambas (la velocidad relativa y la de arrastre):

$$n_{(fmm\ motor)} = sn_s + n = sn_s + n_s(1 - s) = n_s$$

De esto se desprende que tanto el campo del estator como el del rotor giran a velocidad síncrona y están fijos uno respecto del otro, produciéndose de esta manera un torque continúo en la

máquina. El torque producido a cualquier velocidad de la máquina se denomina torque asíncrono. El funcionamiento normal del rotor se realiza dentro de un cierto rango de velocidad que va desde 90 a 97 % de n_s, lo que da una frecuencia de corriente rotórica entre 1.5 y 5 [c/s] (para $f = 50$ [c/s]).

2.4. Ondas de f.m.m. y de flujo en los enrollados

En la Figura 8 se muestran el estator y rotor extendidos, y se ha supuesto un flujo resultante de entrehierro de variación sinusoidal en el espacio. Este flujo avanzará a lo largo del entrehierro a velocidad síncrona y el rotor con velocidad n. El flujo inducirá en las barras del rotor (que puede ser embobinado o jaula de ardilla) una f.e.m, debido al deslizamiento existente, cuya variación a lo largo del entrehierro será semejante a la del flujo, como se indica en dicha figura.

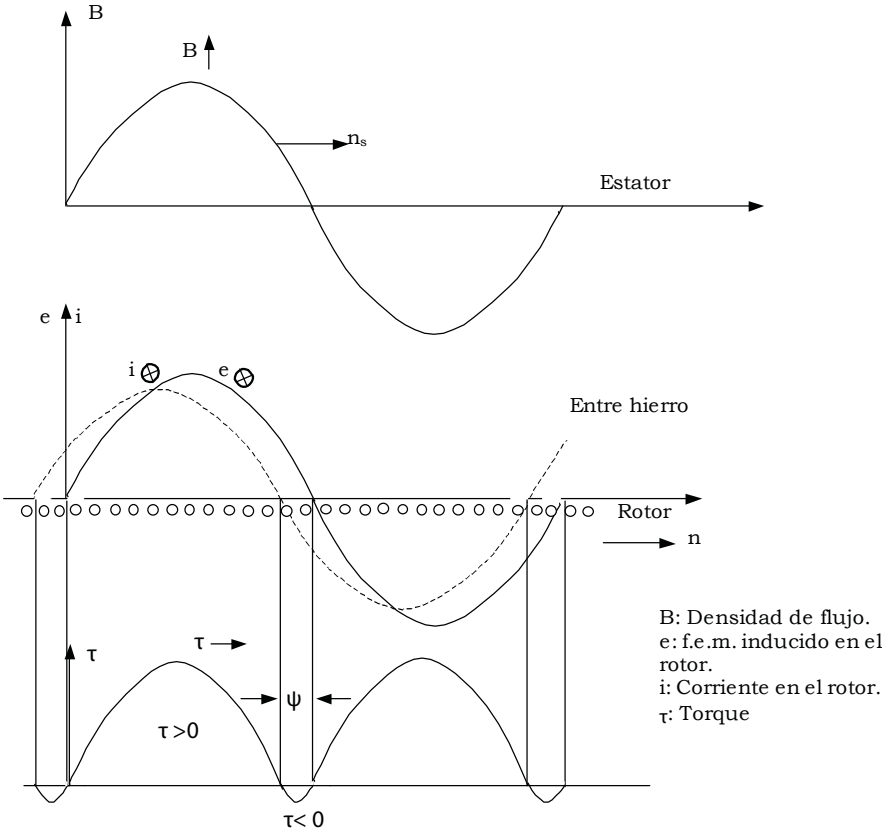


Figura 8: Distribución de B, e, i y τ.

Las corrientes rotóricas están atrasadas en un ángulo ψ respecto de las f.e.m. que las producen, debido a la inductancia que representan los conductores del rotor a la frecuencia de deslizamiento. La fórmula general del torque es:

$$\tau = KB_{max}I_{rmax}\cos(\psi)$$

El número de polos en el rotor es el mismo que el de la onda de flujo del estator, ya sea motor de jaula de ardilla o embobinado.

3. Circuito equivalente

3.1. Cantidades rotóricas referidas al estator

Para analizar cuantitativamente el funcionamiento de los motores de inducción deben referirse los valores de las corrientes y voltajes del rotor al estator. Supongamos un motor de rotor embobinado de igual número de polos y fases que el estator, teniendo el estator n_e espiras efectivas por fase y el rotor n_r espiras efectivas por fase. Se puede suponer el rotor reemplazado por otro de los mismos efectos magnéticos que el anterior pero de igual número de espiras efectivas que el estator. La relación entre la f.e.m. real del rotor E_r y la del rotor equivalente E_{2S} será:

$$\mathring{E}_{2s} = \frac{n_e}{n_r}\mathring{E} = a\mathring{E}_r$$

Además, para que sean equivalentes en su efecto electromagnético, entre las corrientes equivalentes debe cumplirse:

$$\mathring{I}_{2s} = \frac{n_r}{n_s}\mathring{I}_r = \frac{1}{a}\mathring{I}_r$$

La relación de impedancias será:

$$\mathring{Z}_{2s} = a^2\mathring{Z}_r$$

El circuito equivalente por fase será el de la Figura 9, teniéndose la siguiente relación:

$$\frac{\mathring{E}_{2s}}{\mathring{I}_{2s}} = \mathring{Z}_2 = r_2 + jsX_2$$

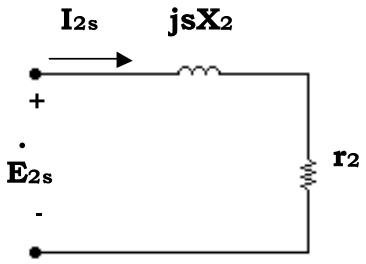


Figura 9: Circuito equivalente del rotor.

En el circuito, r_2 es la resistencia efectiva por fase del enrollado sX_2 la reactancia de fuga por fase a la frecuencia de deslizamiento sf. X_2 se define como la reactancia de fuga del enrollado del rotor a la frecuencia f del estator.

3.2. Circuito equivalente monofásico

En la deducción del circuito equivalente por fase se supondrá la máquina trifásica conectada en estrella para obtener corrientes de línea y voltaje fase-neutro.

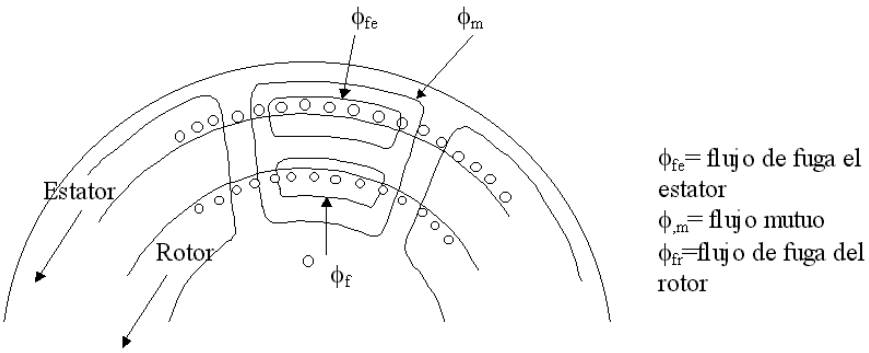


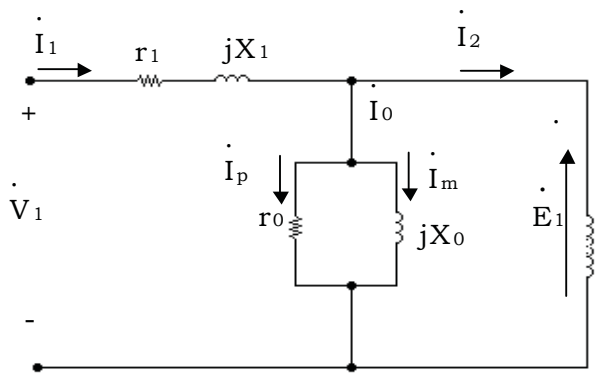
Figura 10: Flujos en el motor.

Los flujos dentro de la máquina pueden agruparse como en un transformador en flujo de fuga del estator, que sólo enlaza las espiras de éste, flujo mutuo, que enlaza tanto al estator como al rotor, y flujo de fuga del rotor, que sólo enlaza a éste último (Figura 10).

El flujo mutuo o de entrehierro (se supondrá que todo el flujo que cruza el entrehierro es mutuo), que gira con velocidad síncrona, inducirá en el estator una f.e.m. E_1 contraria al voltaje aplicado, tal que:

$$\mathring{V}_1 = \mathring{E}_1 + (r_1 + jX_1)\mathring{I}_1$$

El circuito equivalente será el de la Figura 11.



r_1 : Resistencia efectiva del estator por fase.
X_1 : Resistencia de fuga del estator por fase.
r_0 , X_0 : Resistencia y reactancia en derivación por fase

Figura 11: Circuito equivalente.

La componente I_2 de I_1 es la corriente del estator necesaria para contrarrestar la f.m.m.

producida por las corrientes rotóricas y la componente I_0 correspondiente a la corriente en vacío, siendo I_m la corriente necesaria para producir el flujo de entrehierro que a su vez induce la fuerza electromotriz E_1.

La rama r_0 incluye todas las pérdidas en vacío, a saber:

1. Pérdidas en el fierro del estator.
2. Pérdidas en el fierro del rotor (éstas son cero para $s = 0$ y máximas para $s = 1$).
3. Pérdidas por roce (en el aire, descansos, etc, que son función de n).
4. Pérdidas adicionales $r_1 I_0^2$ producidas por la componente I_0 de I_1. Al incluir estas pérdidas en r_0 se puede representar la rama en derivación del circuito equivalente en los terminales de entrada.

En cuanto al circuito equivalente del rotor, referido al estator puede verse una primera versión en la Figura 12.

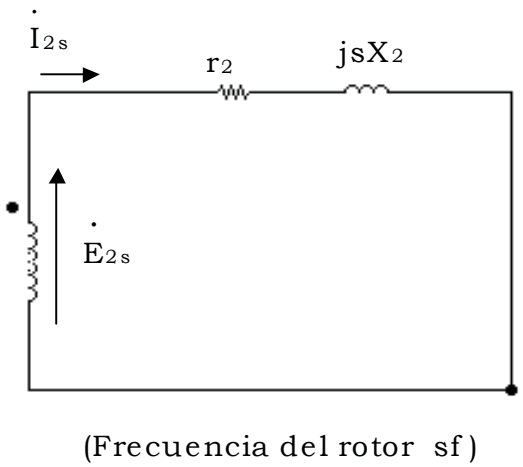


Figura 12: Circuito equivalente del rotor.

En el rotor el flujo de entrehierro induce una f.e.m. de frecuencia de deslizamiento E_{2s}. Debido a que la velocidad relativa de los conductores del rotor con respecto al flujo es igual a s veces la velocidad de los conductores del estator con respecto al flujo, se tiene que:

$$\mathring{E}_{2s} = s\mathring{E}_1$$

Como los ampéres-vuelta del estator y del rotor deben anularse, debe cumplirse:

$$\mathring{I}_{2s} = \mathring{I}_2$$

En esta representación del rotor la potencia que entra a él es sólo $sE_1 I_2^*$ y no lo que observa desde el estator: $E_1 I_2^*$.

En lo que respecta a potencia activa sólo están representadas las pérdidas en el enrollado del rotor:

$$P_r = r_2 I_2^2$$

La potencia mecánica no está representada, la que sí está incluida en la potencia activa total transferida del estator al rotor, es decir:

$$P_r = \mathrm{Re}\left[\mathring{E}_1 \mathring{I}_2^*\right] = \frac{1}{s}\mathrm{Re}\left[s\mathring{E}_1 \mathring{I}_2^*\right] = \frac{1}{s} r_2 I_2^2 = \frac{P_r}{s}$$

Se tiene que:

$$P_r = P_r + P_{mec1\phi}$$

donde,

- $P_{mec1\phi}$: Potencia mecánica correspondiente a una fase (1/3 del total).

En la Figura 13 se ha modificado la representación del rotor respecto de la Figura 11, dividiendo tanto los voltajes como las impedancias por s. La corriente no cambia. El nivel de potencia es el de la Figura 11 dividido por s, por lo tanto corresponde al total. Se incluye la potencia mecánica.

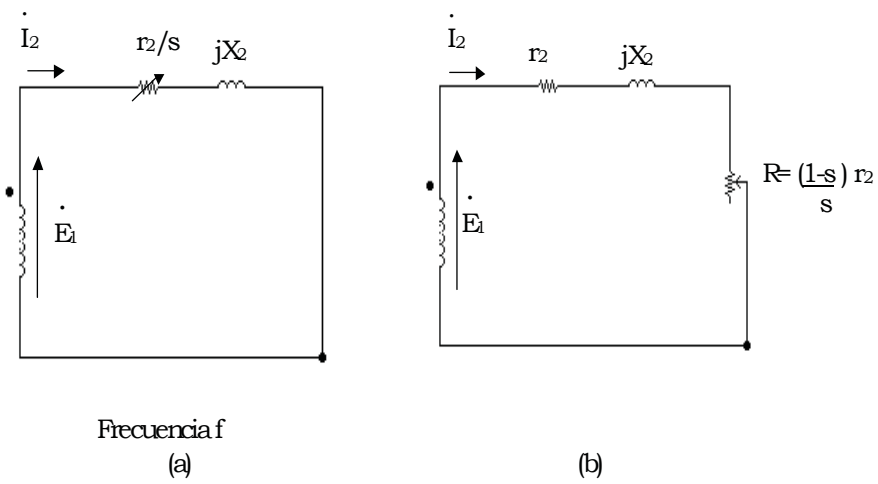


Figura 13: Representación del rotor.

Para separar las pérdidas en el enrollado del rotor de la potencia mecánica se procede a la representación de la Figura 13 (b) en que se ha aplicado:

$$\frac{r_2}{s} = r_2 + \frac{1-s}{s} r_2$$

Se define:

$$R = \frac{1-s}{s} r_2$$

que es una resistencia ficticia que representa la carga mecánica acoplada en el eje. Al calcular potencias:

$$P_r = \frac{r_2}{s} I_2^2 = r_2 I_2^2 + R I_2^2$$

Es importante que, aunque los fenómenos en el rotor ocurren a frecuencia de deslizamiento, todas las corriente y voltajes referidos al estator son de frecuencia f_{est}, ya que el estator sólo ve campos y ondas de f.m.m. que giran a la velocidad síncrona.

El circuito equivalente exacto será el de la Figura 14.

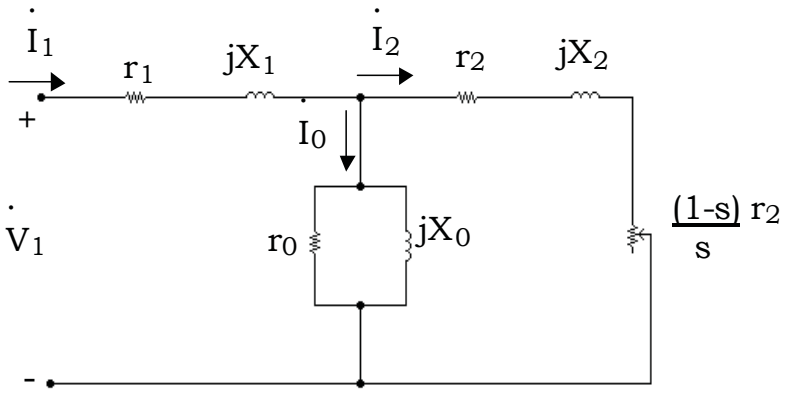


Figura 14: Circuito equivalente monofásico exacto.

En la práctica suele trabajarse con el circuito equivalente aproximado, trasladando la rama que corresponde a la corriente en vacío a los terminales de entrada (Figura 15).

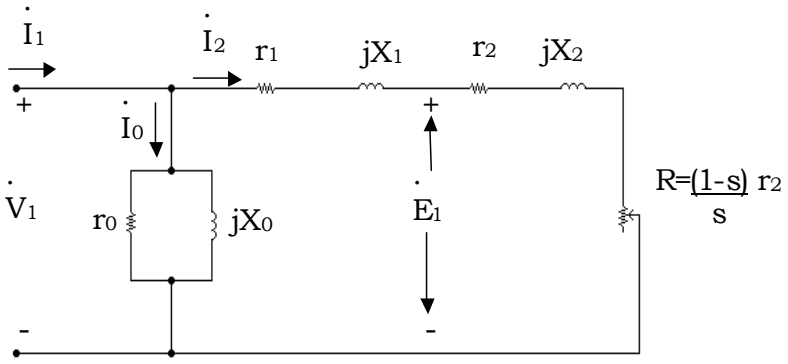


Figura 15: Circuito equivalente aproximado.

3.3. Ecuaciones de comportamiento electromecánico

De la Figura 15 se deduce:

$$\mathring{I}_2 = \frac{\mathring{E}_1}{\frac{r_2}{s} + jx_2} = \frac{\mathring{V}_1}{\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right) + j(X_1 + X_2)}$$

O sea:

$$I_2 = \frac{V_1}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

En cuanto a la potencia mecánica total:

$$P_{mec} = \frac{3(1-s)}{s} r_2 I_2^2$$

El torque desarrollado por la máquina:

$$\tau = \frac{P_{mec}}{\omega_{mec}}$$

siendo:

$$\omega_{mec} = (1-s)\omega_s = (1-s)\frac{4\pi f}{p}$$

Sustituyendo, se obtiene:

$$\tau = \frac{3(1-s)}{s} r_2 I_2^2 \left(\frac{p}{(1-s)4\pi f} \right)$$

$$\tau = \frac{3p}{4\pi f} \cdot \frac{I_2 r_2}{s}$$

Reemplazando I_2:

$$\tau = \frac{3p}{4\pi f} \cdot \frac{V_1^2 \cdot \frac{r_2}{s}}{\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}$$

4. Diagrama de circulo

4.1. Deducción del diagrama de circulo

Al analizar el diagrama fasorial de un motor trifásico de inducción referido al estator se puede demostrar que, para condiciones de carga variable, el extremo del fasor I_2 recorre un círculo.

La demostración se hará en base al circuito equivalente aproximado. Para el estudio completo puede revisarse la bibliografía.

Según la Figura 14, se tiene:

$$I_2 = \frac{V_1}{Z_T}$$

$$Z_T = \left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right) + j(X_1 + X_2)$$

Siendo θ_r el ángulo de la impedancia Z_T:

$$\sin\theta_r = \frac{X_1 + X_2}{Z_T}$$

Luego:

$$I_2 = \frac{V_1}{X_1 + X_2}\sin\theta_r$$

Esto corresponde a la ecuación de un círculo en coordenadas polares (Figura 16).

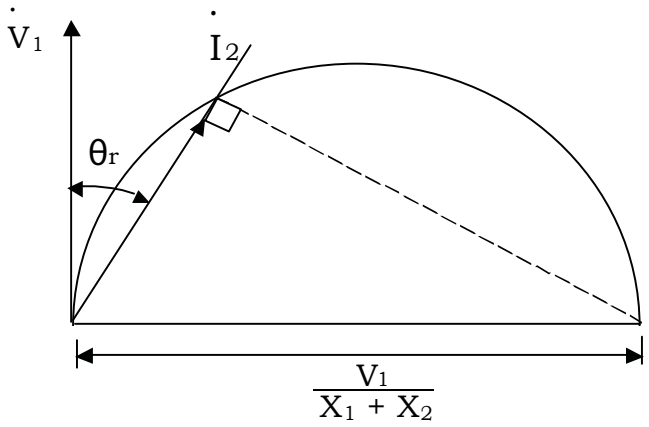


Figura 16: Diagrama de circulo.

Para completar el diagrama fasorial hay que sumar fasorialmente a I_2 la corriente en vacío I_0 para obtener I_1.

Como I_0 permanece aproximadamente constante para cualquier condición de carga, bastará trasladar el origen en el vector I_0 quedando el círculo sin alteración (Figura 17).

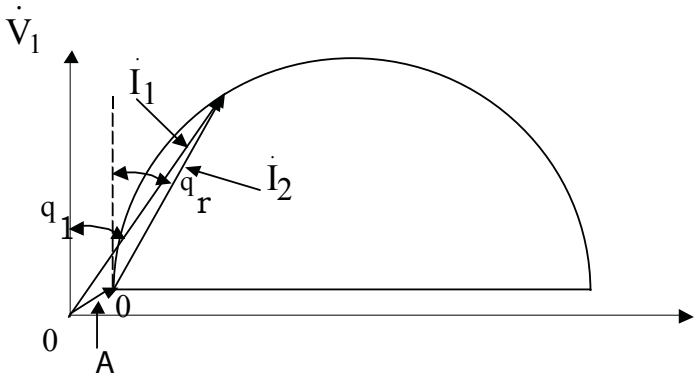


Figura 17: Diagrama de circulo incluyendo corrientes en vacío.

Para $\sin\theta_r = 0$, se tiene $Z_T = \infty$, o sea $R = \infty$, es decir, $s = 0$, $n = n_s$. Esta es la condición de funcionamiento en vacío que está representada por el punto A del diagrama (Figura 17) ($I_2 = 0$, $I_1 = I_0$).

En la Figura 18 se resumen los aspectos relevantes del diagrama. La corriente en vacío es OA. El punto A corresponde a $s = 0$ ($n = n_s$).

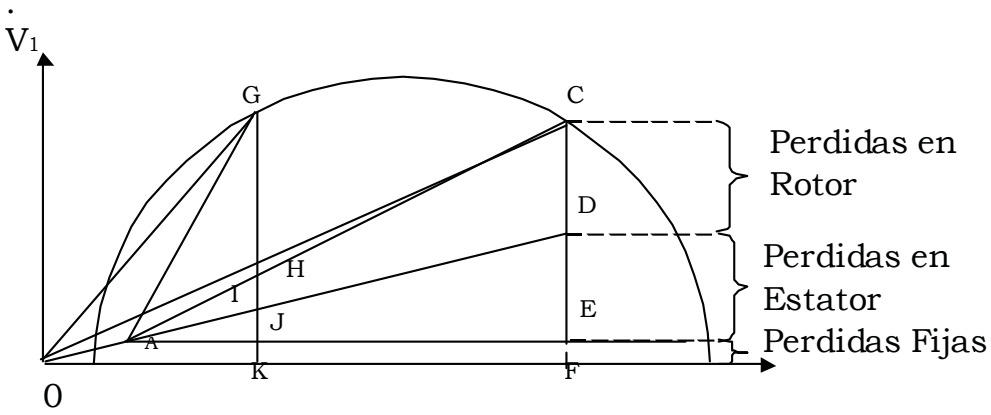


Figura 18: Diagrama de circulo completo.

C corresponde a rotor bloqueado ($N = 0$) $s = 1$. La corriente de rotor bloqueado es OC.

$$\sin\theta_{r,bloq} = \frac{X_1 + X_2}{\sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

4.2. Representación de la potencia activa y de las pérdidas

Descomponiendo OC en su componente reactiva (OF) y activa (CF) se tendrá que la potencia activa consumida por el motor con rotor bloqueado valdrá:

$$P_{bloq} = 3V_1 \cdot \text{CF}$$

Como V_1 = cte. las distancias verticales en el diagrama son proporcionales a la potencia. El punto D sobre CF queda ubicado de manera que CD/DE = r_1/r_2, o sea que CD es proporcional a las pérdidas en el rotor y DE es proporcional a las pérdidas en el estator.

Sea G un punto de funcionamiento cualquiera con $N_s > n > 0$ ($1 > s > 0$). La corriente por fase es OG. Puede demostrarse que:

$$\frac{\overline{AG}^2}{\overline{AC}^2} = \frac{HJ}{CE} = \frac{HI}{CD} = \frac{IJ}{DE}$$

Luego, el trazo HI representa para ese estado de funcionamiento las pérdidas en el cobre del rotor e IJ representa las pérdidas óhmicas en el estator.

4.3. Resumen de las variables representadas

En el diagrama de círculo (Figura 17) se tendrá las siguientes relaciones usando una escala apropiada:

GK	=	Potencia de entrada al motor.
JK	=	Pérdidas fijas.
HI	=	Pérdidas en el cobre del rotor (P_r).
IJ	=	Pérdidas en el cobre del estator.
HK	=	Pérdidas totales
H	=	Potencia mecánica entregada por el motor (P_{mec}).
GI	=	Potencia transferida al rotor $P_r = P_r/s$.
GH/GK	=	Eficiencia o rendimiento.
HI/GI	=	Deslizamiento s.
GH/GI	=	$1 - s$ = proporcional a la velocidad.
GK/GO	=	Factor de potencia.

El diagrama de círculo permite obtener las características de funcionamiento del motor en todo su rango de operación.

4.4. Pruebas en vacío y de rotor bloqueado

Para obtener el diagrama de círculo deben realizarse la prueba en vacío, la prueba de rotor bloqueado y la medición de resistencia de los enrollados del estator.

4.4.1. Prueba en vacío

Esta prueba debe hacerse a voltaje, frecuencia y velocidad nominales. Se leen la corriente I_0, el voltaje V_0 y la potencia absorbida P_0; las pérdidas fijas suelen tomarse como las pérdidas en

vacío menos las pérdidas óhmicas en el enrollado del estator.

Es decir:

$$\text{Pérdidas fijas} = \text{Pérdidas en vacío} - 3I_0^2 r_1$$

Con los datos obtenidos de esta prueba, (I_0, V_0, P_0) se determina el punto A del diagrama (Figura 19).

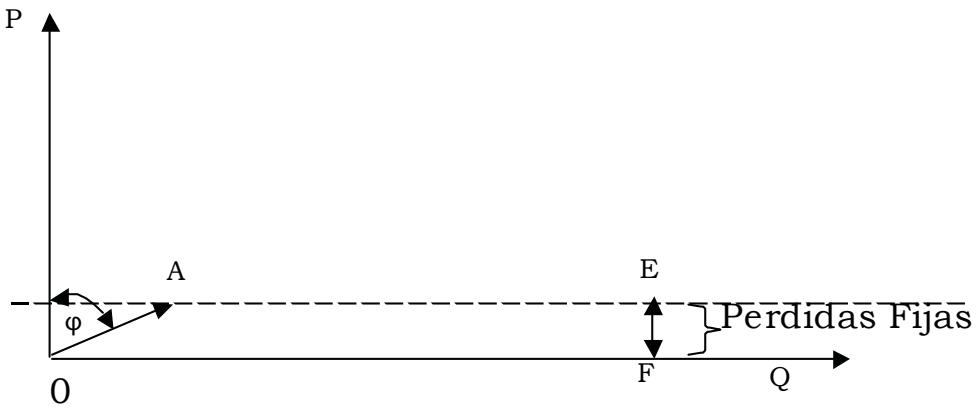


Figura 19: Prueba en vacío.

Como el diagrama se obtiene para $V_1 = \text{cte}$, el eje vertical (ordenada) va a ser proporcional a la potencia activa y el eje horizontal (abscisa), a la potencia reactiva.

4.4.2. Prueba de rotor bloqueado

Esta prueba se realiza a voltaje reducido, corriente nominal y frecuencia nominal. Las pérdidas en el fierro son reducidas debido a que el flujo es pequeño. Luego, puede suponerse que toda la potencia se disipa en el cobre.

La prueba en forma práctica se hace impidiendo que el rotor de la máquina gire, y se varía lentamente el voltaje de entrada, desde un valor muy pequeño o cero, aumentándolo hasta obtener la corriente nominal en el motor. Se leen entonces I_{rb}, V_{rb} y P_{rb} que son respectivamente corriente de rotor bloqueado (I_n del motor), voltaje reducido de entrada y potencia disipada.

Es así como de esta prueba se obtiene el voltaje necesario para que circule en los enrollados de la máquina la corriente nominal de ésta. Pero este voltaje es reducido; luego, si el voltaje aplicado fuese el nominal, entonces la corriente obtenida habría sido:

$$I'_{rb} = I_{rb}\frac{V_n}{V_{rb}}$$

$$Q_{rb} = \sqrt{(V_{rb}I_{rb})^2 - P_{rb}^2}$$

Siendo en general $X_1 \approx X_2$

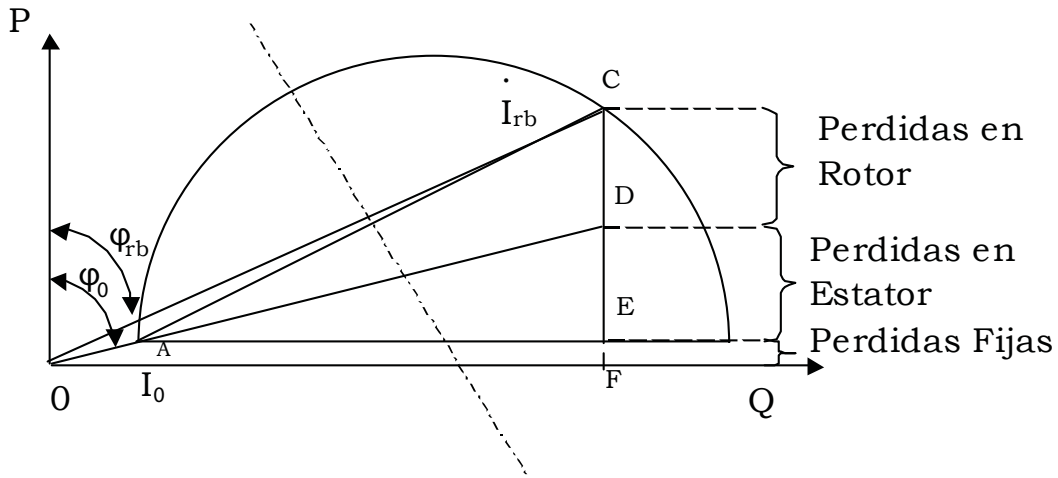


Figura 20: Obtención experimental del diagrama del circulo.

5. Característica torque velocidad

5.1. Forma de la curva de torque

La ecuación de torque deducida es:

$$\tau = \frac{3p}{4\pi f} \cdot \frac{V_1^2 \cdot \frac{r_2}{s}}{\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}$$

Considerando que sólo la velocidad (luego s) es la única variable, resultante la curva indicada en la Figura 21 para todo el rango posible de velocidades.

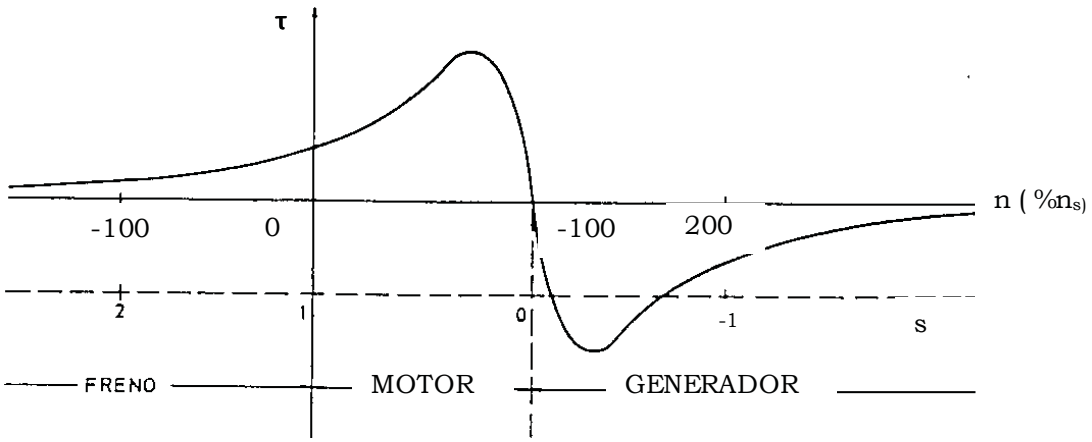


Figura 21: Curva $\tau - n$.

La máquina funciona como motor cuando $s > 0$ y como generador cuando $s < 0$. Cuando $s > 1$ la máquina está rotando en sentido contrario al campo rotatorio, funcionando como freno eléctrico. En las regiones de $s > 1$ la potencia resulta negativa.

El torque máxima desarrollado por la máquina, y la potencia máxima, pueden determinarse a partir del diagrama de círculo o a partir de la expresión analítica. Haciendo $d\tau/ds$, para determinar el máximo de torque, se obtiene el deslizamiento para torque máximo que vale:

$$s_{\tau,max} = \frac{r_2}{\sqrt{r_1^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

La expresión de torque máximo se obtiene reemplazando el valor anterior de s en la expresión analítica de τ obteniéndose:

$$\tau_{max} = \frac{3p}{8\pi f} \cdot \frac{V_1^2}{r_1 + \sqrt{r_1^+ (X_1 + X_2)^2}}$$

5.2. Efecto de la resistencia del rotor

La expresión del torque máximo resulta independiente del valor r_2. El valor de r_2 sólo influye en el deslizamiento para el cual se produce el torque máximo, según se indica en la Figura 22

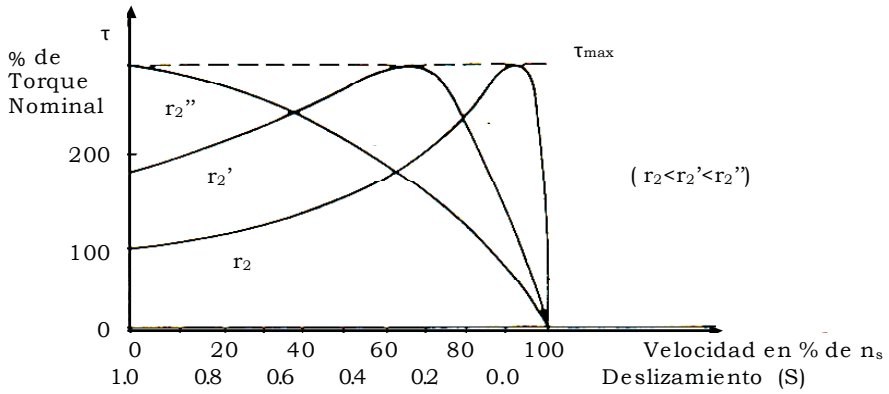


Figura 22: Variación de resistencia de rotor.

De lo anterior se desprende que la elección de la resistencia del rotor está basada en un compromiso entre obtener una buena eficiencia bajo condiciones de funcionamiento normal, lo que significa baja resistencia de rotor, y por otra parte conseguir un torque de partida suficientemente alto con corrientes de partida no muy elevadas, lo que significa alta resistencia en el rotor.

La forma de variar la resistencia del rotor, depende del tipo de motor.

5.2.1. Motor de rotor embobinado

En este caso, los tres terminales del embobinado del rotor son accesibles mediante anillo rozantes en contacto con escobillas. Así, en la partida pueden conectarse resistencias exteriores en serie con el embobinado del rotor para aumentar el torque de partida, disminuir la corriente de partida y mejorar el factor de potencia. Mediante una elección adecuada de resistencias puede obtenerse el torque máximo en el instante de partida (Ver Figura 23).

En funcionamiento normal estas resistencias exteriores son cortocircuitadas.

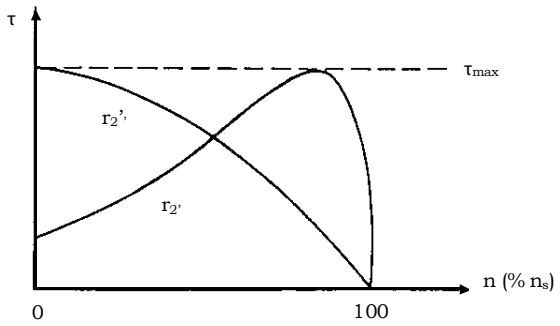


Figura 23: Desplazamiento de torque máximo a la partida.

5.2.2. Motor de jaula de ardilla

Debido a que la frecuencia en el rotor a la partida es de 50 c/s y en funcionamiento normal sólo de algunos ciclos, se pueden adoptar diseños especiales de las barras de la jaula con el fin de aumentar la resistencia efectiva de los conductores a la partida varias veces sobre la resistencia a la frecuencia de deslizamiento.

Los diseños más usuales son los denominados de barra profunda y de doble jaula de ardilla (Figura 24).

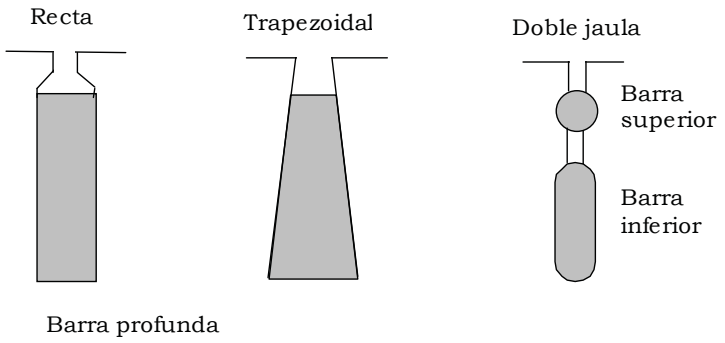


Figura 24: Rotores especiales.

Estos diseños se basan en aumentar la reactancia de las secciones inferiores del conductor, o de la barra inferior en la doble jaula, por estar enlazados por un mayor flujo de fuga, forzando de esta manera a la corriente a circular por las secciones superiores de la barra, aumentando así la resistencia efectiva de ésta a la partida. En el caso doble jaula se fabrica la barra superior de un material de mayor resistividad que el cobre, como bronce por ejemplo. A la frecuencia de deslizamiento la incidencia de las reactancias de fuga es casi nula en la repartición de corriente, por lo cual la resistencia efectiva del rotor alcanza a un mínimo.

5.3. Clasificación NEMA de motores tipo jaula de ardilla

De acuerdo a las distintas características que pueden adoptar los motores tipo jaula de ardilla, dependiendo del diseño de las barras del rotor, se han normalizado los siguientes tipos, según normas NEMA:

- **Clase A:** Torque normal de partida, corriente normal de partida, deslizamiento pequeño. Son los más usuales, de uso general, poseen una jaula simple de baja resistencia. Son de aplicación general, $0.5 - 200$ HP:

$$\tau_{max} \approx 200\,\% \ \tau_{\text{nominal}}$$
$$\tau_{partida} = 100 - 150\,\% \ \tau_{\text{nominal}}$$
$$\tau_{partida} = 5 - 8 \text{ veces } I_{\text{nominal}}$$

- **Clase B:** Torque normal de partida, baja corriente de partida, deslizamiento pequeño. Son generalmente de rotor con barra profunda. Son de aplicación general entre $7.5 - 200$ HP. El torque máximo y el factor de potencia son algo inferiores que en clase A debido al mayor flujo de fuga de las barras del rotor.
- **Clase C:** Alto torque de partida, baja corriente de partida. Son de rotor de doble jaula. Tienen menor eficiencia y mayor deslizamiento que los anteriores.
- **Clase D:** Alto torque de partida, deslizamiento grande. Son de jaula simple de alta resistencia. Se usan en accionamientos de cargas intermitentes. En la Figura 25 se ilustran las respectivas curvas de torque.

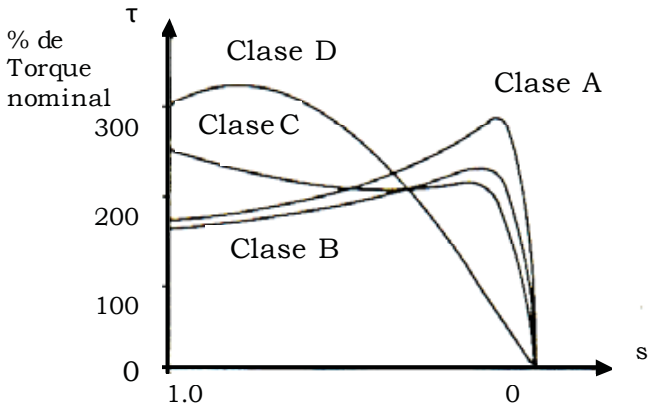


Figura 25: Clases de motores según NEMA.

6. Partida de motores de inducción

6.1. Métodos de partida

Los motores de rotor embobinado se hacen partir con resistencia adicionales en el circuito del rotor. En motores grandes pueden usarse resistencias líquidas para disipar las pérdidas en la partida (Figura 26).

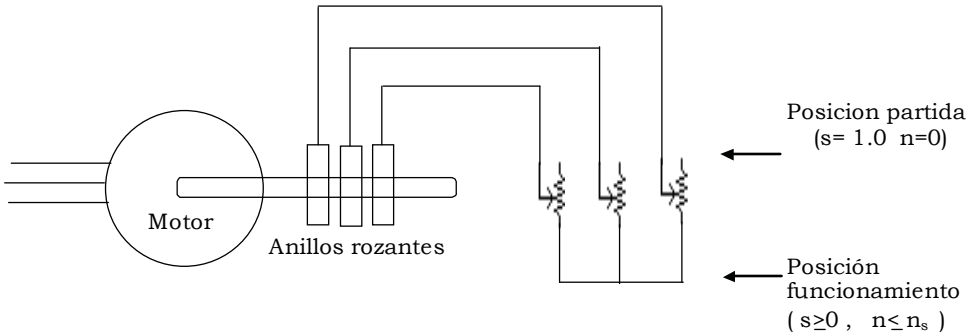


Figura 26: Partida de motor con rotor bobinado.

Las resistencias adicionales pueden reducirse en forma continua o intermitente a medida que el motor va acelerando, de manera de obtener siempre un torque alto en todo el rango de velocidades (Figura 27).

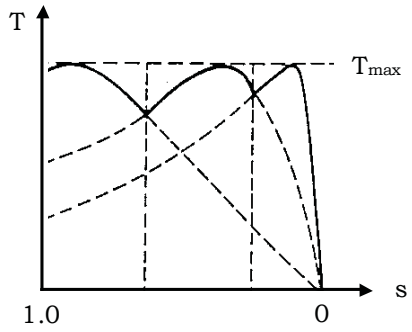
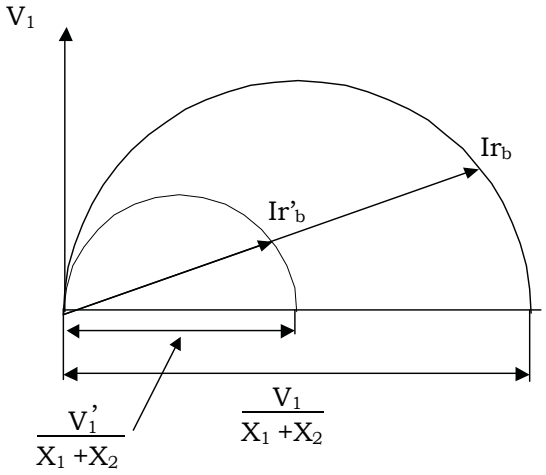


Figura 27: Control de torque en la aceleración.

En motores con jaula de ardilla se recurre, en general, al método de reducir el voltaje a la partida, reduciéndose con esto la corriente de partida y disminuyendo la carga reactiva a la red.

En el diagrama de círculo de la Figura 28, se observa el efecto de reducir el voltaje al motor.

Motores de menos de 10 HP aproximadamente se conectan directamente a pleno voltaje a la partida, siempre que el sistema soporte las corrientes de partida y la carga reactiva a la red.



Ir_b :Corriente de partida a Pleno voltaje V_1

Ir'_b :Corriente de partida a Pleno voltaje V_1'

Figura 28: Efecto de reducir el voltaje.

6.2. Métodos para reducir voltaje de partida

6.2.1. Autotransformador de partida

El voltaje reducido para la partida se puede obtener de un autotransformador como se indica en la Figura 29, donde la secuencia de operaciones a la partida debe ser:

1. Contactos 1 y 3 cerrados; contactos 2 abiertos.
2. Abren contactos 1 y 3.
3. Cierran contactos 2.

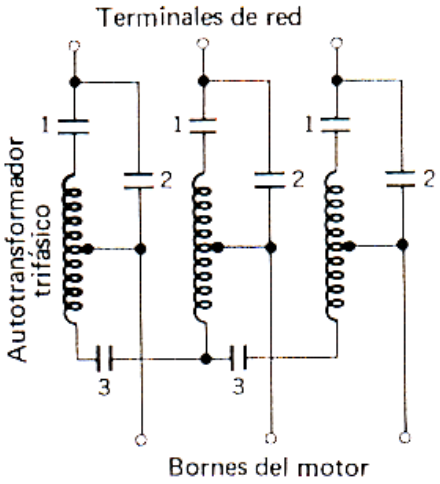


Figura 29: Autotransformador de partida.

Algunos autotransformadores vienen provistos de varios taps de 50 %, 65 % y 80 % del voltaje nominal, que son aplicados sucesivamente a la partida. Las curvas de torque v/s velocidad para distintos voltajes son las de la Figura 30 (el torque varía con el cuadrado del voltaje).

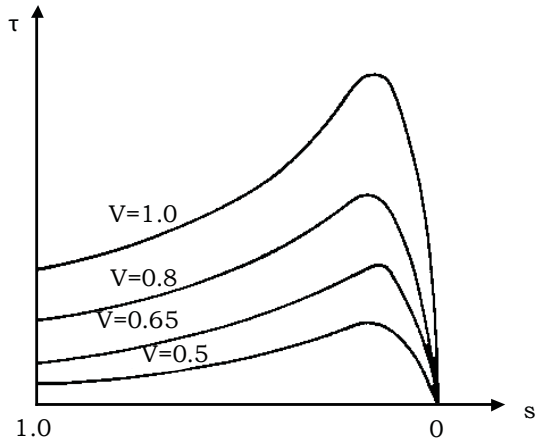


Figura 30: Curvas $\tau - \omega$ con autotransformador de partida.

6.2.2. Partida con resistencias en serie con el estator

Se conectan resistencias en cada fase para obtener voltaje reducido como se muestra en la Figura 31. Se pueden distinguir las siguientes características al utilizar un control de arranque mediante resistencias:

- Mejora el $\cos\varphi$ en el arranque.
- Permite otras alternativas de reducción.
- Acción reductora más fuerte en el arranque.

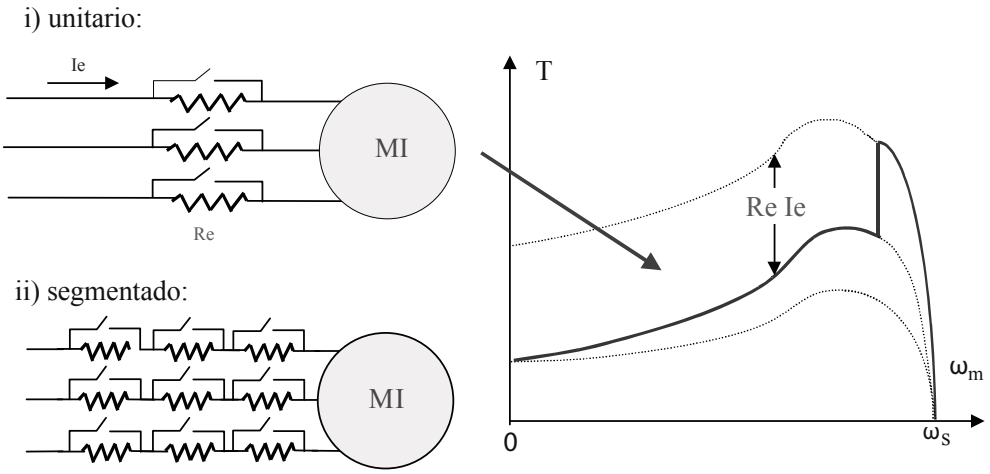


Figura 31: Partida con resistencias.

6.2.3. Partida estrella delta

En algunos motores es posible conectar los enrollados de cada fase en estrella a la partida y en delta durante el funcionamiento. Con esto se consigue que el voltaje a la partida sea sólo $1/\sqrt{3} = 0.577$ del voltaje nominal. Como el torque es proporcional al cuadrado del voltaje, resulta que queda disminuido a 1/3 del original de partida, y la corriente por los enrollados a $1/\sqrt{3}$ de la original de partida. Estos motores deben tener 6 contactos en el estator (Figura 32). Se usan en motores de potencias medias y altas (sobre 5 HP generalmente) cuando las corrientes de partida son elevadas y no es necesario alto torque de partida. En la Figura 33 se puede apreciar la curva de torque obtenida.

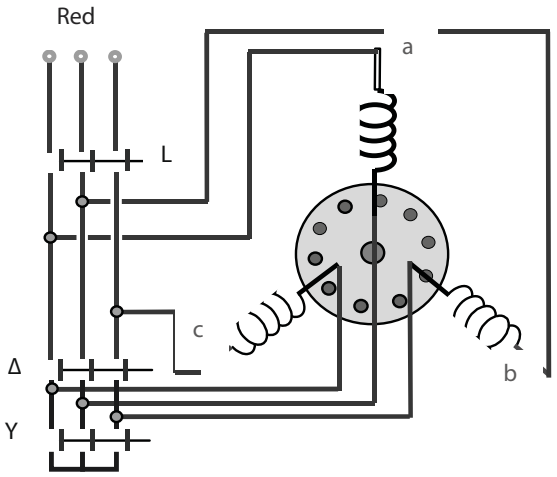


Figura 32: Partidor estrella delta.

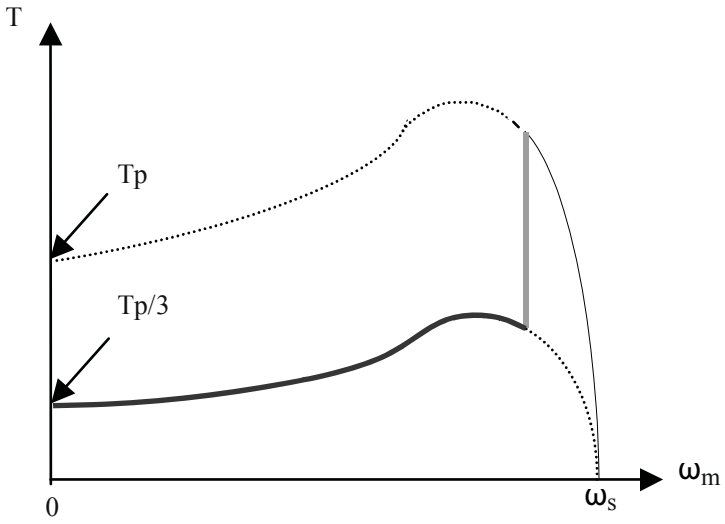


Figura 33: Curva de torque con partidor estrella delta.

6.2.4. Arranque con partidor electrónico tipo "soft starter"

La magnitud de la corriente Ie se va controlando a través del ángulo de retardo del encendido α. Con $\alpha = 180°$, la corriente es nula, y con α cercano a los 80° o menos, la corriente de arranque es máxima. Este ángulo se controla con el disparo de los tiristores en el **control**. En la Figura 34 se aprecia la implementación de este tipo de control, además del voltaje fase neutro obtenido.

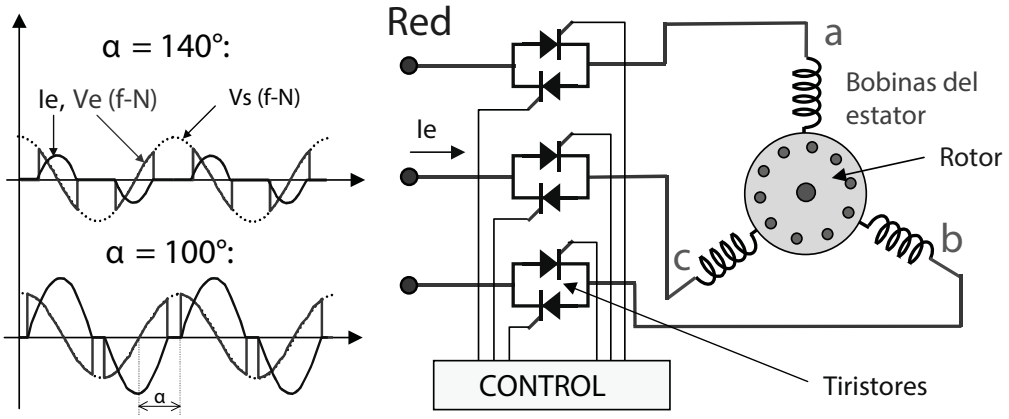


Figura 34: Arranque con partidor Soft Starter.

6.2.5. Arranque y control con variador de frecuencia

Este sistema muy evolucionado hoy en día, no sólo permite control de arranque con bajas corrientes y alto torque, sino que además, un fino control de la velocidad. Un esquema de este método de arranque se observa en la Figura 35.

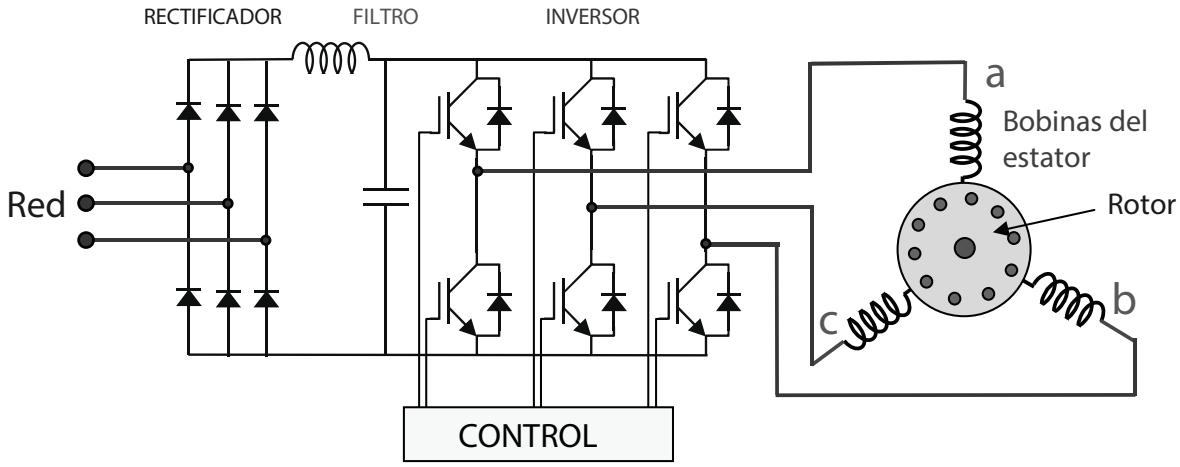


Figura 35: Control de frecuencia.

7. Métodos de regulación de velocidad

El motor de inducción es esencialmente de velocidad constante (cercana a la velocidad síncrona) sin embargo en muchas aplicaciones es necesario operar con diferentes velocidades o poder variar éstas continuamente.

Para variar la velocidad del motor de inducción puede cambiarse la velocidad síncrona de éste por los siguientes métodos:

- Cambio del número de polos.
- Variación de la frecuencia de alimentación.

Otros métodos consisten en variar el deslizamiento de la máquina, como por ejemplo mediante:

- Variación del voltaje de línea.
- Variación de la resistencia del rotor.

7.1. Variación del número de polos

Mediante un cambio en las conexiones de los enrollados puede conseguirse una variación del número de polos en una proporción de 2:1. De esta manera el motor posee dos velocidades síncronas a elección. Estos motores son generalmente del tipo jaula de ardilla. En motores de rotor embobinado sería necesario alterar el número de polos de rotor tal como en el estator.

El efecto de cambiar el número de polos se visualiza en la Figura 36, donde los conductores $a - a$, $a' - a'$, son parte de una fase del enrollado del estator. Las otras fases no se dibujan. En la Figura 36 (a) están conectados para 4 polos y en la Figura 36 (b) están conectados para dos polos.

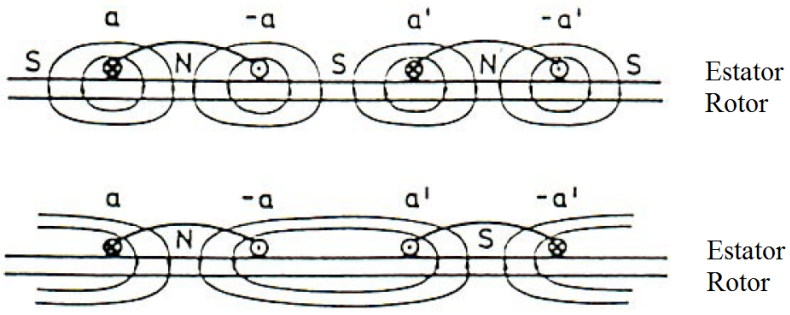


Figura 36: Variación del número de polos.

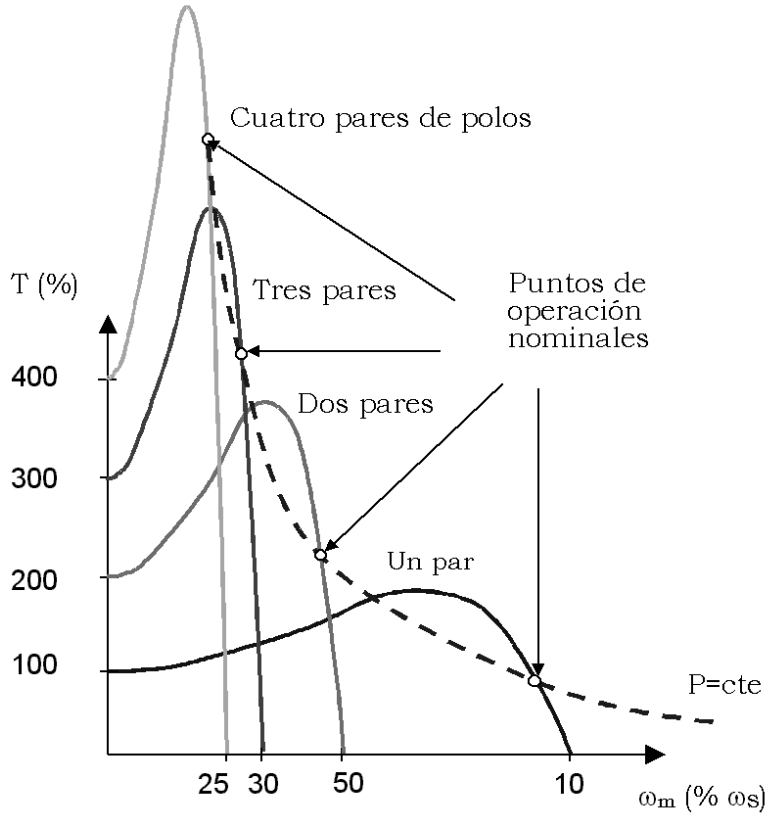


Figura 37: Curvas de operación con control de velocidad mediante cambio de número de polos.

7.2. Variación de frecuencia

La velocidad síncrona de una máquina de inducción puede controlarse variando la frecuencia de alimentación. Para mantener la densidad de flujo constante y con esto mantener el torque máximo de la máquina, debe variarse conjuntamente con la frecuencia el valor del voltaje aplicado. Como conversor de frecuencia puede usarse un motor de inducción de rotor embobinado, o dispositivos electrónicos de potencia (ver punto 6.2.5). Este sistema de control presenta las siguientes características:

- Control continúo en todo el rango de frecuencias.
- Sobre la velocidad síncrona nominal ω_σ, puede operar a $P = \text{cte}$, pero bajo ella, sólo opera a $T = \text{cte}$.
- Permite múltiples combinaciones de velocidad y torque.
- Puede operar permanentemente en cualquier punto del área sombreada de la Figura 38.

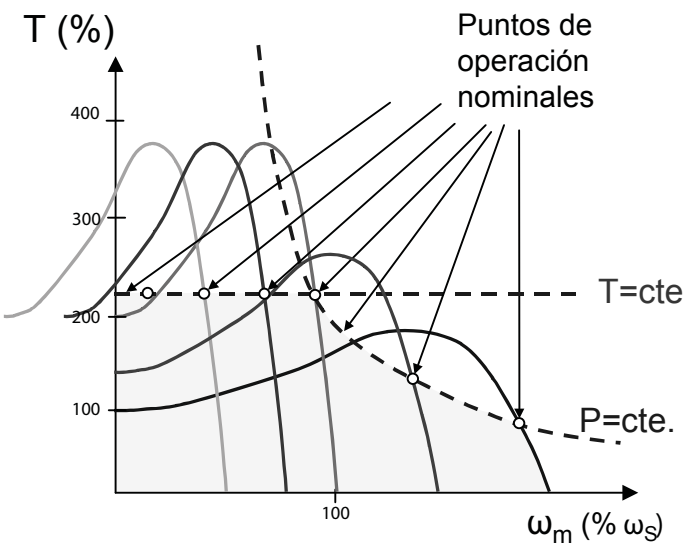


Figura 38: Control de velocidad por frecuencia.

7.3. Variación del voltaje de línea

El torque interno de la máquina es proporcional al cuadrado del voltaje aplicado. Según la característica de torque de carga, variará el punto de operación del sistema y con esto la velocidad y el deslizamiento (ver Figura 39).

Este método se usa en motores pequeños.

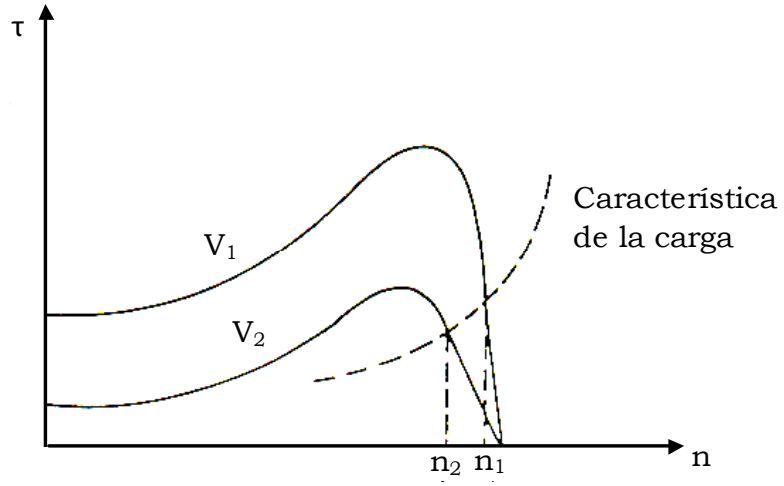


Figura 39: Variación de V.

7.4. Variación de la resistencia en el rotor

Es aplicable sólo a motores de rotor embobinado. Al variar la resistencia en el rotor se desplaza la característica del torque de la máquina y el nuevo punto de operación se fija en la intersección de la nueva curva de torque con la característica de la carga. La desventaja de este tipo de regulación reside en su baja eficiencia a baja velocidad y mala regulación de velocidad para fluctuaciones en la carga.

Otros métodos con los cuales también es posible variar el deslizamiento del motor, emplean dispositivos que permiten alimentar con frecuencia apropiada los enrollados del rotor, fijando de esta manera el deslizamiento de la máquina (sistemas Leblanc, Kramer, Schrage, etc) [1].

8. Aplicaciones especiales

8.1. Convertidor de frecuencia

Se ha visto que en el rotor de un motor de inducción se inducen voltajes de frecuencias distintas a la de la red. En la Figura 40 se muestra un sistema en el cual se inducen en el rotor de la máquina de inducción frecuencias mayores a la de la red.

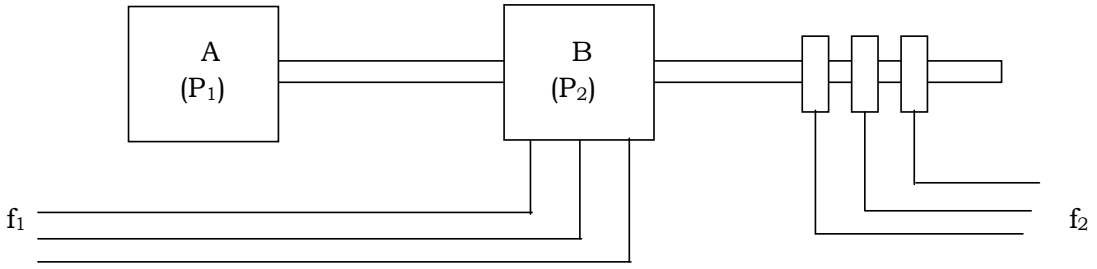


Figura 40: Convertidor de frecuencia.

La máquina A es un motor de inducción (o síncrono) que rota aproximadamente a su velocidad síncrona. La máquina B está conectada de tal manera que el campo rotatorio que se induce en el estator gira en sentido contrario al movimiento del eje, pudiéndose demostrar que se obtiene con esto un deslizamiento en B que vale:

$$s = 1 + \frac{P_2}{P_1}$$

Luego la frecuencia:

$$f_2 = f_1 \left(1 + \frac{P_2}{P_1}\right)$$

Mediante una elección adecuada de P_1 y P_2 puede obtenerse distintas frecuencias f_2.

8.2. Regulador de inducción

La máquina de inducción de rotor bobinado puede emplearse para regular la tensión de una línea de alimentación. La conexión es como la indicada en la Figura 41, donde P representa los enrollados primarios y S los enrollados secundarios, pudiendo emplearse los enrollados de estator o rotor como primario, o alternativamente como secundario (sin embargo, por ser la corriente secundaria cercana a 10 veces la primaria es conveniente conectar el rotor como primario y el estator como secundario). El motor debe estar con rotor bloqueado, comportándose igual que un transformador en que las tensiones entre las líneas a', b', c' serán mayores o menores que las tensiones entre a, b, c, dependiendo de la posición relativa de estator y rotor.

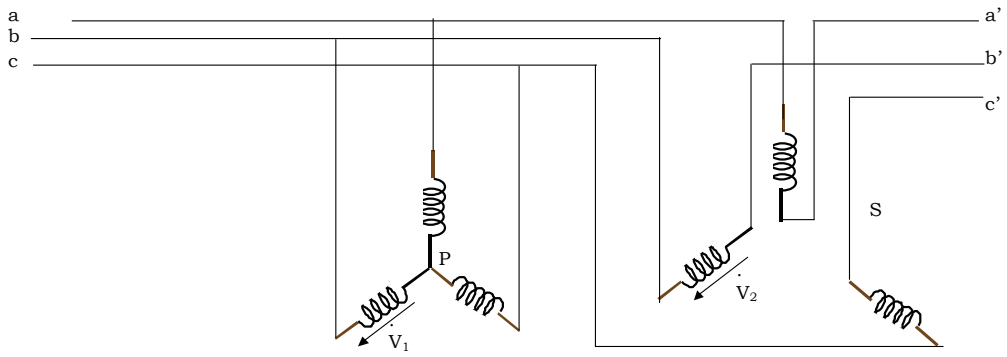


Figura 41: Regulador de inducción.

El voltaje inducido en el secundario por el campo rotatorio del primario será de magnitud constante, pero el desfase con respecto al primario dependerá de la posición del rotor con respecto al estator. Según se ve del diagrama fasorial (Figura 42), el voltaje secundario V_2 puede variarse desde V_2 a $V_1 + V_2$ girando el rotor en 180º eléctricos. Un desplazamiento intermedio produce un desfase entre 180º y 0º de los voltajes V_2 y V_1.

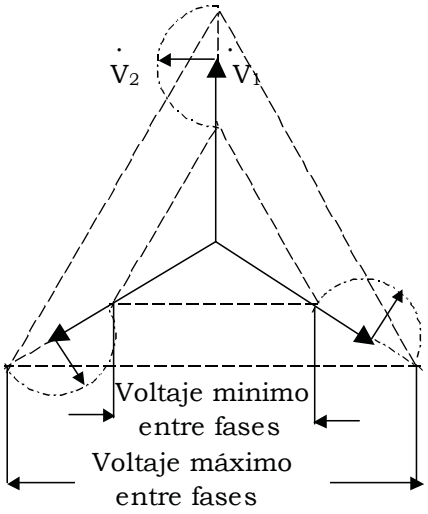


Figura 42: Diagrama fasor del regulador.

8.3. Generador de inducción

Se desprende de las fórmulas de torque y potencia que para un deslizamiento del motor de inducción entre cero y uno ($n = n_s$ y $n = 0$ respectivamente) la potencia y el torque resultan positivos, indicando funcionamiento como motor. Para un deslizamiento negativo (velocidad del rotor superior a la síncrona) resultan tanto el torque como la potencia de valor negativo, lo que significa que la máquina actúa como generador.

En este caso el rotor gira a una velocidad superior que la del campo rotatorio del estator. Este campo rotatorio se produce debido a la corriente de magnetización (componente en cuadratura de la corriente) que circula desde la red de alimentación y que debe seguir circulando, aún después que la máquina haya sobrepasado la velocidad síncrona, convirtiéndose en un generador de inducción o asíncrono. Esta corriente de magnetización o excitación debe provenir de una fuente externa, no siendo capaz el generador de inducción o asíncrono. Esta corriente de magnetización o excitación debe provenir de una fuente externa, no siendo capaz el generador de autoexcitarse independientemente. Si esta fuente externa se desconecta, la corriente de excitación se hace cero, desaparecido el flujo de entrehierro y el voltaje; entonces la máquina deja de generar.

Las fórmulas anteriormente deducidas para motores de inducción son válidas también para funcionamiento como generador, para valores negativos de deslizamiento.

El diagrama de círculo de la Figura 18 puede ser generalizado para funcionamiento como generador, completando el círculo en las regiones de deslizamiento negativo (Figura 43).

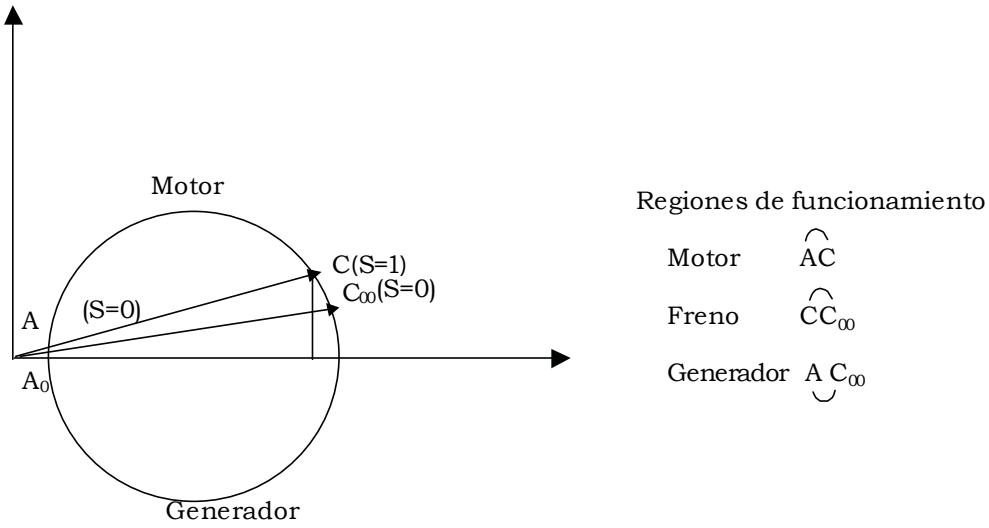


Figura 43: Diagrama de circulo para motor y generador.

El rango de funcionamiento como generador va desde A a C_∞, entregando la máquina potencia a la red desde A_0 en adelante. Sin embargo, en funcionamiento normal como generador, el deslizamiento no es superior a un 3 a 5 %, lo que corresponde a la región del círculo cercana a A_0 Durante todo el funcionamiento debe entregarse al generador la componente magnetizante o de excitación, la que puede ser suministrada por generadores síncronos sobreexcitados o por condensadores en paralelo con el generador (Figura 44).

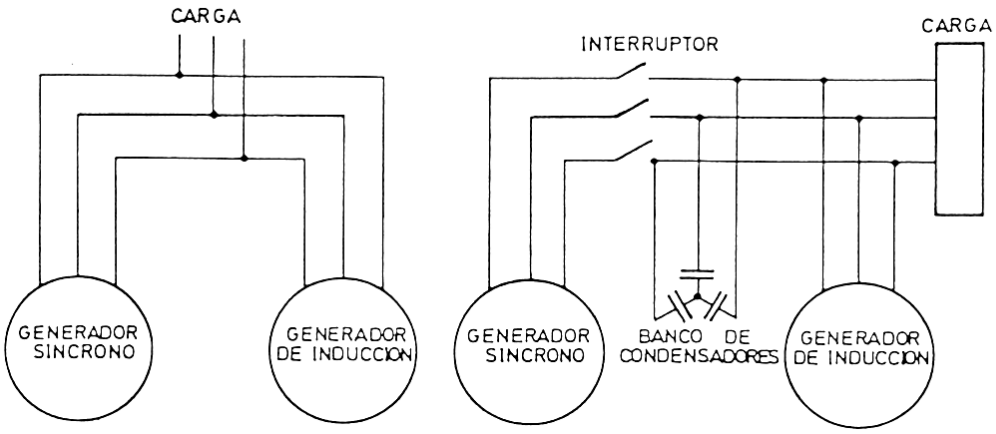


Figura 44: Alternativas para generadores de inducción.

Al excitarse el generador de inducción mediante condensadores, es necesario excitar inicialmente la máquina mediante un generador síncrono para llevarla al voltaje y frecuencias deseadas. Una vez que la carga inductiva sea suministrada por el banco de condensadores, el generador síncrono puede ser desconectado.

La frecuencia del generador de inducción en el primer caso estará dada por el generador síncrono en paralelo. En el segundo caso, la frecuencia del estator, para una velocidad constante del rotor, variará con la carga aplicada ya que el deslizamiento deberá variar para entregar la potencia requerida. También, disminuye el voltaje de terminales al aumentar la carga, debido a las mayores caídas en la reactancia de fuga y resistencia de los enrollados del estator, lo que trae una disminución del voltaje que incide en la corriente de magnetización dada por $I_m = \omega CV$, produciéndose un efecto acumulativo semejante al de un generador shunt de corriente continua.

El uso de estos generadores se restringe a casos en que se alimentan cargas de alto factor de potencia y en lugares donde los generadores síncronos son la principal fuente de energía. Las ventajas residen en que no hay necesidad de sincronización a la red, su potencia es instantáneamente disponible, y son de construcción sencilla debido al rotor jaula de ardilla.

9. Protecciones de motores de inducción

Los equipos de control de motores de inducción o maquinaria eléctrica en general deben incluir dispositivos de protección, tanto para el operario como el equipo, contra daños que pueden ser producidos en condiciones normales o anormales de funcionamiento.

Las características que deben cumplir estos dispositivos pueden clasificarse así:

9.1. Protección del operario de descargas eléctricas

Protección de operario contra descargas eléctricas por medio de un aislamiento adecuado y de distancias adecuadas entre partes del equipo bajo control. Entre otras, las normas NEMA dan especificaciones sobre las distancia mínimas que deben observarse entre piezas bajo tensión.

9.2. Protección de falsos arranques

Protección del operario contra falsos arranques o inversiones de marcha inadvertidos del motor y también velocidad excesiva del mismo. Para evitar la partida inadvertida de algún motor de control manual debe incluirse una protección de tensión mínima. Siempre que la tensión falle o caiga por debajo del valor de desenganche del contactor de línea y del relé de mínima, el motor queda desconectado inmediatamente y se ha de rearmar el equipo de control manualmente cuando reaparece la tensión. La inversión de la secuencia de fases en un sistema polifásico es equivalente a invertir el giro de un motor y, en este caso, el sentido de giro será opuesto al deseado. Si esta inversión inadvertida en el sentido de giro puede resultar peligrosa para el personal encargado, debe incluirse en el equipo de relé de inversión de fase, que impide el giro del motor cuando la secuencia de fase es incorrecta.

9.3. Protección de sobrecarga

La sobrecarga de un motor puede definirse como una condición de funcionamiento que ocasiona una circulación de corriente en el motor mayor que la nominal. La protección de sobrecarga protege al motor, a los conductores y aparatos de control contra un calentamiento excesivo debido a la sobrecarga. En esta protección debe considerarse tanto el tiempo de la sobrecarga como la temperatura ambiente.

Las causas más comunes de sobrecarga son:

a) Sobrecarga sostenida debido a alguna anormalidad mecánica en la carga, o por baja tensión en la línea.

b) Ciclos de trabajo demasiado rápidos en los motores de trabajo intermitente, tales como paradas y partidas frecuentes, ocasionando un valor eficaz de la corriente sobre el normal.

c) Carga mecánica excesiva que haga parar el motor por bloqueo o impida el arranque, haciendo circular de esta manera la corriente de partida durante un tiempo excesivo.

d) Trabajo en dos fases. Puede demostrarse que un motor de inducción desarrolla torque mecánico aún si está conectado sólo a dos fases en funcionamiento se ven recargadas y ocurre un sobrecalentamiento.

e) Temperatura ambiente demasiado alta ocasionando una temperatura del motor superior a la permisible aún para las corrientes que no sobrepasan la nominal.

Para proporcionarle una protección adecuada al motor deben estar de acuerdo las características de funcionamiento del dispositivo de sobrecarga con las características de calentamiento del motor. Para obtener el mayor grado de funcionamiento del motor el relé de sobrecarga debe soportar la sobrecarga durante todo el tiempo que necesite el motor para llegar a su temperatura máxima, desconectándolo una vez alcanzado ese punto de temperatura. Este punto es importante si se desea seleccionar un relé para la protección del motor contra parada por bloqueo, ya que un relé que protege satisfactoriamente contra sobrecarga moderada puede resultar demasiado lento para la protección contra bloqueo.

Para motores de inducción trifásicos se dispone generalmente una protección con relés de sobrecarga de dos fases. Sin embargo, habría que tomar precauciones si el motor viene alimentado de un transformador ΔY o $Y\Delta$ y se produce la desconexión de una fase en alta, en cuyo caso habría que disponer de 3 relés de sobrecarga, uno en cada fase (Figura 45).

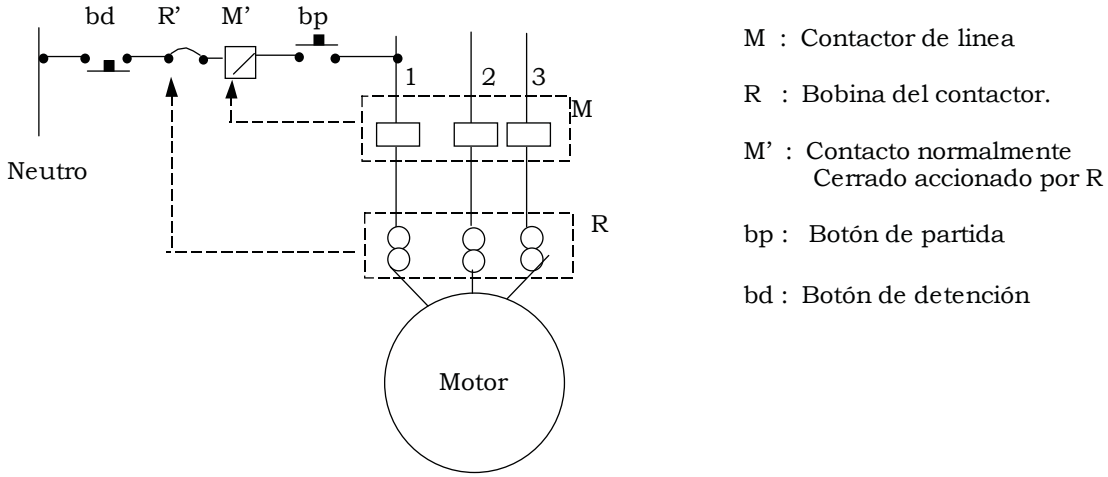


Figura 45: Protección motores de inducción trifásicos

Los tipos de relés de sobrecarga más usuales son el relé térmico de sobrecarga y el relé instantáneo.

En el relé térmico de sobrecarga el calor producido por la corriente de carga del motor es transmitido a un elemento térmico, lo que ocasiona la apertura del contacto del relé cuando el elemento haya llegado a una cierta temperatura.

De esta manera es posible fabricar relés de características semejantes a la de las curvas de calentamiento de motores.

Los relés instantáneos de sobrecarga son dispositivos electromagnéticos en las cuales se atrae un inducido por el flujo producido por la corriente de carga del motor que se hace circular en la

bobina. Estos relés accionan sus contactos cuando la corriente del motor sobrepasa un cierto valor determinado. Estos relés protegen el motor contra fuertes sobrecargas repentinas, bloqueos por fallas mecánicas, etc.

9.4. Protección de cortocircuitos

Con el fin de proteger los circuitos de control de un motor o instalación contra cortocircuitos ocurridos en el lado de la carga se incluye una protección por delante del circuito de control. Esta protección deberá soportar la corriente de partida de los motores alimentados. Los dispositivos principales usados en este tipo de protección son los fusibles y los interruptores de aire. Los fusibles son usados preferentemente en la protección de circuitos de pequeños motores. Respecto a la capacidad de estos dispositivos, las normas NEMA dan valores en % de la corriente nominal de carga para diferentes tipos de motores, como se indica en la Tabla 2.

	Tipo de Motor		
	Jaula de Ardilla	Rotor embobinado	
	Menos de 30 [A]	Más de 30 [A]	
Capacidad de Fusibles (%)	250	200	150

Tabla 2: Especificación de fusibles, en función de la corriente a plena carga.

En los motores marcados por una letra de codificación (según el National Electric Code) las especificaciones de los fusibles en % de la intensidad nominal son las de la Tabla 3.

	Tipo de motor					
	Arranque directo			Arranque con autotrafo		
	A (0 a 3.15 kVA/HP)	B a E (3.15 a 5.0 kVA/HP)	F y otros (más de 5 kVA/HP)	A	B a E	F y otros
Capacidad de fusibles (%)	150	250	300	150	150	250

Tabla 3: Especificación de fusibles, en función de la corriente a plena carga.

Referencias

[1] A.S. Langsdorf: *Teoría de las máquinas de corriente alterna*, Mac Graw Hill, 1971.

[2] M. Liwschitz-Garik y C. Whipple: *Máquinas de corriente alterna*, C.E.C.S.A., 1971.

[3] A.E. Fitzgerald, C. Kingsley y A. Kusko: *Teoría y análisis de las máquinas eléctricas*, Ed. Hispano Europea, 1975.

[4] A.E. Knowlton: *Standard Handbook for Electrical Engineers*. Mac Graw Hill.

[5] J. Murphy: *Thyristor control of A.C. motor*, Pergamon, 1973.

II. Motores de Inducción Monofásicos

Introducción

De los diferentes tipos de motores de corriente alterna, el motor de inducción de rotor tipo jaula de ardilla es el de uso más generalizado, tanto en circuitos monofásicos como polifásicos. Ello se debe principalmente a la sencillez de su construcción, a su robustez y seguridad de funcionamiento. El motor de inducción monofásico tipo jaula de ardilla es uno de los más importantes motores monofásicos por su amplia aplicación industrial (bombas centrífugas, máquinas – herramientas, etc.) y en electrodomésticos.

En esta publicación se describen el principio de funcionamiento y los aspectos constructivos de los motores de inducción monofásicos; se detallan los diversos tipos de motores de inducción monofásicos existentes, clasificados de acuerdo al sistema empleado para producir torque de partida; y finalmente se explica el circuito equivalente y las respectivas relaciones que dan cuenta del comportamiento electromecánico de la máquina.

1. Principio de funcionamiento y aspectos de fabricación

En la Figura 1 se muestra esquemáticamente un motor de inducción monofásico con rotor de jaula de ardilla.

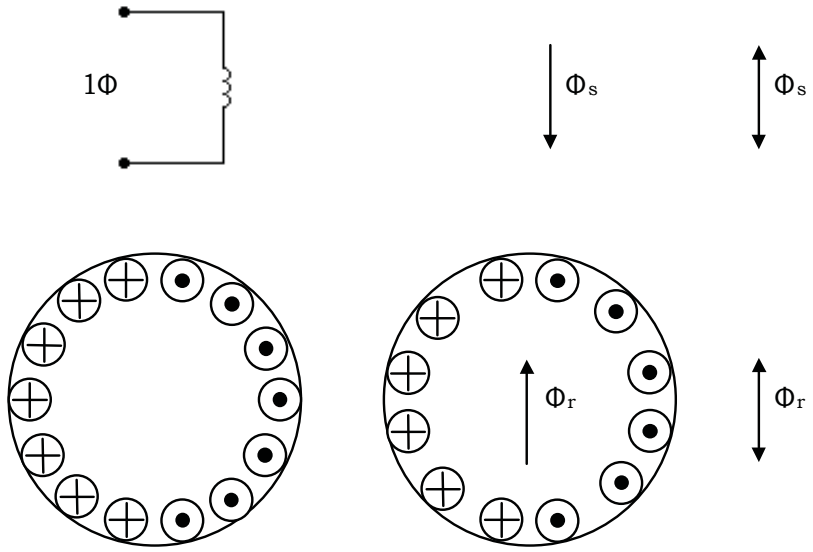


Figura 1: Esquema de motor de inducción monofásico. (a) Esquema. (b) Flujo de estator y rotor.

Si el enrollado del estator se alimenta desde una fuente de voltaje sinusoidal, habrá una fuerza magneto motriz (f.m.m.) pulsante, unidireccional y de magnitud variable sinusoidalmente en el tiempo; es decir, no constituye un campo magnético rotatorio, como en el caso trifásico. Es posible interpretar este campo como la suma vectorial de dos campos rotatorios iguales, con distinto sentido de giro. Si se tiene un campo pulsante de magnitud F_{max} cuya ecuación es $F = F_{max}\cos(\omega t)\ \hat{i}$, es fácil ver que la descomposición es:

$$F_d = \frac{1}{2}F_{max},\ \text{girando en el mismo sentido del rotor (campo directo)} \quad (1.a)$$

$$F_i = \frac{1}{2}F_{max},\ \text{girando en sentido contrario al rotor (campo inverso)} \quad (1.b)$$

Esta interpretación se puede observar en la Figura 2.

En el plano complejo se puede comprobar esto, ya que:

$$\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

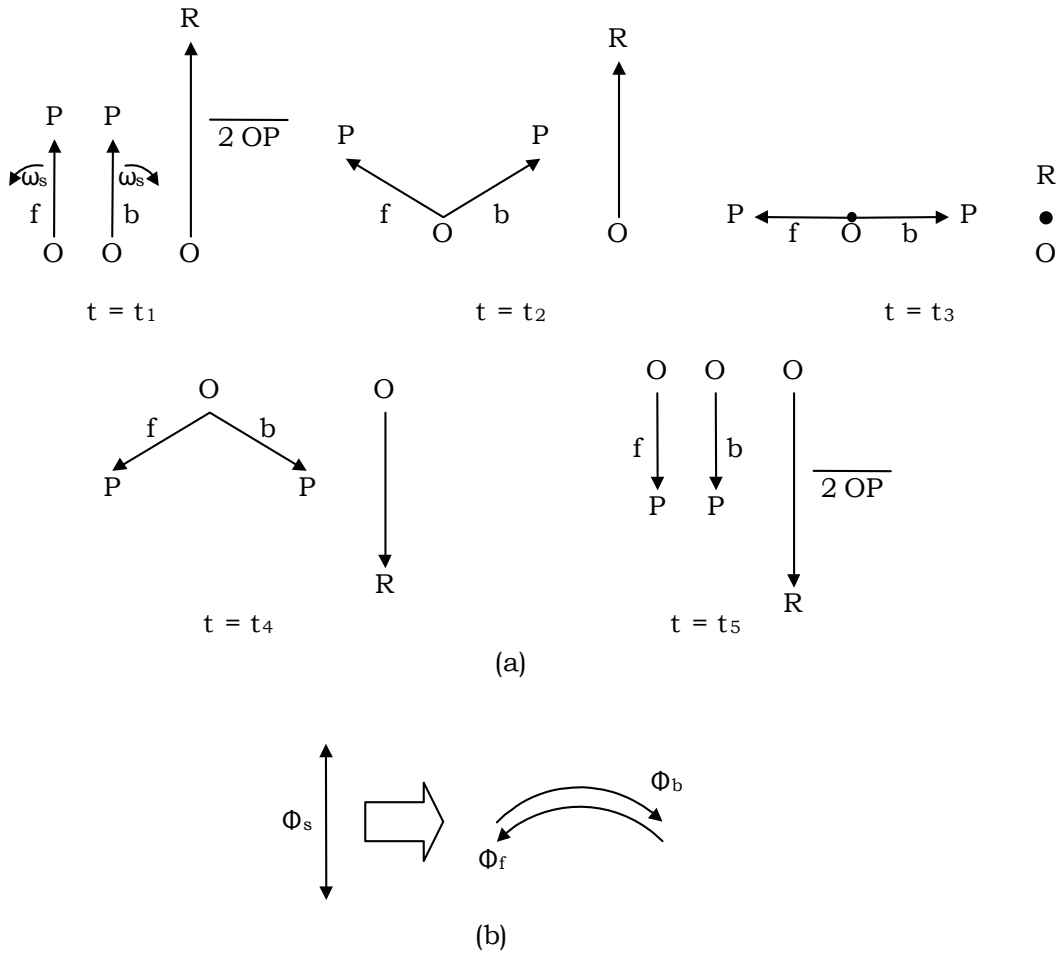


Figura 2: Campo pulsatorio y campo rotatorio. (a) Descomposición vectorial del campo pulsante para distintos t. (b) Campo resultante.

1.1. Torque en la partida

El flujo del estator φ_s induce una corriente en el rotor. Esta corriente al circular por las barras de la jaula genera un flujo φ_r también pulsante en el mismo eje que φ_s. Por la ley de Lenz, estos dos flujos tienden a oponerse. Como el ángulo entre los dos flujos es cero, no hay torque en la partida.

1.2. Curva de torque

Como cada f.m.m. componente es un campo magnético rotatorio de iguales características que el campo magnético rotatorio existente en un motor trifásico, éstas originan curvas de torque idénticas, análogas a las del caso trifásico, pero de signos contrarios. Así el campo directo generará una curva de torque T_d como la que se muestra en la curva torque-velocidad de la Figura 3, y el campo inverso una curva de torque F_i. En la misma figura se ha dibujado además la curva del torque resultante $T = F_d + F_i$.

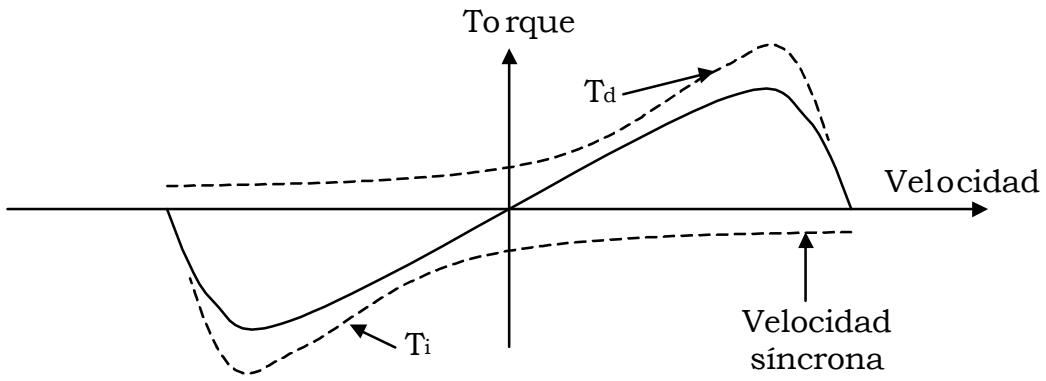


Figura 3: Curvas de torque – velocidad.

Puede apreciarse lo dicho anteriormente en cuanto a que este tipo de motores tiene torque de partida nulo. Por ello, estas máquinas deben disponer de enrollados y dispositivos auxiliares que les proporcionen torque de arranque.

El enrollado de estator usualmente se diseña distribuido en ranuras, con bobinas concéntricas, de modo de tener en el entrehierro una distribución aproximadamente sinusoidal del campo magnético. En la figura 4 se muestra el diagrama de bobinado para el caso de un motor de 2 polos, con un estator de 18 ranuras y 4 bobinas concéntricas por polo. Al igual que en el caso trifásico, pueden tenerse más polos; la velocidad síncrona del campo magnético rotatorio directo está igualmente dada por:

$$n_s = \frac{120f}{p} \text{ [rpm]}$$

En que p son los números de polos y f la frecuencia de la fuente de alimentación [Hz].

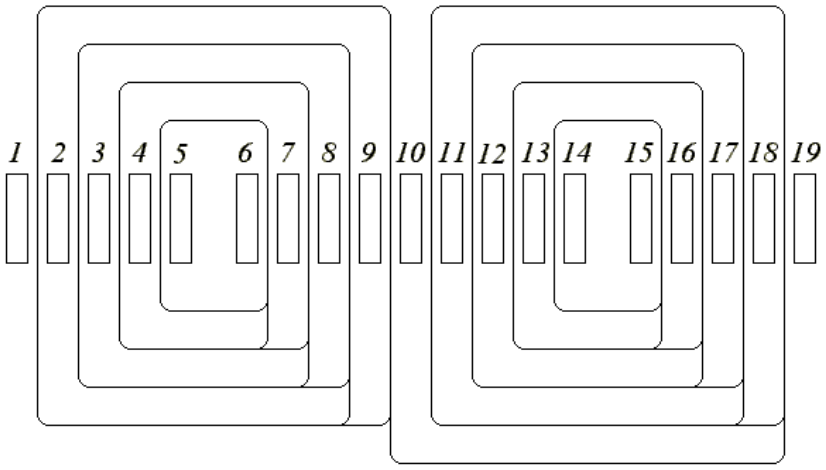


Figura 4: Diagrama de bobinado de motor monofásico de 2 polos.

Este enrollado recibe el nombre de enrollado principal o enrollado de trabajo, para diferenciarlo del enrollado auxiliar o de partida que se utiliza para el arranque.

Las características físicas del enrollado auxiliar son diferentes en los distintos tipos de motores de inducción monofásicos y se describirán en detalle en el punto siguiente. Sin embargo, como se verá, en la mayoría de los casos el enrollado auxiliar se desconecta una vez que el motor toma velocidad, para lo cual se emplean interruptores centrífugos o relés magnéticos. El interruptor centrífugo va montado en el mismo eje, al interior de la máquina, y es accionado mecánicamente por fuerza centrífuga cuando el eje alcanza cierta velocidad ($\approx 75\,\%$ de la velocidad nominal) abriendo el circuito del enrollado auxiliar. En el caso de usarse relés magnéticos, los más frecuentes son los accionados por corriente: la alta corriente de partida del enrollado principal, al circular por la bobina del relé, cierra el circuito del enrollado auxiliar; luego al partir el motor y bajar la corriente (a valores del orden de un $80\,\%$ de la corriente de partida), se abre el circuito del enrollado auxiliar.

El rotor en estos motores es igual al de los motores trifásicos, con la jaula generalmente construida de aluminio fundido.

2. Tipos de motores de inducción monofásicos

2.1. Partida de motores monofásicos

Como ya se ha dicho, este tipo de motores tiene torque nulo para velocidad cero, por lo cual necesita de un enrollado auxiliar para partir. Este enrollado auxiliar debe estar desplazado en el espacio con respecto al enrollado principal y por él debe circular una corriente auxiliar I_a desfasada en el tiempo respecto a la corriente principal I_1 (lo cual se logra con impedancia diferentes de los enrollados). En esta forma, la f.m.m. F del enrollado principal, y la f.m.m. F_{aux} del enrollado auxiliar darán por resultante una f.m.m. rotatoria F_R, que proporcionará el torque de partida. La f.m.m. rotatoria F_R, será de magnitud constante (que es lo ideal) sólo en el caso que F y F_{aux} estén desplazados en 90º eléctricos en el espacio, y desfasados en 90º en el tiempo; si los desfases son otros, F_R describirá una elipse, pero seguirá siendo rotatoria. Por ejemplo, en la Figura 5 se muestra la trayectoria que describe F_R para enrollados en 90º pero con desfases temporales diferentes; en el caso de desfase temporal nulo, F_R no es rotatorio, sino pulsante (unidireccional), por lo cual el torque medio de partida seguirá siendo nulo en ese caso.

De acuerdo a la expresión general para el torque, se puede encontrar que el torque de partida es proporcional al producto de las f.m.m. de ambos enrollados, y al seño del ángulo de desfase temporal 0 entre ambas.

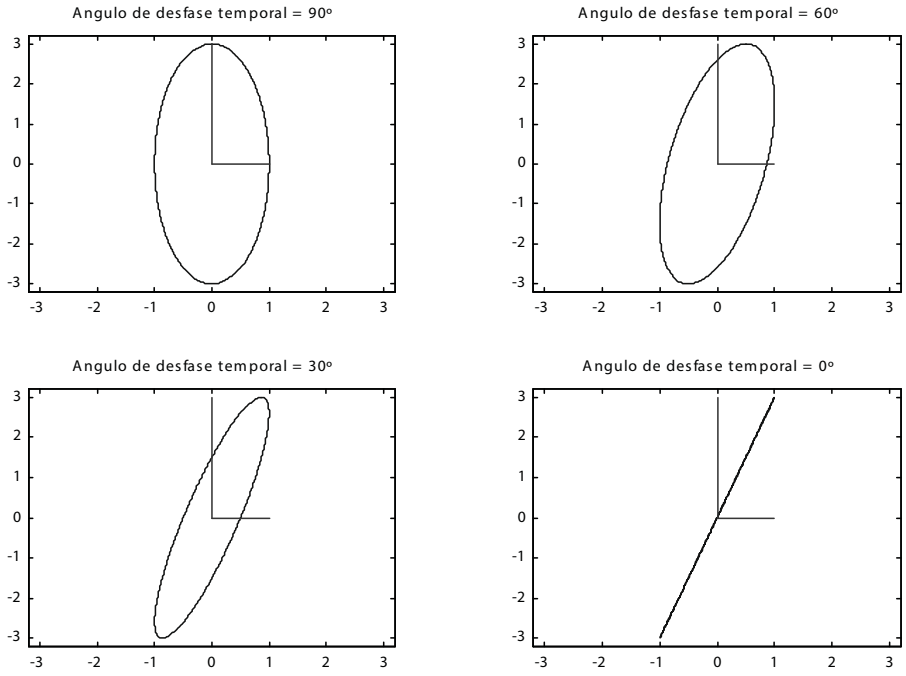


Figura 5: Trayectoria de la f.m.m. rotatoria para distintos ángulos de desfase.

O sea:

$$T_p = K \cdot F \cdot F_{aux} \sin\theta$$

o bien:

$$T_p = K \cdot N \cdot I \cdot N_{aux} \cdot I_{aux} \sin\theta$$

donde N, N_{aux} son los números de vueltas de los enrollados principal y auxiliar; I, I_{aux} son las corrientes respectivas por ambos enrollados, a la partida.

Las diferentes formas de lograr el desfase entre F y F_{aux} distinguen los distintos tipos de motores monofásicos que se explican a continuación.

2.2. Motor de fase partida (split – phase motor)

En este motor, el enrollado auxiliar se conecta en paralelo con el principal, y va ubicado a 90º eléctricos respecto de éste; además, emplea un bobinado concéntrico semejante al del enrollado principal. Se trata de hacer el enrollado auxiliar lo más resistivo posible (sección de conductor reducida), de modo que el ángulo de I_a respecto al voltaje sea cercano a cero. La corriente por el enrollado principal, I_1, tiene usualmente un ángulo entre $-40°$ y $-70°$. En la figura 6 se muestra el esquema de este motor y el diagrama fasorial de las corrientes al arranque.

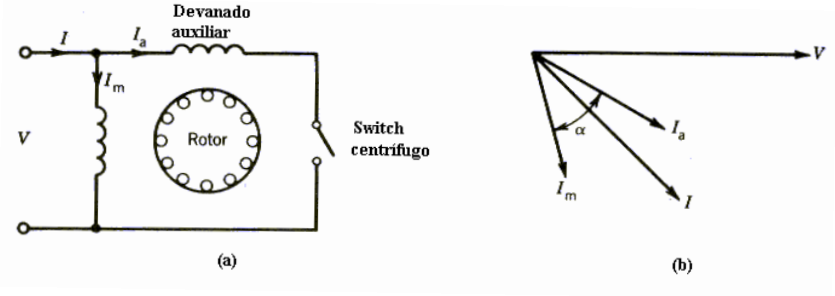


Figura 6: Motor de fase partida. (a) Diagrama esquemático. (b) Diagrama fasorial.

Cuando el motor alcanza una velocidad cercana al 75 % de la velocidad nominal, se desconecta el enrollado auxiliar, a través de un switch centrífugo. Así la curva de torque cambia, como se muestra en la figura 7.

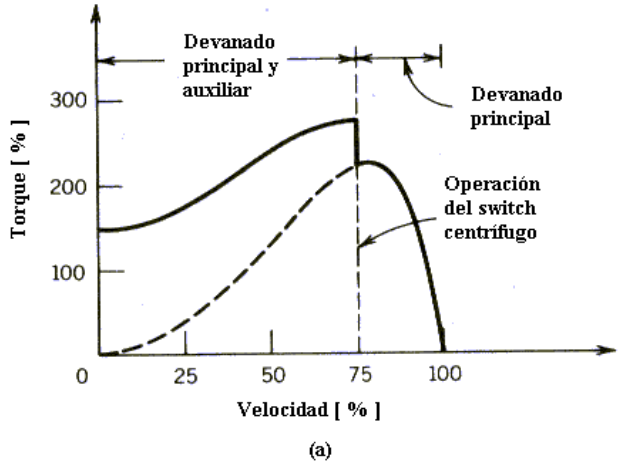


Figura 7: Curva de torque típica de motor de fase partida.

Es importante asegurar la desconexión del enrollado auxiliar, ya que como es altamente resistivo genera pérdidas, que si son permanentes, dañan el equipo. Este tipo de falla es frecuente en estos motores, al no funcionar el aparato de desconexión.

Cabe agregar que el sentido de giro del rotor se puede invertir si a uno de los enrollados se le intercambia la conexión de sus terminales a la red.

Los motores de fase partida se fabrican generalmente para potencias de fracciones de H.P.

2.3. Motor con condensador de partida

Se obtienen mejores condiciones de partida intercalando un condensador en serie con el devanado auxiliar ya que esto genera un mayor desfase entre las corrientes de ambos enrollados, según se indica en la Figura 8, donde se muestra esquemáticamente el circuito del motor y el diagrama fasorial de las corrientes de partida, como también la curva de torque.

Los condensadores que aquí se emplean son electrolíticos de corriente alterna, especialmente diseñados para estas aplicaciones. El condensador se ubica externamente, sobre la carcaza del motor.

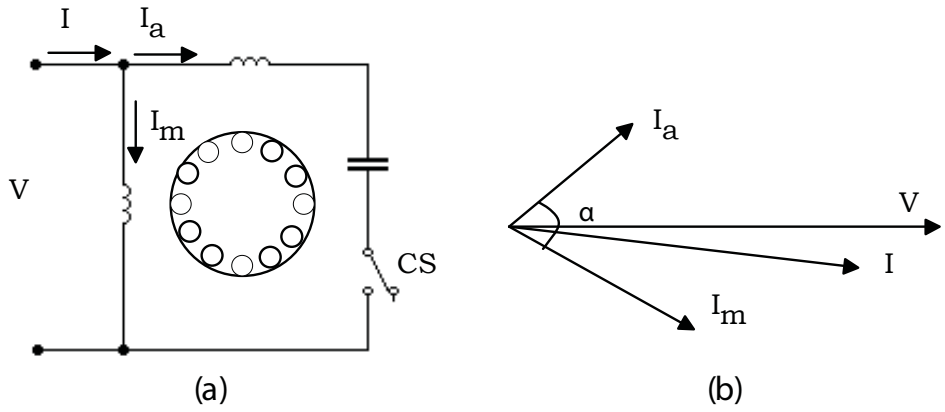


Figura 8: Motor con condensador de partida.

En la Figura 9 se muestra la forma de las curvas torque-velocidad típicas de estos motores. En este caso el torque de partida es mucho mayor, puesto que se puede lograr un desfase de 90º (o cercano) entre las corrientes.

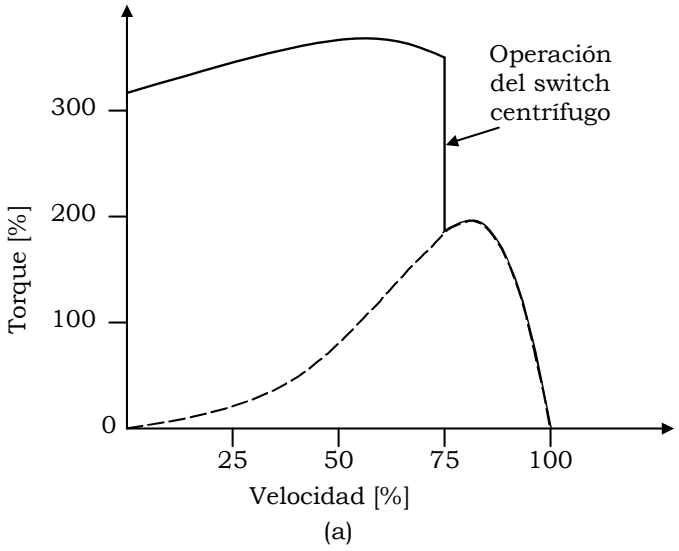


Figura 9: Curva de torque típica de motor con condensador.

Son válidas aquí las mismas observaciones del caso anterior en cuanto a la importancia de asegurar la desconexión del enrollado auxiliar y a la posibilidad de invertir el sentido de giro del rotor.

Los motores con condensador de partida se fabrican para potencias entre 1/8 H.P. y 2 H.P.

2.4. Motor con condensador doble

En este tipo de motor el enrollado auxiliar no se desconecta de la línea y el motor funciona entonces como bifásico. La capacidad C a la partida es proporcionada por dos condensadores en paralelo (ver figura 10). El interruptor desconecta uno de ellos al llegar más o menos al 75 % de la velocidad nominal, con lo cual se obtiene un mejoramiento en la partida y en el funcionamiento, como se puede observar en la curva de torque de la figura 10.

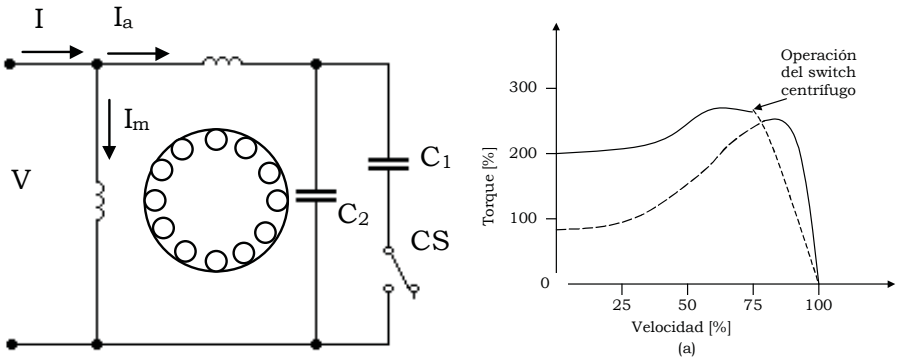


Figura 10: Motor con condensadores de partida y permanente.

2.5. Motor con condensador permanente

En aquellas aplicaciones en que el motor parte con carga nula prácticamente, es posible evitar el gasto extra del dispositivo de desconexión centrífugo y de uno de los condensadores del motor anterior. En estos casos un condensador está conectado permanentemente en serie con el enrollado auxiliar y permanece así durante la operación del motor.

El torque de partida es bajo, debido principalmente a que la corriente en el devanado auxiliar está estrictamente limitada por el pequeño valor de la capacidad. Sin embargo, el factor de potencia y la eficiencia son mejorados con respecto a los sistemas anteriores. En este caso el motor opera como un motor bifásico, por lo que tiene un andar más suave. El diagrama del motor y su característica de torque típica se muestra en la Figura 11.

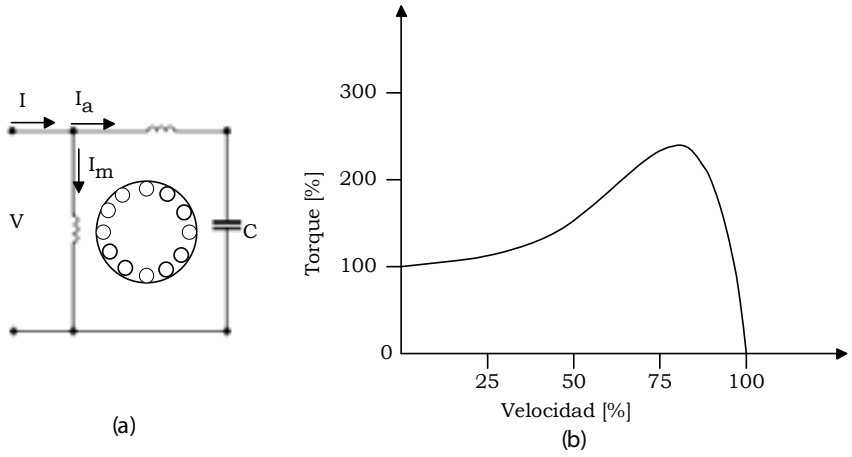


Figura 11: (a) Diagrama del motor y (b) curva de torque típica con condensador permanente.

Estos motores se fabrican para potencias pequeñas, hasta 3/4 H.P.

2.6. Motor con espira sombra

El motor con espira de sombra, también denominado de polo sombreado, es un tipo de motor monofásico con rotor de jaula de ardilla en el cual el enrollado del estator no se aloja distribuido en varias ranuras, sino que se concentra a modo de bobinas polares, como se indica en la Figura 12.

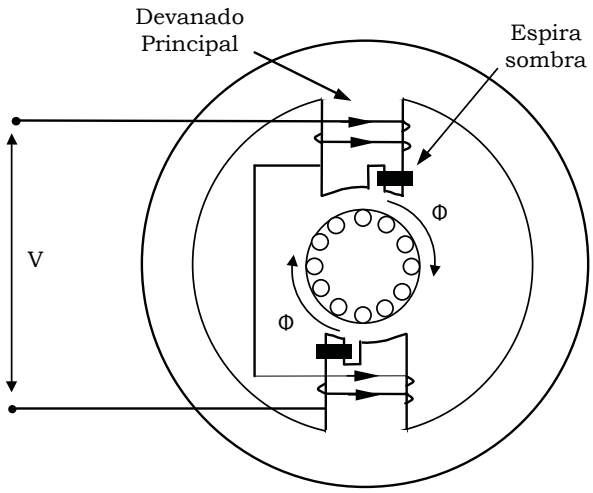


Figura 12: Motor con espira sombra.

Como enrollado auxiliar de partida se emplea una espira en cortocircuito, o espira de sombra, que abraza parte de la superficie polar. Por acción de transformador, se induce corriente en la bobina auxiliar en cortocircuito que causa un flujo φ_a en esta parte "sombreada", desfasado del flujo φ de la parte libre del polo. El flujo resultante produce un campo rotatorio que desarrolla un pequeño torque de partida, menor que el torque nominal. En la Figura 13 se muestra la curva de torque típica.

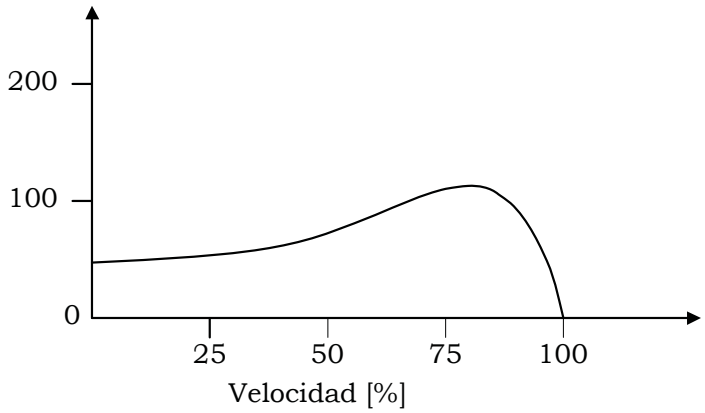


Figura 13: Curva de torque típica de motor con espira sombra.

En la Figura 14 se muestra en forma esquemática el flujo magnético a través de un estator con espira de sombras, para cuatro instantes distintos, los cuales se detallan en la Figura 15.

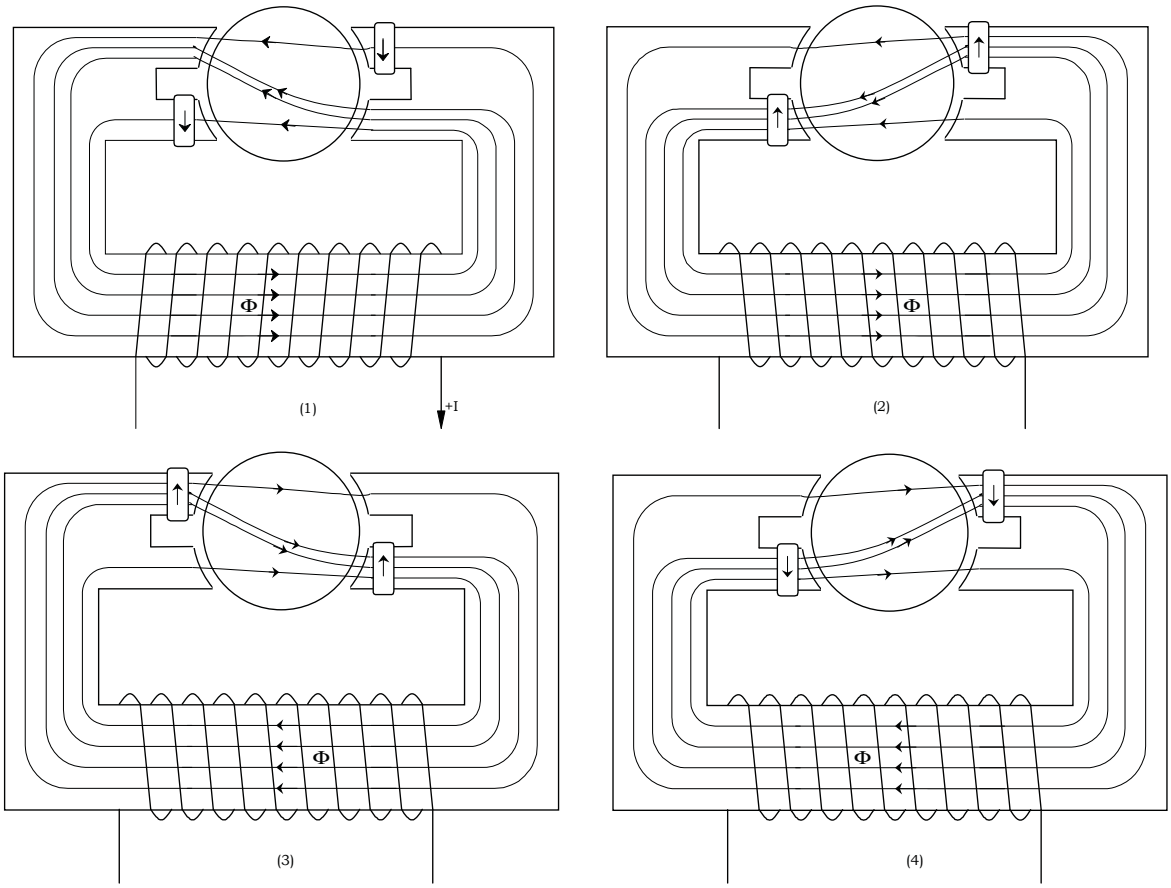


Figura 14: Diagrama del flujo por el devanado y por las espiras.

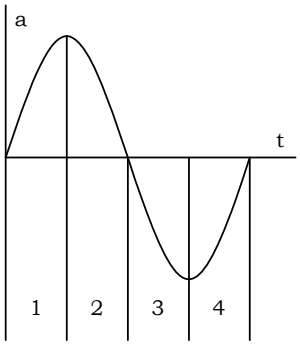


Figura 15: Corriente de excitación para los cuatro casos de la Figura 14.

Estos motores se construyen para potencias pequeñas, menores de 1/4 H.P.

2.7. Motores monofásicos con rotor bobinado

Existen motores monofásicos con rotor bobinado igual que en las máquinas de C.C., y cuyas escobillas van cortocircuitadas. Reciben el nombre de motores de repulsión. Este tipo de motor tiene alto torque de partida ($\approx 400\,\%\ T_{nom}$) y velocidad variable, que se ajusta con el decalaje o inclinación de las escobillas. Otros tipos, además de este enrollado bobinado en el rotor, tienen jaula de ardilla (motor de repulsión-inducción).

Sin embargo, por razones de costo y debido al desarrollo de los otros tipos de motores monofásicos, éstos están quedando fuera de uso, por lo cual no se tratarán aquí en detalle.

2.8. Motor de inducción trifásico de jaula de ardilla alimentado desde red monofásica

De acuerdo a los principios básicos de motores monofásicos vistos en el punto 2, es fácil comprender que un motor trifásico en marcha siga funcionando cuando se desconectan dos de sus fases. Incluso se puede hacer partir desde una red monofásica usando uno de sus enrollados como principal y otro, con un condensador en serie, como auxiliar.

3. Circuito equivalente

Se verá el circuito equivalente del motor monofásico sin enrollado auxiliar. Es decir, es el caso de los motores de fase partida y con condensador de partida (que son los más comunes), cuando el enrollado auxiliar se ha desconectado. El circuito con el enrollado auxiliar conectado es más complejo, como puede verse en la bibliografía citada en el punto 5.

Es fácil comprender el circuito equivalente del motor, una vez desconectado el enrollado auxiliar, a partir del principio de funcionamiento descrito en el punto 2. En efecto, es la conexión en serie de un circuito que representa a la f.m.m. directa F_d, o al torque directo T_d, y otro que representa a la f.m.m. inversa F_i, o al torque inverso T_i.

Para una velocidad n [rpm], el deslizamiento (con respecto al campo directo) es por definición:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

donde n_s [rpm] es la velocidad síncrona del campo magnético rotatorio directo.

El deslizamiento con respecto al campo magnético rotatorio que gira en sentido inverso es:

$$s_i = \frac{-n_s - n}{-n_s} = 2 - s$$

Luego, para una velocidad dada (deslizamiento dado), el circuito equivalente que representa al campo magnético rotatorio directo es análogo al del motor de inducción trifásico; igualmente el circuito que representa al campo rotatorio inverso, sólo que en este caso los parámetros son función de s_i, o sea de $2 - s$. Luego, el circuito equivalente completo es el de la Figura 16, donde r_e , x_e son los parámetros del enrollado del estator (principal), iguales a los del circuito equivalente monofásico de un motor trifásico; los parámetros del rotor referidos al estator, ($r'_{r'}$, $x'_{r'}$) y la reactancia de magnetización (x_m) se deben compartir por igual entre los circuitos que representan ambos campos rotatorios.

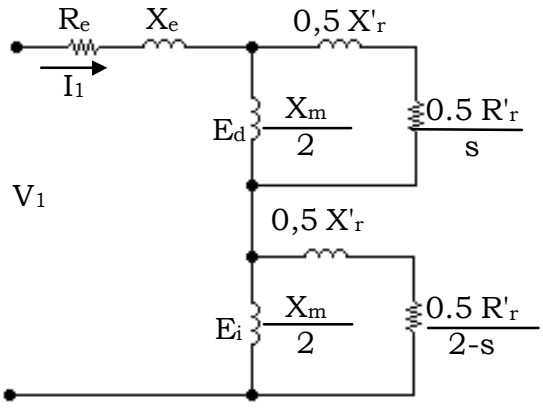


Figura 16: Circuito equivalente referido al estator.

Luego, la corriente por el enrollado de estator es:

$$\mathring{I}_1 = \frac{\mathring{V}_1}{Z_T}$$

Donde la impedancia total vista desde los terminales del enrollado principal es:

$$Z_T = r_e + jx_e + \frac{1}{2} \cdot \frac{jx_m \left(\frac{r'_r}{s} + jx'_r\right)}{\frac{r'_r}{s} + j(x'_r + x_m)} + \frac{1}{2} \cdot \frac{jx_m \left(\frac{r'_r}{2-s} + jx'_r\right)}{\frac{r'_r}{2-s} + j(x'_r + x_m)}$$

Los voltajes inducidos en el rotor por ambos campos magnéticos rotatorios, quedan dados por:

$$\mathring{E}'_d = \mathring{I}_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{jx_m \left(\frac{r'_r}{s} + jx'_r\right)}{\frac{r'_r}{s} + j(x'_r + x_m)}$$

$$\mathring{E}'_i = \mathring{I}_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{jx_m \left(\frac{r'_r}{2-s} + jx'_r\right)}{\frac{r'_r}{2-s} + j(x'_r + x_m)}$$

Y las corrientes de los circuitos del rotor referidas al estator son entonces:

$$\mathring{I}'_d = \frac{\mathring{E}'_d}{\frac{1}{2}\left(\frac{r'_r}{s} + jx'_r\right)}$$

$$\mathring{I}'_i = \frac{\mathring{E}'_i}{\frac{1}{2}\left(\frac{r'_r}{2-s} + jx'_r\right)}$$

Así, la potencia resultante en el eje sería:

$$P = \frac{1}{2} \cdot r'_r \left(\frac{1-s}{s}\right) \cdot I'^2_d + \frac{1}{2} \cdot r'_r \left(\frac{s-1}{2-s}\right) \cdot I'^2_i \text{ [W]}$$

y el torque en el eje:

$$T = \frac{P}{\omega_{mec}} \text{ [Nm]}$$

Donde ω_{mec} es la velcoidad del eje, la que se puede escribir en función de n [rpm] como:

$$\omega_{mec} = \frac{2\pi n}{60}$$

O sea:

$$T = \frac{P \cdot 60}{2\pi n} = \frac{P \cdot 60}{2\pi n_s (1-s)}$$

De esta forma:

$$T = \frac{60}{2\pi n_s} \left[\frac{r'_r}{2s} I'^2_d - \frac{r'_r}{2(2-s)} I'^2_i\right] \text{ [Nm]}$$

Notar que al poner $s = 1$ (partida), se obtiene un torque de partida nulo.

Los parámetros del circuito se pueden determinar experimentalmente de las pruebas de vacío y de rotor bloqueado (sin conectar enrollado auxiliar). Existen otros métodos experimentales para determinar los parámetros del motor, según puede verse en la bibliografía indicada.

Referencias

[1] C. Veinott: *Motores eléctricos de potencia fraccionaria y subfraccionaria*, Marcombo, 1978.

[2] Liwschitz y Garik: *Máquinas de corriente alterna*, C.E.C.S.A., 1974.

[3] Langsdorf: *Teoría de las máquinas de corriente alterna*, Mc Graw-Hill, 1971.