Interrogación 2

IEE2213 Máquinas Eléctricas

26 de octubre de 2022

Nombre: _____

Cuenta con **2 horas** para responder en este mismo documento. Sólo el uso de **calculadora** y un **formulario personal** en una hoja tamaño carta por una cara está permitido. No puede utilizar ningún material adicional (celulares, apuntes, libros, etc.).

Parte I. (50 %) Selección múltiple, Verdadero y Falso, Respuestas Breves

Selección Múltiple: Correcta (+3) Incorrrecta (-1) Omitida (0)
Verdadero o Falso: Correcta (+3) Incorrrecta (-3) Omitida (0)

1. En un sistema electromecánico en el cual hay conversión de energía:

   I La fuerza/torque magnética **siempre** tenderá a reducir el entrehierro.
   II La coenergía **siempre** es el recíproco de la energía.
   III La expresión de fuerza (o torque) que se deduce de la coenergía **sólo** se puede utilizar asumiendo que el sistema es lineal.

   (a) Sólo II
   (b) I y II
   (c) I y III
   (d) II y III

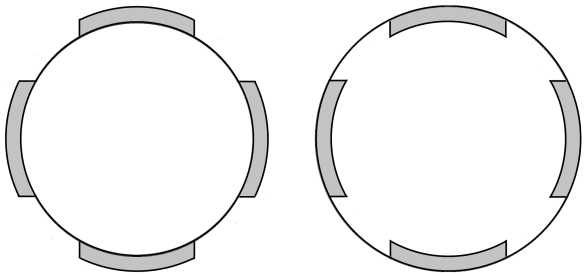
2. La velocidad del campo magnético rotatorio de una máquina de corriente alterna polifásica depende:

   (a) del número de polos y de la frecuencia aplicada
   (b) del número de fases y de la frecuencia aplicada
   (c) del número de fases y del número de polos
   (d) del número de fases, del número de polos y de la frecuencia aplicada

3. Un generador eólico gira a 45 rpm pero el voltaje generado es de 60Hz, ¿Cuántos polos tiene el generador síncrono si no se utiliza caja multiplicadora (conexión directa sin engranajes)?

   (a) 6 pares de polos
   (b) 20 pares de polos
   (c) 80 polos
   (d) Ninguna de las anteriores

4. Dos máquinas de estator cilíndrico, con bobinas en el estator e imanes en el rotor, tienen torque medio. En un instante, los imanes de ambas máquinas salen eyectados del rotor, mientras que la alimentación en las bobinas de ambas máquinas se mantiene igual. En la figura se muestran los rotores de ambas máquinas. ¿Cual máquina tendrá torque medio una vez se han desprendido los imanes?

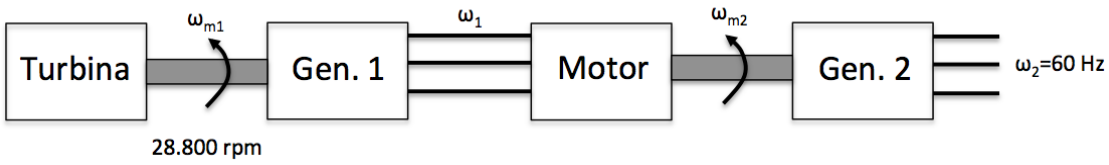


(1) (2)

(a) la máquina con rotor (1)
(b) la máquina con rotor (2)
(c) ambas máquinas tendrán torque medio
(d) ninguna máquina tendrá torque medio

5. Un avión tiene un generador síncrono principal acoplado en la turbina de cola que gira a 28.800 rpm y alimenta todos los sistemas auxiliares del avión a una alta frecuencia. Sin embargo, los sistemas de servicio en cabina utilizan 60Hz, para lo cual se utiliza un motor síncrono acoplado a un generador secundario ¿Cuál es el número de pares de polo de cada máquina que satisface el sistema?

(a)	Generador principal: 1	Motor: 4	Generador secundario: 1
(b)	Generador principal: 1	Motor: 8	Generador secundario: 1
(c)	Generador principal: 2	Motor: 16	Generador secundario: 2
(d)	Generador principal: 2	Motor: 4	Generador secundario: 2



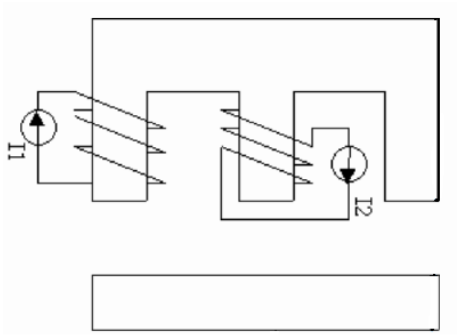
6. En la figura se pueden ver dos electroimanes que sostienen una barra, manteniendo el sistema en equilibrio. Considerando que el núcleo es ideal, es correcto afirmar que:

   V/F/Omite

   ✓ I si cambio el sentido de la corriente i_2, la barra subirá.

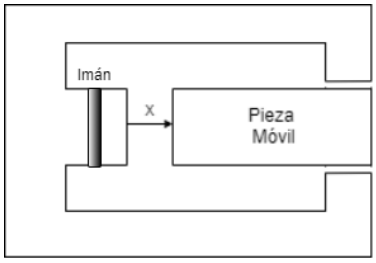
   V II si cambio el sentido de ambas corrientes al mismo tiempo, la barra se mantendrá en equilibrio.

   F III si la aceleración de gravedad aumenta ligeramente, y las corrientes se mantienen invariables, la barra alcanzará un nuevo equilibrio en una posición más abajo de su posición actual.



7. La siguiente figura muestra un circuito magnético que posee una pieza móvil. Considerando que S es el área de sección transversal del imán y despreciando el entrehierro superior e inferior, ¿cual de las siguientes expresiones es equivalente a la fuerza ejercida sobre la pieza móvil?

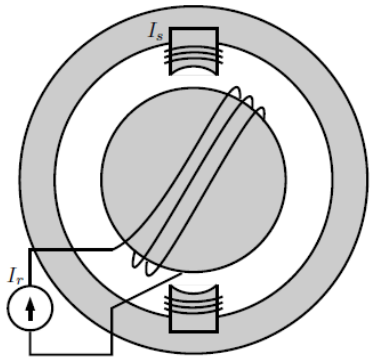
   (a) $\frac{1}{2}\frac{B^2 S}{\mu_0}$
   (b) $\frac{1}{2}\frac{B^2 S^2}{\mu_0}$
   (c) $\frac{1}{2}\frac{BS^2}{\mu_0}$
   (d) $\frac{1}{2}\frac{B}{S\mu_0}$



8. La condición de existencia de torque medio establece que la máquina de inducción:

   (a) sólo tiene torque a la velocidad síncrona
   (b) tiene torque a cualquier velocidad, excepto a la partida
   (c) tiene torque a cualquier velocidad, excepto a la velocidad síncrona
   (d) tiene torque a cualquier velocidad

9. La siguiente máquina posee enrollado tanto en el rotor como en el estator y son alimentados con corriente continua.



V (V/F) La inductancia estatórica es constante.
V (V/F) La inductancia rotórica es $L'_r = L_{r1} + L_r^{max} \cos(2\theta)$.
F (V/F) La inductancia mutua es $L'_{sr} = L_{sr}^{max} \cos(2\theta)$.

10. Motor paso a paso:

    a) Dibuje un motor paso a paso con dos bobinas independientes en el estator (A y B de un par de polos cada una) y un rotor construido con un imán de un par de polos.
    b) Grafique la secuencia de corrientes cuadradas en ambas bobinas para operación i) wave-drive bipolar, ii) Full-step-drive y iii) Half-step-drive,
    c) Mencione las ventajas de cada modo de operación.

Parte II. Desarrollo (50 %)

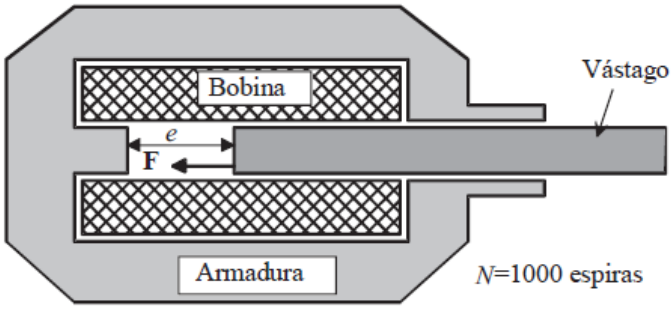
Problema 1 (10 %)

La figura muestra un sistema de cerrojo controlado eléctricamente. El área del entre-hierro es de 1.3 cm^2, la bobina tiene 1000 vueltas y una corriente de 1.5 A.

a) Calcular la energía almacenada en el entre-hierro con $e = 10$ cm.

b) Calcular el módulo de la fuerza aplicada sobre el vástago con $e = 10$ cm.

c) Evalúe si el sistema es capaz de mover el vástago hacia la derecha. Explique.



Solución

La energía almacenada será:

$$W = \frac{1}{2} \cdot i^2 \cdot L$$

Con:

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} \text{ y } \mathcal{R} = \frac{e}{\mu_0 \cdot \text{área entrehierro}}$$

De esta manera se tiene que $W = 1.8 \cdot 10^{-3}\ J$. Luego, la fuerza ejercida será:

$$F = \frac{1}{2} \cdot i^2 \cdot \frac{dL}{de} = \frac{1}{2} \cdot i^2 \cdot \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot \text{área entrehierro}}{e^2}$$

Su valor final será de $0.018378\ N$.

El sistema es incapaz de mover el vástago a la derecha porque intenta minimizar la reluctancia. Así, a pesar de que haya un cambio de polaridad en la corriente y, con esta, un cambio en el sentido del flujo magnético, la fuerza se seguirá ejerciendo en el mismo sentido ya que es lo que vuelve más pequeño el airgap.

Problema 2 (20 %)

Considerando una máquina como la que se ve en la Figura 2, determine las condiciones de velocidades angulares (según corresponda) que se deben cumplir para que el torque medio sea diferente de cero. Para realizar lo anterior, considere que ésta funciona bajo las siguientes condiciones:

a) Las corrientes de excitación son de la forma $i_j(t) = I \cdot cos(\omega_j \cdot t)$ con $j = 1, 2$.

b) Según la nomenclatura vista en clases para las expresiones de inductancia, considere que $L_b = L_d = L_m = L$, según corresponda.

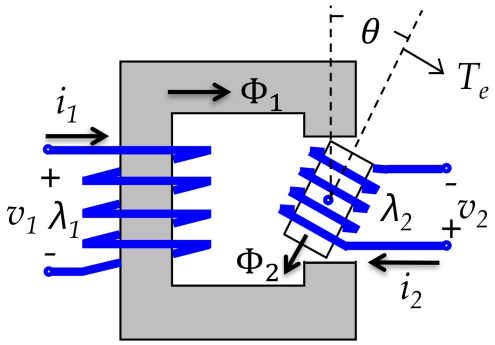


Figura 2: Máquina de reluctancia básica con doble alimentación alterna.

Hint: Expresar las expresiones de inductancia en función del tiempo con la expresión:

$$\theta = \omega_m \cdot t + \delta. \tag{1}$$

Fórmulas útiles:

$$\cos^2(\theta) = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2} \tag{2}$$

$$\sin(\theta)\cos(\phi) = \frac{\sin(\theta + \phi) + \sin(\theta - \phi)}{2} \tag{3}$$

Solución

Tal como se vio en clases, la condición que se debe cumplir para que exista torque medio en la máquina que se muestra en la Figura (2) es la siguiente:

$$\omega_m = |\omega_1 \pm \omega_2| \tag{4}$$

donde ω_m : frecuencia angular mecánica del rotor, ω_1 : frecuencia angular de la corriente eléctrica del estator y ω_2 : frecuencia angular de la corriente eléctrica del rotor.

Además, considerando las funciones de auto-inductancia e inductancia mutua de esta máquina y las simplificaciones que se mencionan en el enunciado, se obtiene lo siguiente:

$$L_{11}(\theta) = La + L \cdot cos(2\theta) \tag{5}$$

$$L_{22}(\theta) = Lc + L \cdot cos(2\theta) \tag{6}$$

$$L_{12}(\theta) = L \cdot cos(\theta) \tag{7}$$

Por otro lado, por orden en la demostración, las corrientes del estator y del rotor se expresan de la forma:

$$i_1(\phi_1) = I \cdot cos(\phi_1) \tag{8}$$

$$i_2(\phi_2) = I \cdot cos(\phi_2) \tag{9}$$

Además, la expresión para el torque de esta máquina es la siguiente:

$$T_e(i_1, i_2, \theta) = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\theta} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\theta} \tag{10}$$

Luego, remplazando las expresiones anteriores en la ecuación de torque, se obtiene lo siguiente:

$$T_e(I, \theta) = -I^2 L \left(\sin(\theta) \cos(\phi_1) \cos(\phi_2) + \sin(2\theta)(\cos^2(\phi_1) + \cos^2(\phi_2)) \right) \tag{11}$$

Ahora, utilizando la identidad trigonométrica siguiente:

$$\cos^2(\theta) = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2} \tag{12}$$

Se obtiene lo siguiente:

$$T_e(I, \theta) = -\frac{1}{2} I^2 L(2\sin(\theta)\cos(\phi_1)\cos(\phi_2) + \sin(2\theta)(\cos(2\phi_1) + \cos(2\phi_2) + 2)) \tag{13}$$

Luego, se vuelve a utilizar otra identidad trigonométrica:

$$\sin(\theta)\cos(\phi) = \frac{\sin(\theta + \phi) + \sin(\theta - \phi)}{2} \tag{14}$$

De lo cual, luego de re-ordernar los términos se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} T_e(I, \theta) = -\frac{1}{4} i^2 L(&\sin(\theta - \phi_1 - \phi_2) + \sin(\theta + \phi_1 - \phi_2) + \\ &\sin(\theta - \phi_1 + \phi_2) + \sin(\theta + \phi_1 + \phi_2) + \sin(2\theta + 2\phi_1) + \\ &\sin(2\theta - 2\phi_1) + \sin(2\theta + 2\phi_2) + \sin(2\theta - 2\phi_2) + 4\sin(2\theta)) \end{aligned} \tag{15}$$

Ahora consideramos las siguientes relaciones, para dejar el torque en función del tiempo:

$$\theta = t \cdot \omega_m + \delta \tag{16}$$

$$\phi_1 = t \cdot \omega_1 \tag{17}$$

$$\phi_2 = t \cdot \omega_2 \tag{18}$$

Entonces, remplazando las ecuaciones anteriores en la ecuación (15), se obtiene lo siguiente:

$$
\begin{aligned}
T_e(t) = -\frac{1}{4} I^2 L (&\sin(\delta - t((\omega_1 + \omega_2) - \omega_m)) \\
&+ \sin(\delta + t((\omega_1 - \omega_2) + \omega_m)) \\
&+ \sin(\delta + t(-\omega_1 + \omega_2 + \omega_m)) \\
&+ \sin(\delta + t(\omega_1 + \omega_2 + \omega_m)) \\
&+ \sin(2(\delta - t(\omega_1 + \omega_m))) \\
&+ \sin(2(\delta + t(\omega_1 + \omega_m))) \\
&+ \sin(2(\delta - t(\omega_2 + \omega_m))) \\
&+ \sin(2(\delta + t(\omega_2 + \omega_m))) \\
&+ 4\sin(2(\delta + t\omega_m)))
\end{aligned}
\tag{19}
$$

De lo cual se puede notar que todos los términos son funciones sinusoidales, por lo que al ser integrados en un periodo de la onda, para obtener el torque medio, se harán cero en su conjunto. Por lo que, realizando un análisis de la función, es posible notar que si $\omega_m = |\omega_1 + \omega_2|$ o $\omega_m = |\omega_1 - \omega_2|$, la ecuación se reduce a lo siguiente:

$$
T_e = -\frac{1}{4} I^2 L \sin(\delta) \tag{20}
$$

El cual, al ser un término constante no se eliminará al ser integrado y por tanto existirá torque medio. Entonces, queda demostrado que la condición necesaria para que haya torque medio es que $\omega_m = |\omega_1 \pm \omega_2|$.

Problema 3 (20 %)

Considere la máquina cilíndrica bipolar de dos polos con devanados en el estator y rotor que se muestra en la figura. El eje de la máquina se acopla a un dispositivo mecánico que puede absorber o entregar un torque. Para este ejercicio, se considerará que el devanado del estator (con N_e vueltas) se excita con corriente directa I_e y el devanador del rotor (con N_r vueltas) se conecta a una fuente AC que absorbe o suministra potencia eléctrica. La reluctancia mutua máxima de la máquina es R_{er}, mientras que las inductancias propias y las resistencias del rotor y del estator son L_{rr}, R_r, y L_{ee}, R_e respectivamente. Asuma que la corriente del rotor es:

$$i_r = I_r \cos(\omega t)$$

a) Obtenga una expresión para el torque generado por la máquina.

b) Determine la velocidad (en rad/s y en rpm) a la cual se producirá el torque medio si se considera que la frecuencia del rotor es de 60 Hz. Además, determine una expresión para el torque medio.

c) Explique el funcionamiento de la máquina en términos de los CMR del estator y rotor.

d) ¿Que voltaje se inducen en los devanados del estator y del rotor a la velocidad síncrona ($\omega_m = \omega_e$).
HINT: θ_{me} es el ángulo mecánico del eje del rotor.

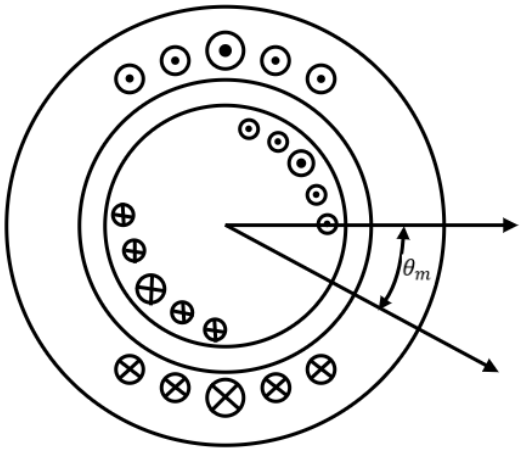


Figura 3: Máquina Básica

Solución:

a) Considerando que $\theta_m = \omega_m t + \delta$

$$T = \frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta}$$

$$T = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

$$L_{sr} = \frac{N_e N_r}{R_{er}} cos(\theta_m)$$

$$T = -\frac{N_e N_r}{\mathcal{R}_{er}} i_s i_r \sin(\theta_m)$$

$$T = -\frac{N_e N_r}{\mathcal{R}_{er}} I_s I_r \cos(\omega t) \sin(\omega_m t + \delta)$$

$$T = -\frac{1}{2} \frac{N_e N_r}{\mathcal{R}_{er}} I_s I_r \left(\sin((\omega_m + \omega)t + \delta) + \sin((\omega_m - \omega)t + \delta)\right)$$

b) La máquina sólo tiene torque medio cuando $\omega_m = \pm\omega_e = 2\pi 60 \approx 376 \frac{rad}{s}$, que equivale a 3600 rpm. Para cualquier otra velocidad, el torque es nulo. El valor del torque medio es:

$$T_{med} = -\frac{1}{2} \frac{N_e N_r}{\mathcal{R}_{er}} I_s I_r \left[\underbrace{\sin(2\omega_e t + \delta)}_{0} + \sin\delta\right]$$

$$T_{med} = -\frac{1}{2} \frac{N_e N_r}{\mathcal{R}_{er}} I_s I_r \sin\delta$$

c) El estator al estar alimentado con DC posee un flujo fijo constante, mientras que el rotor, al estar alimentado con AC, produce un campo magnético pulsante que debe estar sincronizado con la velocidad mecánica para la existencia de torque medio.

d) Para el caso del estator:

$$e_e = i_e R_e + \frac{d(L_{ee} i_e + L_{er} i_r)}{dt}$$

$$e_e = R_e I_e - \omega_e \frac{N_e N_r}{\mathcal{R}_{er}} I_r \left[\sin\omega t \cos\omega t + \delta + \cos(\omega t) \sin(\omega t + \delta)\right]$$

$$e_e = R_e I_e - \omega \frac{N_e N_r}{\mathcal{R}_{er}} I_r \sin(2\omega t + \delta)$$

Para el rotor:

$$e_r = i_r R_r + \frac{d(L_{rr} i_r + L_{er} i_e)}{dt}$$

$$e_r = R_r I_r \cos(\omega t) - \frac{N_e N_r}{\mathcal{R}_{er}} \omega \left(I_r \sin(\omega t) + I_e \sin(\omega t + \delta)\right)$$