

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica

IEE2273 — Laboratorio de Máquinas Eléctricas

Apuntes de Máquinas Eléctricas

Transformadores

Actualización de los profesores
David Watts C. y Juan Dixon

Digitalización a LaTeX el año 2014 por:
Rodrigo Henríquez Auba

Acerca de este documento

Este documento es el resultado del trabajo de distintas personas, cuyo aporte al documento final se describe a continuación:

La primera versión de este documento estuvo compuesta por seis publicaciones independientes, editadas por los señores Efraín Asenjo S., Carlos Donoso Z., Alain Hermosilla J., Nelson Morales O., Alfredo Muñoz R. y Jorge Romo L. entre los años 1981 y 1982 por la Oficina de Publicaciones Docentes del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Chile.

Posteriormente, durante el año 2000, el Profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Pontificia Universidad Católica de Chile, señor David Watts C. trabajó en su digitalización y en la readecuación de sus contenidos para el curso IEE2272 Laboratorio de Máquinas Eléctricas, labor que desempeñó con la ayuda del ayudante Felipe Garcia.

Luego, durante el año 2001, gracias al concurso Fondo de Desarrollo de la Docencia FONDEDOC 2001, los profesores David Watts C. y Juan Dixon terminaron la actualización y readecuación de este documento., con la ayuda del ayudante Juan Francisco Araya y de algunos alumnos, ayudantes y profesores del curso.

Finalmente, en el año 2014, el alumno Rodrigo Henríquez Auba, trabajó en la digitalización a LaTeX de los documentos, junto a los profesores del ramo IEE2273 Laboratorio de Máquinas Eléctricas, don Mario Ricardo Saez S. y don Luis Vergara R.

Índice

I. Transformadores monofásicos de dos enrollados **1**

Introducción **1**

1. Principios básicos **2**

2. Detalles constructivos **3**
2.1. Núcleo . . . 3
2.2. Bobinas . . . 4

3. Teoría del transformador ideal **5**
3.1. Convención de sentidos . . . 5
3.2. Flujo común y flujo de fuga . . . 5
3.3. Relaciones de voltajes y corrientes . . . 7
3.4. Diagrama fasorial . . . 8
3.5. Circuito equivalente . . . 9
3.6. Efecto de las pérdidas en el hierro y la saturación . . . 12
3.7. Corriente de conexión . . . 17
3.8. Pérdidas adicionales . . . 19
3.9. Polaridad . . . 20
3.10. Regulación de voltaje . . . 21
3.11. Rendimiento . . . 23

4. Ensayo de transformadores **25**
4.1. Medida de la resistencia óhmica de los enrollados . . . 25
4.2. Medida de la razón de transformación . . . 25
4.3. Prueba de Polaridad . . . 26
4.3.1. Método de comparación con un transformador patrón . . . 26
4.3.2. Método con corriente continua . . . 26
4.3.3. Método de corriente alterna . . . 27
4.4. Pruebas en circuito abierto y en cortocircuito . . . 28
4.4.1. Prueba en circuito abierto . . . 28
4.4.2. Prueba en cortocircuito . . . 29

II. Autotransformadores **32**

Introducción **32**

1. Descripción y principios básicos **33**

2. Modelación y circuito equivalente **34**
2.1. Caso ideal . . . 34
2.1.1. Relaciones de voltajes . . . 34
2.1.2. Relaciones de corrientes . . . 34
2.2. Circuito equivalente aproximado . . . 35

2.3. Potencias . . . 37
2.3.1. Autotransformador reductor de tensión . . . 37
2.3.2. Autotransformador elevador de tensión . . . 38
2.4. Eficiencia y regulación . . . 39
2.5. Corriente de cortocircuito . . . 39

III. Conexión en paralelo de transformadores **41**

Introducción **41**

1. Condiciones para la operación en paralelo **42**

2. Transformadores monofásicos en paralelo **43**
2.1. Polaridad . . . 43
2.2. Rangos de voltaje . . . 43
2.3. Razones de transformación iguales . . . 43
2.4. Impedancias iguales . . . 45

IV. Transformadores de medida **49**

Introducción **49**

1. Uso de los transformadores de medida **50**
1.1. Aislamiento de los circuitos . . . 50
1.2. Normalización de niveles . . . 50
1.3. Mediciones remotas . . . 50
1.4. Medidas y protecciones . . . 50
1.5. Interconexión de secundarios . . . 51
1.6. Elemento de protección . . . 51

2. El transformador de potencial **52**
2.1. El transformador ideal . . . 52
2.2. Transformador de potencial real . . . 52
2.3. Variaciones de las condiciones normales . . . 54

3. El transformador de corriente **56**
3.1. Diagrama fasor y circuito equivalente . . . 56
3.2. Causas de error en la razón de transformación . . . 57
3.3. Designaciones ANSI para TT/CC . . . 58
3.4. Límite térmico . . . 59

4. Saturación en transformadores de corriente **60**
4.1. Índice de saturación de un T/C . . . 60
4.2. Obtención experimental del índice de saturación . . . 61
4.2.1. Fundamentación del método . . . 61
4.2.2. Índice de saturación real de un T/C . . . 63

V. Anexos **65**

1. Refrigeración **65**
1.1. Transformadores refrigerados por aire . . . 65
1.1.1. Refrigeración natural . . . 65
1.1.2. Refrigeración forzada . . . 65
1.2. Transformadores en aceite . . . 65
1.2.1. Circulación natural . . . 66
1.2.2. Circulación forzada . . . 66
1.3. Empleo de otros tipos de aislamiento . . . 67
1.3.1. Transformadores de Piraleno . . . 67
1.3.2. Transformadores en silicona líquida . . . 67
1.3.3. Transformadores secos . . . 67

2. Ferromagnetismo e Histéresis **68**

3. Pruebas sobre transformadores **71**
3.1. Prueba de rendimiento . . . 71
3.2. Prueba de regulación . . . 71
3.3. Pruebas de calentamiento . . . 72
3.3.1. Método de oposición o de recuperación . . . 72
3.3.2. Método de cortocircuito . . . 72

4. Transformadores de varios enrollados **74**
Introducción . . . 74
4.1. Teoría del transformador de tres enrollados . . . 74
4.2. Representación mediante circuitos equivalentes . . . 76
4.3. Parámetros del circuito equivalente (conexión Y) . . . 78
4.3.1. Determinación de los parámetros del circuito equivalente . . . 78
4.3.2. Ejemplo . . . 80
4.3.3. Circuito equivalente resultante . . . 82
4.4. Regulación de transformadores de tres enrollados . . . 82
4.5. Balance de potencias activas y reactivas . . . 83
4.6. Transformadores de cuatro enrollados . . . 84
4.6.1. Circuito equivalente . . . 84
4.6.2. Determinación de los parámetros del circuito equivalente . . . 85
4.7. Operación en paralelo . . . 86
4.7.1. Dos transformadores de tres enrollados . . . 86
4.7.2. Transformador de tres enrollados con uno de dos enrollados . . . 87

5. Medición de la razón de transformación **90**
5.1. Método de Voltímetro . . . 90
5.2. Método de transformador patrón . . . 90
5.3. Método de resistencia potenciométrica . . . 91

6. Errores introducidos por el uso de los transformadores de medida **92**
6.1. Factor de corrección de razón, FCR . . . 92
6.2. Ángulo de fase de un transformador de medida . . . 92
6.3. Factor de corrección de ángulo de fase, FCAF . . . 92
6.4. Factor de corrección total, FCF . . . 93
6.5. Clase de precisión . . . 94
6.5.1. Clase de precisión ANSI de un transformador de potencia . . . 94
6.5.2. Clase de precisión ANSI de un transformador de corriente . . . 95
6.5.3. Clasificación ANSI para el error de los TT/CC . . . 96
6.5.4. Normas VDE . . . 97
6.6. Métodos de obtención de errores en TT/MM . . . 97
6.6.1. Determinación de la razón de transformación real de T/C: a_r . . . 99
6.6.2. Determinación del ángulo β de desplazamiento entre I_p e I_s . . . 99
6.6.3. Condiciones en que deben realizarse las pruebas . . . 100

Referencias **101**

I. Transformadores monofásicos de dos enrollados

Introducción

El transformador es una máquina eléctrica estática, que opera exclusivamente en corriente alterna, recibiendo energía a un cierto nivel de tensión y corriente, con pocas pérdidas.

Al transformador se debe en gran parte el extenso uso de la corriente alterna en los sistemas de potencia: permite que la generación eléctrica se efectúe al voltaje de generación más económico, la transferencia de potencia al voltaje de transmisión más económico, y luego utilizar la energía al voltaje que resulte más adecuado para cada uso específico. El transformador se utiliza también en los circuitos electrónicos y de control (de baja potencia y baja corriente) para realizar funciones tales como: aislar un circuito de otro, aislar la corriente continua mientras se mantiene la continuidad de la corriente alterna entre los circuitos, etc.

En esta publicación se describen los principios de funcionamiento y algunos detalles constructivos de transformadores monofásicos. Además se deduce el circuito equivalente y las relaciones de comportamiento, y se explican las pruebas tradicionales.

1. Principios básicos

Un transformador consta esencialmente de dos o más enrollados enlazados por un flujo magnético mutuo (ver Figura 1).

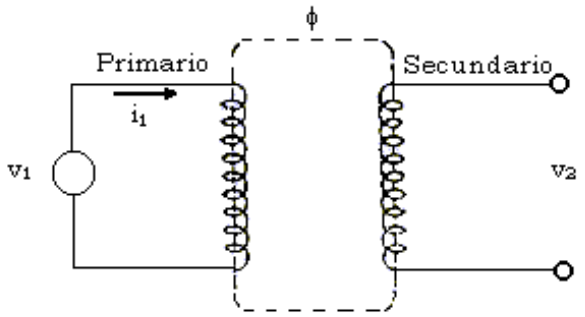


Figura 1: Esquema básico de la acción de un transformador.

Si uno de estos enrollados, que en adelante se designará como primario, se conecta a una fuente de tensión alterna, circula por él una corriente, que a su vez genera un flujo cuya magnitud dependerá del voltaje aplicado y del número de vueltas del enrollado. Parte de este flujo enlaza al otro enrollado, que recibirá el nombre de secundario, induciendo en él una tensión cuya magnitud depende del número de vueltas del secundario. Eligiendo en forma adecuada el número de vueltas del primario y del secundario, se puede obtener la relación de voltajes o "razón de transformación" deseada para el traspaso de energía.

Para que se produzca el efecto de transformación sólo se requiere disponer de un flujo alterno que enlace a ambos enrollados (flujo mutuo). Este efecto puede conseguirse mediante un núcleo de aire, sin embargo se obtendrá un resultado mucho más satisfactorio con un núcleo de hierro o de otro material ferromagnético, pues el flujo queda así confinado en un circuito bien determinado y de alta permeabilidad que enlaza a ambos enrollados. Un transformador así constituido recibe el nombre de "transformador de núcleo de hierro".

Siendo la mayoría de los transformadores de este tipo, la discusión siguiente se limitará a él.

2. Detalles constructivos

2.1. Núcleo

Para disminuir las pérdidas en el hierro, el circuito magnético o núcleo se construye de láminas delgadas aisladas unas de otras por un barniz adecuado para prevenir corrientes excesivas en el hierro debido al flujo variante en el tiempo, además de ser la construcción laminada más económica que la construcción de un transformador de núcleo sólido. Según la forma del circuito magnético, los transformadores pueden clasificarse en dos tipos (ver Figura 2).

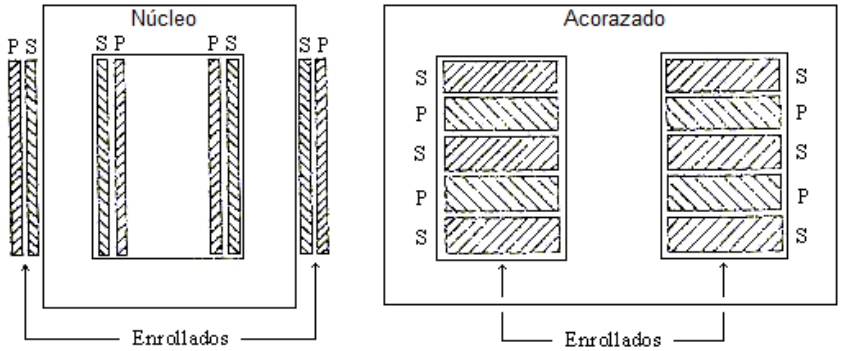


Figura 2: Tipos de transformadores.

En el "tipo núcleo" (core) (Figura 2 izquierda) las bobinas se encuentran enrolladas en torno a dos piernas de un núcleo magnético de forma rectangular; en el "tipo acorazado" (shell) (Figura 2 derecha) las bobinas se enrollan en torno a la pierna central de un núcleo de 3 piernas.

En transformadores destinados a trabajar con frecuencia hasta algunos cientos de ciclos por segundo, se utilizan láminas de hierro silicoso; el hierro silicoso tiene las ventajas de ser económico, de tener pocas pérdidas y una gran permeabilidad a altas densidades de flujo. Los núcleos de los pequeños transformadores utilizados en circuitos de comunicaciones a altas frecuencias y bajos niveles de energía, suelen construirse de aleaciones ferromagnéticas, tales como el Permalley, pulverizadas y comprimidas.

En general debido a los procesos constructivos de los transformadores, tanto pequeños como grandes, es necesario que el circuito magnético esté abierto mientras se construye el transformador por lo cual no se pueden utilizar láminas de una sola pieza. Hay que tener cuidado, sin embargo, en láminas vecinas en las formas (a) y (b) de la Figura 3, que muestran un ejemplo de disposición adoptada para un transformador monofásico tipo núcleo. Sin este alternado de las uniones, se producirían cortocircuitos entre las láminas que aumentarían las pérdidas por corrientes de Foucault. Además, esta disposición entrelaza las láminas y permite apretar el paquete simplemente mediante pernos y tuercas.

Los pernos de apretado se rodean con un manguito aislante y las tuercas se colocan sobre golillas también aislantes para evitar cortocircuitos entre láminas.

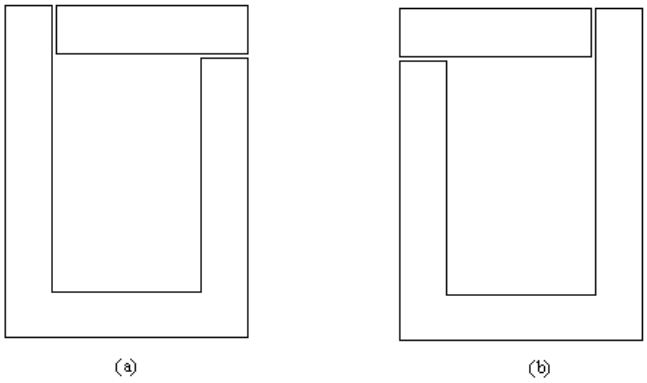


Figura 3: Láminas vecinas de transforamdor tipo núcleo.

2.2. Bobinas

La mayor parte del flujo queda confinado al núcleo enlazando así ambas bobinas (ϕ_m en la Figura 5). Sin embargo, el flujo de fuga que enlaza sólo uno de los enrollados (ϕ_{f1} en enrollado 1, o bien, ϕ_{f2} en enrollado 2 según la Figura 5) a pesar de ser solamente una pequeña fracción del flujo total, tiene una gran importancia en el funcionamiento del transformador. Las fugas se reducen subdividiendo los enrollados en secciones ubicadas lo más cerca posible una de otra. En los transformadores tipo núcleo, cada enrollado está compuesto de dos secciones, colocadas una en cada pierna; los enrollados primario (P) y secundario (S) forman bobinas concéntricas, o bien los enrollados pueden estar constituidos por bobinas delgadas ("panqueque") colocadas una encima de otra e intercalando bobinas primarias con secundarias (ver Figura 2 derecha).

3. Teoría del transformador ideal

La teoría de los transformadores es una aplicación básica de las Leyes de Maxwell del electromagnetismo.

3.1. Convención de sentidos

En la Figura 4 se esquematiza un transformador de dos enrollados cuyas vueltas respectivas son N_1 y N_2, donde se ha indicado el sentido convencional de las corrientes (i_1, i_2) y voltajes (v_1, v_2) instantáneos en ambos enrollados.

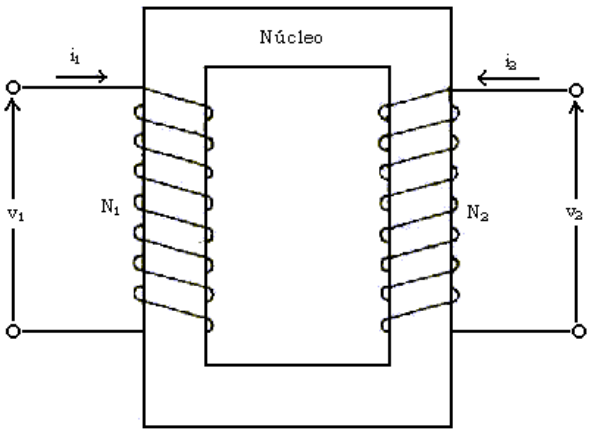


Figura 4: Convención de sentidos

3.2. Flujo común y flujo de fuga

Al circular una corriente i_1 por el enrollado 1, éste quedará enlazado por un flujo debido a la fuerza magnetomotriz (f.m.m) $N_1 i_1$, flujo que a su vez será enlazado en gran parte por el enrollado 2.

Se designará por ϕ_{m1} a la parte del flujo que es enlazado tanto por 1 como por 2 (flujo mutuo producido por la corriente i_1), y por ϕ_{f1} a la parte del flujo que sólo es enlazada por 1.

Entonces ϕ_{m1} y ϕ_{f1} estarán dados por:

$$\phi_{m1} = \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_{m1}} \tag{1}$$

$$\phi_{f1} = \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_{f1}} \tag{2}$$

Siendo $\mathcal{R}_{m1}$ la reluctancia del circuito magnético recorrido por el flujo ϕ_{m1} y $\mathcal{R}_{f1}$ la reluctancia del circuito magnético recorrido por ϕ_{f1}.

Del mismo modo, al circular una corriente i_2 por el enrollado 2, se tiene los siguientes flujos enlazados:

- ϕ_{m2}: parte del flujo que es enlazado tanto por 2 como por 1.
- ϕ_{f2}: parte del flujo que sólo se enlaza por 2.

Tanto ϕ_{m2} como ϕ_{f2} están dados por:

$$\phi_{m2} = \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_{m2}} \tag{3}$$

$$\phi_{f2} = \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_{f2}} \tag{4}$$

Siendo $\mathcal{R}_{m2}$ la reluctancia del circuito magnético recorrido por el flujo φ_{m2} y $\mathcal{R}_{f2}$ la reluctancia del circuito magnético recorrido por ϕ_{f2}.

Puesto que ϕ_{m1} y ϕ_{m2} son enlazados por ambos enrollados, el circuito magnético que recorren será el mismo y por lo tanto existirá una reluctancia $\mathcal{R}_m$ para ambos flujos mutuos ($\mathcal{R}_{m1} = \mathcal{R}_{m2} = \mathcal{R}_m$).

Si ahora circulan simultáneamente i_1 por 1 e i_2 por 2, se tendrá (Figura 5) un flujo ϕ_m común a ambos enrollados:

$$\phi_m = \frac{1}{\mathcal{R}_m}(N_1 i_1 + N_2 i_2) = \phi_{m1} + \phi_{m2} \tag{5}$$

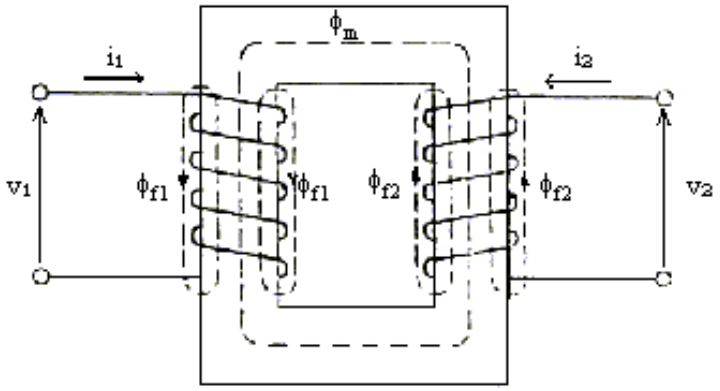


Figura 5: Flujos producidos por circulación de corriente en ambos enrollados.

Además se tendrá un flujo ϕ_{f1} que sólo es enlazado por 1 y está dado por la relación (2) y un flujo ϕ_{f2} enlazado por 2 y definido por la relación (4).

ϕ_m recibe le nombre de "flujo de magnetización", debido a que no son enlazados por los dos enrollados.

Es de notar que el flujo común circula por el material magnético del núcleo, en cambio los flujos de fuga circulan casi en su totalidad por el aire, por lo que las reluctancias $\mathcal{R}_{f1}$ y $\mathcal{R}_{f2}$ serán mucho mayores que $\mathcal{R}_m$. Esto es importante para el análisis del transformador puesto que se puede considerar casi siempre lineal la relación entre i_1 y ϕ_{f1} aún para condiciones saturadas del núcleo.

Designando por ϕ_1 y ϕ_2 a los flujos totales respectivos de los dos enrollados cuando en ambos circula corriente, se tiene:

$$\phi_1 = \phi_{f1} + \phi_{m1} + \phi_{m2} = \phi_{f1} + \phi_m \tag{6a}$$
$$\phi_2 = \phi_{f2} + \phi_{m2} + \phi_{m1} = \phi_{f2} + \phi_m \tag{6b}$$

Los enlaces de flujo de ambos enrollados, λ_1 y λ_2 respectivamente, son:

$$\lambda_1 = N_1(\phi_1 + \phi_m) \tag{7a}$$
$$\lambda_2 = N_2(\phi_2 + \phi_m) \tag{7b}$$

3.3. Relaciones de voltajes y corrientes

Si se tiene un voltaje instantáneo v_1 en el primario y un voltaje instantáneo v_2 en el secundario y considerando que R_1 y R_2 son las resistencias de los enrollados 1 y 2 respectivamente, se puede escribir, de acuerdo a las leyes de Kirchoff:

$$v_1 = i_1 R_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} \tag{8a}$$
$$v_2 = i_2 R_2 + \frac{d\lambda_2}{dt} \tag{8b}$$

Reemplazando λ_1 y λ_2 por las expresiones (7), se tiene:

$$v_1 = i_1 R_1 + N_1 \frac{d\phi_{f1}}{dt} + N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \tag{9a}$$
$$v_2 = i_2 R_2 + N_2 \frac{d\phi_{f2}}{dt} + N_2 \frac{d\phi_m}{dt} \tag{9b}$$

pero como ϕ_{f1} y ϕ_{f2} son funciones consideradas lineales de i_1 e i_2, se puede escribir:

$$v_1 = i_1 R_1 + N_1 \frac{d\phi_{f1}}{di_1} \cdot \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \tag{10a}$$
$$v_2 = i_2 R_2 + N_2 \frac{d\phi_{f2}}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\phi_m}{dt} \tag{10b}$$

Al coeficiente $L_{f1} = N_1(d\phi_{f1}/di_1)$ se le denomina coeficiente de autoinducción de fuga. Análogamente, se define $L_{f2} = N_2(d\phi_{f2}/di_2)$.

$$v_1 = i_1 R_1 + L_{f1}\frac{di_1}{dt} + N_1\frac{d\phi_m}{dt} \tag{11a}$$

$$v_2 = i_2 R_2 + L_{f2}\frac{di_2}{dt} + N_2\frac{d\phi_m}{dt} \tag{11b}$$

Estas ecuaciones se han establecido para los valores instantáneos; como se sabe, es posible establecerlas para fasores siempre que las variables sean funciones sinusoidales periódicas. Si:

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t + \theta_1) \qquad i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t + \theta_2)$$

se puede definir los fasores $\mathring{I}_1 = I_1 \angle\theta_1$ e $\mathring{I}_2 = I_2 \angle\theta_2$.

Luego, reemplazando en las ecuaciones (11):

$$\mathring{V}_1 = \mathring{I}_1 R_1 + j\omega L_{f1}\mathring{I}_1 + j\omega N_1 \mathring{\phi}_m \tag{12a}$$

$$\mathring{V}_2 = \mathring{I}_2 R_2 + j\omega L_{f2}\mathring{I}_2 + j\omega N_2 \mathring{\phi}_m \tag{12b}$$

A los coeficientes ωL_{f1} y ωL_{f2} se les denomina reactancias de fuga de primario y secundario, designándolas por x_{f1} y x_{f2} , respectivamente; $\mathring{\phi}_m$ es el valor fasorial del flujo mutuo, cumpliéndose la relación:

$$\mathcal{R}_m \phi_m = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \tag{13}$$

siendo $N_1\mathring{I}_1$ y $N_2\mathring{I}_2$ de las fmm fasoriales y $\mathcal{R}_m$ la reluctancia mutua. La suma fasorial de las fmm se designará por $\mathring{\mathcal{F}}_m$:

$$\mathring{\mathcal{F}}_m = N_1\mathring{I}_1 + N_2\mathring{I}_2 \tag{14}$$

El factor $j\omega N_1\mathring{\phi}_m$ es una fuerza electromotriz inducida y se denotará por $\mathring{E}_1$ para el primario y $\mathring{E}_2$ para el secundario:

$$\mathring{E}_1 = j\omega N_1 \mathring{\phi}_m \tag{15a}$$

$$\mathring{E}_2 = j\omega N_2 \mathring{\phi}_m \tag{15b}$$

3.4. Diagrama fasorial

Dadas las corrientes $\mathring{I}_1$ e $\mathring{I}_2$ en el plano fasorial (Figura 6) se procede a ubicar las caídas de tensión de las ecuaciones anteriores, a fin de determinar $\mathring{V}_1$ y $\mathring{V}_2$ en magnitud y fase.

En este caso en que se procede gráficamente, es necesario tomar diferentes escalas para representar las magnitudes de las corrientes y los voltajes.

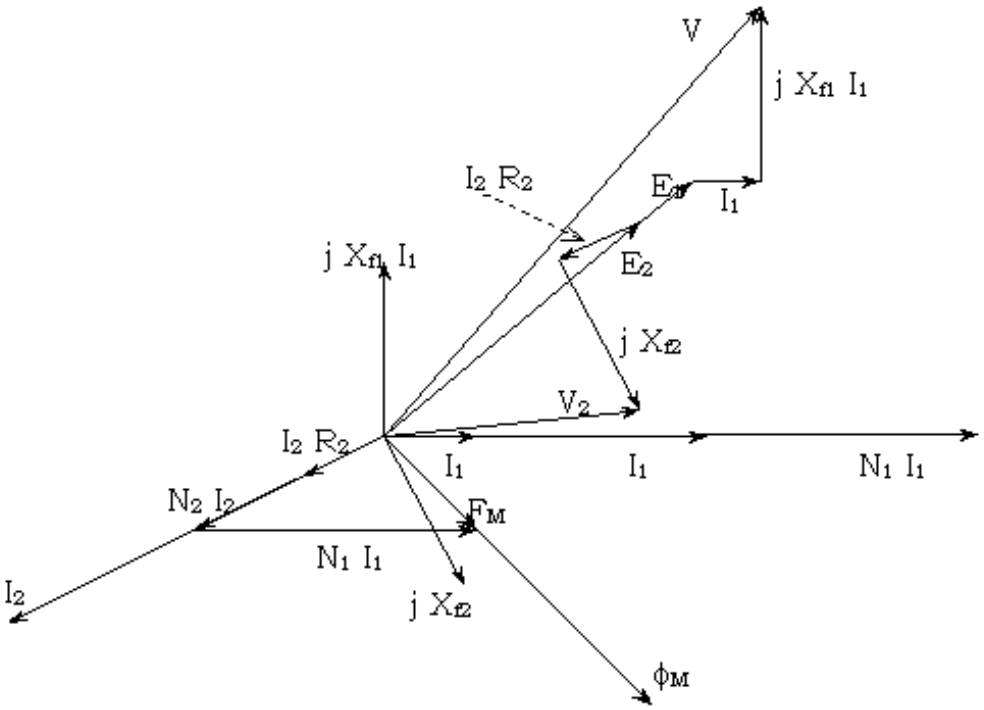


Figura 6: Diagrama fasorial.

Las caídas de tensión en las resistencias están en fase y $x_{f2}I_2$. Las fuerzas magneto motrices N_1I_1 y N_2I_2 están en fase con las respectivas corrientes y su suma da $\mathcal{F}_m$ en fase con ϕ_m. Luego a 90^o en adelanto al flujo ϕ_m se tienen a E_1 y E_2. Una vez obtenidos todos los fasores de procede a la suma vectorial:

$$\mathring{V}_1 = R_1\mathring{I}_1 + jx_{f1}\mathring{I}_1 + \mathring{E}_1 \tag{16a}$$

$$\mathring{V}_2 = R_2\mathring{I}_2 + jx_{f2}\mathring{I}_2 + \mathring{E}_2 \tag{16b}$$

3.5. Circuito equivalente

El circuito equivalente de un transformador es un circuito eléctrico que representa su comportamiento electromagnético.

Al escribir las ecuaciones de equilibrio de voltajes, ya se ha separado algunos elementos tales como las resistencias R_1 y R_2 del primario y secundario, y las inductancias de fuga L_{f1} y L_{f2} que dan lugar a las reactancias de fuga X_{f1} y X_{f2}. Es posible entonces, como primer paso pensar en un transformador provisto de resistencias y reactancias de fugas (Ver Figura 7).

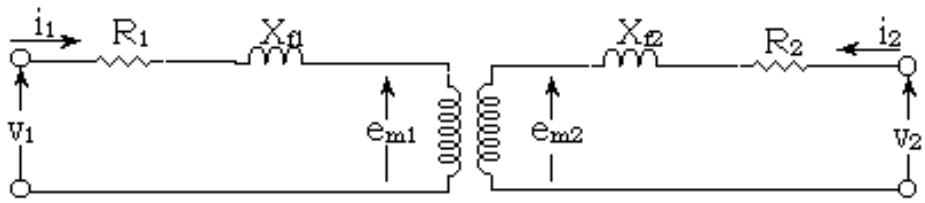


Figura 7: Parámetros serie del transformador.

Pero aún queda la ligazón magnética entre las fuerzas electromotrices E_1 y E_2. Es posible expresar el efecto de este flujo por una inductancia mutua del circuito 1 (L_{m1}) y definida por:

$$L_{m1} = \frac{N_1 \phi_{mi}}{i_1} = \left(\frac{N_1}{i_1} \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_m} \right) = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_m} \tag{17}$$

Reemplazando $\mathcal{R}_m$ en (5) se tiene:

$$\phi_m = \frac{L_{m1}}{N_1} \left(i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 \right) \tag{18}$$

Suponiendo no existe saturación, la inductancia mutua L_{m1} será constante y se cumplirá instantáneamente que (y análogamente para L_{m2}):

$$e_{m1} = N_1 \frac{d\phi_m}{dt} = L_{m1} \frac{d}{dt} \left(i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 \right) \tag{19a}$$

$$e_{m2} = N_2 \frac{d\phi_m}{dt} = L_{m2} \frac{d}{dt} \left(i_2 + \frac{N_1}{N_2} i_2 \right) \tag{19b}$$

Por lo que la fuerza electromotriz e_{m1} es igual a la que se produce en una inductancia L_{m1} por la cual circula una corriente igual a :

$$i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2$$

Tal corriente se denomina “corriente magnetizante” y se designa por i_m.

El transformador entonces ya no establece una ligazón magnética, sino que simplemente una relación de magnitudes (ver Figura 8).

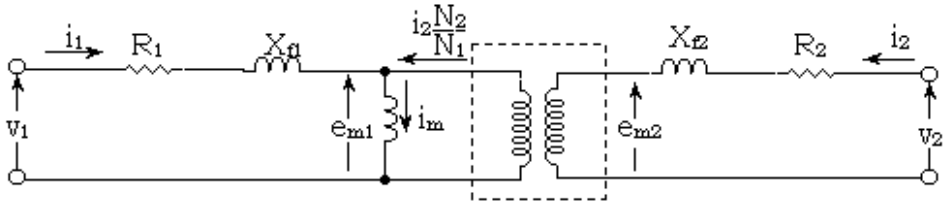


Figura 8: Inclusión del efecto magnético.

La resistencia y la reactancia de fuga del secundario pueden reemplazarse por una impedancia ubicada en el primario que produzca los mismos efectos que aquéllas. Para encontrar esta impedancia, previamente deben establecerse algunas definiciones:

En un transformador ideal, es decir sin resistencias, inductancias de fuga ni reluctancia y con la convención de la Figura 4, se cumple que:

$$\frac{v_1}{v_2} = a \tag{20}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{a} \tag{21}$$

Donde a es la razón de transformación:

$$a = \frac{N_1}{N_2} \tag{22}$$

Por lo tanto, si se denomina V_{R2} la caída de tensión en la resistencia R_2 al circular la corriente i_2, su valor en el primario será:

$$v'_{R2} = V_{R2}\frac{N_1}{N_2} = a v_{R2}$$

La resistencia R_2 que se tendría que colocar en el primario debe provocar la misma caída, al circular la corriente:

$$i_2\frac{N_1}{N_2} = i'_2$$

Luego:

$$v'_{R2} = a v_{R2} = R'_2 i'_2 = R'_2\frac{i_2}{a}$$

o sea:

$$R'_2 = a^2\frac{v_{R2}}{i_2} = a^2 R_2 \tag{23}$$

Igual razonamiento se sigue para referir al primario la reactancia X_{f2}:

$$X'_{f2} = a^2 X_{f2} \tag{24}$$

Luego se puede dibujar el circuito en la forma indicada en la figura 9.

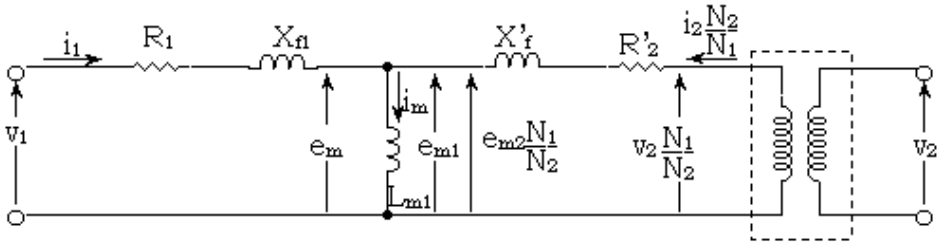


Figura 9: Circuito equivalente parcial referido al lado primario.

También es posible referir al primario una carga colocada en el secundario, con lo cual puede suprimirse el transformador, obteniéndose el circuito equivalente de la Figura 10.

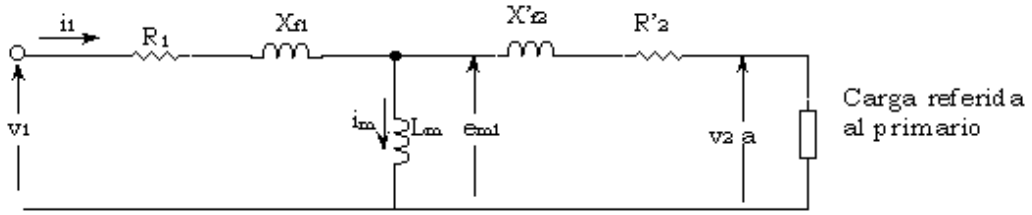


Figura 10: Circuito equivalente parcial referido al lado primario.

3.6. Efecto de las pérdidas en el hierro y la saturación

En el análisis anterior se ha supuesto que el núcleo del transformador no se encuentra saturado ni tiene pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault. A continuación se verá como influyen estos factores.

Considerando un transformador con su secundario abierto y voltaje sinusoidal V_1 aplicado al primario, la caída de tensión en la resistencia y en la reactancia de fuga del primario es muy pequeña; la f.e.m. inducida e_1 es prácticamente igual al voltaje aplicado V_1 y será por consiguiente sinusoidal. Para que e1 sea sinusoidal, también ha de serlo el flujo cuyo valor instantáneo puede representarse por:

$$\phi_m = \phi_{max} \sin(\omega t)$$

La f.e.m. inducida será entonces:

$$e_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt} = \omega N_1 \phi_{max} \cos(\omega t) \tag{25}$$

El valor efectivo de la f.e.m. es:

$$|\mathring{E}_1| = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_1 \phi_{max} = 4.44 \; f N_1 \phi_{max} \tag{26}$$

y como $|\mathring{E}_1|$ es prácticamente igual a $|\mathring{V}_1||$ puede escribirse:

$$|\mathring{V}_1| \approx 4.44\ f N_1 \phi_{max} \tag{27}$$

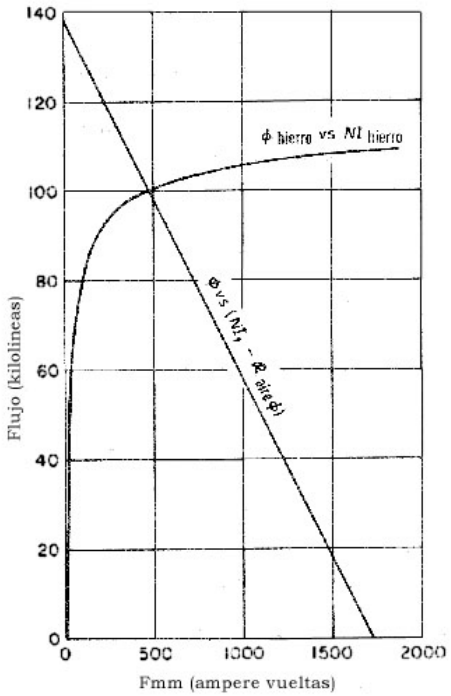


Figura 11: Curva característica del hierro.

La relación anterior deja de manifiesto que el flujo que da determinado exclusivamente por el voltaje aplicado, su frecuencia y el número de vueltas del enrollado. Las propiedades magnéticas del núcleo determinan la corriente de excitación: ésta deberá ser tal que produzca la fuerza magnetomotriz necesaria para crear el flujo requerido. Dada la característica magnética no lineal del hierro, la forma de onda de la corriente de excitación será diferente de la forma de onda de flujo.

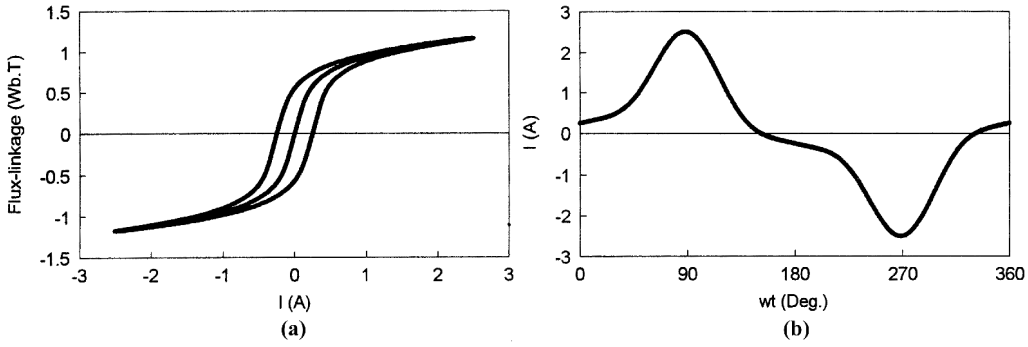


Figura 12: Ciclo de histéresis del núcleo y forma de la corriente de excitación en un transformador.

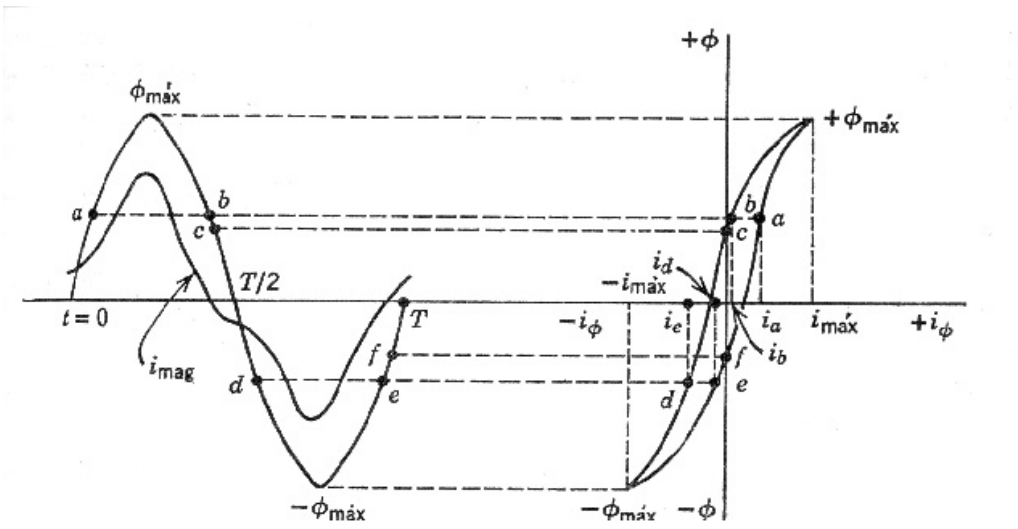


Figura 13: Flujo senoidal en función del tiempo y su relación con el ciclo de histéresis.

Una explicación más detallada del ciclo de histéresis se puede encontrar en el Anexo N°3: "Ferromagnetismo e Histéresis" incluido en este documento.

En la figura 12 se muestra la forma de la corriente de excitación en un transformador y el ciclo de histéresis del núcleo. En la figura 13 está trazado el flujo senoidal en función del tiempo, con el ciclo de histéresis trazado como flujo total – corriente. Se supone operación de estado permanente y así el ciclo de histéresis como se muestra se está repitiendo en ciclos sucesivos de voltaje aplicado. El tiempo cero se toma cuando el flujo pasa a través de la magnitud cero con pendiente positiva. La corriente no es cero cuando el flujo es cero, debido a la retentividad del acero. Este valor de corriente se traza nuevamente para un tiempo $t = 0$.

Cuando el flujo tiene un valor en el punto a, el valor de la corriente se obtiene del ciclo de histéresis y tiene el valor de i_a, el que se traza con el tiempo correspondiente. Este trazo cruzado continúa en los puntos b, c, d, f, etc., durante un ciclo completo de flujo. La forma de onda resultante de la corriente de magnetización está marcada i_{mag}. El efecto anteriormente descrito queda más claro si se mira en detalle lo que está sucediendo, como se aprecia en la Figura 14.

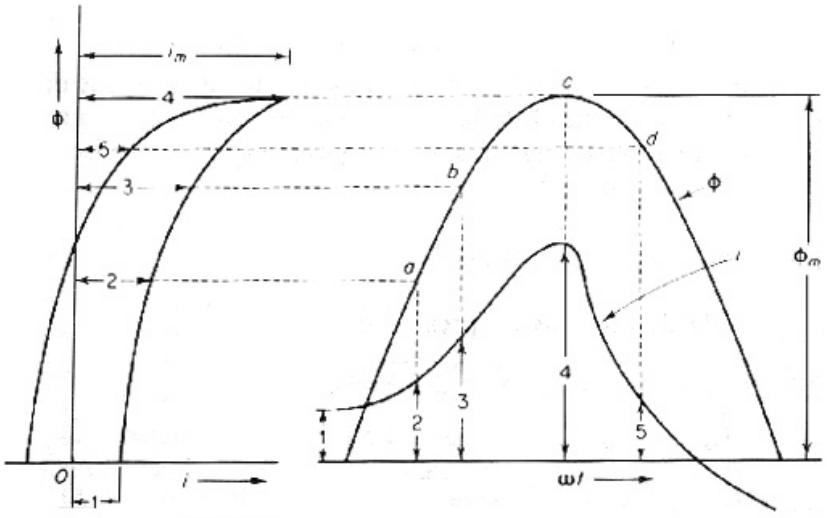


Figura 14: Detalle de la Figura 13.

Debido a la simetría del ciclo de histéresis, en la corriente de magnetización, sólo aparecen armónicas impares. Si la forma de onda de corriente se representa por serie de Fourier, se encuentra que la tercera armónica tiene una magnitud de aproximadamente 35 % de la fundamental, mientras que la quinta es de aproximadamente 8 %. Estas son las armónicas principales debido a su magnitud. Estas cifras son para transformadores típicos de potencias. Los transformadores para frecuencias variables tienen armónicas con porcentajes mucho menores de la fundamental debido a las bajas densidades de flujo máximo en el núcleo.

Debe hacerse notar que las corrientes parásitas en el núcleo de acero no contribuyen a las armónicas que aparecen en la corriente de excitación. Puesto que el flujo del núcleo es una senoide, todas las fem inducidas deben ser senoidales; así las corrientes parásitas serán senoidales y el efecto de las corrientes parásitas es aumentar las componentes fundamentales (esto es, las componentes de pérdidas y de magnetización) de la corriente de excitación.

Para transformadores de potencia grande que operan a frecuencias fijas, las armónicas generalmente son despreciables en sus efectos, puesto que son pequeñas comparadas con los componentes fundamentales que se están suministrando desde el transformador a las cargas lineales, lo que conduce a la "desaparición" de la corriente de excitación. Cuando se usan transformadores en sistemas trifásicos tienen que considerarse los efectos de la tercera armónica y sus múltiplos impares. Estos efectos son examinados en el documento de Transformadores Trifásicos.

La corriente de excitación contiene una fundamental y armónicas impares. La fundamental puede descomponerse en dos componentes, una en fase con e1 y otro a 90º de atraso con respecto a e1 y todas las armónicas (la armónica más importante es la tercera, como se ha señalado anteriormente).

Salvo en los problemas directamente relacionados con los efectos de las armónicas, la forma de la onda de corriente de excitación normalmente no necesita ser tonada en cuenta, dado que en

sí es pequeña. Por ejemplo, la corriente de excitación de un transformador de poder típico es del orden de 5 % de la corriente de plena carga.

En consecuencia los efectos de las armónicas normalmente desaparecen frente a la presencia del las corrientes sinusoidales que circulan a través de los elementos lineales del circuito. La corriente de excitación puede entonces presentarse por una "onda sinusoidal equivalente" que tenga igual valor efectivo, frecuencia y produzca la misma potencia media que la onda real.
Esta representación es esencial para la construcción de un diagrama fasor.

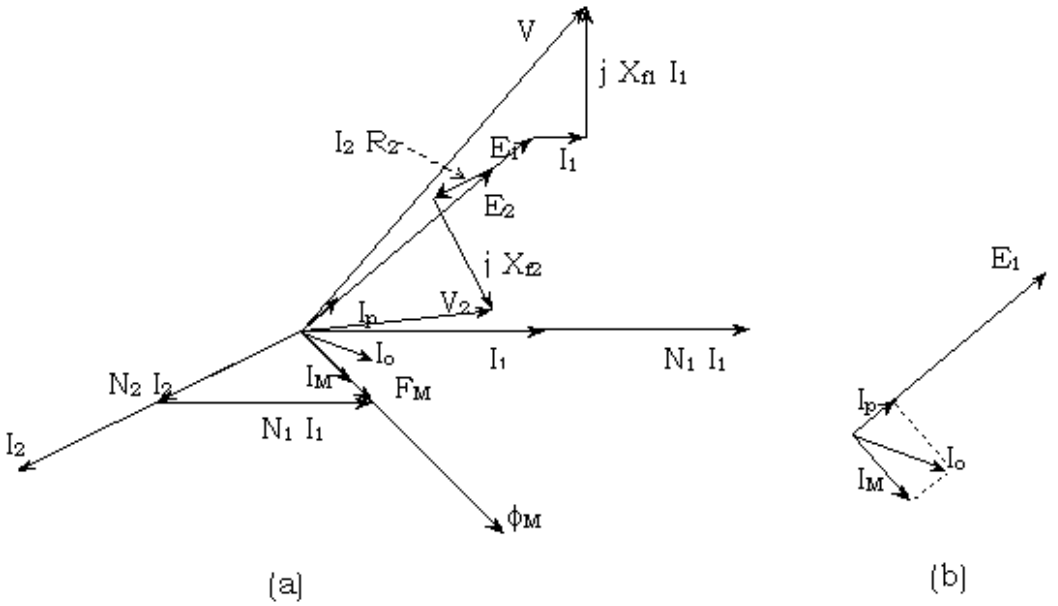


Figura 15: Diagrama fasorial completo.

Al tomarse en cuenta los efectos del núcleo analizados más arriba, el diagrama fasor de la figura 6 deducido en la sección 3.4, se modifica en la forma indicada en Figura 16(a). La descomposición de I_0 se muestra ampliada en la Figura 16(b).

En el diagrama mencionado, el fasor I_0 representa la sinusoide equivalente de la corriente de excitación. La componente I_p en fase con E_1 representa la corriente de pérdida. La componente I_m en fase con el flujo, una onda sinusoidal equivalente de valor efectivo igual a la corriente de magnetización. Para mayor claridad es importante notar que la corriente de magnetización no contribuye a la potencia activa, pues su componente fundamental se encuentra en cuadratura con la f.e.m. inducida.

La presencia de la corriente I_p obliga a modificar el circuito equivalente de la figura 10 deducido en la sección 3.5 como esta corriente se encuentra en fase E_1, circulará por una rama puramente resistiva que debe estar en paralelo con L_{m1}, puesto que la suma fasorial de I_p e I_m es igual a I_0.

Es costumbre representar la rama resistiva por una resistencia R_0 y la rama inductiva por

una reactancia X_0:

$$X_0 = \omega L_{m1} = 2\pi f L_{m1} \tag{28}$$

Estos parámetros reciben el nombre de "resistencia de excitación" (o de pérdidas en el núcleo) y "reactancia de excitación" respectivamente. En conjunto constituyen la "rama de excitación".

En la Figura 16 se representa el circuito equivalente resultante después de las modificaciones citadas.

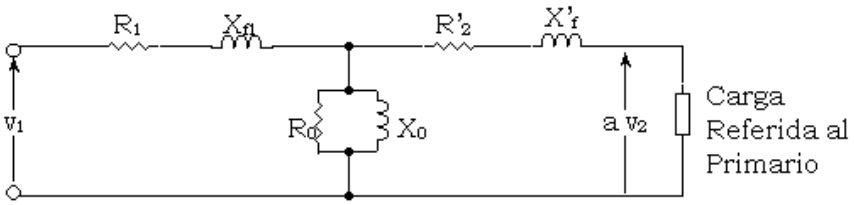


Figura 16: Circuito equivalente exacto referido al primario.

Como la magnitud de la corriente de excitación es pequeña comparada con las corrientes de carga, el error que se cometa al trasladar la rama de excitación del centro del diagrama a la entrada, será despreciable, se obtiene así el circuito de la figura 17, conocido como "circuito equivalente aproximado", para diferenciarlo del de la figura 16, que recibe el nombre de "circuito equivalente exacto".

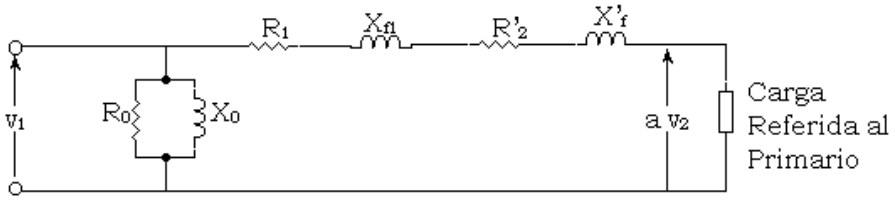


Figura 17: Circuito equivalente aproximado referido al primario.

3.7. Corriente de conexión

Cuando se conecta un transformador, la corriente de excitación puede alcanzar durante los primeros instantes, valores muy altos (Inrush). Esto puede ocasionar una fuerte disminución momentánea del voltaje si la impedancia de la fuente de excitación es elevada; o bien puede hacer operar las protecciones de sobrecorriente y los relés diferenciales comunes. A continuación se analizará la razón por la cual se presenta el fenómeno.

Al desconectar un transformador, la corriente de excitación será cero, pero no así el flujo. Este último seguirá el ciclo de histéresis hasta el punto correspondiente a corriente de excitación cero definiendo un cierto valor de flujo residual; se designará por B_r la densidad de flujo residual. En la Figura 18 se ha presentado la corriente de excitación y la curva de densidad de flujo de un transformador. Suponiendo que al desconectar el transformador los contactos del interruptor

empiecen a abrirse en el instante t_1, contrariamente a lo que puede suponerse, la corriente no decae inmediatamente, sino que continúa la curva normal (línea segmentada), interrumpiéndose en 0 (instante t_2), quedando el núcleo con un magnetismo remanente correspondiente a una densidad de flujo ($+B_r$). Para ilustrar el fenómeno de Inrush en las condiciones para las cuales se ha de producir el transitorio máximo, supóngase que el transformador se vuelve a conectar en el instante t_3, cuando la densidad de flujo pasaría normalmente a su valor máximo negativo ($-B_{max}$). Sin embargo, el flujo esta vez parte desde su valor residual $+B_r$ y sigue la curva continua, la que será siempre una sinusoide (desplazada) independientemente del grado de saturación del núcleo. Puesto que a un voltaje aplicado sinusoidal debe corresponder una f.e.m. inducida de la misma forma y por tanto un flujo también sinusoidal. La saturación no modifica el flujo, sino solamente la corriente de excitación.

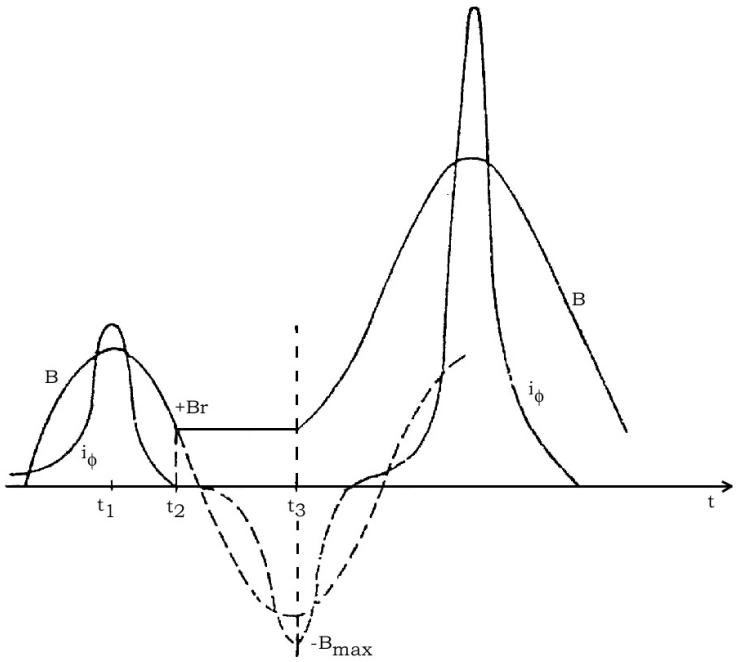


Figura 18: Formas de onda de flujo y corriente a la partida.

La onda de corriente que corresponde a la onda de densidad del flujo será i_ϕ, el valor máximo teórico de la curva B es ($B_r + 2B_{max}$): si el transformador se ha diseñado para una densidad máxima de flujo que está dentro de los valores normalmente económicos, la cresta de B producirá una sobresaturación del circuito magnético, lo que exigirá una corriente de excitación de valor máximo muy elevado.

El flujo decrecerá rápidamente. En la Figura 19(a) se puede observar cómo, después de algunos ciclos, éste vuelve a su valor normal. En esta figura se indica con una línea de puntos el eje de la onda sinusoidal que indica en cuánto ha sido desplazada la sinusoide de su posición normal por la presencia de un flujo transitorio. En otras palabras la línea de puntos representa la componente transitoria del flujo.

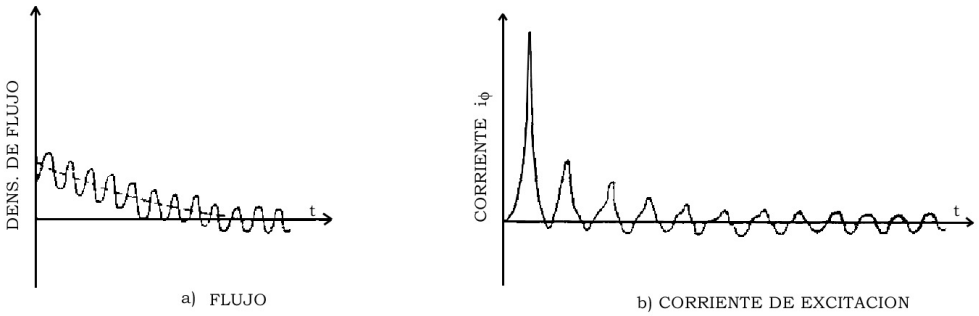


Figura 19: Formas de onda en régimen transitorio.

A medida que el flujo recupera su forma normal de variación, la corriente de excitación se irá acercando también a su valor y a su forma normal, en la Figura 19(b) se presenta la forma de oscilograma de la corriente transitoria de excitación.

Si la conexión se realiza en un instante distinto a t_3, todo el fenómeno de "Inrush" no será tan pronunciado, puesto que el valor de cresta de la onda de densidad de flujo será inferior a $(B_r + 2B_{max})$.

3.8. Pérdidas adicionales

Cuando un conductor es recorrido por una corriente alterna, su resistencia efectiva puede ser apreciablemente mayor que si fuera recorrido por corriente continua. En otras palabras, sus pérdidas Joule por unidad de corriente son mayores con corriente alterna.

El incremento de las pérdidas se debe a la repartición no uniforme de la corriente a través de la sección del conductor eléctrico, ocasionada por el campo magnético variable producido en el interior del conductor por su propia corriente y por la corriente de los conductores que lo rodean. Estos efectos reciben respectivamente los nombres de "efecto pelicular" (Skin) y "efecto de proximidad". Las pérdidas adicionales causadas por ellos aumentan con la frecuencia de la corriente y con el tamaño del conductor, y disminuyen usando conductores retorcidos y convenientemente transpuestos.

Por otra parte, cuando la corriente entregada por un transformador aumenta, las pérdidas por histéresis y por corriente de Foucault en el núcleo y en la partes de la estructuras cercanas a los enrollados aumentan, aún cuando el flujo mutuo no varia. Estas pérdidas, comúnmente llamadas "pérdidas adicionales" (Stray Load Losses), son ocasionadas por el incremento de los flujos de fuga que se produce al aumentar la carga que aumentan la resistencia efectiva debido a que parte de la trayectoria del flujo de fuga están en el núcleo de acero. Estas pérdidas dependen esencialmente de las corrientes en los enrollados y varían aproximadamente con el cuadrado de éstas.

Por esta razón pueden ser tomadas en cuenta con bastante aproximación, suponiendo la resistencia efectiva en corriente alterna de los enrollados mayor que si solamente existieran los efectos "pelicular" y de "proximidad". En un transformador de poder bien diseñado, las pérdidas son pequeñas y la resistencia efectiva de los enrollados difiere poco de la resistencia en corriente continua (la resistencia en C.A. es del orden de 10 % mayor).

3.9. Polaridad

Cuando se conectan transformadores monofásicos en paralelo o formando bancos trifásicos, las conexiones deben realizarse con las polaridades relativas correctas.

Para simplificar estas operaciones se ha procedido a normalizar las marcas para individualizar los terminales. La norma ASA (American Standard Association) adoptó las designaciones que se indican a continuación par a los terminales de transformadores de poder y distribución:

Los terminales de alta tensión se designarán por H_1 y H_2 y los de baja tensión por X_1 y X_2, siendo H_1 y X_1 terminales de igual polaridad si despreciando las caídas internas en las impedancias de fuga, el terminal H_1 está a potencial positivo con respecto a H_2, mientras el terminal X_1 es positivo con respecto a X_2.

Si los terminales externos de igual polaridad se encuentran adyacentes (posición indicada en la Figura 20(a)), se dice que el transformador tiene "polaridad externa sustractiva", si el terminal H_1 se encuentra adyacente a X2 se dirá que el transformador tiene "polaridad externa aditiva" (Figura 20(b)). La designación de polaridad sustractiva o aditiva se justificará más adelante cuando se estudien los métodos para determinar la polaridad.

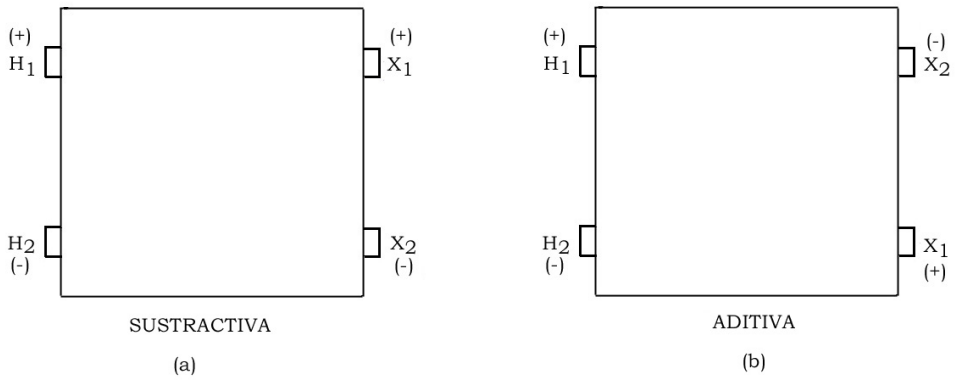


Figura 20: Tipos de polaridad externa.

La polaridad externa será aditiva o sustractiva dependiendo exclusivamente de la forma como se realizan las conexiones de los extremos de los enrollados a los terminales externos del transformador. Las marcas de polaridad externa proporcionan toda la información necesaria para poder conectar transformadores en los circuitos. Sin embargo, cuando se diseñan transformadores interesa además la "polaridad interna" de los enrollados. La polaridad interna queda determinada por el sentido del embobinado y sólo puede alterarse cambiando el sentido de uno de los enrollados. En la Figura 21 se ilustran los dos sentidos relativos posibles que dan origen a las polaridades relativas posibles.

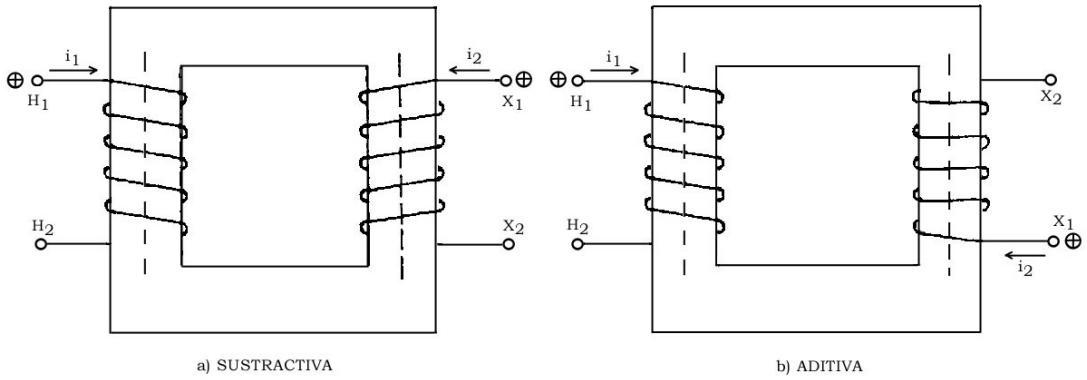


Figura 21: Tipos de polaridad interna.

La polaridad interna puede definirse en base a los enlaces de flujos que producen las corrientes al circular por los enrollados. Se dice que dos terminales son de igual polaridad si al entrar corriente por ellos producen enlaces de flujo del mismo sentido.

3.10. Regulación de voltaje

Se define la regulación de un transformador como la variación de voltaje secundario, expresado en tanto por ciento de voltaje secundario a plena carga, que se produce al variar la carga entre los kVA nominales y cero, con determinado factor de potencia y con un voltaje primario constante.

Designando por:

- V_1: Voltaje primario constante.
- a: Razón de transformación.
- V_2: Voltaje secundario a plena carga.

La regulación queda expresada como:

$$\text{Reg}\,\% = \frac{\frac{V_1}{a} - V_2}{V_2} \cdot 100 \tag{29}$$

Conviene recalcar que $(V_1/a - V_2)$ es la diferencia algebraica y no fasorial. Con ayuda del diagrama fasorial puede deducirse una expresión aproximada para la regulación en función del factor de potencia, de la resistencia equivalente y de la reactancia de fuga equivalente, como se verá a continuación.

El diagrama fasor de la Figura 12 puede representarse en términos de "valores equivalentes" determinados en la forma indicada en la sección 3.5. en vez de referir los valores secundarios al primario se refieren los primarios al secundario. Si además se gira en 180º la corriente secundaría, se obtendrá el diagrama fasor de la Figura 22. Al girar la corriente en 180º, los amperes – vueltas cumplirán ahora la relación $N_1 I_1 - N_2 I_2 = N_1 I_0$ en lugar de $N_1 I_1 + N_2 I_2 = N_1 I_0$.

En el diagrama de la Figura 22, las magnitudes equivalentes referidas han sido designadas con cremilla ($'$). Se utilizará como equivalente el ángulo de potencia $\varphi = \psi$.

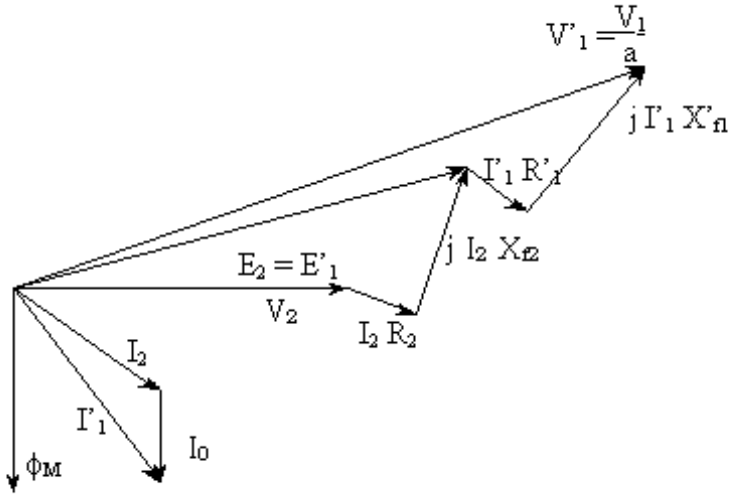


Figura 22: Diagrama fasor referido al secundario.

Se ha dicho que la corriente de excitación de un transformador de poder es pequeña comparada con la corriente nominal (del orden de 5 % de la corriente nominal). Por consiguiente, en la mayoría de los problemas ésta puede despreciarse. Al despreciar la corriente de excitación en le diagrama anterior, la corriente I_1 pasa a confundirse con I_2. Además, las caídas de tensión en las resistencias R_2 y R_1 pasan a estar en fase y lo mismo ocurre entre las caídas en las reactancias de fuga. Por consiguiente, puede escribirse:

$$R_2\mathring{I}_2 + R'_1\mathring{I}'_1 = (R_2 + R'_1)\mathring{I}_2 = R\mathring{I}_2 \tag{30}$$

$$X_{f2}\mathring{I}_2 + X'_{f1}\mathring{I}'_1 = (X_{f2} + X'_{f1})\mathring{I}_2 = X\mathring{I}_2 \tag{31}$$

La resistencia $R = R_2 + R'_1$ representará la resistencia equivalente del transformador referida al secundario y $X = X_{f2}+X'_{f1}$ la reactancia equivalente del transformador referida al secundario.

Del diagrama de la Figura 23 se desprende que:

$$\frac{\mathring{V}}{a} = V_2 + I_2R\cos\psi + I_2X\sin\psi + j(I_2X\cos\psi - I_2R\sin\psi)$$

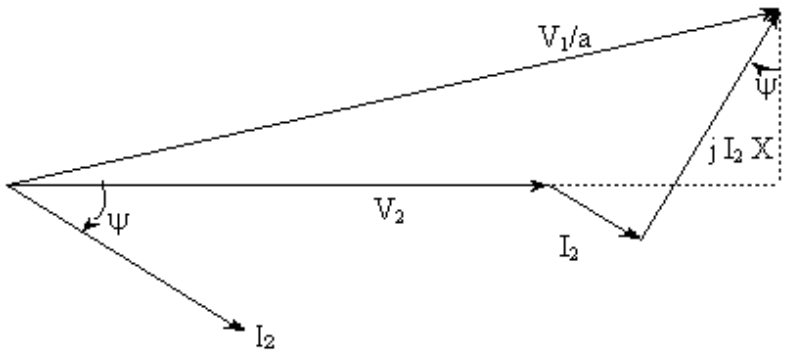


Figura 23: Diagrama equivalente.

Normalmente el término imaginario es pequeño comparado con la parte real; así una relación aproximada de la regulación se obtiene despreciando la componente imaginaria, lo cual significa suponer que V_1 a es aproximadamente colineal con V_2, tomando como referencia. En consecuencia:

$$\frac{V_1}{a} \approx V_2 + I_2 R \cos\psi + I_2 X \sin\psi \tag{32}$$

Entonces en la mayoría de los casos resulta suficiente calcular la regulación mediante la expresión siguiente:

$$\text{Reg}\,\% = \frac{I_2 R \cos\psi + I_2 X \sin\psi}{V_2} \cdot 100 \tag{33}$$

Cabe hacer notar que la expresión anterior permite calcular la regulación no solamente para plena carga sino que para cualquier carga.

3.11. Rendimiento

Se define el rendimiento como el cuociente entre potencia útil P_u y la potencia total de entrada P_T. El rendimiento se expresa normalmente en por ciento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} \cdot 100 \tag{34}$$

La potencia total puede expresarse como la suma de la potencia útil más las pérdidas P_p:

$$P_T = P_u + P_p \tag{35}$$

En un transformador, la potencia útil puede expresarse como $V_2 I_2 \cos\phi$. La potencia perdida se compone de las pérdidas en el cobre RI_2^2 y de las pérdidas en el hierro P_{fe}. Las primeras serán esencialmente variables con la carga, mientras que las pérdidas en el hierro serán constantes para un voltaje primario constante.

El rendimiento podrá expresarse entonces como:

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos\varphi}{V_2 I_2 \cos\varphi + R I_2^2 + P_{fe}} \cdot 100 \tag{36}$$

o bien:

$$\eta = \frac{V_2 \cos\varphi}{V_2 \cos\varphi + \frac{P_{fe}}{I_2} + R I_2} \tag{37}$$

Será interesante detectar qué condición debe cumplirse con respecto a la magnitud de la carga alimentada por el transformador para que su rendimiento sea máximo. Para ello bastará derivar la expresión (37) con respecto a I_2 e igualar a cero. Pero puesto que el numerador no depende de I_2, es suficiente:

$$\frac{d}{dI_2}\left(V_2 \cos\varphi + \frac{P_{fe}}{I_2} + R I_2\right) = 0$$

de donde:

$$R I_2^2 = P_{fe} \tag{38}$$

La expresión anterior indica que el rendimiento será máximo cuando la pérdida en el hierro y las pérdidas en el cobre se igualan.

4. Ensayo de transformadores

El programa común de ensayos de un transformador monofásico incluye alguna o todas las pruebas siguientes:

1. Medida de la resistencia óhmica de los enrollados.
2. Medida de la razón de transformación.
3. Prueba de polaridad.
4. Pruebas de circuito abierto y de cortocircuito.
5. Prueba de rendimiento.
6. Prueba de regulación.
7. Pruebas de calentamiento.
8. Pruebas dieléctricas.

Se detallará a continuación cada una de estas pruebas con exclusión de las pruebas dieléctricas.

4.1. Medida de la resistencia óhmica de los enrollados

Es necesario para el cálculo de las pérdidas en el cobre y de la temperatura de los enrollados, conocer la resistencia de los enrollados. Estas medidas se efectúan generalmente por los métodos de caída de tensión o de puente, mediante corriente continua. Mayor exactitud se obtiene, evidentemente, con el método de puente. Al medirse la resistencia de un enrollado, es muy importante que se sitúe simultáneamente una determinación exacta de la temperatura de dicho enrollado.

4.2. Medida de la razón de transformación

Se emplean por lo general dos métodos para efectuar la prueba de razón de transformación, dependiendo del tipo de transformador y de las facilidades existentes. El método más empleado en la práctica consiste en aplicar una tensión alterna de magnitud conocida en un enrollado. Las medidas de las tensiones se efectúan en ambos enrollados y la relación entre las lecturas de los instrumentos indicará la razón de transformación.

Más exacto es el método que se sigue en las pruebas de fábrica, consistente en comparar la tensión del transformador con un transformador patrón calibrado, cuya razón sea ajustable en pequeños escalones. En este método, ambos transformadores se conectan en paralelo y se aplica tensión a sus enrollados de alta tensión, mientras lo de baja se encuentran conectados a un detector sensible, cuya indicación se lleva a cero ajustando la razón del transformador patrón. En este punto las razones de ambos transformadores son iguales.

4.3. Prueba de Polaridad

Los métodos más comúnmente aplicables para determinar la polaridad de un transformador son tres:

a) Método de comparación con un transformador patrón.

b) Método con corriente continua.

c) Método con corriente alterna

4.3.1. Método de comparación con un transformador patrón

Cuando se dispone de un transformador patrón de polaridad conocida y de igual razón que el que se encuentra bajo prueba, se conectan en paralelo los enrollados de alta tensión de ambos transformadores en la forma indicada en Figura 24. Análogamente se conectan también los terminales de un lado de los enrollados de baja tensión de ambos transformadores, dejando libre los otros terminales de baja, en estas condiciones se aplica una tensión de valor reducido a los terminales de los enrollados de alta tensión, midiendo la tensión entre los terminales libres del lado de baja tensión. Si el voltímetro indica cero o un valor muy pequeño, la polaridad de ambos transformadores será la misma.

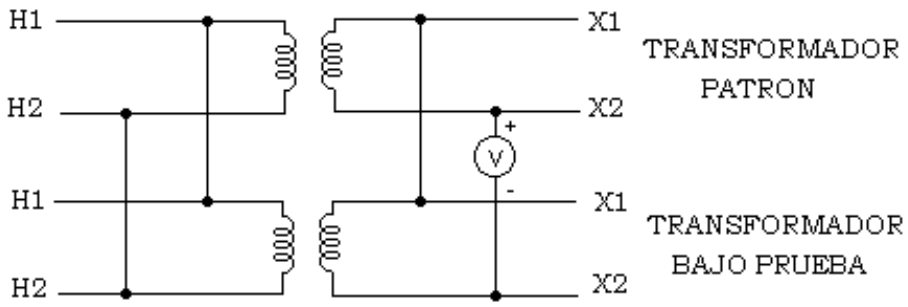


Figura 24: Conexión para prueba de polaridad.

4.3.2. Método con corriente continua

Puede determinarse la polaridad de un transformador mediante una pila y un voltámetro de continua conectados en la forma indicada en la Figura 25. Al conectar la pila en el circuito de alta tensión, se producirá un flujo transitorio que inducirá en el enrollado de baja tensión una f.e.m. también transitoria.

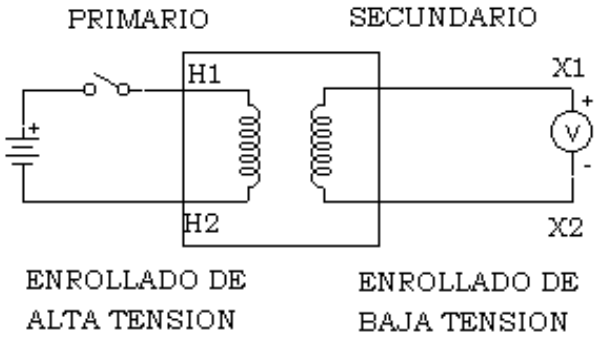


Figura 25: Prueba de polaridad con continua.

Si la polaridad del transformador es la indicada en la figura (sustractiva), entonces la f.e.m. inducida en el secundario será tal que X_1 se encuentre a potencial positivo con respecto a X_2.

Conectando el borne positivo del voltímetro a X_1 y el negativo a X_2, su aguja se deflectará en sentido positivo para luego volver a cero. Cuando se desconecte la pila, se inducirá una f.e.m. en sentido contrario.

4.3.3. Método de corriente alterna

Para esta prueba debe conectarse entre sí un terminal del enrollado de alta tensión con el terminal de baja tensión contiguo (ver Figura 26).

Se aplica una tensión alterna y se miden: la tensión aplicada V_1 y la tensión V entre los terminales libres. Si la tensión V medida entre estos últimos es menor que V_1, la polaridad es sustractiva; si V es mayor que V_1, la polaridad es aditiva.

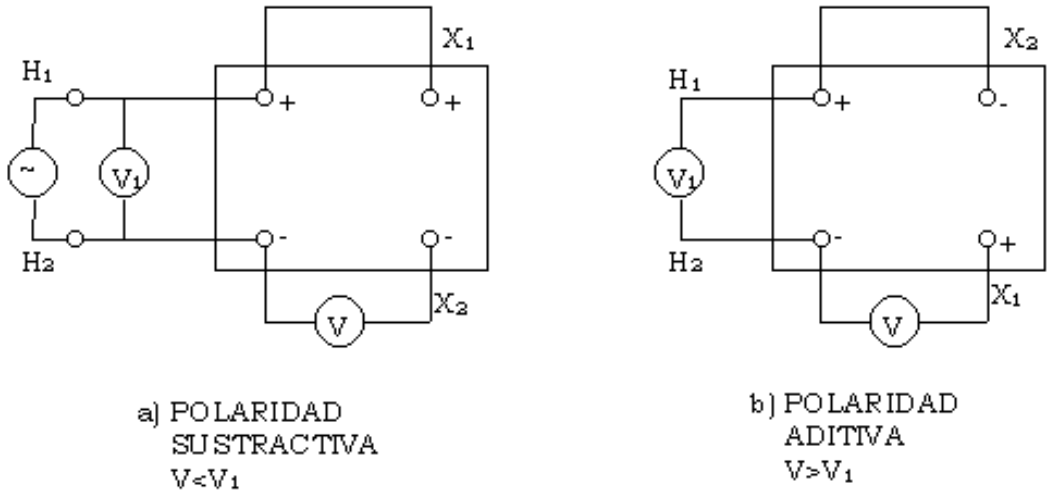


Figura 26: Prueba de polaridad con alterna.

Efectivamente, dada la forma cómo han sido unidos entre sí los enrollados, si la polaridad es aditiva, entonces el voltímetro medirá la suma de V_1 y V_2 ($V = V_1 + V_2$).

Esta conexión para determinar polaridad justifica el nombre de "aditiva" o "sustractiva" dadas las polaridades externas que puede tener un transformador.

4.4. Pruebas en circuito abierto y en cortocircuito

Las constantes del circuito equivalente y las pérdidas de un transformador pueden determinarse a través de estas dos pruebas:

4.4.1. Prueba en circuito abierto

La prueba denominada en "circuito abierto" permite determinar las constantes de la rama de excitación del circuito equivalente y las perdidas en el hierro. Esta prueba se realiza en la forma que se indica a continuación.

Con el lado de alta tensión abierto, se aplica voltaje nominal en el lado de baja tensión (es totalmente análogo si se realiza con el lado de baja en circuito abierto). En estas circunstancias circulará por el enrollado de baja tensión la corriente de excitación.

Este ensayo debe efectuarse con voltaje sinusoidal, pues la forma de onda afecta el valor de las pérdidas en el hierro. Por esta razón, si es necesario ajustar el valor del voltaje aplicado, esta operación deberá efectuarse mediante una resistencia de ajuste no sería sinusoidal; así, aún cuando el voltaje de la fuente fuera sinusoidal, debido a esta caída de tensión el voltaje aplicado al transformador dejaría de serlo.

En la Figura 27 se muestra el circuito y los instrumentos a utilizar para este ensayo, se observa la presencia de un voltímetro de valor medio, el objeto de éste es poder comprobar, a través del factor de forma, que la onda es sinusoidal; o bien, poder efectuar las correcciones del caso sin no lo es. Es necesario medir la frecuencia pues ésta influye también las pérdidas en el hierro y en los parámetros de excitación.

La caída de tensión en la impedancia de fuga del primario producida por la corriente de excitación es totalmente despreciable. Por consiguiente, el voltaje aplicado V_1 será prácticamente igual a la fuerza electromotriz E_1 inducida por el flujo resultante, así mismo, las pérdidas en el cobre producidas por esta corriente serán despreciables de manera que la potencia P_1 absorbida será prácticamente igual a las pérdidas en el hierro P_0. Denominando por I_0 la corriente de excitación, la impedancia de la rama de excitación Z_0, la resistencia R_0 y la reactancia X_0 quedarán dadas por:

$$Z_0 = \frac{V_1}{I_0} \tag{39}$$

$$R_0 = \frac{V_1^2}{P_1} \tag{40}$$

$$X_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{Z_0^2} - \frac{1}{R_0^2}}} \tag{41}$$

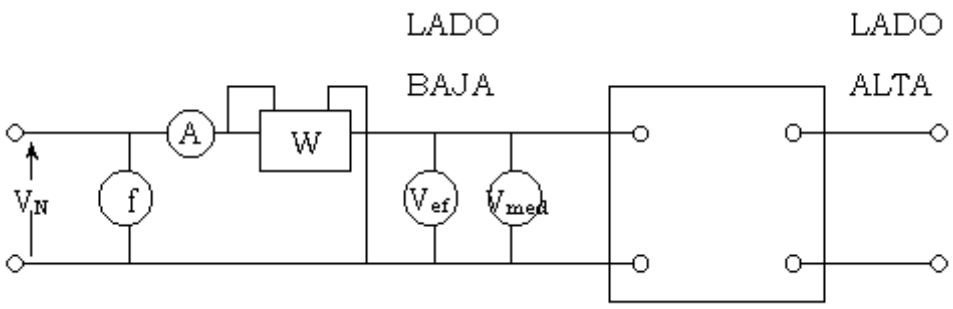


Figura 27: Prueba en circuito abierto.

Los valores obtenidos quedan, evidentemente, reflejados al lado de baja tensión.

Si el voltaje aplicado no fuese sinusoidal, debe procederse a corregir las pérdidas en hierro.

Las pérdidas en el hierro se componen de las pérdidas por histéresis P_H y de las pérdidas por corrientes de Foucault P_F que pueden representarse por la siguiente expresión (ver referencias [4] y [5]):

$$P_H = K_H f B_m^x \text{ [W/kg]} \tag{42}$$

$$P_F = K_F f^2 B_m^2 \text{ [W/kg]} \tag{43}$$

donde f es la frecuencia. B_m el valor máximo de la densidad de flujo y x el exponente de "Steinmetz". Originalmente el valor de este exponente se tomó 1.6 pero con los avances experimentados en el hierro para transformadores, se utilizan actualmente densidades de flujo mayores con la cual dicho exponente varía hasta 2.5 o más.

En un transformador la densidad de flujo es proporcional a la f.e.m. inducida. Siendo esta última prácticamente igual al voltaje aplicado durante esta prueba, la densidad de flujo puede expresarse en función del voltaje. Puede demostrase que las pérdidas por histéresis dependen del valor medio del voltaje mientras que las pérdidas por corrientes de Foucault, del valor efectivo [3]. Estas pérdidas pueden representarse entonces por la siguientes expresiones:

$$P_H = K'_H f \left(\frac{V_{medio}}{f}\right)^x \text{ [W/kg]} \tag{44}$$

$$P_F = K'_f (V_{ef})^2 \text{ [W/kg]} \tag{45}$$

Estas fórmulas permiten efectuar las correcciones de las pérdidas por variación de la forma de onda.

4.4.2. Prueba en cortocircuito

La prueba en cortocircuito consiste en medir voltaje aplicado, corriente y potencia en el lado de lata tensión (primario) de un transformador estando el lado de baja tensión (secundario) cortocircuitado.

Con el lado de baja tensión cortocircuitado, se aplica al lado de alta tensión un voltaje reducido (del orden de 2 a 12 % del voltaje nominal) de magnitud tal que circule la corriente nominal.

Designando por V el voltaje aplicado, I_N la corriente nominal que circula por los enrollados, P_{cc} la potencia consumida, Z_{cc} la impedancia de cortocircuito, R_{cc} y X_{cc} sus componentes de resistencia y reactancia referida al lado de alta tensión, se tendrá:

$$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_N} \tag{46}$$

$$R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_N^2} \tag{47}$$

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} \tag{48}$$

En la Figura 28 se muestra el circuito equivalente con el secundario en cortocircuito. El voltaje inducido en el secundario por el flujo resultante es igual a la caída de tensión en la impedancia de fuga del secundario. Con corriente nominal este voltaje es sólo del orden de 1 a 6 % del voltaje nominal. El flujo resultante es por consiguiente muy pequeño; la corriente de nominal. El flujo resultante es por consiguiente muy pequeño; la corriente de excitación y las pérdidas en el hierro serán entonces despreciables.

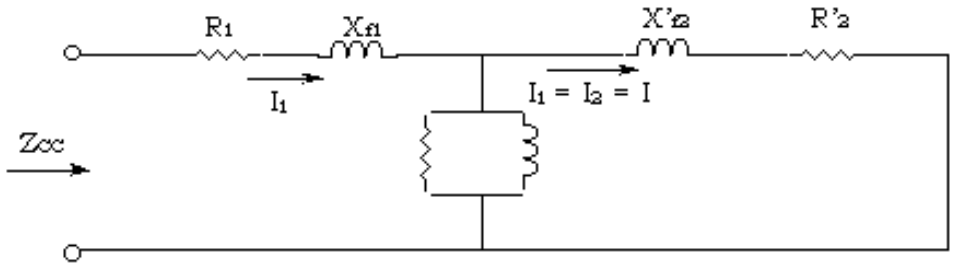


Figura 28: Circuito equivalente con secundario en cortocircuito.

La impedancia de excitación indicada con la línea de punto en la Figura 28, puede en estas condiciones eliminarse. las corrientes primaria y secundaria referidas a un mismo lado, serán también aproximadamente iguales. La potencia de entrada será prácticamente igual a las pérdidas totales en el cobre del primario y del secundario.

Así mismo el voltaje aplicado será igual a la caída de tensión en la impedancia de fuga equivalente referida al lado de alta tensión, cuyas componentes serán aproximadamente iguales a la resistencia R_{cc} y a la reactancia X_{cc} respectivamente.

La impedancia equivalente puede, desde luego, referirse a uno u otro lado en la forma acostumbrada, cuando se requiere construir el circuito equivalente exacto, puede calcularse en forma aproximada los valores individuales de las resistencias y reactancias primarias y secundarias supo-

niendo que:

$$R_1 = R'_2 = 0.5R_{cc} \tag{49}$$
$$X_{f1} = X'_{f2} = 0.5X_{cc} \tag{50}$$

estando todos los valores referidos a un mismo lado.

Como se menciona al comienzo de esta sección, existen además otras pruebas que se realizan a los transformadores que son las de rendimiento, regulación, calentamiento y las pruebas dieléctricas. Éstas se tratan con mayor detalle en el Anexo N°5: "Pruebas sobre Transformadores".

Junto con los transformadores antes descritos, existen los llamados transformadores de varios enrollados, los cuales son analizados en el Anexo Nº6: "Transformadores de Varios Enrollados".

II. Autotransformadores

Introducción

Un autotransformador es simplemente un transformador de dos enrollados, con éstos conectados en serie. De esta forma, transferencia de energía se hace no sólo por inducción magnética, sino también por conducción eléctrica. Esto permite, bajo ciertas condiciones, lograr ventajas apreciables en cuanto a costo y tamaño por unidad de potencia en comparación con el transformador de dos enrollados.

En este capítulo se describen los principios básicos del funcionamiento de los autotransformadores y se deducen las relaciones más importantes en base al circuito equivalente, indicándose las ventajas y desventajas respecto al transformador convencional.

1. Descripción y principios básicos

Si se conectan en serie lo dos enrollados de un transformador monofásico convencional de bobinas independientes, se tiene un autotransformador como el que se muestra en la Figura 1. Allí se observa que parte del enrollado total del autotransformador es común al los circuitos de alta y baja tensión.

Así, la corriente de carga I_B está compuesta de una parte (I_1) que proviene directamente del circuito de alimentación sin sufrir transformación, y de otra (I_2) proporciona desde el enrollado del autotransformador por inducción electromagnéticas. Las cantidades relativas de una y otra corriente, como se verá más adelante, dependen de la razón de transformación del autotransformador; si ésta es elevada la parte de la corriente proporcionada por inducción eléctrica (I_1) será pequeña, de modo que la mayor parte provendrá por inducción electromagnética (I_2). En este caso, las ventajas de emplear un autotransformador son discutibles.

Sin embargo, si la razón de transformación es pequeña, el autotransformador presenta ventajas apreciables en cuanto a costo y tamaño por unidad de potencia en comparación con el transformador de dos enrollados, y además, la eficiencia de transformación es superior. No debe olvidarse que existe una limitación práctica en cuanto a aislamiento, debido a que ambos enrollados están conectados eléctricamente, pero este problema se reduce cuando los niveles de voltaje de ambos enrollados son similares, es decir, cuando el transformador original tiene una razón de vueltas cercana a la unidad.

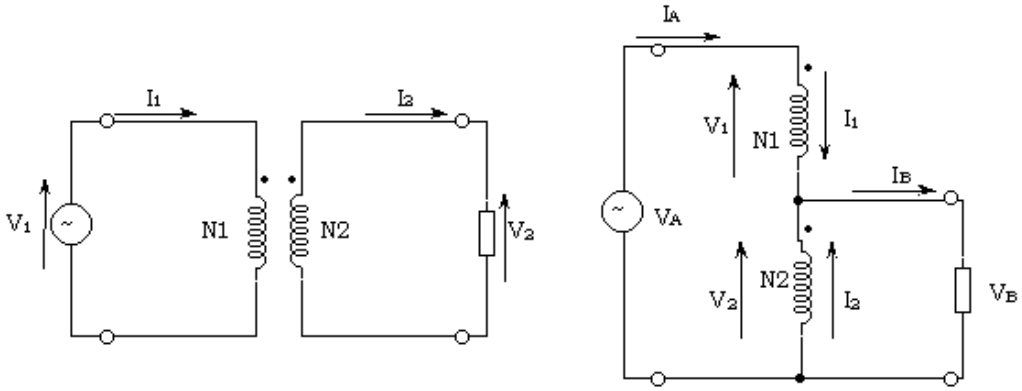


Figura 1: Transformador de dos enrollados y autotransformador correspondiente.

Estructuralmente la única diferencia entre un autotransformador y un transformador de dos enrollados consiste en que el enrollado serie (N° 1 en la Figura 1) debe aislarse, con respecto a tierra, para el voltaje V_A (correspondiente al circuito de alto voltaje). Este voltaje es mayor que el voltaje de diseño V_1 de dicho enrollado.

2. Modelación y circuito equivalente

2.1. Caso ideal

En el circuito del autotransformador de la Figura 1 se ha considerado el caso de transformador ideal. En estas condiciones pueden plantearse las siguientes ecuaciones fasoriales.

2.1.1. Relaciones de voltajes

$$\mathring{V}_B = \mathring{V}_2 \tag{1}$$

$$\mathring{V}_A = \mathring{V}_1 + \mathring{V}_2 \tag{2}$$

Los voltajes V_1 y V_2 coinciden en este caso (ideal) con los voltajes inducidos por el flujo en el núcleo E_1 y E_2. Y como los voltajes de terminal V_1 y V_2 están en fase, la suma vectorial de la ecuación (2) es también la suma aritmética.

Los voltajes inducidos E_1 y E_2 son proporcionales a los números de vueltas N_1 y N_2 de los enrollados serie y común, de modo que:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \tag{3}$$

Denominándose "a" a la razón de transformación del transformador de los enrollados. Luego, la razón de transformación del autotransformador será:

$$a' = \frac{E_A}{E_B} = \frac{E_1 + E_2}{E_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} \tag{4}$$

es decir:

$$a' = a + 1 \tag{5}$$

Entonces, para los voltajes en bornes se tiene:

$$\frac{V_A}{V_B} \approx \frac{E_A}{E_B} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} \tag{6}$$

2.1.2. Relaciones de corrientes

De la Figura 1 también pueden deducirse las siguientes relaciones entre las corrientes:

$$\mathring{I}_A = \mathring{I}_1 \tag{7}$$

$$\mathring{I}_B = \mathring{I}_1 + \mathring{I}_2 \tag{8}$$

Como se desprecia la corriente de excitación (caso ideal), las corrientes en los enrollados producen fuerzas magnetomotrices iguales y opuestas, de modo que se cumple que:

$$N_1 \mathring{I}_1 = N_2 \mathring{I}_2 \tag{9}$$

Es decir, las corrientes en los enrollados están en fase y por lo tanto la suma vectorial de ellas (ecuación (8)), corresponde también a la suma aritmética. Luego, de las ecuaciones (7), (8), y (9):

$$I_B = \left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right) I_1 = \left(\frac{N_1 + N_2}{N_2}\right) I_A \tag{10}$$

y de aquí:

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = \frac{1}{a'} \tag{11}$$

2.2. Circuito equivalente aproximado

En esta parte se encontrarán las relaciones de voltaje y corriente para el autotransformador, considerando la impedancia de sus enrollados. Sin embargo, no se tomará en cuenta la corriente de excitación.

Refiriéndose al circuito de la Figura 2, será válida la ecuación (4) de los voltajes inducidos.

Además, en vacío, la f.e.m. de la parte no común es:

$$E_1 = E_A - E_B = (a' - 1)E_B \tag{12}$$

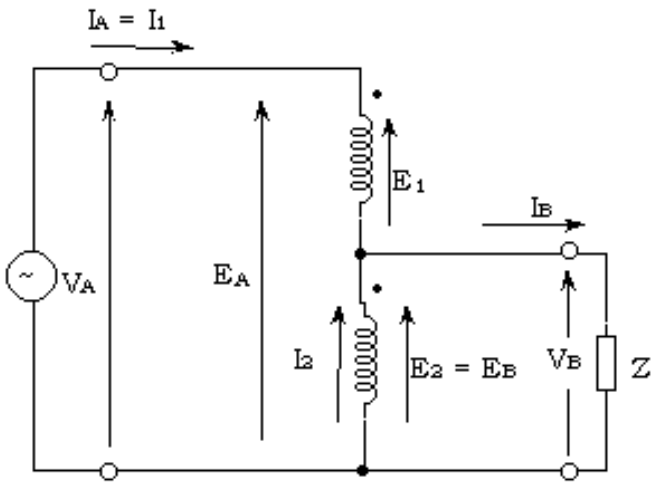


Figura 2: Autotransformador con carga.

Si la f.e.m. $E_B = E_2$ se aplica a una impedancia de carga Z, circulará una corriente de consumo I_B, estableciéndose por los enrollados las corrientes I_1 e I_2 . Y como se ha despreciado la corriente de excitación, seguirán siendo válidas las ecuaciones de corrientes del caso ideal (ecuaciones (7) a la (11)).

Por otra parte, si Z_2 es la impedancia del enrollado 2, se tendrá:

$$\mathring{E}_B = \mathring{V}_B + \mathring{I}_2 \mathring{Z}_2 \tag{13}$$

y la carga:

$$\mathring{V}_B = \mathring{I}_B \mathring{Z} \tag{14}$$

De las ecuaciones (13) y (14) se obtiene:

$$\mathring{E}_B = \mathring{I}_B \mathring{Z} + \mathring{I}_2 \mathring{Z}_2 \tag{15}$$

y considerando las relaciones (7) y (11) se puede llegar a:

$$\mathring{E}_B = \mathring{I}_A (a' \mathring{Z} + a \mathring{Z}_2) \tag{16}$$

Así, en el lado de alto voltaje se tiene:

$$\mathring{V}_A = \mathring{V}_1 + \mathring{V}_2 = \mathring{V}_1 + \mathring{I}_B \mathring{Z} \tag{17}$$

y como V_1 está relacionado con E_1 mediante la ecuación:

$$\mathring{V}_1 = \mathring{E}_1 + \mathring{I}_1 \mathring{Z} \tag{18}$$

en que Z_1 es la impedancia del enrollado primario, reemplazando en (17) se tiene:

$$\mathring{V}_A = \mathring{E}_1 + \mathring{I}_1 \mathring{Z}_1 + \mathring{I}_B \mathring{Z} \tag{19}$$

o bien:

$$\mathring{V}_A = \mathring{E}_1 + \mathring{I}_A (a' \mathring{Z} + \mathring{Z}_1) = (a' - 1) \mathring{E}_B + \mathring{I}_A (a' \mathring{Z} + \mathring{Z}_1) \tag{20}$$

Reemplazando en (20) la ecuación (16), se obtiene que la impedancia total viene desde los terminales de alta tensión es:

$$\mathring{Z}_T = \frac{\mathring{V}_A}{\mathring{I}_A} = \mathring{Z}_1 + a^2 \mathring{Z}_2 + (a')^2 \mathring{Z} \tag{21}$$

Luego, el circuito equivalente aproximado del autotransformador referido al lado de alta tensión es el que se indica en la Figura 3.

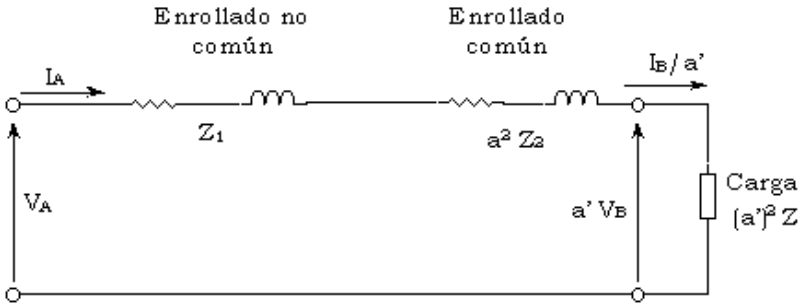


Figura 3: Circuito equivalente aproximado del autotransformador.

2.3. Potencias

Se considerarán los casos de un autotransformador para reducir la tensión de alimentación, como el visto hasta ahora, y un autotransformador para elevar dicha tensión.

2.3.1. Autotransformador reductor de tensión

Corresponde al autotransformador de la Figura 2.

La potencia aparente entregada a la carga en el lado de baja tensión es:

$$\mathring{S}_B = \mathring{V}_B \mathring{I}_B^* = \mathring{V}_B \mathring{I}_1^* + \mathring{V}_B \mathring{I}_2^* \tag{22}$$

Donde se puede distinguir:

- $\mathring{S}_c = \mathring{V}_B \mathring{I}_1^*$: Potencia entregada por conducción eléctrica.
- $\mathring{S}_i = \mathring{V}_B \mathring{I}_2^*$: Potencia transferida por inducción magnética (o por efecto del transformador).

Luego la proporción total que se transfiere por vía inductiva (y que sería la potencia para conexión como transformador convencional) está dada por:

$$\frac{\mathring{S}_i}{\mathring{S}_B} = \frac{\mathring{V}_B \mathring{I}_2^*}{\mathring{V}_B \mathring{I}_B^*} = \frac{\mathring{I}_B^* - \mathring{I}_A^*}{\mathring{I}_B^*} = \frac{a' - 1}{a'} \tag{23}$$

siendo $a' = V_A/V_B = I_B/I_A$; o sea también:

$$\frac{\mathring{S}_i}{\mathring{S}_B} = \frac{\mathring{V}_A - \mathring{V}_B}{\mathring{V}_A} \tag{24}$$

2.3.2. Autotransformador elevador de tensión

Corresponde al autotransformador de la Figura 2, pero alimentado desde el lado de baja tensión y con la carga en el lado de alta tensión, como se observa en la Figura 4.

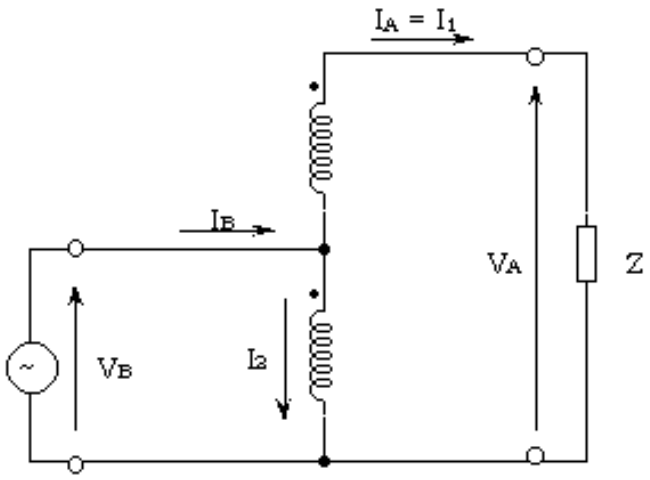


Figura 4: Autotransformador elevador de tensión.

Como se sigue cumpliendo que:

$$\mathring{I}_B = \mathring{I}_A + \mathring{I}_2 \tag{25}$$

La potencia total entregada a la carga (o entregada por la fuente de alimentación, para el caso ideal) es:

$$\mathring{S}_A = \mathring{V}_A \mathring{I}_A^* = \mathring{V}_B \mathring{I}_B^* = \mathring{V}_B \mathring{I}_A^* + \mathring{V}_B \mathring{I}_2^* \tag{26}$$

Siendo válidas las mismas definiciones de potencia que en el caso anterior. Potencia conductiva ($S_c = V_B I_1^*$) y potencia inductiva ($S_i = V_B I_2^*$).

En este caso, la proporción de transferencia inductiva es:

$$\frac{\mathring{S}_i}{\mathring{S}_A} = \frac{\mathring{V}_B \mathring{I}_2^*}{\mathring{V}_B \mathring{I}_B^*} = \frac{\mathring{I}_B^* - \mathring{I}_A^*}{\mathring{I}_B^*} \tag{27}$$

Pero como en este caso la razón del autotransformador es $V_B/V_A \leq 1$ (o bien I_A/I_B), la ecuación anterior se puede escribir:

$$\frac{\mathring{S}_i}{\mathring{S}_A} = 1 - a' = \frac{\mathring{V}_A - \mathring{V}_S}{\mathring{V}_A} \tag{28}$$

Luego, tanto en el autotransformador elevador como en el reductor de tensión se puede decur que:

$$\frac{\text{Transferencia inductiva}}{\text{Transferencia total}} = \frac{\text{Voltaje mayor} - \text{Voltaje menor}}{\text{Voltaje mayor}}$$

Esta ecuación también es útil para analizar la reducción de volumen que significa emplear un autotransformador para entregar cierta potencia a una carga determinada. En efecto, puede afirmarse que a través del núcleo se transfiere, mediante el fenómeno electromagnético, únicamente la potencia S_i llegando a la carga por vía conductiva la potencia S_c. Esto quiere decir que para una transferencia total $S_i + S_c$, es necesario un núcleo dimensionado sólo para S_i.

Así por ejemplo si $a' = 0.6$ (autotransformador elevador de tensión), de acuerdo a la ecuación (28), el autotransformador se debe dimensionar para un 40 % de la potencia total a transferir. Es claro que cuando más próxima a la unidad sea la relación de transformación (a'), más pequeño será el volumen del núcleo. En cambio, cuanto más diferente de la unidad sea a', mayor será el núcleo (más se parece al transformador de dos enrollados).

Estas son las causas por la cuales el campo de aplicación del autotransformador se limita a las razones de transformación próximas a la unidad.

2.4. Eficiencia y regulación

Con las relaciones ya desarrolladas, es fácil encontrar que cuando un transformador se conecta como autotransformador se reducen la pérdidas (mejora el rendimiento) y se reducen las caídas internas de voltaje (regulación), en ambos casos en la proporción $(V_A - V_B)/V_A$.

Luego, desde este punto de vista también es conveniente tener razones de transformación del autotransformador (a') cercanas a la unidad.

2.5. Corriente de cortocircuito

De acuerdo a la ecuación (21), cuando el autotransformador se alimenta con voltaje nominal V_A, y se cortocircuita el lado de consumo se tendrá una corriente de cortocircuito dada por:

$$I_{ACCIRC} = \frac{V_A}{|Z_1 + a^2 Z_2|} \tag{29}$$

Comparado con el transformador (que sirve de base para este autotransformador), si esto conecta a su voltaje nominal V_1 en el primario se cortocircuita su secundario, circulará una corriente de cortocircuito:

$$I_{TR.C.CIRC} = \frac{V_1}{|Z_1 + a^2 Z_2|} \tag{30}$$

Es decir, la corriente de cortocircuito es mayor en el autotransformador en la proporción $V_A/V_1 = V_A/(V_A - V_B)$. Así, en el autotransformador pueden llegar a tenerse corrientes de cortocircuito muy superiores a la nominal, lo cual se traduce en esfuerzos mecánicos considerables, probablemente fuera del alcance de un diseño normal.

Por otra parte, de las ecuaciones (29) y (30) puede observarse que la impedancia de cortocircuito es igual para la conexión como transformador o como autotranformador ($= Z_1 + a^2 Z_2$). Luego, esta puede determinarse en conexión como transformador, aplicando voltaje reducido a los terminales del enrollado primario con el enrollado secundario en cortocircuito (Figura 5(a)); o bien

puede determinarse colocando en cortocircuito los terminales de baja tensión del autotransformador y aplicando un voltaje reducido a los terminales de alta tensión (Figura 5(b)).

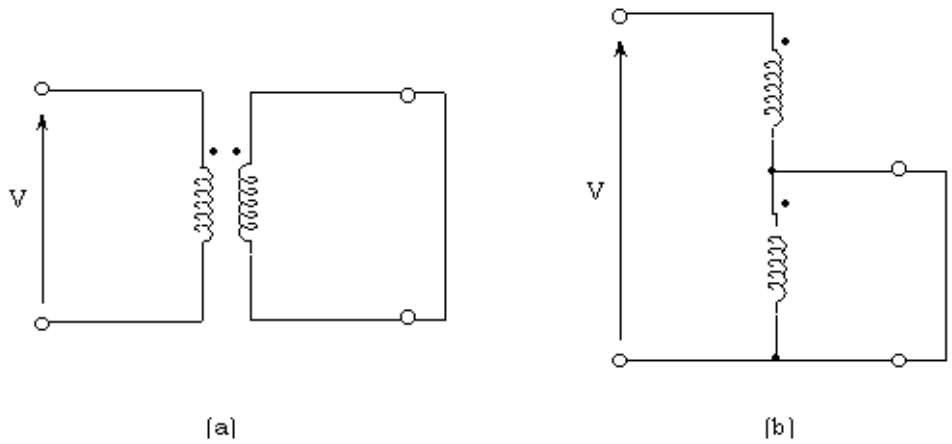


Figura 5: Pruebas de cortocircuito.

III. Conexión en paralelo de transformadores

Introducción

La necesidad de conectar en paralelo dos o más transformadores surge cuando se presenta alguna o varias de las siguientes situaciones:

i) El consumo que se alimenta excede la potencia nominal – y/o de sobrecarga – de la instalación actual de transformadores. En este caso, una nueva unidad en paralelo aumenta la potencia instalada.

ii) Razones de confiabilidad y de continuidad de servicio. Repartiendo la potencia del consumo entre varia unidades, sólo se dejará de servir una fracción del consumo al salir un transformador fuera de servicio, ya sea por manutención o por falla.

iii) Condiciones particulares de operación. Por ejemplo, dos transformadores que alimentan alternadamente pequeños consumos de modo independiente, y un consumo mayor de modo conjunto (en paralelo).

En este capítulo se establecen las condiciones que deben cumplir dos o más transformadores, monofásicos o trifásicos, para una operación eficiente en paralelo. Además se analizan los problemas que se presentan al no satisfacer estas condiciones, indicando las tolerancias que pueden aceptarse.

1. Condiciones para la operación en paralelo

Para que dos o más transformadores, con sus primario y secundarios conectado en paralelo (Figura 1) operen eficientemente, esto es, se repartan el consumo en razón directa a sus capacidades y contribuya cada uno con su máxima capacidad, es necesario que se contengan las siguientes condiciones:

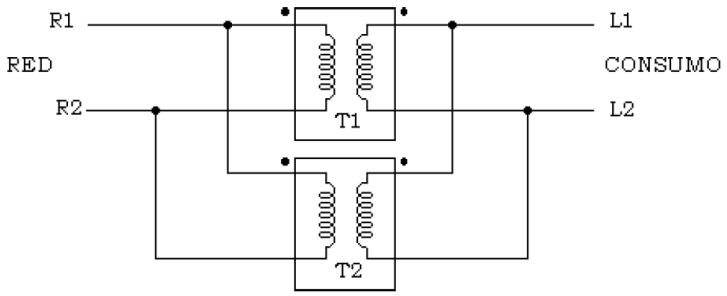


Figura 1: Transformadores monofásicos conectados en paralelo.

a) Conectar a una misma barra los terminales de igual polaridad. En la Figura 1, en el primario se han conectado los terminales de igual polaridad a la barra R_1, debiendo entonces conectarse los terminales iguales del secundario a L_1.

b) La secuencia de fases (en el caso trifásico) debe ser la misma, tanto primaria como secundaria.

c) Deben ser transformadores con igual desplazamiento angular (para conexión trifásica).

d) Deben poseer razones de transformación iguales.

e) Las impedancias de fuga equivalentes, tanto en módulo como en ángulo deben ser iguales, estando los módulos expresados en por unidad de sus respectivas bases.

f) Los transformadores deben estar diseñados para tensiones iguales entre sí, tanto primarias como secundarias.

2. Transformadores monofásicos en paralelo

Las tolerancias admisibles y las normas respecto a las condiciones expuestas en el punto anterior, se refieren a cuatro aspectos de diseño: Polaridad de los transformadores, los rangos de voltaje admitidos por cada uno de ellos, sus razones de transformación y sus impedancias.

2.1. Polaridad

Antes de conectar transformadores en paralelo, debe conocerse su polaridad, basta con observar los terminales que generalmente vienen marcados de acuerdo a especificaciones internacionales (normas IEC u otras) para conocerla. Las alternativa posibles se ilustran en la Figura 2.

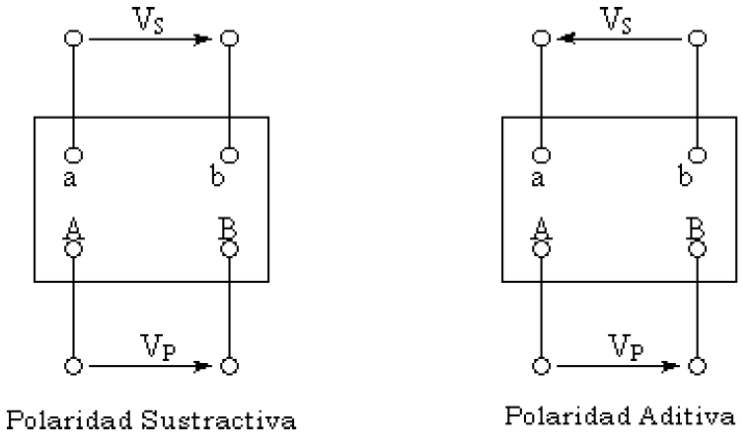


Figura 2: Polaridad en transformadores monofásicos.

En caso de no estar marcados los terminales, debe recurrirse a los diversos métodos conocidos para probar polaridad (ver sección I – 3.9).

Para un correcto funcionamiento, siempre deben conectarse a una misma barra terminales de igual polaridad; en caso contrario, las f.e.m. de los transformadores quedan fuera de fase y en oposición, estableciéndose una condición de cortocircuito.

2.2. Rangos de voltaje

Deben mantenerse los mismos niveles de aislamiento en cada transformador. Si los niveles de aislamiento de los primario (o secundarios) de los transformadores son distintos, el nivel de aislamiento de la conexión en paralelo, en el lado respectivo, quedará definido por el menor. En tal caso, la capacidad del conjunto no será máxima por cuanto el o los transformadores de mayor nivel nominal de aislamiento estarán transformando ineficientemente.

2.3. Razones de transformación iguales

Esta condición es necesaria, con el objeto de que las f.e.m. inducidas en el lado secundario, por efecto de un voltaje aplicado a la conexión en el primario, sean iguales. Si $a_k = N_{pk}/N_{sk}$ representa la razón de transformación del transformador k en la conexión en paralelo debe cumplirse:

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_k$$

Si no se cumple la condición anterior, es decir si los transformadores tienen diferentes razones de transformación, se obtiene distintos voltajes inducidos en el secundario.

Por ejemplo, en la Figura 3 se representa el circuito equivalente de los secundarios de tres transformadores conectados en paralelo, alimentados con una tensión primaria V_p y entregan en bornes la tensión V_s. La tensión inducida en el transformador k será V_p/a_k. Además sean Z_1, Z_2, Z_3 las impedancias de fuga referidas al secundario de los transformadores individuales, Y_1, Y_2, Y_3, sus recíprocos, e I_1, I_2, I_3 , las corrientes por los respectivos secundarios.

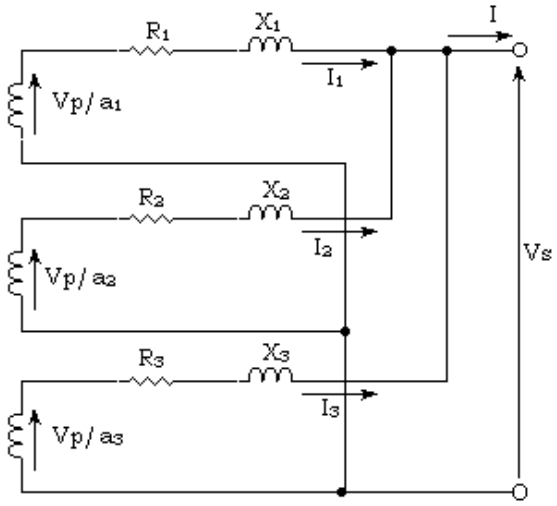


Figura 3: Circuito equivalente de los secundarios de tres trafos conectados en paralelo.

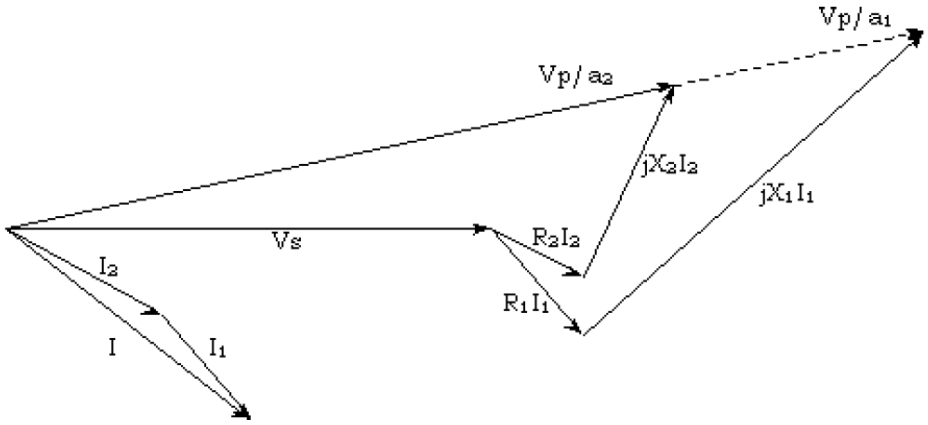


Figura 4: Diagrama fasor para dos transformadores en paralelo.

Se cumplirá entonces:

$$\frac{\mathring{V}_p}{a_1} - \mathring{V}_S = \mathring{Z}_1 \mathring{I}_1 = \frac{\mathring{I}_1}{\mathring{Y}_1} \tag{1a}$$

$$\frac{\mathring{V}_p}{a_2} - \mathring{V}_S = \mathring{Z}_2 \mathring{I}_2 = \frac{\mathring{I}_2}{\mathring{Y}_2} \tag{1b}$$

$$\frac{\mathring{V}_p}{a_3} - \mathring{V}_S = \mathring{Z}_3 \mathring{I}_3 = \frac{\mathring{I}_3}{\mathring{Y}_3} \tag{1c}$$

En la Figura 4 se ilustra esta misma situación mediante un diagrama fasor, par el caso de dos transformadores. La corriente total, en el caso general, es:

$$\mathring{I} = \mathring{I}_1 + \mathring{I}_2 + \mathring{I}_3 + \cdots = \mathring{V}_p \sum_k \frac{\mathring{Y}_k}{a_k} - \mathring{V}_s \sum_k \mathring{Y}_k \tag{2}$$

De las expresiones (1) y (2) puede calcularse la corriente por cualquier transformador en función de la corriente por la carga (I), de la tensión en el primario (V_p) y de las razones de transformación (a_k). Calculando I_1, por ejemplo, se tiene:

$$\mathring{I}_1 = \frac{\mathring{I} + \mathring{V}_p \left(\sum_k \frac{\mathring{Y}_k}{a_1} - \sum_k \frac{\mathring{Y}_k}{a_k} \right)}{\mathring{Z}_1 \sum_k \mathring{Y}_k} \tag{3a}$$

$$\mathring{I}_1 = \left(\frac{1}{\mathring{Z}_1 \sum_k \mathring{Y}_k} \right) \mathring{I} + \left(\frac{\sum_k \frac{\mathring{Y}_k}{a_1} - \sum_k \frac{\mathring{Y}_k}{a_k}}{\mathring{Z}_1 \sum_k \mathring{Y}_k} \right) \mathring{V}_p \tag{3b}$$

Como conclusión puede afirmarse que al no tener los transformadores iguales razones de transformación, la corriente entregada por cada uno de ellos consta de dos componentes, una proporcional a I, o sea variable con la carga, y otra constante proporcional a V_p.

La componente constante de la corriente, junto con la de los otros transformadores, circula aunque no haya carga y representa una pérdida constante de energía.

Sin embargo, esta condición no es absolutamente rígida, pudiendo tener los transformadores un buen funcionamiento en paralelo dentro de un cierto límite. Se acepta aproximadamente una tolerancia hasta de un 0.5 % en la razón de transformación. Si la diferencia en mayor, pueden igualarse las razones mediante la conexión adecuada de transformadores adicionales, Booster o autotransformadores.

2.4. Impedancias iguales

Se demostrará que los transformadores en paralelo se reparten la carga de modo inverso a sus respectivas impedancias equivalentes en p.u., base propia; esto es:

$$\frac{\mathring{S}_1(\text{p.u., b.1})}{\mathring{S}_2(\text{p.u., b.2})} = \frac{\mathring{Z}_2(\text{p.u., b.2})}{\mathring{Z}_1(\text{p.u., b.1})} \tag{4}$$

en donde S_1 (p.u., b.1) y Z_1 (p.u., b.1) son respectivamente, la potencia aparente y la impedancia equivalente en p.u. con respecto a las bases propias del transformador 1. Análogamente, S_2, Z_2 están en p.u. con respecto a las bases del transformador 2.

Para la demostración de (4) se supondrá:

a) Que las razones de transformación son iguales.

b) Que las corrientes de magnetización son despreciables.

Por lo tanto es válido el circuito equivalente referido al secundario que se muestra en la Figura 5.

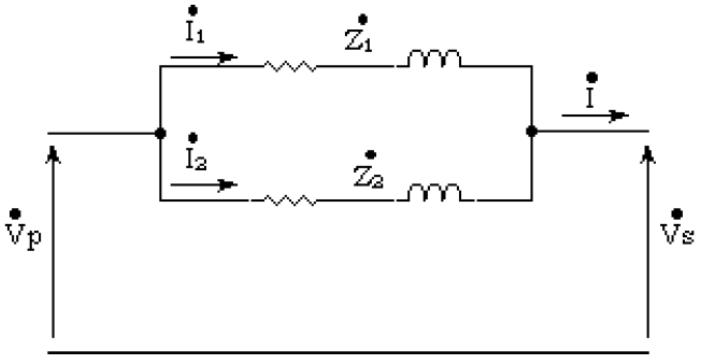


Figura 5: Circuito equivalente simplificado de dos transformadores en paralelo.

En estas condiciones las caídas de tensión en las impedancias equivalentes de ambos transformadores son iguales, es decir:

$$\mathring{I}_1 \mathring{Z}_1 = \mathring{I}_2 \mathring{Z}_2 \tag{5}$$

obteniéndose:

$$\frac{\mathring{I}_1}{\mathring{I}_2} = \frac{\mathring{Z}_2}{\mathring{Z}_1} \tag{6}$$

y por lo tanto:

$$\mathring{I}_1 = \frac{\mathring{Z}_2}{\mathring{Z}_1 + \mathring{Z}_2} \mathring{I} \tag{7}$$

$$\mathring{I}_2 = \frac{\mathring{Z}_1}{\mathring{Z}_1 + \mathring{Z}_2} \mathring{I} \tag{8}$$

Si los valores base, en el secundario, son S_{B1}, I_{B1}, V_B para el transformador 1 y S_{B2}, I_{B2}, V_B para el transformador 2, se tendrá que:

$$\mathring{S}_1(\text{p.u., b.1}) = \frac{\mathring{V}_S \mathring{I}_1^*}{\mathring{S}_{B1}} \tag{9}$$

y

$$\mathring{S}_2(\text{p.u., b.2}) = \frac{\mathring{V}_S \mathring{I}_2^*}{\mathring{S}_{B2}} \tag{10}$$

De (9) y (10):

$$\frac{\mathring{S}_1(\text{p.u., b.1})}{\mathring{S}_2(\text{p.u., b.2})} = \frac{\mathring{I}_1^*}{\mathring{I}_2^*} \cdot \frac{\mathring{S}_{B2}}{\mathring{S}_{B1}} \tag{11}$$

y usando (6):

$$\frac{\mathring{S}_1(\text{p.u., b.1})}{\mathring{S}_2(\text{p.u., b.2})} = \frac{\mathring{Z}_2^*}{\mathring{Z}_1^*} \cdot \frac{\mathring{S}_{B2}}{\mathring{S}_{B1}} \tag{12}$$

Recordando que $Z(\text{p.u.}) = Z(\Omega) \cdot \dfrac{S_{Base}}{V_{Base}^2}$, de (12) se obtiene finalmente:

$$\frac{\mathring{S}_1(\text{p.u., b.1})}{\mathring{S}_2(\text{p.u., b.2})} = \frac{\mathring{Z}_2^*}{\mathring{Z}_1^*} \tag{13}$$

De la ecuación (13) se concluye que cada transformador entregará su potencia nominal (1.0 p.u. base propia) sólo si las impedancias equivalentes en base propia tiene igual módulo y ángulo.

Por ejemplo, si los datos de dos transformadores T1 y T2 fueran:

T1:	100 MVA, 110/220 kV, $Z_1 = 0.010 + j0.005$ p.u.
T2:	200 MVA, 110/220 kV, $Z_2 = 0.005 + j0.025$ p.u.

Entonces se tendría:

$$Z_1 = 0.051\angle 78.7^\circ \text{ (p.u., b.1) y } Z_2 = 0.0255\angle 78.7^\circ \text{ (p.u., b.2)}$$

Según (13), la repartición de potencias estará en la razón:

$$\frac{\mathring{S}_1(\text{p.u., b.1})}{\mathring{S}_2(\text{p.u., b.2})} = \frac{\mathring{Z}_2^*}{\mathring{Z}_1^*} = \frac{0.0255\angle 78.7^\circ}{0.051\angle 78.7^\circ} = \frac{1}{2}\angle 0^\circ$$

y si $S_2 = 1$ (p.u., b.2) es decir, $S_2 = 200$ MVA (caso extremo), se tendrá que:

$$S_1 = 0.5(\text{p.u., b.1}) = 50 \text{ MVA}$$

y por lo tanto:

$$S_T = S_1 + S_2 = 250 \text{ MVA}$$

Así, aunque la capacidad nominal de ambos transformadores es de 300 MVA, debido a que sus impedancias en p.u base propia no son iguales, sólo es posible obtener 250 MVA sin sobrecargar ninguno.

Ahora si las impedancias de los mismos transformadores T1 y T2 fueran (con las mismas potencias y voltajes base):

T1:	$Z_1 = 0.0019 + j0.043$ p.u.
T2:	$Z_2 = 0.0215 + j0.037$ p.u.

Se tendría:

$$\frac{\mathring{S}_1}{\mathring{S}_2} = \frac{\mathring{Z}_2^*}{\mathring{Z}_1^*} = \frac{0.043\angle 59.84^\circ}{0.043\angle -87.47^\circ} = 1.0\angle 27.63^\circ$$

de donde:

$$S_1 = S_2\angle 27.63^\circ$$

y si:

$$S_2 = 1(\text{p.u., b.2})$$

se tiene:

$$S_1 = 0.668 + j0.474(\text{p.u., b.1})$$

Es decir:

$$S_1 = 66.4 + j46.4 \text{ MVA} \quad \text{y} \quad S_2 = 200 \text{ MVA}$$

Luego:

$$S_T = S_1 + S_2 = 288.6 + j46.4 = 292 \text{ MVA}$$

En el caso en que el ángulo de las impedancias equivalentes, es decir la razón X/R, no sea igual para ambos transformadores, pueden conectarse ya sea en el lado de alta o baja tensión del transformador impedancias igualadoras. Estos elementos deberán especificarse de modo de soportar la corriente normal de carga, en forma permanente.

Sin embargo, la condición de igualdad de los módulos y ángulos de las impedancias equivalentes de los transformadores en paralelo no es absolutamente rígida; puede existir una cierta tolerancia y obtenerse un buen trabajo en paralelo. Como dato ilustrativo, la Empresa Nacional de Electricidad S.A. (ENDESA) acepta entre un 5 y 10 % de diferencia de la razón Z_1 (p.u., b.1) / Z_2 (p.u., b.2), con respecto a 1.0.

La conexión de circuitos trifásicos en paralelo se trata en el documento de Transformadores Trifásicos.

IV. Transformadores de medida

Introducción

Los transformadores de medida, TT/MM, son empleados como elemento de aislamiento en muchos sistemas de potencia, sobretodo en aquellos casos en que los valores a medir son elevados e impiden una conexión directa de instrumento o dispositivos de protección. Estos transformadores en sus versiones de transformadores de corriente y potencia, proporcionan una réplica lineal de buena precisión, y a escala, de las magnitudes de tensión y corrientes primarias, valores que son utilizados en las medidas, el control y las protecciones de dichos sistemas.

Los TT/MM, son elementos estáticos de alta eficiencia y su comportamiento es el adecuado para los amplios rangos de trabajos en que le corresponde actuar. Es así como, por ejemplo, los transformadores de corriente, TT/CC, deben entregar con adecuada precisión sus magnitudes secundarias entre un rango del 10 % al 12 % de su valor nominal.

La norma ANSI define a un transformador de medida como: “el transformador en el cual las condiciones de corriente, tensión y posición de fase del circuito primario, son representados con precisión aceptable en el circuito secundario”.

1. Uso de los transformadores de medida

Los TT/MM son utilizados extensamente en los sistemas de potencia. Algunas de las aplicaciones más importantes se indican a continuación:

1.1. Aislamiento de los circuitos

Su uso permite aislar convenientemente los sistemas de alta tensión presentes en los equipos eléctricos de alta a mediana tensión. Conectando los secundarios a tierra se asegura la protección a las personas, ante eventuales fallas de aislamiento. Además las tensiones secundarias empleadas son de bajo nivel y no representan peligro para las personas que accidentalmente hacen contacto en ellos.

1.2. Normalización de niveles

Los TT/MM permiten normalizar niveles secundarios, como 100 ó 110 Volts y 1 ó 5 amperes, lo que facilita el uso y la construcción de instrumentos y dispositivos que deben conectarse a los secundarios de los TT/MM. Los instrumentos así utilizados, bastará afectarlos de una constante igual a la relación de transformación para obtener el valor primario correspondiente.

1.3. Mediciones remotas

Si escalamos los valores primarios y aislamos a través de los secundarios el peligro de la alta tensión, se pueden instalar las medidas o dispositivos en un punto relativamente lejano del punto de ubicación de los TT/MM (patio de Alta Tensión, por ejemplo). Es decir, podemos trasladar dicha medida a una posición remota. Sin embargo, debido a que los conductores pueden representar una caída de tensión inconveniente para el caso de los TT/PP, esta medida remota se encuentra generalmente limitada a una distancia no superior a 100 ó 150 metros.

1.4. Medidas y protecciones

La conexión de suma o diferencia de las magnitudes secundarias que entregan diversos secundario de TT/MM permiten totalizar los consumos en diversos alimentadores. Esto se emplea, por ejemplo, en la medición de la potencia de las diversas máquinas generadoras ubicadas en una central eléctrica.

En el campo de las protecciones, los TT/MM permiten sumar tensiones, corrientes, etc., en dispositivos mezcladores, que entregan magnitudes a los elementos de medida de los relés de protección, obteniéndose características de impedancia, admitancia, poligonales, etc. ampliamente usados en las protecciones de sistemas de transmisión.

Las protecciones diferenciales, muy utilizadas en transformadores, generadores, etc., emplean el conocido principio que la corriente que entra a un equipo (primario) debe ser igual a la corriente que sale (secundario); si este equilibrio no existe, se detecta falla interna en el equipo. Dicha comparación de corrientes se efectúa con TT/CC y sus secundarios conectados entre sí.

1.5. Interconexión de secundarios

La interconexión adecuada de secundarios de TT/MM, sumando las tensiones de un sistema, caídas de tensión proporcionales a las corrientes, tiene gran aplicación en el campo del control automático y de la regulación de tensión en máquinas generadoras y transformadores.

1.6. Elemento de protección

Los TT/CC protegen a los instrumentos conectados en sus secundarios cuando por sus primarios circulan corrientes superiores a la normal. Esto sucede en TT/CC de bajo índice de saturación, es decir, aquellos en que la proporcionalidad entre las corrientes primaria y secundaria sólo se mantiene hasta poco más allá de la corriente nominal, saturándose posteriormente.

2. El transformador de potencial

2.1. El transformador ideal

En un transformador ideal, por definición, el voltaje de salida o el fasor de corriente se encuentran en oposición y en proporción al correspondiente fasor de entrada. Para que esto sea exacto, no deben haber pérdidas (las resistencias primaria y secundaria deben ser nulas, y también las pérdidas en el hierro). Tampoco deben existir caídas de tensión, por lo que las reactancias primario y secundaria deben también ser cero. Esto significaría que no existiría flujo de fuga y todo el flujo enlazaría los enrollados primario y secundario. La razón entre la magnitud de la corriente primario I_p y la secundaria I_s, es por lo tanto, igual a la razón entre las vueltas secundarias N_s dividida por las vueltas primarias N_p.

El núcleo del transformador ideal debe tener una permeabilidad alta y constante, de modo que no se requieran Amperes–Vueltas para mantener el flujo de excitación.

Si consideramos que para un T/P se requiere esencialmente proporcionalidad entre las tensiones primaria y secundaria, la hipótesis del transformador ideal resulta adecuada para este efecto. Naturalmente, su construcción no resulta posible y el T/P real considera ciertas diferencias que se explican en el siguiente párrafo.

2.2. Transformador de potencial real

En la Figura 1 se ha representado el diagrama fasorial del transformador de potencia y su circuito equivalente aproximado. Se ha considerado una relación de transformación a igual a 1.

Examinando este diagrama puede deducirse lo siguiente: las tensiones primaria y secundaria V_p y V_s, no están exactamente en la relación de vueltas ni tampoco en oposición de fase a causa de las caídas de tensión originadas por las impedancias de fuga del primario y secundario.

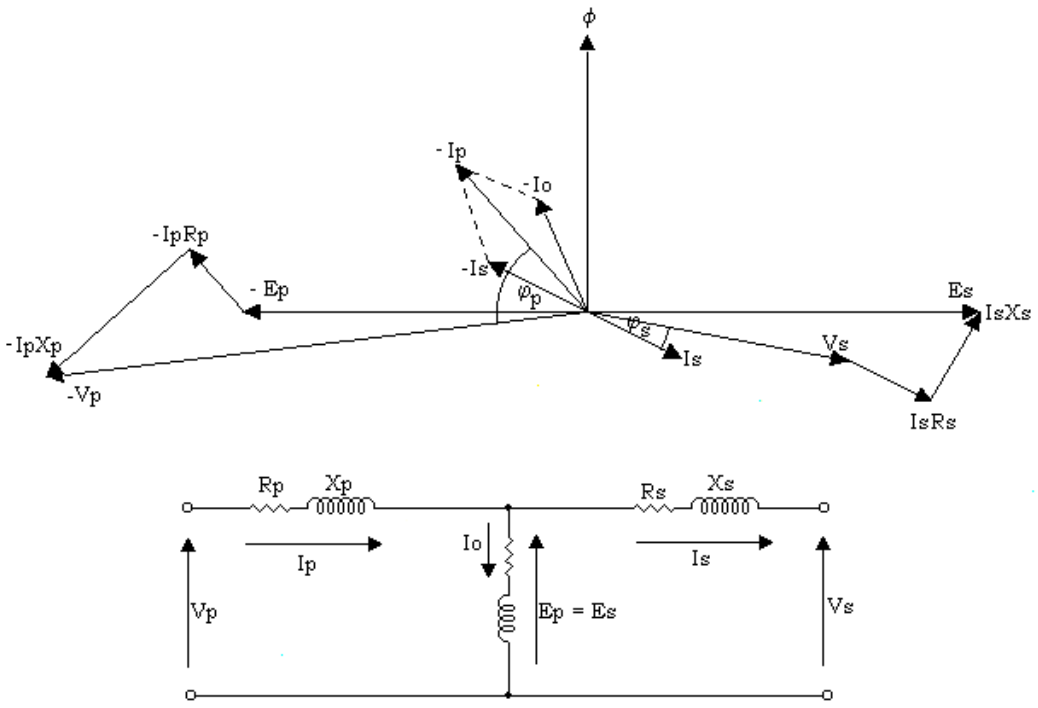


Figura 1: Diagrama fasor del T/P y circuito aproximado.

Como se vio en el caso anterior, si estas caídas fueran nulas el T/P sería exacto, por cuanto para cualquier condición de carga la tensiones V_p y V_s coincidirían con las f.e.m. E_p y E_s, que son las inducidas por el flujo mutuo del transformador y por consiguiente, se encuentran exactamente en la relación de vueltas de acuerdo a las fórmulas:

$$E_p = 4.44\ \Phi_m f N_p \tag{1}$$

$$E_s = 4.44\ \Phi_m f N_s \tag{2}$$

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} \tag{3}$$

En consecuencia, para que nos acerquemos al transformador de potencial ideal, es conveniente reducir a un mínimo las impedancias de fuga. Esto se consigue sobredimensionando el núcleo y la sección de los conductores, de tal forma que la influencia de la carga sobre la razón de transformación puede reducirse a un mínimo.

Dado que la razón de transformación de un T/P depende de la carga conectada a su secundario, siendo en condiciones normales eminentemente constante, para proceder a su clasificación desde el unto de vista de la precisión, las normas de todos los países consideran los límites de error aceptables en función de las características de la carga secundaria, denominada “burden”.

La norma ANSI define como “burden” de un transformador de medida, a la propiedad del circuito conectado al secundario que determina el flujo de potencia activa y reactiva desde el

transformador. Se determinan para estos efectos cinco clases diferentes de cargas secundaria cuyas características aparecen en la Tabla 1.

Designación del burden para T/P	Volt - Amperes secundarios	Factor de potencia de la carga
W	12.5	0.10
X	25	0.70
Y	75	0.85
Z	200	0.85
ZZ	400	0.85

Tabla 1: Designación del burden para T/P, según la norma ANSI.

En cuanto a precisión las normas ANSI clasifican a los transformadores de potencial en tres clases designadas como 0.3 – 0.6 – 1.2. Estas cifras indica el porcentaje de error máximo que puede tener la razón del transformador al tener el T/P conectado a una carga secundaria normalizada (burden), para cualquier voltaje comprendido entre el 90 y el 110 % del vol.

En esta forma un transformador ANSI designado como 0.6 y significa que su error de razón puede ser de +0.6 % al alimentar la carga normalizada y cuyas características aparecen en la Tabla 1 (75 VA).

Las normas alemanas VDE en cambio, consideran sólo cuatro clases designadas por 0.2 – 0.5 – 1 – 3, en que al igual que las normas ANSI las cifras representan el porcentaje de error de razón máximo admisible. Las normas VDE no definen cargas secundarias normalizadas; pero establecen que los porcentajes de errores máximos anteriores deben verificarse para factor de potencia 0.8 constante, variando la carga en Volt-Amperes desde 25 % hasta 100 % de la nominal; con excepción de la clase 3 en que esta variación es de 50 a 100 %.

La precisión definida en esta forma se mantiene para un rango de variación de la tensión aplicada, comprendido entre el 80 y el 120 % de la tensión nominal 200 VA, p. ej., y de clase 1, no deberá tener un error de razón superior al +1 % , al variar la carga nominal entre 50 VA (25 % de 200 VA) y 200 VA manteniendo un factor de potencia 0.8 constante.

2.3. Variaciones de las condiciones normales

Como se ha explicado, los TT/PP, se utilizan como componente de los sistemas de protecciones en instalaciones eléctricas, por lo tanto resulta interesante analizar su comportamiento bajo condiciones anormales. Por ejemplo, variaciones de tensión y frecuencia.

Las variaciones de la tensión aplicadas se traducen en variaciones de la corriente de excitación, por lo que las mediciones efectuadas a tensiones inferiores a la nominal estarán afectadas de errores despreciables. Al aplica tensiones superiores a la nominal el error de la razón aumentará al llegar al estado de saturación del núcleo, lo cual en la generalidad de los casos no sucede antes del 150 % de la tensión nominal.

El aumento de la frecuencia produce un aumento de las caídas de tensión en las impedancias de fuga, por lo que decrece la corriente de excitación. En consecuencia, ambos efectos tienden a cancelarse. En la práctica un aumento de frecuencia de hasta 100 % no produce errores apreciables en la relación de transformación.

La disminución de la frecuencia, por otra parte, origina una aumento proporcional del flujo en el núcleo y, en consecuencia, un aumento de la corriente de excitación.

Por este motivo no es conveniente disminuir la frecuencia en más de un 5 % si desea mantener la precisión de la medida dentro de la clase del transformador.

Puede deducirse en consecuencia, que el comportamiento de los TT/PP es satisfactorio bajo condiciones anormales de operación de un sistema eléctrico de potencia.

3. El transformador de corriente

3.1. Diagrama fasor y circuito equivalente

En la Figura 2 se representa el diagrama fasorial de un transformador de corriente (T/C) y su circuito equivalente, con una relación de transformación a y sus parámetros referidos al primario.

Se ha despreciado la impedancia de fuga del primario y la razón de transformación se ha definido como:

$$a = \frac{I_p}{I_s} \tag{4}$$

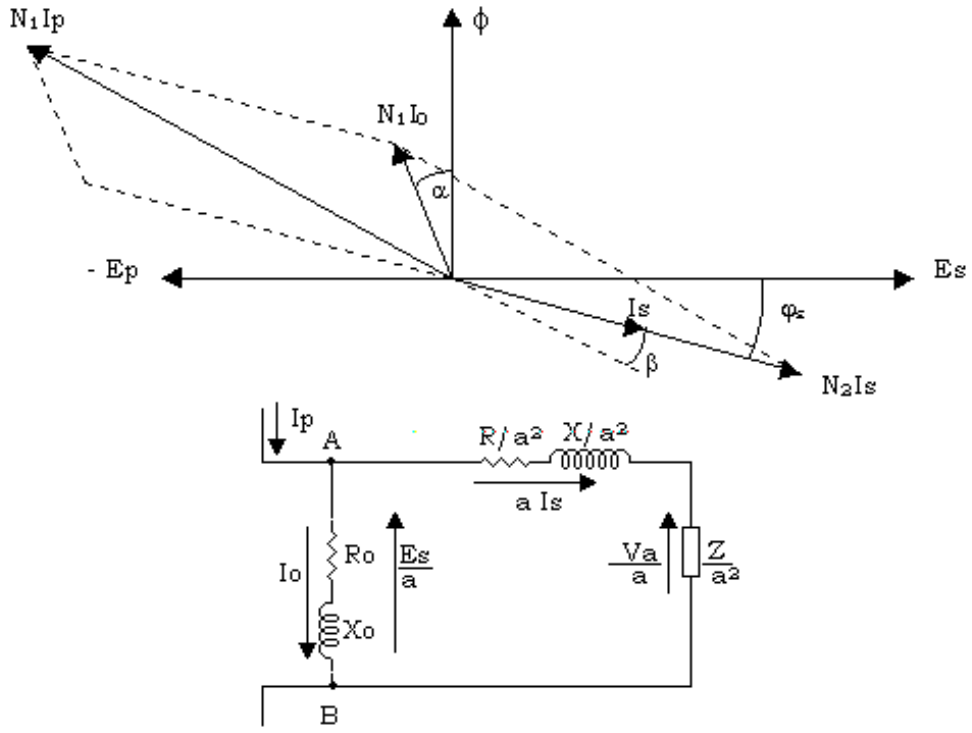


Figura 2: Diagrama fasor y circuito equivalente de un T/C, referido al primario.

De acuerdo a la teoría elemental de los transformadores, el flujo en el núcleo debe permanecer constante, por lo que la suma fasorial de los amperes–vuelta primario y secundario debe ser constante e igual a los necesarios para producir ese flujo en el núcleo, y que se designa como amperes–vuelta de excitación.

$$N_1 I_p + N_2 I_s = N_1 I_0 \tag{5}$$

Si en esta relación hacemos $I_0 = 0$ podemos escribir como valores absolutos:

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_2}{N_1} = a \tag{6}$$

Situación que representaría el T/C ideal.

3.2. Causas de error en la razón de transformación

Se puede observar que las corrientes primarias y secundaria de un T/C no se encuentran en la exacta relación de vueltas, tampoco en oposición de fase a causa exclusiva de la corriente de excitación que se necesita para inducir el flujo mutuo en el núcleo.

Es conveniente, entonces, que la corriente de excitación I_0, que es una componente de la corriente primaria, sea lo más bajo posible. Para ello, los TT/CC deben trabajar con densidades de flujo bajas, que en la práctica son del orden de 600 a 3000 Gauss (0.06 a 0.3 Wb/m^2 o Tesla).

Para una corriente primaria dada, la corriente de excitación varía con el valor de la impedancia de carga, burden, Z_B. En efecto, puesto que la corriente primaria es constante, de la figura 2 se puede deducir que el valor de sus dos componentes I_0 y aI_S, dependerá del valor de la impedancia de cada rama del circuito comprendido entre A y B. en consecuencia, un aumento de la impedancia Z_B provocará una disminución de S_i, por lo que la razón tendrá errores positivos, es decir, la razón es mayor que la nominal.

Otra causa importante de error en la razón de transformación en los TT/CC es el factor de potencia del consumo. Esto se comprende fácilmente observando el diagrama fasorial de la figura 2, del cual se deduce que el efecto de la corriente de excitación depende del desfase que tenga respecto a ella la corriente secundaria. Así, por ejemplo, si el desfase de la corriente secundaria fuera tal que se encontrara en oposición con Y_0, el error de razón sería máximo.

De acuerdo con los principios anteriores, las normas expresan la precisión de los TT/CC en función de la característica de la carga, Z_B. Las normas ANSI, por ejemplo, definen cargas normalizadas, cuyos valores se indican en la Tabla 2.

Burden	Impedancia (ohm)	Volt-Amperes	Factor de potencia
B - 0.1	0.1	2.5	0.9
B - 0.2	0.2	5	0.9
B - 0.5	0.5	12.5	0.9
B - 2.0	2.0	50	0.9

Tabla 2: Burden para T/C según las normas ANSI.

Examinando la figura 2 se puede deducir que todo aumento de la impedancia del consumo Z_B se traduce en un aumento de la corriente de excitación I_0. Si la corriente primaria permanece constante, la corriente secundaria I_s debe disminuir. Como caso límite podría considerarse el secundario abierto, es decir, la impedancia de consumo infinita. En esta condición límite, toda la corriente primaria se convierte en corriente de excitación. En consecuencia, la tensión inducida en el secundario es máxima y la saturación del núcleo hace que se distorsione fuertemente con un valor de cresta muy elevado.

En la práctica, transformadores de corriente con el secundario abierto y con la corriente primaria nominal circulando pueden inducir tensiones secundarias con valores máximos del orden de 500 a 1000 Volts, aunque su valor efectivo no sea mayor de 150 a 300 Volts.

Por esto, **no debe trabajarse con transformadores de corriente con su circuito secundario abierto**. Si no se utiliza su circuito secundario, debe mantenerse en cortocircuito.

Estudiemos lo que sucede cuando la corriente primaria excede la corriente nominal manteniendo constante la impedancia de consumo Z_B. De acuerdo al circuito equivalente de la Figura 2, en estas condiciones la corriente secundaria y la de excitación crecerán proporcionalmente, mientras la impedancia de excitación $R_0 + jX_0$ permanezcan constante. Cuando la corriente de excitación alcanza el valor necesario para saturar el núcleo, la impedancia de excitación disminuirá y la corriente secundaria ya no crecerá proporcionalmente a la corriente primaria, sino que lo hará en forma más lenta.

El error de razón empieza a aumentar rápidamente en sentido positivo, es decir, la razón aumenta respecto a la nominal. Una curva típica visualizando lo indicado se muestra en figura 3.

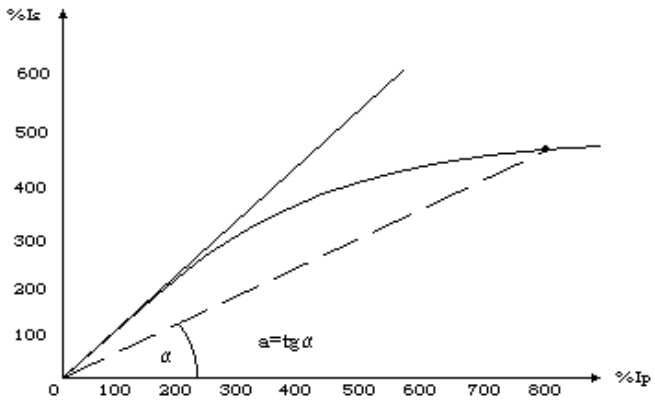


Figura 3: Aumento del error de razón.

3.3. Designaciones ANSI para TT/CC

Las normas ANSI designan los transformadores de corriente por dos cifras y una letra colocada entre ellos. La primera cifra, expresa el error máximo de razón que puede producirse siempre que no se exceda la tensión secundaria V_s que se especifica en la segunda cifra. La letra colocada entre ambas cifras, que puede ser H o L, designa el tipo de transformador según el valor de la impedancia de fuga secundaria: H para alto y L para bajo.

En el caso de los transformadores tipo H, las especificaciones son válidas para una rango de variación de la corriente secundaria de 5 a 20 veces el valor nominal. Así, por ejemplo, un transformador designado por 10H200 no debe exceder un error de razón de 10 % para una tensión aplicada al consumo que no sea superior a 200 V, al variar la corriente secundaria entre 5 y 20 veces la nominal. Si la corriente nominal fuera de 5, esto significaría que la impedancia máxima

que puede conectarse para 20 veces la corriente nominal es de:

$$Z_C = \frac{200}{20 \cdot 5} = 2\ \Omega$$

En cambio para 5 veces la corriente nominal, este valor sube a:

$$Z_C = \frac{200}{5 \cdot 5} = 8\ \Omega$$

En consecuencia, la linealidad dentro del margen del 10 % de error entre I_p e I_s se mantendrá hasta 20 veces (5 veces) la corriente nominal, siempre que se conecte una impedancia secundaria de 2 Ω (8 Ω).

3.4. Límite térmico

La resistencia al calentamiento producido por la corriente de cortocircuito, se expresa a través de la corriente primaria máxima que puede soportar el transformador, para no exceder la temperatura de 250°C durante un cierto tiempo que generalmente es inferior a 5 segundos. Ese valor de la corriente se denomina "límite térmico".

El uso de transformadores de medida como se ha visto, introduce errores, ya que la réplica secundaria no es posible obtenerla con precisión absoluta. Este tema se trata con mayor detalle en el Anexo, "Errores Introducidos por el uso de Transformadores de Medida".

4. Saturación en transformadores de corriente

Los transformadores de corriente son utilizados en los sistemas de potencia, ya sea para fines de medición (instrumentación), o fines de protección de dichos sistemas. En el primer caso, medición, la magnitud secundaria es requerida en rangos normales de trabajo, ejemplo 0.1 a 1.2 veces la I nominal, condiciones en que las magnitudes secundarias deben mantenerse con la debida proporcionalidad que requiere la precisión de la medida. Más allá de 1.2 la corriente nominal su lectura no tendrá una mayor importancia, ya que ésta se deberá a una condición de falla transitoria que deberá ser despejada por la protecciones del sistemas.

En estas condiciones resulta incluso conveniente la característica de saturación del T/C, que significa un crecimiento menor de la magnitud secundaria ante aumentos de la corriente primaria, saturación que consigue proteger ante elevadas corrientes de falla a estos dispositivos, generalmente de construcción delicada.

En el segundo caso, para TT/CC usados en sistemas de protecciones, se requiere una respuesta diferente: linealidad dentro de rangos mucho más amplios, considerando a los relés de protección como dispositivos requeridos para trabajar justamente en condiciones anormales.

Esta característica dependerá de las magnitudes calculadas en los diversos cortocircuitos que se pueden producir en el sistema protegido, siendo suficiente generalmente un valor no inferior a 10 veces la corriente nominal.

Estas características, de saturación próxima al valor nominal (medición) y de saturación a valores altos de corriente (protección), se consiguen en el diseño y fabricación de los TT/CC en los cuales se emplean distintos núcleos de hierro para dichos efectos.

4.1. Índice de saturación de un T/C

La norma alemana "VDE" con el fin de especificar esta característica, define un índice n, llamado "índice de saturación".

La definición establece al índice de saturación n como el múltiplo de la corriente primaria nominal al cual el error de proporcionalidad de la corriente secundaria es de $-10\,\%$ encontrándose conectado al secundario el burden nominal (ejemplo 15 VA) con un factor de potencia de dicho burden de 0.6.

Si el burden es distinto del nominal, el índice de saturación varía, disminuyendo para "burdens" superiores al nominal.

Si el burden disminuye, el valor de n aumenta, y en este caso lo hace en aproximadamente la misma proporción de la disminución de Z_B. Por ejemplo, si el burden es de sólo el 25 % del nominal, el índice de saturación aumenta en aproximadamente un factor 4.

Esto se explica debido a que la impedancia secundaria (despreciada Z_2) se hace un cuarto más pequeña que la nominal, necesitando 4 veces más corriente para regular la misma caída de tensión

$Z_0 I_0$, como se deduce del circuito equivalente del T/C indicado en Figura 4.

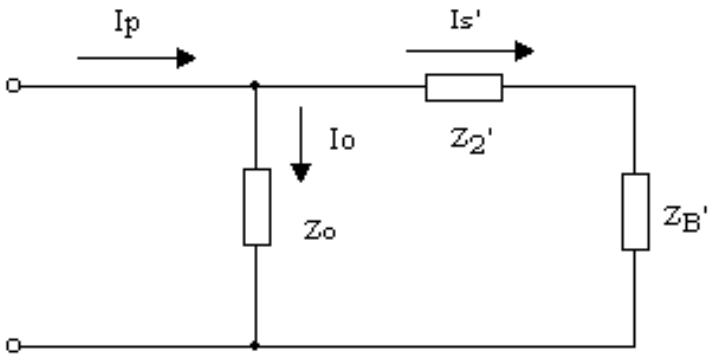


Figura 4: Circuito equivalente del T/C referido al primario.

4.2. Obtención experimental del índice de saturación

4.2.1. Fundamentación del método

Si se tiene en consideración el circuito equivalente de la Figura 4 y suponiendo que la impedancia Z_B del burden no es saturable, se obtienen las siguientes relaciones:

$$I_p = I'_s + I_0 \tag{7}$$

$$\frac{I'_s}{I_p} = \frac{Z_0}{Z'_2 + Z'_B + Z_0} \tag{8}$$

$$\frac{I'_s}{I_0} = \frac{Z_0}{Z'_2 + Z'_B} \tag{9}$$

Impedancia equivalente secundaria referida al primario:

$$Z'_s = Z'_2 + Z'_B \tag{10}$$

En la zona lineal (sin saturación) la impedancia Z_0 se considera constante y es igual a V_0/I_0.

Durante la saturación, el valor de Z_0 es variable dependiendo de I_0 y la llamaremos Z_{0s}.

Para la determinación del factor de sobrecorriente según la definición VDE indicada precedentemente, consideraremos el circuito equivalente de la Figura 5, en que las magnitudes se han referido ahora al secundario.

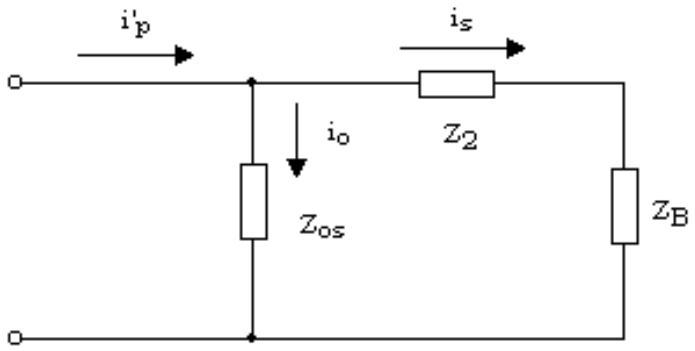


Figura 5: Circuito equivalente del T/C referido al secundario.

El circuito de la Figura 5 considera la condición inicial de saturación establecida por la norma indicada (valor secundario reducido en 10 %), para los cuales se tiene:

$$\frac{i'_p}{i_s} = \frac{10}{9} \tag{11}$$

$$Z_s = Z_2 + Z_B \tag{12}$$

$$Z_0 = 9Z_s \tag{13}$$

$$i'_p = \frac{10}{9} \cdot \frac{V_{0s}}{Z_{0s}} = \frac{V_{0s}}{0.9Z_s} \tag{14}$$

$$n = \frac{i'_p}{i_s} \cdot \frac{V_{0s}}{Z_{0s}} = \frac{V_{0s}}{0.9Z_s i_s} \tag{15}$$

Siendo $i_{snom} = 5$ A (por lo general), se puede decir que n resulta igual a:

$$n = \frac{V_{0s}}{4.5(Z_2 + Z_B)} \tag{16}$$

El valor de V_{0s} representa en la curva de saturación del T/C el valor de tensión presente en la impedancia Z_{0s} y que produce la saturación inicial.

Con el fin de identificar este punto en el gráfico V_0/I_0 las normas lo definen como el punto en el cual un 10 % de aumento de la f.e.m. del secundario se produce con un 50 % de aumento en la corriente de excitación.

Esto equivale a determinar una impedancia:

$$Z_{0s} = \frac{V_0 + 0.1V_0}{I_0 + 0.5I_0} = 0.73Z_0 \tag{17}$$

O sea del 73 % de la impedancia Z_0 correspondiente a la zona sin saturación del núcleo.

Considerando que los valores de n solo se requieren en condiciones aproximadas, el índice de saturación n se expresa como $n < 5$ (medidas) o $n > 10$ (protecciones) y en el cálculo normalmente

no se considera Z_2 ya que $Z_B \gg Z_2$. Tomando en consecuencia lo anterior se tiene la expresión aproximada:

$$n \approx \frac{V_{0s}}{4.5 Z_B} \tag{18}$$

ecuación que entrega suficiente precisión para fines prácticos.

4.2.2. Índice de saturación real de un T/C

El procedimiento a emplear es el siguiente:

a) Obtención de la característica de excitación. De acuerdo con la Figura 6, con el enrollado primario abierto y las medidas efectuándose desde el secundario.

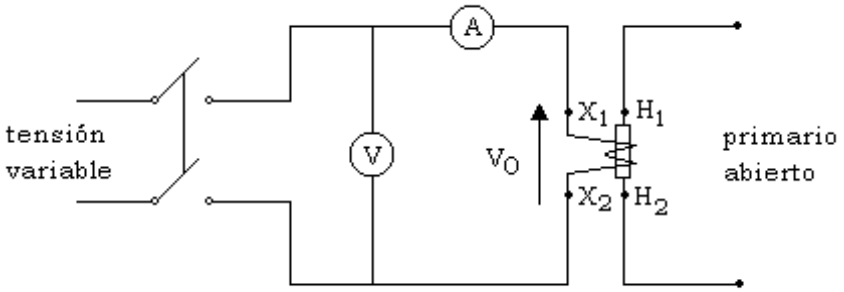


Figura 6: Circuito experimental para obtención de la característica de excitación en vacío desde el secundario del T/C.

Deben tomarse valores de V_0 que originen rápidos aumentos de I_0 cuidando de no sobrepasar los 5 amperes nominales del secundario (o su valor correspondiente).

Se indican a continuación los valores obtenidos en un T/C marca Brown Boveri razón 30/5 Amperes, Burden 15 VA. (Tabla 3 y Figura 7).

V_0 [Volts]	I_0 [Amperes]
2	0.025
4	0.040
6	0.050
8	0.058
10	0.067
12	0.075
15	0.085
25	0.12
50	0.20
70	0.36
100	2.10
110	3.52

Tabla 3: Valores obtenidos en un T/C, razón 30/5 A, Burden 15 VA.

b) Dibujar la característica V_0/I_0 determinando en el gráfico el valor de V_{0s} de acuerdo a lo indicado anteriormente.

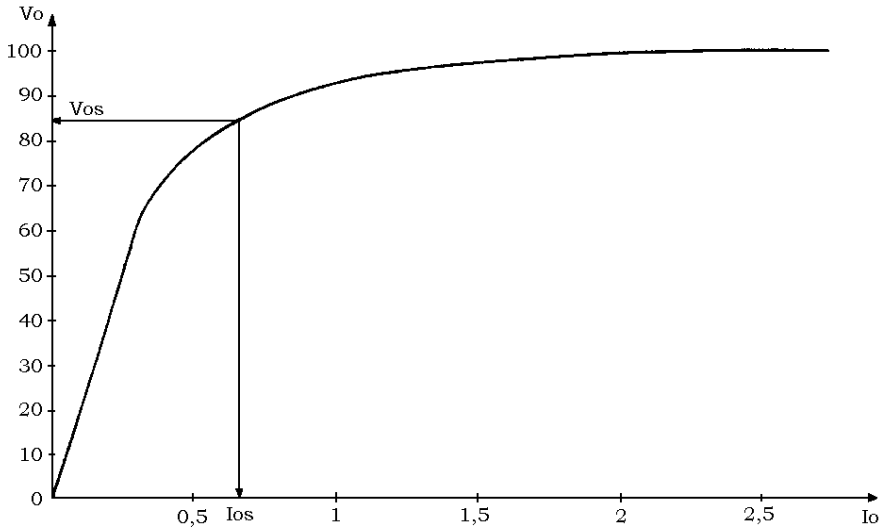


Figura 7: Característica V_0/I_0 del T/C con circuito primario abierto.

c) Calcular el índice de sobrecorriente n para el valor de impedancia de burden considerado.

En este ejemplo consideraremos el burden nominal de 15 VA que equivale a una impedancia:

$$Z_B = \frac{15 \text{ VA}}{5 \text{ A} \cdot 5 \text{ A}} = \frac{15}{25} = 0.6 \ \Omega$$

Y no consideraremos el Z_2 equivalente del transformador. Bajo estas condiciones:

$$n = \frac{85}{4.5 \cdot 0.6} = 31$$

Es decir $n > 30$. Como conclusión este T/C es conveniente para uso en protecciones por su alto índice de saturación.

V. Anexos

1. Refrigeración

En los transformadores se producen pérdidas en el hierro por histéresis y por corrientes de Foucault, y en el cobre por efecto Joule, las cuales elevan la temperatura del equipo, siendo necesario por tanto refrigerarlos. El tipo de refrigeración permite clasificarlos en:

1.1. Transformadores refrigerados por aire

El aire es un buen aislante, pero sus características como dieléctrico dependen de su estado: la humedad y las partículas de polvo reducen su rigidez. Incluso en condiciones óptimas, las dimensiones de un transformador refrigerado por aire serían prohibitivas en altas tensiones. Este tipo de transformador se utiliza por tanto, salvo excepciones, solamente en baja y mediana tensión y siempre al abrigo de la interprete y del polvo. Es posible distinguir los siguientes tipos:

1.1.1. Refrigeración natural

El aire que está en contacto con las bobinas y con el hierro se calienta y asciende siendo reemplazado por aire frío, estableciendo así una refrigeración natural. Sin embargo este tipo de refrigeración es poco efectiva limitándose su aplicación a transformadores de unos 100 kVA como máximo. Estos transformadores resultan los más económicos y por ello se utilizan siempre que sea posible, pero su potencia y su tensión quedan limitadas y deben estar siempre protegidos de la intemperie.

1.1.2. Refrigeración forzada

En este caso un ventilador refrigera el transformador, pero se sigue estando limitado por la tensión. Además, el ventilador que se calcula para la carga nominal no permite más que pequeñas y breves sobrecargas, este tipo de refrigeración se utiliza pocas veces.

1.2. Transformadores en aceite

La rigidez dieléctrica del aceite usado para transformadores es 4 veces superior a la del aire a presión atmosférica, lo que permite reducir en esta proporción las distancias del aislamiento. Además el aceite impregna las bobinas y penetra en los huecos dejados por el barniz, asegurando así un buen aislamiento. Es normal el uso de aislamientos en serie formados por aceite y papel en capas delgadas, aumentando de este modo considerablemente la rigidez dieléctrica del espacio. Se puede así construir transformadores de Extra Alta tensión (sobre 500 kV).

El aceite se encierra en una cuba que sirve al mismo tiempo para proteger los enrollados y permite utilizar estos transformadores a la intemperie.

El aceite para transformadores es un derivado del petróleo, muy fluido, de densidad 0.88 y no contiene trazas de óxidos metálicos, los cuales reducirían mucho sus características como dieléctrico.

Cuando aumenta la temperatura por sobre los 100°C se descompone formando residuos. De estos residuos, los más pesados se depositan en el fondo de la cuba, pero las partículas livianas quedan en suspensión, siendo arrastradas por el movimiento de circulación, dificultándolo, con lo cual disminuye la refrigeración. Es necesario, por tanto, filtrar periódicamente el aceite.

La formación de estos residuos se favorece con la presencia de cobre desnudo que actúa como catalizador. Así, resulta necesario barnizar o estañar todas las conexiones exteriores a los enrollados propiamente tales.

En los transformadores en aceite se distinguen también:

1.2.1. Circulación natural

De la misma forma que en el caso de la refrigeración por aire, el aceite en contacto con las bobinas y el hierro del circuito magnético se calienta y se produce un movimiento natural (corriente de convención) que favorece la refrigeración. El aceite caliente se vuelve a enfriar a lo largo de las paredes laterales de la cuba que tienen formas onduladas o están provistas de tubos que aumentan la superficie radiante. Esta circulación del aceite presenta también la ventaja de apagar las chispas que pudieran producirse en el interior.

El aceite tiene un elevado color específico, lo que permite sobrecargas importantes y prolongadas, sin peligro. Estos transformadores no necesitan ninguna vigilancia y resultan de funcionamiento muy seguro; por esto, son los de utilización más frecuente.

1.2.2. Circulación forzada

Para reducir la cantidad de aceite que se precisa por refrigeración, se acelera en este sistema la velocidad de circulación del fluido, mediante una bomba que recoge el aceite caliente de la parte superior y lo envía a refrigerarse a un serpentín bañado por agua fría, inyectándolo a continuación en la base del transformador.

En climas fríos hay que tomar precauciones especiales para que en invierno el frío no reviente el serpentín, ya que cualquier mezcla del agua y el aceite produciría cortocircuitos graves. Es preciso, por tanto, mantener una vigilancia continua ya que el transformador no puede trabajar con la bomba detenida. Por ello este tipo de refrigeración se utiliza mucho menos que el precedente, salvo en el caso de transformadores de gran potencia.

En este último caso se prevé a menudo una circulación natural del aceite hasta los 2/3 o los 3/4 de la potencia nominal. Una refrigeración suplementaria producida por ventiladores o por circulación forzada del aceite permite aumentar la potencia del transformador con dimensiones más reducidas que en el caso de confiar la refrigeración exclusivamente a la circulación natural.

1.3. Empleo de otros tipos de aislamiento

Los transformadores en baño de aceite presentan peligros de incendio y explosión; ante estos riesgos, se ha buscado otras formas de aislamiento que eliminen este peligro, cumpliendo además las funciones de refrigeración:

1.3.1. Transformadores de Piraleno

El Piraleno es un derivado del benceno que presenta cualidades análogas al aceite en cuanto específico y rigidez dieléctrico. Pero la cualidad más interesante del Piraleno es la de no ser inflamable, aparte de otras ventajas respecto al aceite, que pueden apreciarse en la Tabla 1.

	Piraleno	Aceite
Calor específico	0.40	0.45
Rigidez dieléctrica (U.T.E.)	40 kV	40 kV
Punto de congelación	$-30°C$	$-5°C$
Constante dieléctrica	4.15	2.2
Depósito (125 hrs a 150°C)	Ninguno	0.02 %

Tabla 1: Características del Piraleno.

Esta técnica de los transformadores de Piraleno ha exigido paralelamente la fabricación de aislantes que no sean atacados por el Piraleno. Con los perfeccionamientos recientes se ha llegado ya a aislantes prácticamente inatacables.

1.3.2. Transformadores en silicona líquida

Utilizan como agente aislante un producto líquido a base de silicona dimetílica, mucho menos inflamable que otros tipos de aceites y con más alto grado de extinción. No presenta los riesgos de contaminación ambiental de los aceites sintéticos askareles. Es un poco más pesado que el aceite común.

1.3.3. Transformadores secos

Se ha pensado también en reemplazar el aislante líquido por uno en estado sólido, de utilizan con este fin una mezcla de resina epóxica y harina de cuarzo, eliminando totalmente las emanaciones gaseosas, es evidente que cualquier riesgo de explosión de incendio desaparece ene este tipo de transformadores. Estos transformadores son abiertos y por lo tanto refrigerados por aire.

2. Ferromagnetismo e Histéresis

Como se ha indicado, los materiales ferromagnéticos afectan drásticamente las características de los sistemas en los que se los usa. Los materiales ferromagnéticos no son lineales. Esto significa que las relaciones entre B y H (o entre H y M) no corresponden a líneas rectas. En realidad, lo que ocurre es más complicado e interesante; la relación entre B y H presenta el fenómeno de histéresis. Esto significa que, cuando se somete al material a un ciclo de operación, la magnetización (relación $B - H$) sigue una curva complicada. En general, se considera que el campo excitante es H (pues está directamente relacionado a la corriente). Puede entonces ocurrir que $H = 0$, y tanto B como M sean distintos de cero: esto es lo que se conoce corrientemente como un imán. Los materiales ferromagnéticos son el Hierro, Níquel, Cobalto, y algunas aleaciones. Desde el punto de vista tecnológico son muy importantes para aplicaciones en generación de energía, motores eléctricos, almacenamiento de información (cintas y discos magnéticos), etc.

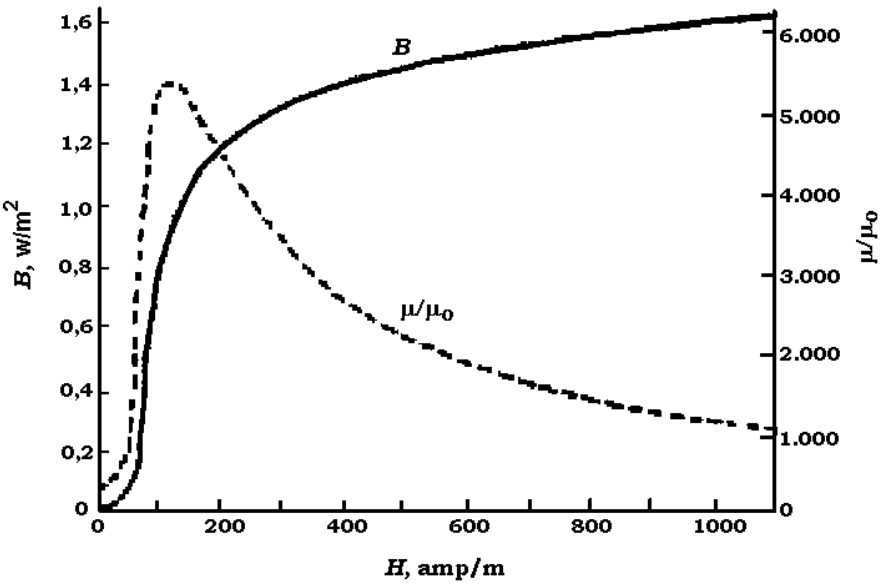


Figura 1: Curva de magnetización y permeabilidad relativa del hierro comercial (recocido).

Para entender el fenómeno, se considera una muestra de material ferromagnético, inicialmente desmagnetizada. Se considera que el parámetro de control experimental es el campo H, pues éste está directamente relacionado a la corriente eléctrica (por la ley de Ampere). Si el campo H se incrementa, desde cero, la magnetización del material crecerá monótonamente, describiendo una curva como la de la Figura 1. Si uno definiera $\mu = B/H$, el valor de μ sería una función de H con un rango de variación de varios órdenes de magnitud. Se observa, en primer lugar la existencia de una saturación; esto es, que si el campo H alcanza un valor suficientemente elevado, la magnetización M alcanza un valor máximo, que depende del material. Este resultado experimental puede entenderse simplemente, pues significa que en una muestra saturada todos los dipolos magnéticos elementales se han alineado con el campo H.

Imagínese ahora la muestra ya magnetizada, y en presencia de un campo H. Si ahora se disminuye H, la relación $B - H$ no describe la curva inicial de la Figura 1, sino que regresa por una

nueva curva, como la de la Figura 2, llegando hasta el punto r, en que $H = 0$, pero $B \neq 0$. Si ahora se continúa aumentando H en sentido inverso al original, la muestra adquiere una magnetización invertida, pasando por el punto c, en que $B = 0$, pero $H \neq 0$. Si ahora se hace aumentar H, entonces B regresa por la parte inferior de la curva $B - H$. Se observa que la curva para H creciente es distinta a aquella para H decreciente. Este fenómeno se denomina histéresis, y la Figura 2 es la llamada curva de histéresis del material.

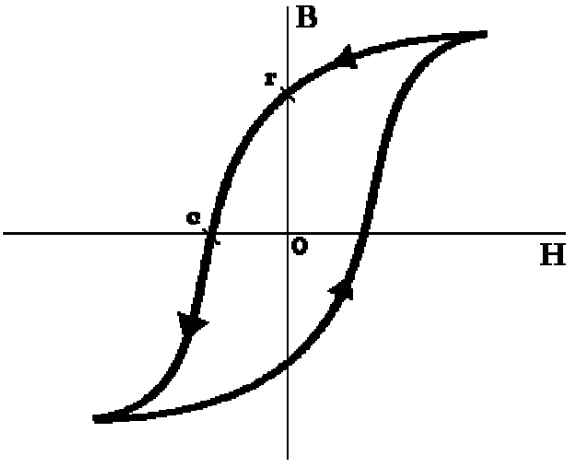


Figura 2: Curva de histéresis para un material ferromagnético.

Se observa que la curva de histéresis depende del material, pero además del valor máximo de H al cual se encuentra sometido el material. Si el valor de H_{max} es suficientemente intenso, la forma de la curva no cambia al aumentar H_{max}, como se observa en la Figura 3.

Las aplicaciones más frecuentes de los materiales ferromagnéticos son (1) para aumentar el flujo en circuitos de corriente (motores, generadores), (2) como fuentes de campo magnético (imanes) y (3) en almacenamiento magnético de información. Cuando una muestra de material ferromagnético se utiliza como imán, primero se le magnetiza hasta su saturación, y luego se elimina el campo H. El campo magnético remanente B_r se llama retentividad.

Para ilustrar la gran variedad de comportamiento magnético entre los materiales ferromagnéticos, mostramos las curvas de histéresis para dos materiales distintos, el hierro comercial y un acero al tungsteno, en la Figura 4.

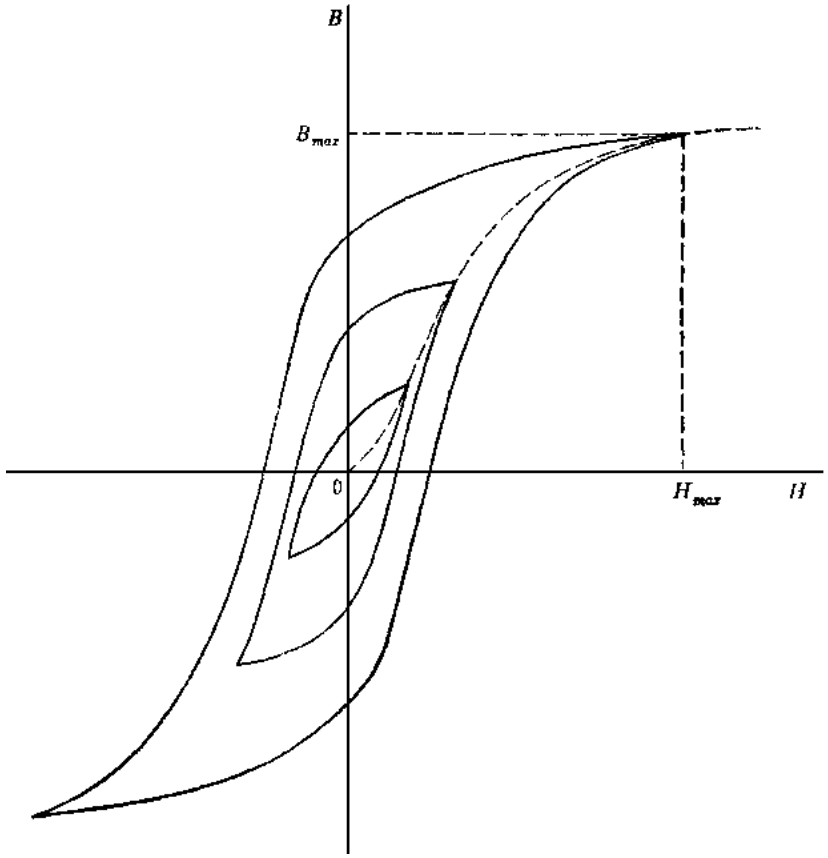


Figura 3: Curvas de histéresis de un material, para varios valores de H_{max}. La línea punteada muestra la saturación de la curva $B - H$.

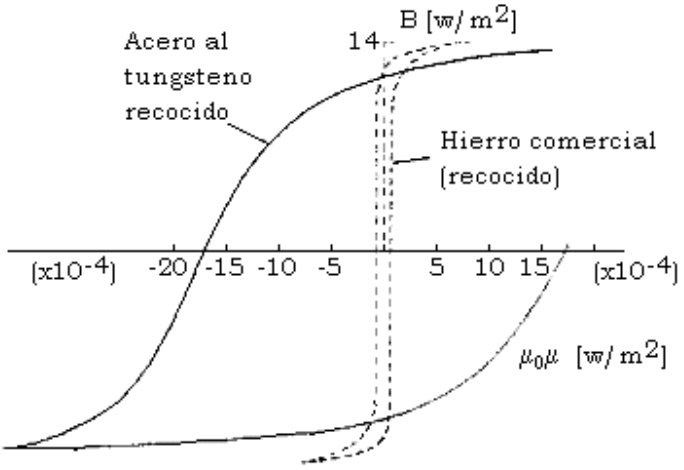


Figura 4: Curvas de histéresis para hierro comercial y acero al tungsteno.

3. Pruebas sobre transformadores

3.1. Prueba de rendimiento

El rendimiento puede determinarse, para una carga dada, a través de la expresión:

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos\psi}{V_2 I_2 \cos\psi + \text{Pérdidas}} \tag{1}$$

En ella los valores V_2, I_2 y $\cos\psi$ son datos y por lo tanto exactos. Los errores de medidas afectarán solamente a las pérdidas que son pequeñas. El rendimiento podrá, por consiguiente, determinarse con gran exactitud.

Este método es más sencillo y mucho más exacto que el consistente en medir las potencias de entrada y salida.

Las pérdidas se calculan fácilmente, las pérdidas en el hierro dependen de la densidad de flujo, para forma de onda y frecuencia constante. Si la tensión es constante, la inducción también lo es; por tanto, las pérdidas en el hierro son constantes en vacío y en carga y puede decirse, sin gran error, que corresponden a la potencia consumida en vacío.

Las pérdidas en el cobre del primario y secundario corresponden a la potencia consumida durante una prueba en cortocircuito en la cual el secundario es recorrido por la corriente I_2. Se ha visto que éstas incluyen las pérdidas suplementarias o parásitas. La componente RI^2 de las pérdidas aumenta con la temperatura mientras las pérdidas parásitas disminuyen con ésta. Por tanto, cuando se desea convertir las pérdidas de temperatura a otra las dos componentes mencionadas deberán ser convertidas separadamente. De esta manera se tiene:

$$\frac{\text{Pérdidas } RI^2 \text{ a la temperatura } T}{\text{Pérdidas } RI^2 \text{ a la temperatura } t} = \frac{234.5 + T}{234.5 + t} \tag{2}$$

y también:

$$\frac{\text{Pérdidas suplementarias a la temperatura } T}{\text{Pérdidas suplementarias a la temperatura } t} = \frac{234.5 + T}{234.5 + t} \tag{3}$$

El número 234.5 corresponde al valor recíproco del coeficiente de temperatura del cobre.

Ambas componentes de pérdidas pueden separarse restando de las pérdidas obtenidas durante la correspondiente prueba en cortocircuito, las pérdidas RI^2, calculadas en base a las medidas de resistencia óhmica (corregido para la temperatura a la cual se efectuó la prueba en cortocircuito).

Observación: Si el transformador tiene dispositivo auxiliar (ventilador a bomba) hay que añadir a las pérdidas anteriores la potencia consumida por estos equipos.

3.2. Prueba de regulación

La regulación puede determinarse cargando el transformador en las condiciones requeridas y midiendo la variación de la tensión secundaria. Sin embargo, este método se emplea raramente debido a que, por lo general, es irrealizable. En la mayoría de los casos la regulación se calcula mediante la fórmula (29) del capítulo de transformadores de dos enrollados.

3.3. Pruebas de calentamiento

Las pruebas para determinar las elevaciones de temperatura en condiciones de carga nominales en transformadores pequeños, por lo común se efectúan cargándolo directamente con resistencia óhmica. Cuando los transformadores son demasiado grandes para permitir el uso de este método, se emplean los métodos de oposición o de recuperación y de cortocircuito.

3.3.1. Método de oposición o de recuperación

Consiste en conectar dos transformadores gemelos con sus enrollados primario y secundario respectivamente en paralelo, en la forma indicada en la Figura 5 y aplicar a uno de ellos la tensión nominal a frecuencia nominal.

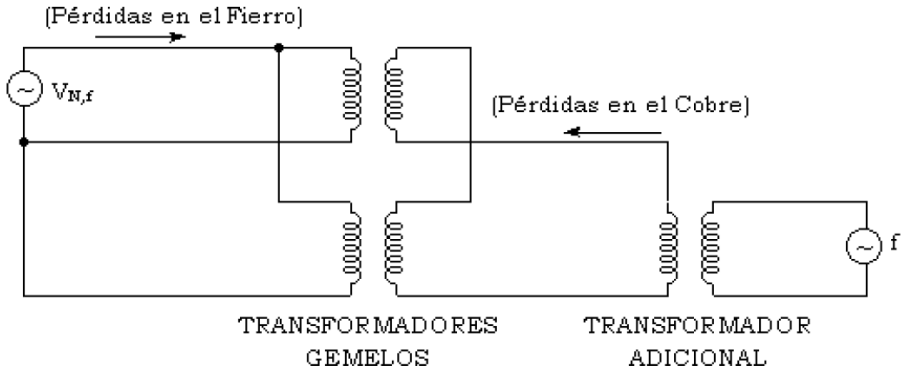


Figura 5: Prueba de calentamiento por método de oposición.

Mediante el transformador adicional intercalado entre dos enrollados en paralelo de los transformadores gemelos, se consigue hacer circular por éstos la corriente nominal de frecuencia nominal.

De esta manera mediante la tensión nominal aplicada a los transformadores en paralelo, se logra suministrar la potencia correspondiente a las pérdidas en el hierro y mediante el transformador adicional, las pérdidas en el cobre. Este método no requiere, por consiguiente, disponer de mucha potencia para suministrar la potencia total de pérdidas.

3.3.2. Método de cortocircuito

Este método consiste en determinar en primer lugar el aumento de temperatura normal del aceite en condiciones de plena carga, y luego el aumento equivalente normal del cobre de los enrollados sobre la temperatura máxima del aceite. La elevación de temperatura equivalente del aceite se determina haciendo funcionar el transformador en cortocircuito, hasta la estabilización térmica, con una corriente en los enrollados de tal valor que las pérdidas en el cobre durante este ensayo sean iguales a la suma de las perdidas normales del hierro y pérdidas a plena carga en el cobre. El aumento de temperatura en el cobre de los enrollados sobre la temperatura máxima del aceite se determina haciendo funcionar el transformador en cortocircuito, pero con corriente reducida a la normal hasta que se llega a la estabilidad de temperatura. La temperatura del cobre podrá a continuación determinarse por mediciones de resistencia. La elevación de temperatura del cobre sobre la temperatura del aceite se obtendrá entonces por simple diferencia. El aumento de temperatura

del aceite se obtendrá entonces por simple diferencia. El aumento de temperatura de los enrollados en condiciones de plena carga es igual a la suma del aumento máximo de temperatura del aceite determinado durante el primer ensayo, y de la elevación de temperatura del cobre determinado durante la segunda prueba.

Las medidas de temperatura del aceite se efectúan por medio de termopares o termómetros sumergidos en el aceite por encima del núcleo.

Las medidas de temperatura de los enrollados se determinan por comparación entre las medidas de resistencia en caliente hechas al finalizar la prueba y la resistencia en frío media al iniciarse el ensayo. La relación de temperatura entre las resistencias en frío y en caliente está expresada por la fórmula siguiente:

$$\frac{R(\Omega)}{r(\Omega)} = \frac{243.5 + T°C}{243.5 + t°C} \tag{4}$$

donde R es la resistencia a la temperatura $T°$C y r es la resistencia a la temperatura $t°$C.

Dado que durante el tiempo que media entre el instante en que se corta la alimentación al transformador y el instante en que se miden las resistencias en caliente se produce un descenso de temperatura, para poder obtener los valores correctos de resistencia en el momento del corte hay que efectuar correcciones de los valores medidos. Para un enrollado dado, la corrección podrá determinarse con aproximación suficiente dibujando la curva "tiempo–temperatura" mediante los valores de la resistencia medidos después de la desconexión y extrapolándola gráficamente hasta el valor correspondiente al instante cero.

4. Transformadores de varios enrollados

Introducción

Cuando se usa un transformador de dos enrollados (primario y secundario), se tiene el claro propósito de interconectar dos circuitos de diferentes niveles de tensión manteniendo eléctricamente aislado un circuito con respecto al otro. Sin embargo, a veces es necesario disponer de un mayor número de niveles de tensión para circuitos aislados eléctricamente, en cuyo caso son necesarios transformadores de más de dos enrollados. La aplicación de los transformadores de varios enrollados se encuentra tanto en electrónica como en potencia, para interconectar tres o más sistemas usualmente de diferentes niveles de tensión. También se utilizan en aplicaciones de potencia cuando se forman bancos trifásicos con un tercer enrollado conectado en delta (formado el llamado terciario), que suministra corrientes necesarias para mantener ciertas condiciones eléctricas en el sistema [5].

Esta publicación trata del análisis de transformadores de varios enrollados, mediante el empleo de circuitos equivalentes.

4.1. Teoría del transformador de tres enrollados

Considérese primeramente el caso del transformador de tres enrollados, formado por un núcleo magnético en el cual se han montado tres bobinas, se puede elegir cualquiera de ellas como primario y las restantes como secundarios.

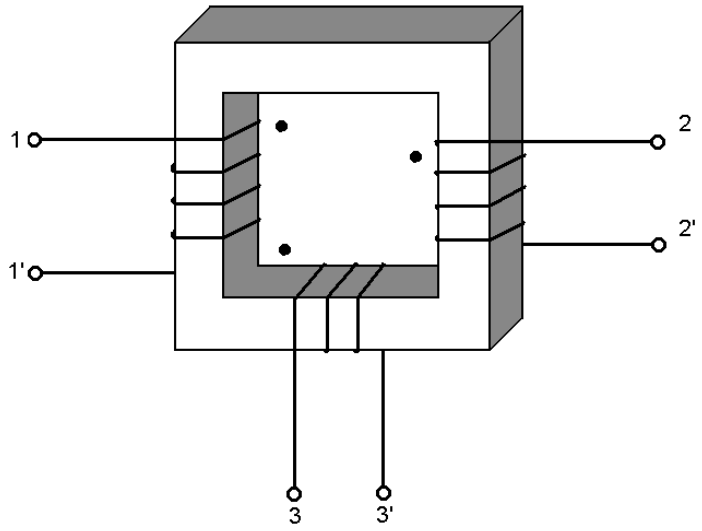


Figura 6: Transformador de tres enrollados.

En la Figura 6, sean $1-1'$ los terminales del primario, $2-2'$ los del secundario y $3-3'$ los del terciario.

Sean además:

- R_1, R_2, R_3: Resistencias internas de los enrollados respectivos.

- L_1, L_2, L_3: Inductancias propias de los mismos.
- $M_{12} = M_{21}$, $M_{23} = M_{32}$, $M_{31} = M_{13}$: Inductancias mutuas entre enrollados.
- $Z_{2L} = R_{2L} + j\omega L_{2L}$: Impedancia de la carga conectada al enrollado 2.
- $Z_{3L} = R_{3L} + j\omega L_{3L}$: Impedancia de la carga conectada al enrollado 3 (ver Figura 7).

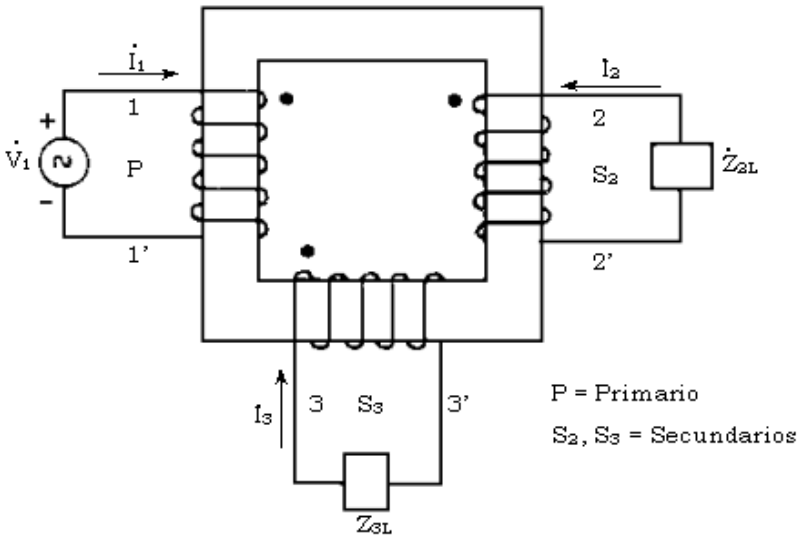


Figura 7: Transformador de tres enrollados con carga.

Las ecuaciones de funcionamiento del sistema son:

$$v_1 = R_1 i_1 + L\frac{di_1}{dt} + M_{12}\frac{di_2}{dt} + M_{13}\frac{di_3}{dt} \tag{5}$$

$$0 = (R_2 + R_{2L})i_2 + (L_2 + L_{2L})\frac{di_2}{dt} + M_{21}\frac{di_1}{dt} + M_{23}\frac{di_3}{dt} \tag{6}$$

$$0 = (R_3 + R_{3L})i_3 + (L_3 + L_{3L})\frac{di_3}{dt} + M_{31}\frac{di_1}{dt} + M_{32}\frac{di_2}{dt} \tag{7}$$

Si las variables eléctricas (v, i) varían sinusoidalmente en el tiempo con frecuencia ω constante, en estado permanente se definirán las reactancias $\omega M_{kj} = X_{kj}$ y $\omega L_k = X_k$.

Además, se definirán las impedancias de cada circuito:

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \tag{8}$$

$$Z_2 = R_2 + jX_2 + Z_{2L} \tag{9}$$

$$Z_3 = R_3 + jX_3 + Z_{3L} \tag{10}$$

De modo que las ecuaciones (5), (6) y (7) se pueden escribir fasorialmente como:

$$V_1 = Z_1 I_1 + jX_{12} I_2 + jX_{13} I_{13} \tag{11}$$
$$0 = jX_{12} I_1 + Z_2 I_2 + jX_{23} I_3 \tag{12}$$
$$0 = jX_{13} I_1 + jX_{23} I_2 + Z_3 I_3 \tag{13}$$

De donde se pueden calcular las corrientes I_1, I_2 e I_3. Por ejemplo:

$$I_1 = V_1 \cdot \frac{\begin{vmatrix} Z_2 & jX_{23} \\ jX_{23} & Z_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 & jX_{12} & jX_{13} \\ jX_{12} & Z_2 & jX_{23} \\ jX_{13} & jX_{23} & Z_3 \end{vmatrix}}$$

4.2. Representación mediante circuitos equivalentes

El transformador de tres enrollados se representará esquemáticamente como se indica en la Figura 8.

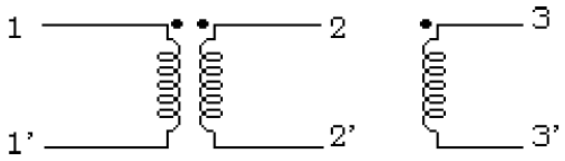


Figura 8: Representación esquemática de transformador de tres enrollados.

En el análisis que sigue, se supone que para las frecuencias normales de los circuitos de potencia (50 Hz) las corrientes absorbidas por las capacitancias de los enrollados son despreciables, con lo cual el circuito queda inalterable si los terminales $1'$, $2'$, $3'$ se consideran conectados formando un terminal común 0, tal como se indica en la Figura 9, donde los circuitos externos irán conectados entre los terminales libres 1, 2, 3, y el terminal común 0.

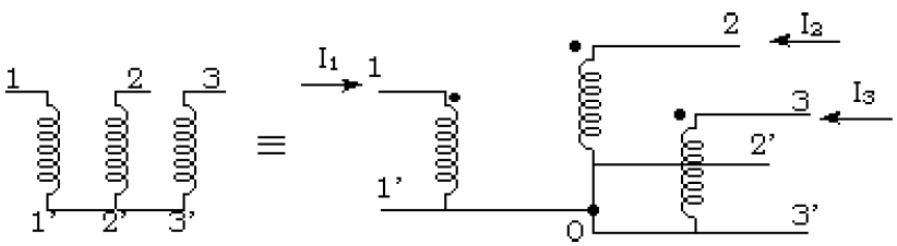


Figura 9: Enrollados con terminal común.

Con esto, el transformador de tres enrollados es equivalente a un elemento de circuito que tiene cuatro terminales accesibles o puertas de entrada (ver Figura 10), donde I_1, I_2, I_3 corresponden a las corrientes externas entrando en los tres terminales de polaridad, si se supone que la corriente de excitación es despreciable frente a las corrientes de carga del transformador, la fuerza magnetomotriz

resultante de todas las corrientes debe ser cero. Con esto, si las direcciones positivas de las corrientes son elegidas adecuadamente (las indicadas en la Figura 9) y si todas las corrientes son referidas a una misma base, la suma vectorial de ellas es cero.

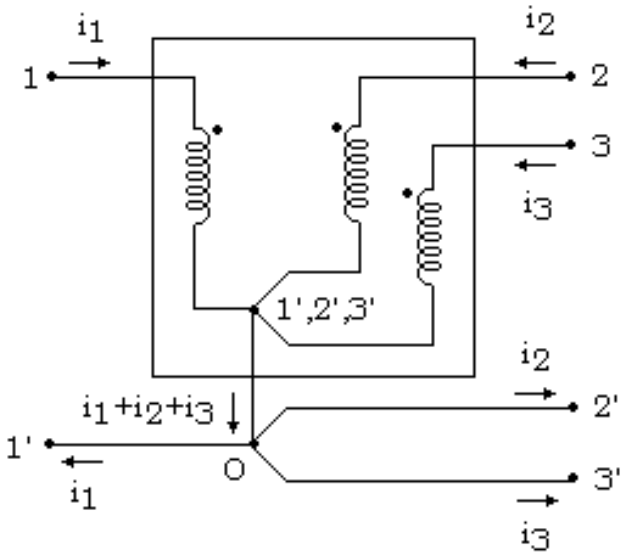


Figura 10: Circulación de corrientes.

Bajo esta suposición, no hay circulación de corriente entre el terminal común $1'$ $2'$ $3'$ y el punto de unión 0 de los circuitos externos, con lo cual, cuando todas las corrientes están referidas a una misma base, el terminal $1'$ $2'$ $3'$ puede ser omitido y el transformador de tres enrollados es equivalente a un elemento de tres terminales, como se muestra en la Figura 11.

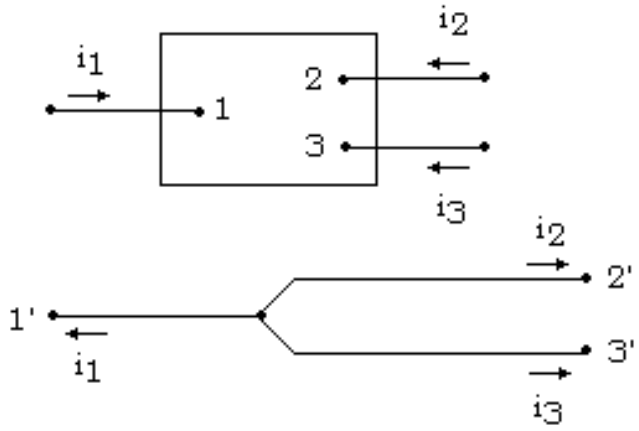


Figura 11: Representación como elemento de tres terminales.

Si no se considera el fenómeno de excitación magnética del hierro, el transformador se comporta esencialmente como un elemento de circuito lineal, por lo cual la malla encerrada en la caja

negra de la Figura 11 es una malla de impedancias lineal. Esa malla equivalente puede estar en conexión delta o estrella (Figura 12(a) y 12(b) respectivamente).

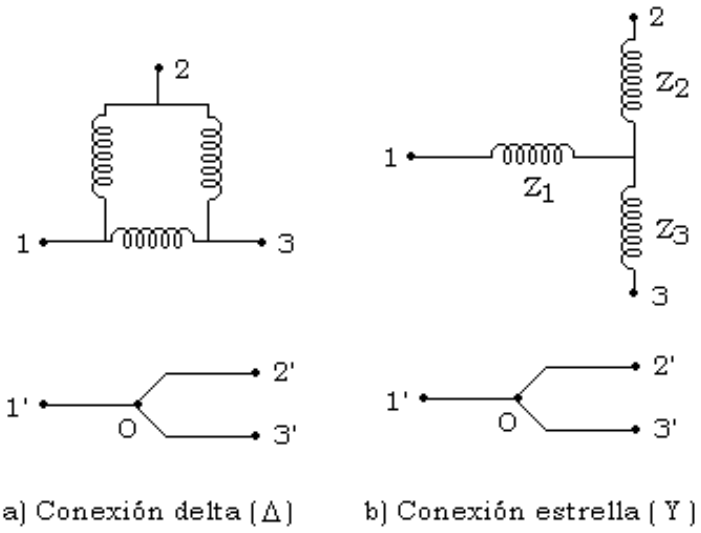


Figura 12: Malla equivalente del transformador.

Normalmente el circuito equivalente y es más útil ya que las impedancias que representan al transformador pueden ser conectadas en serie con las impedancias del circuito exterior. Debe dejarse claramente establecido que el circuito equivalente (ya sea en conexión delta o estrella) representa las relaciones entre voltajes y corrientes en los tres enrollados de una sola fase del transformador. Ellos no representan la conexión delta o estrella de los circuitos trifásicos.

Además no debe olvidarse que son circuitos equivalentes, y que sólo tienen validez para el estudio del comportamiento exterior del transformador; por ello no es raro encontrar como elementos de la estrella equivalente de un transformador de tres enrollados a resistencias negativas o condensadores que en la realidad no existen (físicamente el circuito equivalente no existe, es sólo una ficción matemática para representar un sistema eléctrico determinado).

4.3. Parámetros del circuito equivalente (conexión Y)

4.3.1. Determinación de los parámetros del circuito equivalente

Supóngase que se aplica un voltaje reducido sin sobrepasar la corriente nominal al enrollado 1, con el enrollado 2 cortocircuitado y el enrollado 3 en circuito abierto; enseguida se leen voltaje (V_1), corriente (I_1) y potencia activa ($P+$) de entrada al sistema.

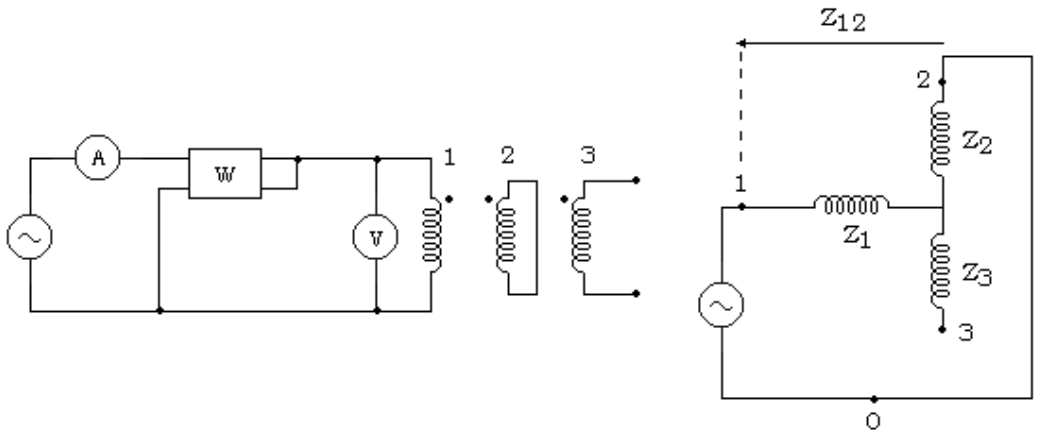


Figura 13: Determinación de Z_{12}.

De los valores leídos, se tiene[1]:

$$|Z_{12}| = \frac{V_1}{I_1} \tag{14}$$

$$R_{12} = \frac{P_1}{I_1^2} \tag{15}$$

$$X_{12} = \sqrt{|Z_{12}|^2 - R_{12}^2} \tag{16}$$

Según la Figura 13, se tiene análogamente que:

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 \tag{17a}$$

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3 \tag{17b}$$

$$Z_{31} = Z_3 + Z_1 \tag{17c}$$

De estas ecuaciones puede obtenerse:

$$Z_1 = \frac{1}{2}(Z_{12} + Z_{13} - Z_{23}) \tag{18a}$$

$$Z_2 = \frac{1}{2}(Z_{23} + Z_{21} - Z_{13}) \tag{18b}$$

$$Z_3 = \frac{1}{2}(Z_{31} + Z_{32} - Z_{12}) \tag{18c}$$

Si se trabaja refiriendo todas las impedancias a un solo enrollado (por ejemplo el N°1), se obtiene sin mayor problema Z_{12} y Z_{13}; pero Z_{23} está referido a los enrollados números 2 ó 3, por lo que hay que multiplicarlo por $(N_1/N_2)^2$ ó $(N_1/N_3)^2$ según sea el caso, para obtener el Z_{23} de las

[1] A pesar de su notación similar, no debe confundirse a Z_{12} con una impedancia mutua; en realidad corresponde a la impedancia equivalente de paso (serie) entre los terminales 1 y 2. La observación es válida además para Z_{13} y Z_{23}. Si se refieren todos los valores a una base común, se obtendrán los mismos resultados si se aplica un voltaje reducido al enrollado 2 y se cortocircuita el enrollado 1. Esto es, $Z_{21} = Z_{12}$.

ecuaciones.

Tal como se obtiene Z_{12}, Z_{23} y Z_{31}, se ve que como corresponde cada una de ellas a impedancia serie de un transformador de dos enrollados, tendrán reactancia y resistencia positivas. No así el caso de Z_1, Z_2 ó Z_3, que pueden tener valores de la resistencia y/o reactancia positiva o negativa.

Lo anterior no constituye una contradicción ya que el circuito equivalente se comporta como tal sólo para condiciones externas.

De este modo, del circuito equivalente se pueden obtener las pérdidas totales que serán siempre positivas. Las pérdidas que se deducen de cada rama del circuito equivalente no representan las pérdidas que corresponden al enrollado respectivo.

4.3.2. Ejemplo

Sea un transformador monofásico de tres enrollados con las siguientes características:

	Tensión nominal	Potencia nominal
Enrollado 1	12000 V	200 kVA
Enrollado 2	380 V	100 kVA
Enrollado 3	110 V	100 kVA

El transformador ha sido sometido a las siguientes pruebas, con los resultados que se indican:

	Tensión (V)	Corriente (A)	Potencia (VA)
Cortocircuito en 2, 3 abierto	$V_1 = 492$	$I_1 = 16.6$	$P_1 = 2500$
Cortocircuito en 3, 2 abierto	$V_1 = 424$	$I_1 = 16.6$	$P_1 = 2000$
Cortocircuito en 3, 1 abierto	$V_2 = 40$	$I_2 = 263.16$	$P_1 = 3000$

Determine los valores de los parámetros del circuito equivalente.

Solución:

Se calcular dichos parámetros en p.u., referidos a las bases del lado 1.

1. Valores bases:

	1	2	3
V_{base}	12000 V	380 V	110 V
S_{base}	200 kVA	200 kVA	200 kVA
I_{base}	16.67 A	526.32 A	1818.18 A
Z_{base}	720 (Ω)	0.722 (Ω)	0.061 (Ω)

2. Impedancias combinadas [Ω], referidas al lado donde se midieron. Utilizando las ecuaciones (14), (15) y (16):

$$Z_{12} = \frac{P_{12}}{I_{12}^2} + j\sqrt{\left(\frac{V_{12}}{I_{12}}\right)^2 - \left(\frac{P_{12}}{I_{12}}\right)^2}$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$Z_{12} = 9.07 + j28.22 \ (\Omega) \text{ en el lado 1}$$
$$Z_{13} = 7.269 + j24.46 \ (\Omega) \text{ en el lado 1}$$
$$Z_{23} = 0.0433 + j0.1457 \ (\Omega) \text{ en el lado 2}$$

3. Impedancias en p.u.

$$Z[\text{p.u.}] = \frac{Z[\Omega]}{Z_{base}}$$

siendo Z_{base} la impedancia de base correspondiente.

4. Impedancias del circuito en p.u.:

$$Z_{12} = 0.0126 + j0.0392 \ [\text{p.u.}]$$
$$Z_{13} = 0.0101 + j0.0340 \ [\text{p.u.}]$$
$$Z_{12} = 0.0600 + j0.2018 \ [\text{p.u.}]$$

5. Impedancias del circuito equivalente en p.u.:

$$Z_1 = \frac{1}{4}Z_{12} + Z_{13} - \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_{23}$$

Notas: En este caso Z_{12} y Z_{13} están referidas al lado 1, Z_{23} está referida al lado 2 y por tanto $(N_1/N_2)^2 Z_{23}$ está referida al lado 1. Además los valores de Z_2 y Z_3 se calculan similarmente.

De esta forma, los valores para este ejemplo son:

$$Z_1 = -26.95 - j92.59 \ (\Omega) \text{ en el lado 1}$$
$$Z_2 = 44.99 + j149.03 \ (\Omega) \text{ en el lado 1}$$
$$Z_3 = 41.37 + j141.57 \ (\Omega) \text{ en el lado 1}$$

Los valores de Z_1, Z_2 y Z_3 en p.u. se pueden calcular de:

a) Las impedancias Z_{12}, Z_{13} y Z_{23} en p.u. calculadas en 3., según las ecuaciones (18); o bien

b) A partir de los valores en [Ω] calculados, haciendo:

$$Z_j[\text{p.u.}] = \frac{Z_j[\Omega]}{Z_{jbase}}$$

Siendo Z_{jbase} la impedancia de base correspondiente.

Así los resultados que se obtienen son:

$$Z_1 = -0.0373 - j0.1283 \text{ [p.u.]}$$
$$Z_{13} = 0.0625 + j0.2070 \text{ [p.u.]}$$
$$Z_{12} = 0.0575 + j0.1966 \text{ [p.u.]}$$

Se propone realizar el calculo por ambos métodos, como verificación.

4.3.3. Circuito equivalente resultante

Una forma simple de tomar en cuenta la corriente de excitación del transformador de tres enrollados, es incluir entre el punto común de la Y equivalente y el punto común inferior, una admitancia igual a la que se obtiene excitando el transformador desde un enrollado con los otros dos en circuito abierto. El circuito equivalente se muestra en la Figura 14.

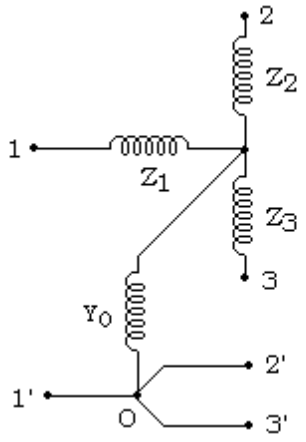


Figura 14: Circuito equivalente con rama de excitación.

En realidad el circuito equivalente de la Figura 14 prácticamente no se usa ya que el circuito de la Figura 12 de resultados suficientemente exactos con mucho menos trabajo numérico.

4.4. Regulación de transformadores de tres enrollados

Como la regulación (Reg) es una magnitud escalar, no una magnitud vectorial, las regulaciones producidas por dos impedancias en serie se pueden combinar algebraicamente. Así se tiene que:

$$(\%\text{Reg})_{12} = (\%\text{Reg})_1 + (\%\text{Reg})_2 \tag{19a}$$
$$(\%\text{Reg})_{13} = (\%\text{Reg})_1 + (\%\text{Reg})_3 \tag{19b}$$
$$(\%\text{Reg})_{23} = (\%\text{Reg})_2 + (\%\text{Reg})_3 \tag{19c}$$

Es conveniente en este caso la representación del transformador mediante el circuito equivalente en estrella, esquematizado en la Figura 15. De este modo, la regulación por cada rama se

puede poner:

$$(\,\%\mathrm{Reg})_k = \frac{\mathring{V}_k - \mathring{U}}{V_{kbase}} \cdot 100$$

siendo U la tensión en el nudo común de la estrella y $k = 1,\ 2,\ 3$.

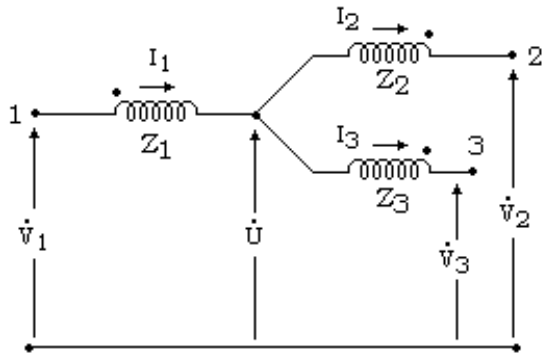


Figura 15: Transformador cargado.

Si se conoce la carga de cada rama, la regulación producida por la impedancia de una rama cualquiera se calcula según la siguiente fórmula aproximada:

$$(\,\%\mathrm{Reg})_k = \left\{ (R_k \cos\psi_k + X_k \sin\psi_k) \cdot \frac{I_k}{V_k} + \frac{1}{2} \left[(X_k \cos\psi_k - R_k \sin\psi_k) \cdot \frac{I_k}{V_k} \right]^2 \right\} \cdot 100 \qquad (20)$$

Que corresponde a la generalización de la conocida expresión aplicable a transformadores de dos enrollados.

4.5. Balance de potencias activas y reactivas

Considérese el transformador de tres enrollados de la Figura 15. Trabajando en una base común, se tiene:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Además si se desprecia la pequeña caída de voltaje en las impedancias de fugo del transformador (se desprecia la regulación) se cumple:

$$V_1 = V_2 = V_3 \text{ (referidos a la misma base)}$$

La potencia aparente en el enrollado 1 vale:

$$N_1 = P_1 + jQ_1 = V_1 I_{01}$$

y como:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

entonces:

$$I_{01} = I_{02} + I_{03}$$

o sea:

$$P_1 + jQ_1 = V_1(I_{02} + I_{03}) = V_2 I_{02} + V_3 I_{03} = P_2 + jQ_2 + P_3 + jQ_3 \tag{21}$$

De lo anterior se deduce:

$$P_1 = P_2 + P_3 \qquad \wedge \qquad Q_1 = Q_2 + Q_3 \tag{22}$$

Así se ve que la potencia activa o reactiva se puede suministrar desde cualquiera de los enrollados, en particular si se hace Q_3 negativo (carga capacitiva), se puede disminuir el valor de $Q_1 = Q_2 + Q_3$ y por consiguiente mejorar el factor de potencia que presenta el transformador desde el enrollado 1. Algo similar sucede con un transformador de cuatro o más enrollados.

4.6. Transformadores de cuatro enrollados

4.6.1. Circuito equivalente

Es una necesidad física y matemática que el sistema (o circuito) equivalente debe disponer de tantos elementos independientes (grados de libertad) como el sistema (o circuito) original.

Un transformador de tres enrollados tiene tres impedancias de fuga independientes entre sus circuitos, con lo cual una malla de tres terminales con tres caminos independientes (conexión estrella) es completamente adecuada para representarlo.

En el caso de un transformador de cuatro enrollados, hay seis impedancias independientes entre sus enrollados (no cuatro), con lo cual para representarlo se necesita una malla de cuatro terminales con seis caminos independientes entre ellos. En general, para un transformador de n enrollados se requiere como circuito equivalente una malla de n terminales con $n(n-1)/2$ caminos independientes entre sus terminales. Dicho de otro modo, en el circuito equivalente de n terminales debe existir una trayectoria de conexión entre cada terminal y cualquier otro terminal. De acuerdo a lo expuesto anteriormente, el circuito equivalente para el transformador de cuatro enrollados será el de la Figura 16.

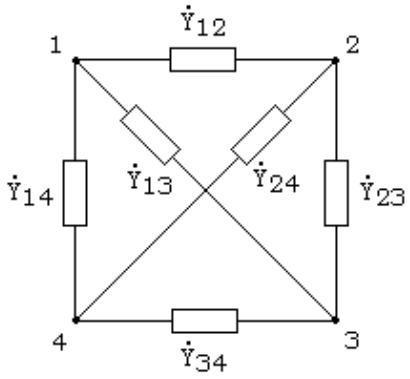


Figura 16: Circuito equivalente para un transformador de cuatro enrollados.

Debe notarse que en la Figura 11 no se ha representado los terminales prima ($1'$, $2'$, $3'$, $4'$) que formarían una malla similar pero con admitancias infinitas (impedancias nulas), lo que equivale a un único nudo eléctrico.

En el circuito equivalente y en el análisis de transformadores con cuatro a más enrollados, es conveniente, por motivos de simplicidad, trabajar con admitancias en lugar de impedancias.

4.6.2. Determinación de los parámetros del circuito equivalente

Supóngase que se excita el enrollado 1, manteniendo los enrollados 2, 3 y 4 cortocircuitados, tal como indica la Figura 17. Se leen la tensión aplicada al enrollado 1 y las corrientes por cada uno de los restantes enrollados.

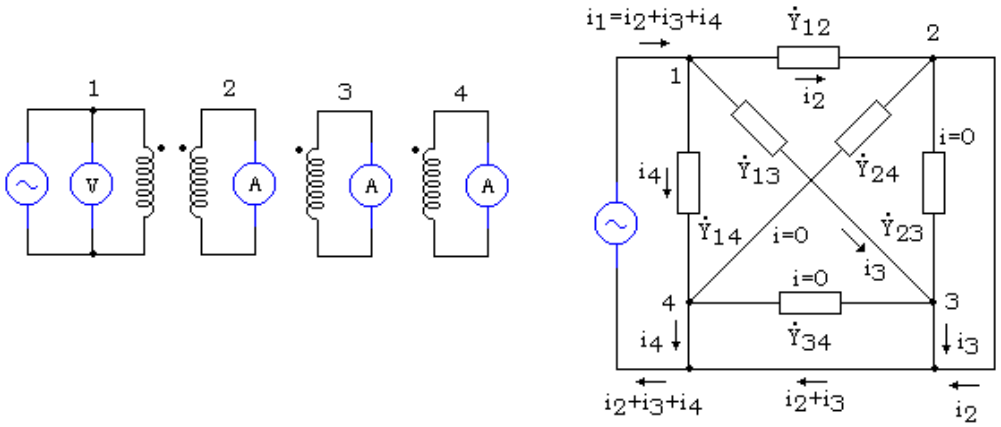


Figura 17: Determinación experimental de parámetros.

Tal como se ha realizado la excitación del sistema, es evidente la distribución de corrientes en la malla equivalente. No debemos olvidar que las corrientes y voltajes se han reducido a una misma base; sólo bajo esa condición es posible aceptar que las ecuaciones que se colocan a continuación son válidas.

De acuerdo a las convenciones adoptadas, se cumple:

$$I_2 = +E_1 Y_{12} \tag{23a}$$
$$I_3 = +E_1 Y_{13} \tag{23b}$$
$$I_4 = +E_1 Y_{14} \tag{23c}$$

Lo cual permite determinar inmediatamente las tres admitancias que convergen a 1.

Además:

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 \tag{24}$$

luego:

$$I_1 = E_1(Y_{12} + Y_{13} + Y_{14}) \tag{25}$$

Igualmente es posible desarrollar ecuaciones cuando la excitación al transformador se coloca en el enrollado 2 y se cortocircuitan los restantes enrollados. Se necesitan 3 pruebas análogas para determinar los 6 parámetros incógnitos.

Mediante el método descrito sólo es posible determinar las magnitudes de las admitancias; si se desea calcular parte real e imaginaria es necesario usar voltímetro, amperímetro y wattmetro. Para este último instrumento, según sea la impedancia de trasferencia a determinar, será necesario colocar la bobina de voltaje en paralelo con la fuente de excitación y la bobina de corriente en serie con el respectivo enrollado cortocircuitado.

En general, se necesitan realizar $n-1$ pruebas para determinar las $n(n-1)/2$ trayectorias en un transformador de n enrollados.

4.7. Operación en paralelo

A continuación se revisaran dos casos posibles de encontrar en la práctica: la operación en paralelo de dos transformadores de tres enrollados, y la operación en paralelo de un transformador de tres enrollados con uno de dos enrollados.

4.7.1. Dos transformadores de tres enrollados

Para realizar los cálculos de distribución de carga recurrimos a los circuitos equivalentes correspondientes (Figura 18).

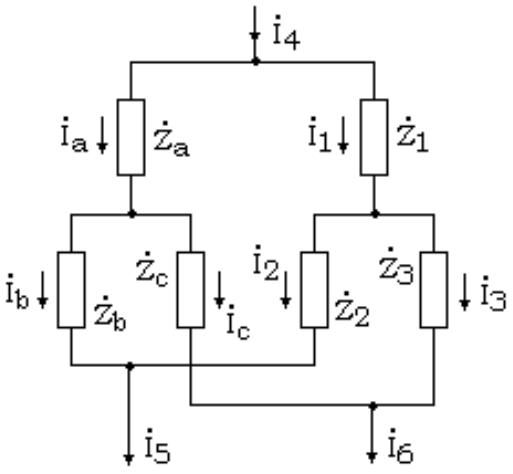


Figura 18: Circuito equivalente para operación en paralelo.

Conocimos los circuitos equivalentes y las cargas I_5 e I_6 conectadas a los dos transformadores en paralelo, el problema se reduce a uno de circuitos de corriente alterna en el cual se conocen las

corrientes I_5 e I_6 (y por lo tanto I_4) y las impedancias Z_1, Z_2, Z_3, Z_a, Z_b, Z_c siendo las incógnitas las corrientes I_1, I_2, I_3, I_a, I_b e I_c.

Una relación de corrientes global determina inmediatamente:

$$I_4 = I_5 + I_6$$

Planteando adecuadamente las restantes ecuaciones, se llega a los siguientes resultados:

$$I_1 = \frac{I_4 Z_a (1 + K_1) + I_5 Z_b + I_6 Z_c K_1}{(Z_1 + Z_a)(1 + K_1) + Z_2 + Z_b} \tag{26a}$$

$$I_2 = \frac{I_4 Z_a + I_5 Z_b (1 + K_2) - I_6 Z_c K_2}{(Z_1 + Z_a)(1 + K_1) + Z_2 + Z_b} \tag{26b}$$

$$I_3 = I_1 - I_2 \tag{26c}$$

donde:

$$K_1 = \frac{Z_2 + Z_b}{Z_3 + Z_c} \tag{27}$$

$$K_2 = \frac{Z_1 + Z_a}{Z_3 + Z_c} \tag{28}$$

Luego:

$$I_a = I_4 - I_1 \tag{29}$$

$$I_b = I_5 - I_2 \tag{30}$$

$$I_c = I_6 - I_3 \tag{31}$$

4.7.2. Transformador de tres enrollados con uno de dos enrollados

Esta situación se ilustra en la Figura 19, en la cual el transformador A posee dos enrollados y el transformador B es de tres enrollados, con una segunda carga conectada en el terciario.

En la Figura 20 se tiene el planteamiento circuital de la distribución de carga entre los dos transformadores en paralelo, donde CM: barra primaria; BN: barra secundaria: A: terminal del terciario y las cargas conectadas se llamarán 1 y 2.

La división entre los dos transformadores de la carga suministrada a 1, depende de la impedancia de la trayectoria $(Z_c + Z_b)$ en paralelo con Z_{MN}; la división de la carga suministrada a 2, depende de Z_c en paralelo con $(Z_b + Z_{MN})$.

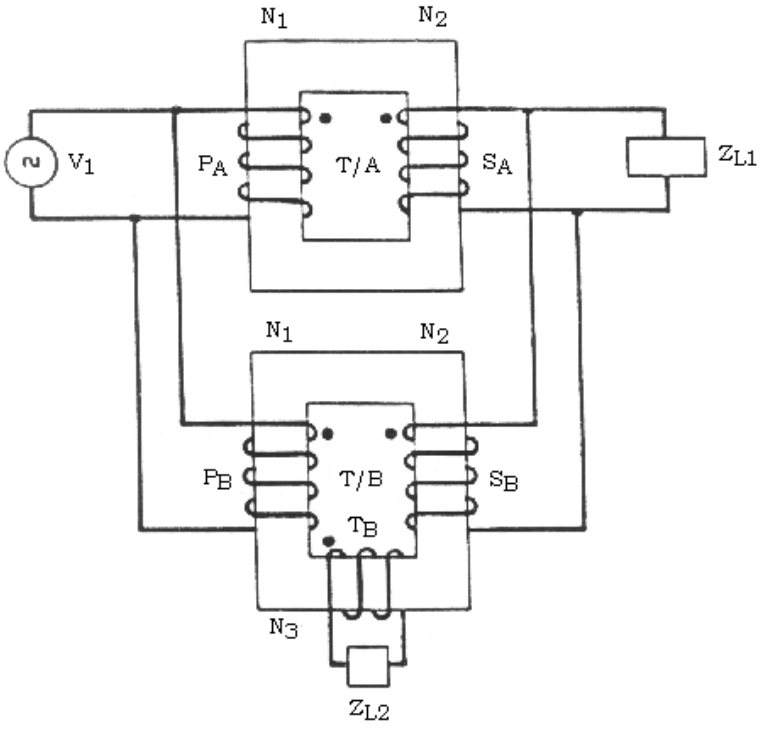


Figura 19: Transformadores en paralelo.

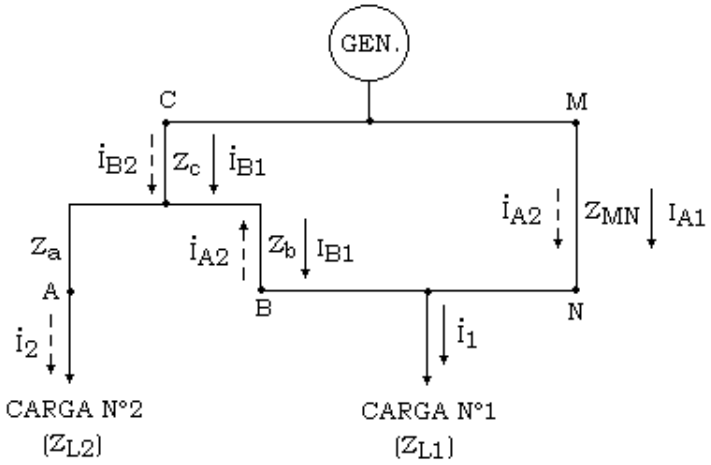


Figura 20: Sistema equivalente de distribución de carga.

En ambos casos, la corriente se divide en trayectorias paralelas inversamente proporcional a las impedancias de esas trayectorias.

Esto significa por lo tanto que:

$$I_{A1} = \frac{Z_c + Z_b}{Z_{MN} + Z_b + Z_c} I_1$$
$$I_{B1} = \frac{Z_{MN}}{Z_{MN} + Z_b + Z_c} I_1$$
$$I_{A1} = \frac{Z_c}{Z_{MN} + Z_b + Z_c} I_2$$
$$I_{A1} = \frac{Z_b + Z_{MN}}{Z_{MN} + Z_b + Z_c} I_2$$

Se puede observar muy claramente que en los enrollados equivalentes MN y c, las componentes de corriente de ambas cargas siempre se suman y en b siempre se restan, con lo cual hay menos carga en b cuando secundario y terciario están cargados que cuando solamente uno de ellos lo está.

5. Medición de la razón de transformación

5.1. Método de Voltímetro

Deben usarse dos voltímetros, uno para leer la tensión del enrollado de alta tensión y el otro para leer el de baja. Los voltímetros deben leerse simultáneamente, una segunda lectura debe hacerse intercambiando los voltímetros para compensar el error de los instrumentos, tomándose el valor promedio de las dos medidas.

Las medidas deben repetirse para no menos de 4 niveles de tensión con diferencia de 10 % entre ellas.

El promedio de las medidas deberá tomarse como el verdadero valor. Todos los valores obtenidos deberán estar dentro del 1 % del valor verdadero y si así no sucediera, las pruebas deberán repetirse con otros voltímetros.

5.2. Método de transformador patrón

Un método más exacto para la medida de la razón de transformación de un transformador es comparándolo con un transformador patrón de razón conocida.

El transformador en prueba es excitado en paralelo con un transformador patrón de igual razón nominal y los dos secundarios conectados en paralelo, pero con un voltímetro detector conectado entre dos terminales de igual polaridad (Figura 21). Este es el método más adecuado porque el voltímetro indica la diferencia en Volts.

En transformador en prueba también puede ser excitado en paralelo con un transformador de razón conocida, pero usando dos voltímetros para medir los voltajes secundarios a comparar (Figura 21(b)). La prueba deberá repetirse intercambiando los voltímetros y el término medio de las medidas será la razón correcta.

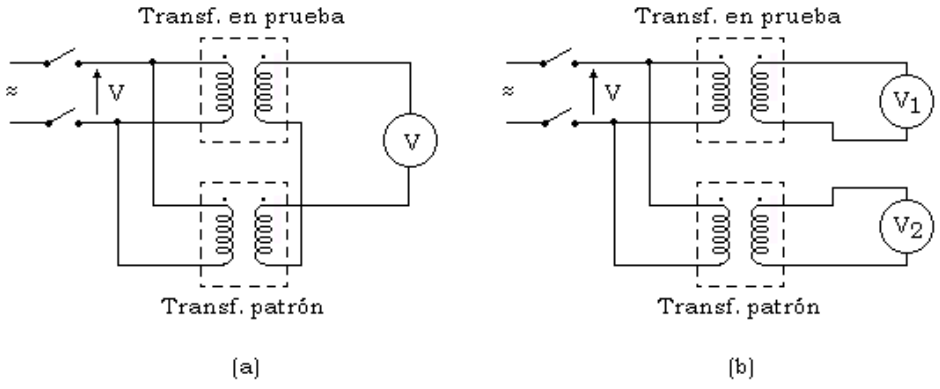


Figura 21: Método del transformador patrón.

5.3. Método de resistencia potenciométrica

Una resistencia potenciométrica de rango adecuado, graduada, en lo posible en la razón entre la resistencia de cada tap y la total, puede ser usada para determinar la razón de transformación cuando se conecta del modo indicado en la Figura 22.

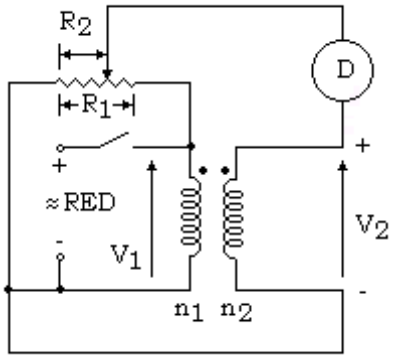


Figura 22: Método potenciométrico.

El cursor se mueve a lo largo de la resistencia potenciométrica hasta que el detector D (un voltímetro, o un amperímetro) marque cero. Entonces la razón de resistencia R_1/R_2 será igual a la razón de transformación del transformador, es decir:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{R_1}{R_2} \tag{32}$$

6. Errores introducidos por el uso de los transformadores de medida

El uso de transformadores de medida como se ha visto, introduce errores, ya que la réplica secundaria no es posible obtenerla con precisión absoluta.

Una media de potencia, por ejemplo, del sistema primario a través de TT/CC y TT/PP, estará afectada de los errores de razón y ángulo que se introducen por intermedio de los circuitos secundarios. Dependerá naturalmente de la precisión que se requiera en dicha medida para efectuar compensaciones o en caso contrario, no considerar dichos errores.

Medidas de corrientes o tensiones sólo se encontrarán afectadas por el error de razón de cada transformador de alimentación; en cambio medidas combinadas, como potencia por ejemplo, quedan afectas además de lo anterior, al error debido al desplazamiento angular de las magnitudes.

Definiremos a continuación algunos factores que permiten compensar estos errores.

6.1. Factor de corrección de razón, FCR

Es el factor por el cual debe multiplicarse la razón de placa de un T/P o T/C para obtener la razón de transformación real, es decir:

$$\text{FCR} = \frac{\text{Razón real}}{\text{Razón placa}} \tag{33}$$

Este factor expresa también como el cuociente entre la "razón real" y la "razón de placa". Si actúan juntos un T/P y un T/C, como en el caso de una medida de potencia, el FCR resultante es el producto de los factores de corrección individuales de los transformadores, es decir:

$$\text{FCR}_{total} = \text{FCR}_{T/P} \cdot \text{FCR}_{T/C} \tag{34}$$

6.2. Ángulo de fase de un transformador de medida

Es un ángulo entre la magnitud secundaria (tensión o corriente) y la magnitud primaria.

En el caso de los TT/PP este ángulo se define como γ y el de los TT/CC como β, siendo ambos normalmente pequeños, del orden de los minutos. Además se consideran positivos cuando los fasores secundarios adelantan a los fasores primarios.

6.3. Factor de corrección de ángulo de fase, FCAF

Es el factor por el cual debe multiplicarse la lectura de un wattmetro conectado al secundario de un T/C o un T/P o ambos, para compensar únicamente el efecto de desplazamiento angular secundario de la corriente, tensión o ambos, con respecto a los valores primarios.

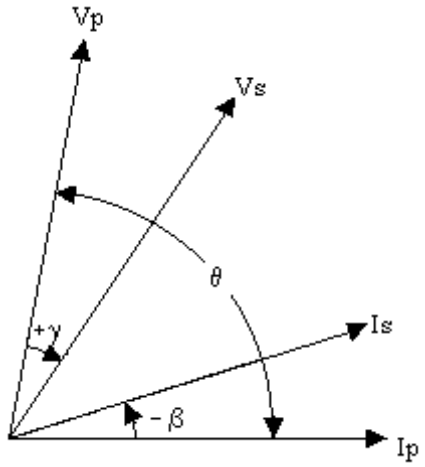


Figura 23: Desfases.

En la Figura 23 se indican los fasores correspondientes a un sistema monofásico de tensión y corriente primario V_p e I_p y su ángulo de desplazamiento (factor de potencia) θ. Las magnitudes proporcionales entregadas por el T/P es γ y β para el T/C.

En este caso, el FCAF, se expresaría:

$$\text{FCAF} = \frac{\cos\theta}{\cos\{\theta - (\beta + \gamma)\}}$$

Este factor es igual a la razón entre el factor de potencia real (primario) y el factor de potencia aparente (secundario) y es función tanto de los ángulos de fase de los TT/MM y del factor de potencia del circuito primario cuyas características son las que se desean medir.

6.4. Factor de corrección total, FCF

Es el factor por el cual debe multiplicarse la lectura de un wattmetro conectado a los secundarios de TT/MM, con el objeto de corregir todos los errores introducidos por dichos transformadores.

Este factor es el producto de los factores anteriores, es decir:

$$\text{FCF} = \text{FCR} \cdot \text{FCAF}$$

Estos valores son, en condiciones normales, cercanos a la unidad y de ellos pueden obtenerse los valores en %, aplicando la expresión siguiente:

$$\%\text{error} = (\text{Factor} - 1) \cdot 100$$

Finalmente la potencia del primario queda expresada como:

$$W_p = a_{T/C} \cdot a_{T/P} \cdot \text{FCF} \tag{35}$$

donde $a_{T/C}$ y $a_{T/P}$ son las razones nominales del T/C y T/P respectivamente.

6.5. Clase de precisión

El hecho de introducir errores de razón y ángulo en sus aplicaciones, hace necesario clasificar los TT/MM en diversas clases de precisión. La clase de precisión en un T/M incluye, en consecuencia, los dos conceptos de error de razón y error de ángulo.

6.5.1. Clase de precisión ANSI de un transformador de potencia

Las normas ANSI consideran los límites de errores proporcionados por los TT/PP por intermedio del factor combinado FCF, que como se ha visto considera los FCR y FCAF. La precisión es dependiente del "burden". La norma Americana ha definido "burdens" normalizados elegidos para cubrir el rango normal que se encuentra en el servicio y se designan por las letras W, X, Y, Z y ZZ, como se indican en la Tabla 1 del capitulo de Transformadores de Medida. Estos burdens estándar sirven como puntos de referencia con los que se puede establecer la precisión de un transformador.

La clasificación de la clase para ANSI con sus límites de FCR y FCF se indican a continuación en la tabla 2.

Clase de precisión	Límites para FCR y FCF	Límites de factor de potencia (atraso)
1.2	1.012 – 0.988	0.6 – 1
0.6	1.006 – 0.994	0.6 – 1
0.3	1.003 – 0.997	0.6 – 1

Tabla 2: Límites para FCR y FCF según norma ANSI.

Considerando que el FCF se define como el factor por el cual debe multiplicarse una lectura de potencia para corregir el efecto combinado de error de razón y error de ángulo, podemos escribir que:

$$\text{FCF} = \text{FCR} \cdot \frac{\cos\theta}{\cos(\theta + \gamma)} \tag{36}$$

Esta expresión considera que todos los errores son proporcionados por el T/P, y el T/C no tiene errores de razón ni desplazamiento de fase.

La norma considera un ángulo θ del consumo primario tal que $\arccos(\theta) = 0.6$, obteniéndose:

$$\text{FCF} = \text{FCR} \cdot \frac{0.6}{0.6\cos\gamma - 0.8\sin\gamma} \tag{37}$$

Como γ es pequeño, del orden de minutos, la ecuación anterior, se puede aproximar a:

$$\text{FCF} = \frac{\text{FCR}}{1 - \frac{4}{3}\gamma} \tag{38}$$

Con lo que:

$$\text{FCR} = \text{FCF} - \text{FCF} \cdot \frac{4}{3}\gamma \tag{39}$$

Considerando que el FCF normal es aproximadamente 1, y efectuando las operaciones para expresar γ en minutos, se obtiene:

$$\gamma_{min} = 2600(\text{FCR} - \text{FCF}) \tag{40}$$

Esta expresión determina en un gráfico de FCR $= f(\gamma_{min})$, considerando los límites de FCF determinados por ANSI, dos rectas de igual pendiente que conforman un paralelogramo, para cada clase de precisión, tal como se indica en la Figura 24.

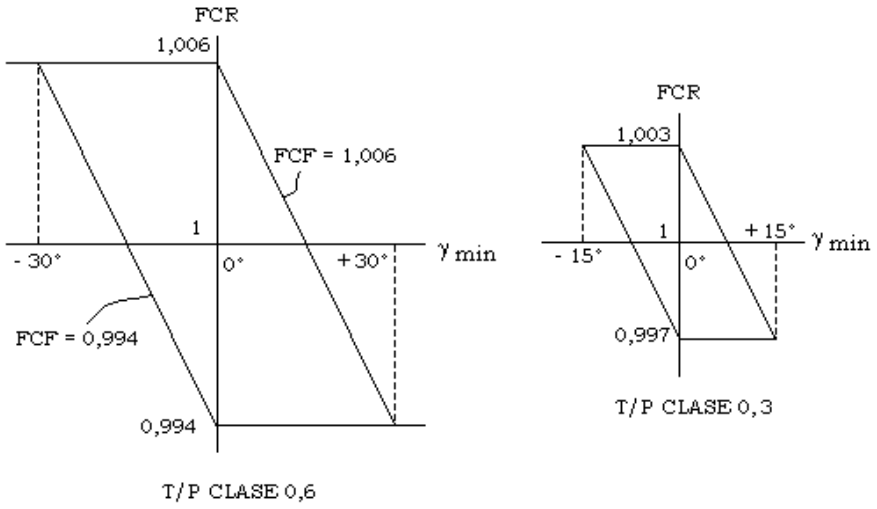


Figura 24: Paralelogramos de precisión ANSI para T/P.

De lo indicado puede decirse que estos paralelogramos representan para ANSI los límites de FCR y ángulo γ_{min} que debe presentar un T/P para que el error final no exceda el error de clase.

6.5.2. Clase de precisión ANSI de un transformador de corriente

Como se vio anteriormente los errores del transformador de corriente se ven afectados por la impedancia del burden secundario. También el factor de potencia del burden afecta la precisión. Cuando el factor de potencia inductivo del burden aumenta para un mismo E_s (Figura 24), es decir, disminuye el ángulo, la corriente secundaria I_s estará más cerca de la fase de la tensión E_s, con lo que el ángulo β se incrementa.

El transformador de corriente trabaja normalmente con un burden fijo y corriente variable determinada por las condiciones del circuito de la carga.

Cuando la corriente, por ejemplo, decrece y el burden conectado al T/C se mantiene constante, la corriente secundaria decrece en aproximadamente la misma razón y la corriente de excitación también decrece. Como los TT/CC se fabrican normalmente para trabajar con bajas densidades de flujo, la corriente de excitación no decrece tan rápidamente como la corriente secundaria; y como la precisión es dependiente de la razón entre las corrientes de excitación y secundaria, la precisión decrecerá cuando la corriente primaria y secundaria decrecen con un burden constante en el rango

normal de medida.

Sin embargo, con el uso de compensaciones adecuadas se logra que la precisión mejore para cargas pequeñas.

6.5.3. Clasificación ANSI para el error de los TT/CC

Las normas ANSI determinan, sin embargo, que para el 10 % de la carga los errores pueden ser el doble que los obtenidos para la condición nominal, como se indica en la Tabla 3.

Precisión ANSI	100 %		100 %		Límites del factor de potencia (atraso) en la carga
	Min	Max	Min	Max	
1.2	0.988	1.012	0.976	1.024	0.6 - 1
0.6	0.994	1.006	0.988	1.012	0.6 - 1
0.3	0.997	1.003	0.994	1.006	0.6 - 1

Tabla 3: FCF máximos y clases de precisión para T/C según la norma ANSI.

Al igual que para el caso del T/P, ANSI considera que todos los errores en una medida de potencia secundaria se atribuyen al T/C, de donde se determina que:

$$\mathrm{FCF} = \mathrm{FCR} \cdot \frac{\cos\theta}{\cos(\theta - \beta)} \tag{41}$$

Siendo β el ángulo de desplazamiento de la corriente secundaria respecto a la corriente primario. Efectuando un desarrollo similar al indicado en el inciso anterior para el T/P se llega a:

$$\beta_{min} = 2600(\mathrm{FCR} - \mathrm{FCF}) \tag{42}$$

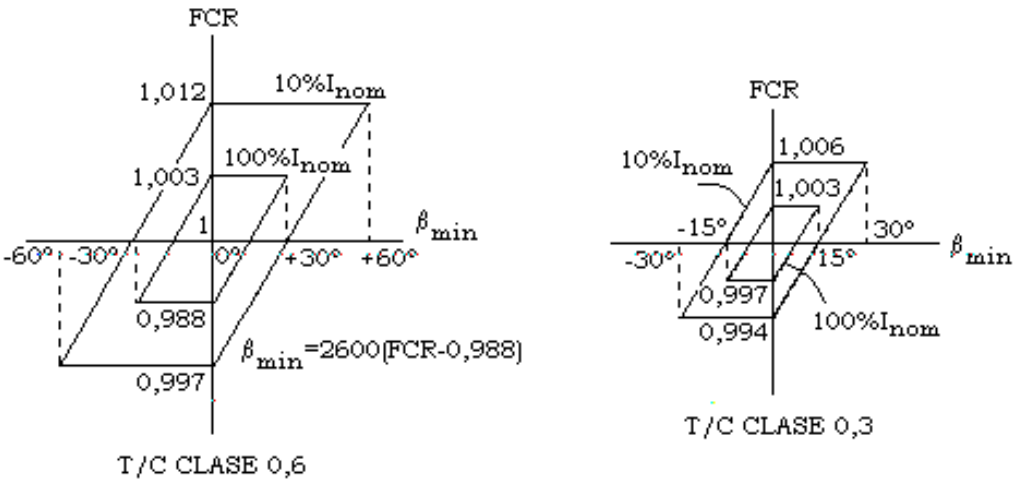


Figura 25: Paralelogramos de precisión ANSI para T/C.

Esta expresión determina en un gráfico de FCR $= f(\beta)$, considerando los límites de FCF que define ANSI para cada clase (Tabla 3), dos rectas de igual pendiente, que con los límites de FCR determinan los paralelogramos ANSI que se indican en la Figura 25.

6.5.4. Normas VDE

Las normas VDE, alemanas, consideran rectángulos límites para las diferentes clases. Por ejemplo, se indican en la Figura 26, los límites de error de razón y ángulo para los TT/CC y TT/PP de clase 0.5 VDE.

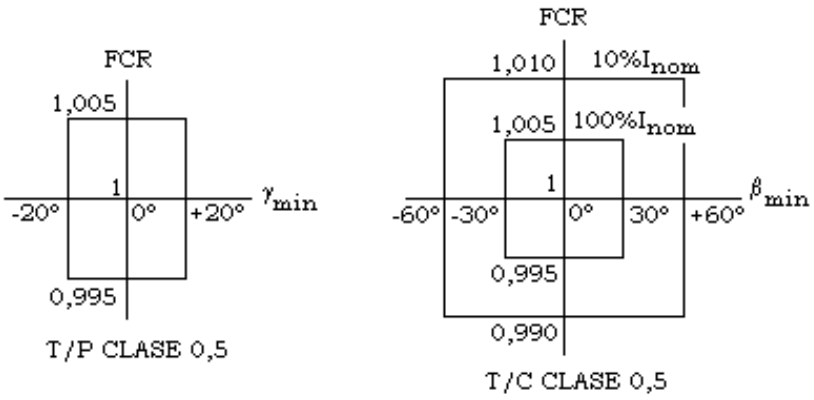


Figura 26: Rectángulos según norma VDE para T/P y T/C clase 0.5.

6.6. Métodos de obtención de errores en TT/MM

Los métodos empleados para la obtención de los errores de ángulo y razón de los TT/MM pueden identificarse como métodos directos y métodos de comparación. Los métodos directos determinan las características relativas de las tensiones primarias y secundarias, controlando uno con el otro, o comparando cantidades de relación conocida con las tensiones primaria y secundaria.

Los métodos de comparación, emplean transformadores patrones, de errores conocidos, con los cuales de compara la tensión del transformador de medida, en magnitud y relación de fase.

Existen diversos instrumentos que basados en uno u otro método permiten obtener dichos errores (ejemplo: Puentes de Silsbee, Schering, etc.).

Como método corriente, de mediana precisión, se explica a continuación el "método de los dos wattmetros":

El método de los wattmetros (método directo), sirve para obtener el error de razón y el de ángulo de un transformador de corriente.

La precisión de este método queda determinada por la precisión de los instrumentos empleados. El circuito por emplear se indica en la Figura 27.

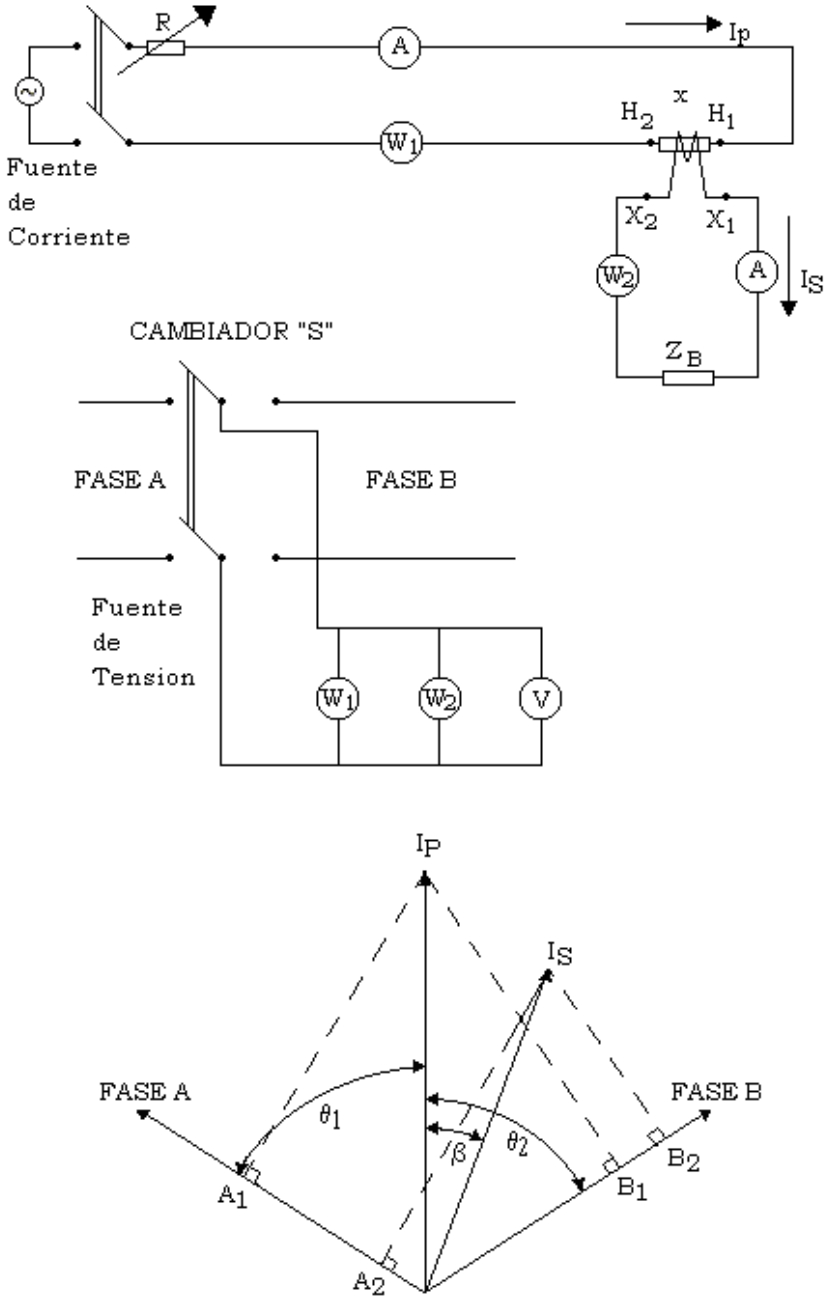


Figura 27: Circuito para la obtención de errores según sistema de 2 wattmetros.

Se indica a continuación el método para la obtención de los errores de razón y ángulo de un T/C llamado x en el circuito de la Figura 27. En forma similar se puede emplear el método para un T/P.

Uno de los wattmetros se conecta a la corriente primaria I_p y otro a la corriente secundaria I_s, proporcionada en el circuito por el T/C bajo ensayo x.

Ambos wattmetros, en sus circuitos de potencial, se conectan por intermedio de un switch cambiador "S" a la fase A o fase B de potencial, provenientes, por ejemplo de un sistema trifásico del alimentación.

En le diagrama fasorial se han indicado las componentes A_1 y A_2, que son las proyecciones de I_p e I_s sobre el eje A. Estos valores A_1 y A_2 representan los Watts/Volts registrados por los wattmetros y voltímetros cuando el switch S se encuentra en posición A. Es decir:

$$A_1 = \frac{W_{1A}}{V_A}$$
$$A_2 = \frac{W_{2A}}{V_A}$$
$$B_1 = \frac{W_{1B}}{V_B}$$
$$B_2 = \frac{W_{2B}}{V_B}$$

6.6.1. Determinación de la razón de transformación real de T/C: a_r

La relación de transformación real se puede determinar directamente por las lecturas de I_p e I_s obtenidas por intermedio de los amperímetros, es decir:

$$a_r = \frac{I_p}{I_s}$$

La desviación de este valor respecto al valor de placa, determinará el error de razón, esto se expresa con la expresión siguiente:

$$\%\text{error razón} = \frac{a_r - a_p}{a_r} \cdot 100$$

Siendo a_p el valor de la razón indicado en la placa del T/C; y el factor de corrección de razón FCR será:

$$\text{FCR} = \frac{a_r}{a_p}$$

6.6.2. Determinación del ángulo β de desplazamiento entre I_p e I_s

El ángulo β de desplazamiento entre I_p e I_s puede determinarse con las expresiones siguientes obtenidas por intermedio del diagrama fasor indicado en la Figura 27.

$$\cos(\theta_1 + \beta) = \frac{A_2}{I_s}$$
$$\cos(\theta_2 - \beta) = \frac{B_2}{I_s}$$

siendo:

$$\cos\theta_1 = \frac{A_1}{I_p} \qquad \wedge \qquad \cos\theta_2 = \frac{B_1}{I_p}$$

Estas expresiones, considerando las medidas de A_1 y B_1 en W/Volts e I_p en amperes, permiten calcular dos valores de β, que se acostumbra promediar en la determinación del β que se considera.

6.6.3. Condiciones en que deben realizarse las pruebas

Como se ha visto en capítulos anteriores, el error de razón y de ángulo dependen del burden conectado al T/C. es por este motivo que la prueba de errores debe efectuarse compensando con Z_B al T/C de acuerdo a los valores que se requiera en su utilización real (por ejemplo, burden nominal). También se acostumbra determinar los errores de los TT/CC par dos puntos de cargas a burden nominal: 100 % y 10 % de la corriente nominal (ejemplo: 5 y 0.5 amperes secundarios para un T/C de valor de corriente nominal secundaria de 5 amperes).

Referencias

[1] R. Bean, N. Chackan, H. Moore and E. Wentz, *Transformers for the Electric Power Industry*, Mc Graw Hill, 1959.

[2] ASA Standard C57, American Standard Requirements, *Terminology and Test Code for Distribution, Power and Regulating Transformers and Reactors other than Current-limiting Reactors.*

[3] Mueller, *Alternating Current Machines*, Mc Graw Hill, 1959.

[4] Langsdorf, *Teoría de las máquinas de corriente alterna*, Mc Graw Hill, 1971.

[5] Massachusetts Institute of Technology, *Magnetic Circuits and Transformers*, M.I.T. Press, 1965.

[6] E. Fitzgerald, *Teoría y Análisis de las Máquinas Eléctricas*, Editorial Hispano Europea, 1980.

[7] J. Thaler, *Máquinas Eléctricas: Estado Dinámico y Permanente*, Editorial Limusa-Wiley, 1966.

[8] L. W. Matsch, *Máquinas Electromecánicas y Electromagnéticas*, AID, 1974.

[9] E. Ras, *Transformadores de potencia, de medida y de protección*, Marcombo, 1972.

[10] Norma IEC (International Electrotechnical Commission), publication 76, Second Edition, *Power Transformers*, 1967.

[11] Norma VDE (Normas Alemanas), VDE 0532/8.64 9.

[12] J. Corrales, *Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores.* Escuela del Técnico Electricista, Tomo VII, Editorial Labor, 1965.

[13] Apuntes del curso Máquinas Eléctricas, Dixon, J.

[14] Zenteno, M. y Legarraga, I., *Protecciones de Sistemas Eléctricos.* Colegio de Técnicos de Chile, 1960.

[15] Brand, L. y Moncada, I., *Protecciones de Sistemas Eléctricos*, editado por Hugo González , 1976.

[16] Norma VDE 0414/7.56. *Rules for Instrument Transformers.*

[17] Norma USA Standard, C57.13-1968, *Requirements for Instrument Transformers.*