Interrogación 1

IEE2213 Máquinas Eléctricas

23 de septiembre de 2022

Nombre: **PAUTA** _____

Cuenta con **2 horas** para responder en este mismo documento. Sólo el uso de **calculadora** y un **formulario personal** en una hoja tamaño carta por una cara está permitido. No puede utilizar ningún material adicional (celulares, apuntes, libros, etc.).

Parte I. (30 %) Selección múltiple

Correcta (+3) Incorrecta (-1) Omitida (0)

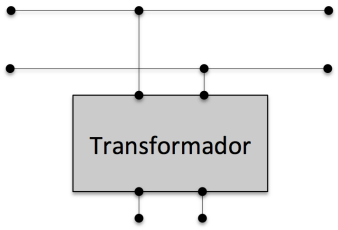
1. La corriente de Inrush generada en la conexión de un sistema electromagnético es máxima cuando en el instante de conexión:

   (a) El voltaje está justo en su máximo y hay flujo remanente máximo de igual polaridad.
   (b) El voltaje está justo en su máximo y no hay flujo remanente.
   (c) El voltaje está justo en cero y no hay flujo remanente.
   (d) El voltaje está justo en cero y hay flujo remanente máximo de igual polaridad.

   RESPUESTA: D

2. La conexión del transformador de medida que se ilustra corresponde a un:

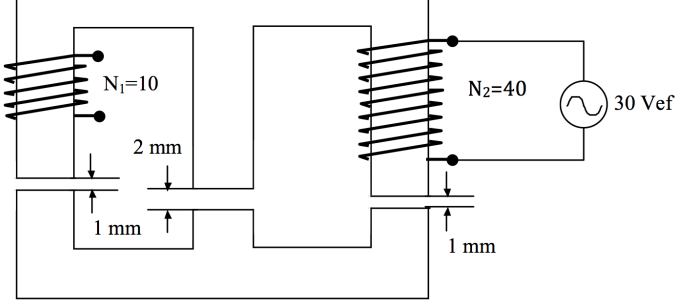
   (a) Transformador de Voltaje.
   (b) Transformador de Corriente.
   (c) Transformador de Voltaje ó Corriente.
   (d) Falta información.



   RESPUESTA: A

3. El circuito magnético de la figura es de fierro ideal y de sección A=2 cm2 en toda su extensión, incluida la pierna central. De acuerdo con los datos de la figura, el valor efectivo de la tensión inducida en N1 es:

   (a) 0 [V]
   (b) 5 [V]
   (c) 10 [V]
   (d) 15 [V]



RESPUESTA: B

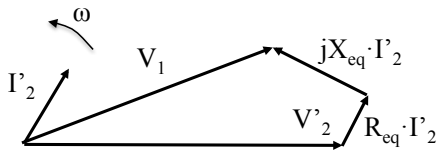
4. Si un transformador monofásico conectado a la red eléctrica ac ideal está en vacío (sin carga en el secundario), y considerando el circuito exacto del transformador, entonces en estricto rigor se puede aseverar que:

   I La corriente estará distorsionada.
   II El voltaje secundario estará distorsionado.
   III El flujo magnético estará distorsionado.

   (a) Sólo I
   (b) I y II
   (c) II y III
   (d) I, II y III

RESPUESTA: B y D (circ. exacto)

5. Un transformador alimenta una carga a potencia nominal con el diagrama fasorial ilustrado abajo, con lo cuál se deduce que:

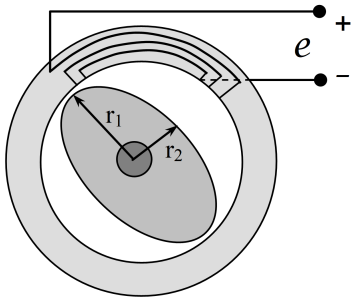


   (a) La carga es inductiva y el transformador opera con una regulación de voltaje negativa.
   (b) La carga es inductiva y el transformador opera con regulación de voltaje positiva.
   (c) La carga es capacitiva y el transformador opera con una regulación de voltaje negativa.
   (d) La carga es capacitiva y el transformador opera con regulación de voltaje positiva.

RESPUESTA: C

6. El dibujo de la figura, hecho de fierro ideal, tiene un rotor de forma elipsoidal de radio mayor r_1 y radio menor r_2. Si el rotor gira en el sentido de los punteros del reloj a una velocidad ω, la tensión en vacío (sin carga eléctrica) "e" que se inducirá será:

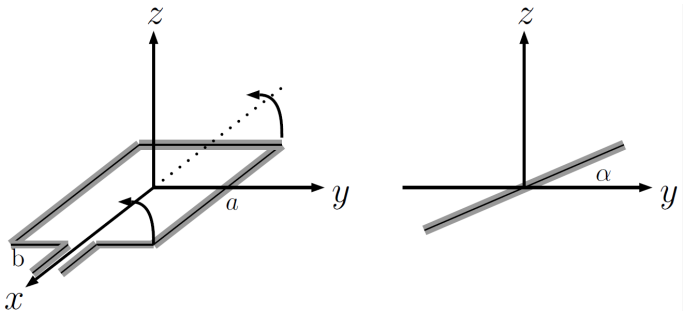
(a) con la polaridad indicada y frecuencia ω
(b) con la polaridad indicada y frecuencia 2ω
(c) con la polaridad invertida y frecuencia 2ω
(d) ninguna de las anteriores



RESPUESTA: D

Parte II. (20 %) Respuestas breves

1. Considere una espira rectangular de largo $a = 0.1\ m$ y ancho $b = 0.05\ m$ que gira alrededor del eje X a una frecuencia de $50Hz$ como se muestra en la figura. En el medio existe un campo magnético $\vec{B} = B(\hat{x} + 2\hat{z})$. Considerando que $B = 0.2T$, calcule el voltaje inducido en la espira en función del tiempo t.



2. En la figura 1 se mueve una espira cuadrada con velocidad constante v hacia la derecha. A su izquierda hay un conductor de largo infinito en el cual circula una corriente constante I con el sentido que se indica en la figura.

   a) Encuentre el sentido (horario o antihorario) de la corriente inducida en la espira. Haga esto de dos maneras:

      1) En base en la ley de Lenz.
      2) A partir de la fuerza magnética sobre las cargas en la espira.

   b) **(*Bono 10 %*)** Calcule la magnitud de la fem neta $\mathcal{E}$ inducida en la espira. Nota: $\frac{d}{dx}(ln(\frac{x+y}{x})) = -\frac{y}{x(x+y)}$

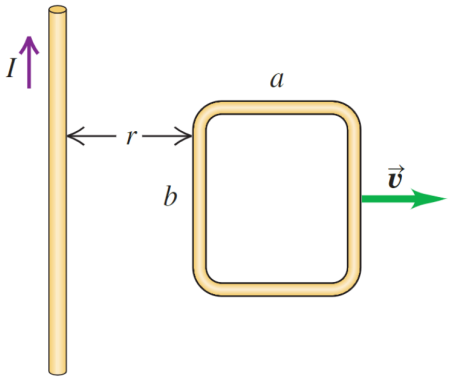


Figura 1: Diagrama del sistema

Solución

1. A sabiendas de que $\epsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$, es necesario calcular el flujo del campo magnético por el área que encierra la espira para encontrar el voltaje inducido.

$$\phi_B = \iint \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dA$$

con $\mathbf{B}$ conocida, $\hat{\mathbf{n}} = (0, \ -\sin(\alpha), \ \cos(\alpha))$ y $\alpha = w \cdot t$. Así:

$$\phi_B = a \cdot b \cdot 2 \cdot B \cdot \cos(\alpha)$$

$$\frac{d\phi_B}{dt} = -a \cdot b \cdot 2 \cdot B \cdot w \cdot \sin(w \ t)$$

Ya que $w = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \frac{rad}{s}$. Finalmente se tiene:

$$\epsilon = 0.628 \cdot \sin(314.16 \ t)$$

2. *a*) 1) Al analizar la dirección del vector de densidad de flujo dentro de la espira nos damos cuenta que $\vec{B}$ es $\otimes$, por lo que ϕ_B es también $\otimes$, pero este va decreciendo por lo que ϕ_{ind} de la corriente inducida es $\otimes$, lo que implica que la corriente circula en el sentido del reloj.

   2) Se pueden definir los segmentos 1 y 2, siendo estos los segmentos paralelos más cercano y más lejano del conductor, respectivamente. Estos se pueden analizar en torno a $\vec{B}$, $\vec{v}$ y $\vec{F_B}$ como se muestra en la figura 2:

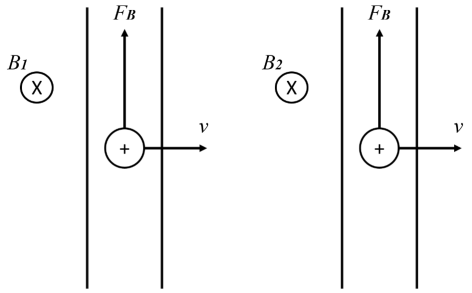


Figura 2: Segmentos 1 y 2 de la espira

El vector de densidad de flujo $\vec{B}$ es mayor en el segmento 1, dado que está más cerca del conductor, por lo tanto, $\vec{F_B}$ es mayor en el segmento 1 y la corriente inducida en la espira va en el sentido del reloj.

b) La magnitud de la fem de la espira según la Ley de Faraday será:

$$|\mathcal{E}| = |\frac{d\phi_B}{dt}|$$

El vector de densidad de flujo generado por el conductor será:

$$\oint B \cdot dr = \mu_o I$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

Luego se pueden definir dx como un diferencial de radio. Con esto se puede definir un diferencial de flujo magnético como:

$$d\phi_B = Bbdx = (\frac{\mu_o Ib}{2\pi})\frac{dx}{x}$$

Por lo tanto el flujo dentro de la espira será:

$$\phi_B = \int d\phi_B = (\frac{\mu_o Ib}{2\pi}) \int_a^{r+a} \frac{dx}{x} = (\frac{\mu_o Ib}{2\pi}) ln(\frac{r+a}{r})$$

Luego al evaluar la derivada del flujo en torno al tiempo.

$$\frac{d\phi_B}{dt} = \frac{d\phi_B}{dr}\frac{dr}{dt} = \frac{\mu_o Ib}{2\pi}(-\frac{a}{r(r+a)})v$$

$$|\mathcal{E}| = \frac{\mu_o Iabv}{2\pi r(r+a)}$$

Parte III. Desarrollo (50 %)

Problema 1 (30 %)

Se conectan dos transformadores monofásicos en paralelo con los siguientes valores nominales y parámetros obtenidos de ensayos:

Transformador	$S_n[kVA]$	$U_{1n}[V]$	$U_{2n}[V]$	$R_{eq}[m\Omega]$	$X_{eq}[m\Omega]$
A	125	6000	380	9,2	47,1
B	140	6000	380	8,84	40,2

Tabla 1: Parámetros nominales de los transformadores.

La carga debe ser alimentada por una tensión de $370[V]$, condición en la que consume una potencia de $200[kW]$ con un factor de potencia de 0.8 inductivo. Además, en estas condiciones de funcionamiento, se midieron las potencias activas de las ramas de magnetización, en lo que se obtuvo que para el primer transformador $P_{Fe}^{A} = 379.224[W]$ y para el segundo $P_{Fe}^{B} = 474.03[W]$.

Para las condiciones antes mencionadas, considere el voltaje al que está sometida la carga como la referencia del sistema y el modelo aproximado del transformador. En base a lo anterior, calcule lo siguiente:

1. El fasor de corriente (magnitud y ángulo) que suministra cada transformador a la carga.

2. El fasor de tensión (magnitud y ángulo) de alimentación del devanado de alta tensión (primario).

3. El fasor de Potencia aparente (P+jQ) suministrada por cada transformador.

4. Eficiencia y rendimiento de cada transformador.

Solución

Tomando como referencia el siguiente circuito y las magnitudes que se indica en él, se procederá a solucionar cada inciso del problema.

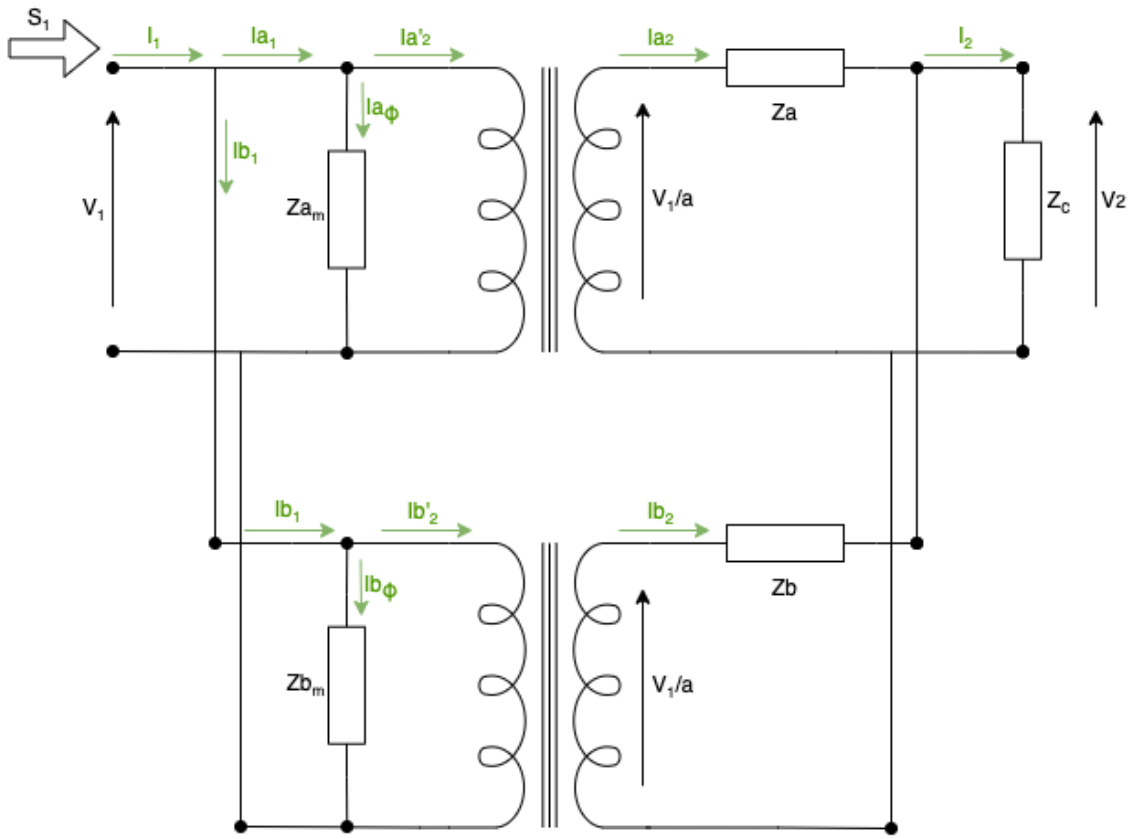


Figura 3: Circuito equivalente aproximado de transformadores en paralelo con parámetros serie referidos al secundario.

1. **La corriente que suministra cada transformador a la carga.**

   Considerando los datos entregados sobre la carga, se puede calcular corriente en la carga según:

   Tomando en cuenta las siguientes ecuaciones de la potencia aparente:

$$\overrightarrow{S_2} = \dot{V}_2 \cdot \dot{I}_2^* \tag{1}$$

$$\overrightarrow{S_2} = S_2 \angle \theta_s \tag{2}$$

Despejando la corriente de la ecuación (1), remplazando la expresión (2) en esta, operando el conjugado y considerando el voltaje como la referencia del sistema, se obtiene:

$$\dot{I}_2 = \left[\frac{\overrightarrow{S_2}}{\dot{V}_1}\right]^* \tag{3}$$

$$\dot{I}_2 = \left[\frac{S_2 \angle -\theta_s}{V_2}\right]^* \tag{4}$$

Ahora, considerando las relaciones del factor de potencia:

$$fp = \cos(\theta_s) \tag{5}$$

$$fp = \frac{P_2}{S_2} \tag{6}$$

$$\theta_s = \cos^{-1}(fp) \tag{7}$$

Remplazando las ecuaciones, se obtiene:

$$\dot{I}_2 = \frac{P_2}{fp \cdot V_2} \angle -\cos^{-1}(fp) \tag{8}$$

Luego, remplazando los valores, resulta en:

$$\dot{I}_2 = 675.676 \angle -36.87°[A] \tag{9}$$

Ahora, considerando las ecuaciones vistas en clases, para las corrientes en las cargas del secundario de los transformadores en paralelo:

$$Ia_2 = \frac{Zb}{Za + Zb} I_2 + \frac{V_1}{Za + Zb}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \alpha I_2 + I_c \tag{10}$$

$$Ib_2 = \frac{Za}{Za + Zb} I_2 - \frac{V_1}{Za + Zb}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \beta I_2 + I_c \tag{11}$$

Pero dado que ambos transformadores tienen la misma razón de transformación, las ecuaciones se reducen al resultado de un divisor de tensión entre las cargas Z_a y Z_b, tal que:

$$Ia_2 = \frac{Zb}{Za + Zb} I_2 = \alpha I_2 \tag{12}$$

$$Ib_2 = \frac{Za}{Za + Zb} I_2 = \beta I_2 \tag{13}$$

Ahora, considerando los datos entregados en la Tabla **??**, se puede calcular la impedancia Z_a y Z_b, junto con los parámetros α y β, para luego remplazarlos en las ecuaciones (12) y (13), tal que se obtiene:

$$\overrightarrow{Z_a} = 9.2 + 47.1j[m\Omega] = 47.99\angle 78.948°[m\Omega] \tag{14}$$

$$\overrightarrow{Z_b} = 8.84 + 40.2j[m\Omega] = 41.16\angle 77.598°[m\Omega] \tag{15}$$

$$\alpha = 0.462\angle -0.727° \tag{16}$$

$$\beta = 0.538\angle 0.623° \tag{17}$$

$$\dot{Ia_2} = 311.978\angle -37.596°[A] \tag{18}$$

$$\dot{Ib_2} = 363.744\angle -36.247°[A] \tag{19}$$

2. **La tensión de alimentación del devanado de alta tensión (primario).**

Considerando la diferencia de tensión en las impedancias Z_a y Z_b, que es igual, dado que están en paralelo y la razón de transformación de los transformadores es la misma, se tiene que:

$$\dot{V_{Z_a}} = \dot{V_{Z_b}} = \overrightarrow{Z_a} * \dot{I_{2a}} = 14.97\angle 41.35°[V] \tag{20}$$

$$\dot{V_2} = 370\angle 0°[V] \tag{21}$$

$$\dot{V_1'} = \dot{V_2} + \dot{V_{Z_a}} = 381.367\angle 1.486°[V] \tag{22}$$

Además, se tiene que:

$$a = b = \frac{V_1}{V_2} = \frac{6000}{380} \tag{23}$$

$$\dot{V_1} = a * \dot{V_1'} = 6021.59\angle 1.486°[V] \tag{24}$$

3. **Potencia aparente suministrada por cada transformador.**

   Considerando que la potencia aparente que recibe la carga es:

$$\overrightarrow{S_{Z_c}} = \dot{V_2} * \dot{I_2}^* \tag{25}$$

   y considerando que:

$$\dot{I_2} = \dot{Ia_2} + \dot{Ib_2} \tag{26}$$

   se puede remplazar la ecuación anterior en (25) y con ello obtener que:

$$\overrightarrow{S_{Z_c}} = \dot{V_2} * \dot{I_{2a}}^* + \dot{V_2} * \dot{I_{2b}}^* = \overrightarrow{S_A} + \overrightarrow{S_B} \tag{27}$$

   donde $\overrightarrow{S_A} + \overrightarrow{S_B}$ corresponden a las potencias aparentes suministradas por cada transformador a la carga.

   Entonces, remplazando los valores correspondientes, se tiene que:

$$\overrightarrow{S_A} = \dot{V_2} * \dot{I_{2a}}^* = 91460 + 70424j[VA] = P_A + Q_A \tag{28}$$

$$\overrightarrow{S_B} = \dot{V_2} * \dot{I_{2b}}^* = 108540 + 79575j[VA] = P_B + Q_B \tag{29}$$

4. **Rendimiento de cada transformador.**

   Considerando que la eficiencia η y la regulación $Reg_{\%}$ se calcula como:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} * 100\,\% = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{Cu} + P_{Fe}} * 100\,\% \tag{30}$$

$$Reg_{\%} = \frac{V_1 - V_2'}{V_2'} * 100\,\% \tag{31}$$

y considerando que del inciso anterior se obtuvo P_A y P_B, del enunciado se obtiene P_{Fe} para ambos transformadores, solo falta calcular P_{Cu}, que corresponde a la parte real de la potencia aparente de cada una de las cargas Z_a y Z_b respectivamente, entonces:

$$\overrightarrow{S_{Z_a}} = \dot{V_{Z_a}} * \dot{I_{2a}}^* = 895 + 4584j[VA] = P_{Cu_a} + Q_{Cu_a} \tag{32}$$

$$\overrightarrow{S_{Z_b}} = \dot{V_{Z_b}} * \dot{I_{2b}}^* = 1169 + 5318j[VA] = P_{Cu_b} + Q_{Cu_b} \tag{33}$$

Finalmente, remplazando, se obtiene que:

$$\eta_A = 98.63\,\% \tag{34}$$

$$\eta_B = 98.51\,\% \tag{35}$$

Por otro lado, para calcular la regulación porcentual, basta calcular V_2', según $V_2' = a{*}V_2$ y remplazar en la ecuación (31), tras lo que resulta:

$$Reg_{\%} = 3.072\,\% \tag{36}$$

Problema 2 (20 %)

Un generador trifásico de 13,2 kV alimenta, a través de un transformador trifásico ideal, una carga trifásica a 2,3 kV conectada en estrella que absorbe una potencia de 1 MVA. Determine la tensión y corriente que debe manejar el devanado primario y secundario de cada transformador si está conectado:

1. Estrella / Estrella
2. Estrella / Delta
3. Delta / Estrella
4. Delta / Delta

HINT: Dibuje las conexiones en cada caso.

Solución

1. Conexión Estrella / Estrella:

   Para esta conexión, se tienen los siguientes diagramas de conexión:

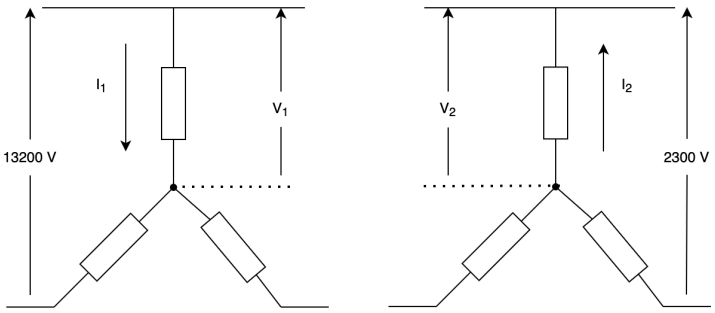


Figura 4: Diagrama de Conexión Estrella / Estrella.

en el cual se conocen las tensiones de línea del primario y del secundario. Luego, las tensiones fase-neutro corresponden a:

$$V_1 = \frac{13200}{\sqrt{3}} = 7621[V] \tag{37}$$

$$V_2 = \frac{2300}{\sqrt{3}} = 1328[V] \tag{38}$$

Por otro lado, es posible obtener la intensidad de corriente en el secundario a partir de la potencia absorbida por la carga, según la siguiente relación:

$$S_z = \sqrt{3} \cdot V_1 \cdot I_2 \tag{39}$$

Despejando I_2, se obtiene la intensidad de la corriente de línea, que coincide, al estar el secundario del transformador conectado en estrella, con la intensidad de corriente de fase secundaria del transformador:

$$I_2 = \frac{S_z}{\sqrt{3} \cdot V_2} = \frac{1M}{\sqrt{3} \cdot 2300} = 251[A] \tag{40}$$

Además, es posible calcular la relación de transformación a partir del cociente entre las tensiones de cada devanado, obteniendo:

$$a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{7621}{1328} = 5,7387 \tag{41}$$

Finalmente, por tratarse de un transformador ideal, es decir, sin pérdidas, se verifica para cualquier carga:

$$a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} \tag{42}$$

Por lo tanto, se obtiene que:

$$I_1 = \frac{I_2}{a} = \frac{251}{5,7387} = 43,74[A] \tag{43}$$

La intensidad de la corriente de línea primaria I_1 coincide, al estar el primario del transformador conectado en estrella, con la intensidad de corriente de fase primaria del transformador.

2. Conexión Estrella / Delta:

   Para esta conexión, se tienen los siguientes diagramas de conexión:

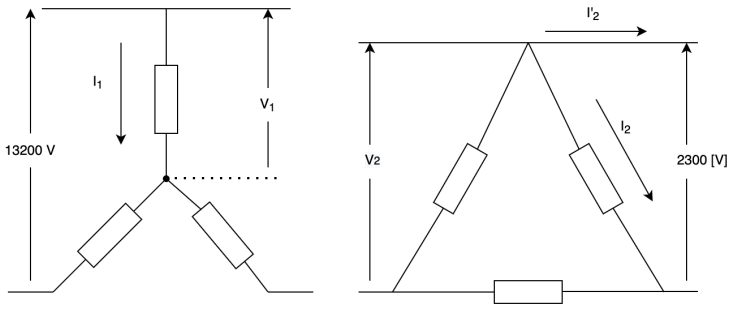


Figura 5: Diagrama de Conexión Estrella / Delta.

Las tensiones de fase del primario y del secundario son respectivamente:

$$V_1 = \frac{13200}{\sqrt{3}} = 7621[V] \tag{44}$$

$$V_2 = 2300[V] \tag{45}$$

Por otro lado, es posible obtener la intensidad de corriente de línea en el secundario a partir de la potencia absorbida por la carga, según la siguiente relación:

$$I_2' = \frac{S_z}{\sqrt{3} \cdot V_2} = \frac{1M}{\sqrt{3} \cdot 2300} = 251[A] \tag{46}$$

y la intensidad de corriente secundaria por fase:

$$I_2 = \frac{I_2'}{\sqrt{3}} = \frac{251}{\sqrt{3}} = 145[A] \tag{47}$$

Además, es posible calcular la relación entre las tensiones de fase:

$$a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{7621}{2300} = 3,313 \tag{48}$$

Teniendo en cuenta la relación entre las tensiones y corrientes de fase, se puede determinar la intensidad de corriente en el devanado primario como:

$$I_1 = \frac{I_2}{a} = \frac{145}{3,313} = 43,74[A] \tag{49}$$

Intensidad de corriente que coincide con la intensidad de la corriente de línea.

3. Conexión Delta / Estrella:

Para esta conexión, se tienen los siguientes diagramas de conexión:

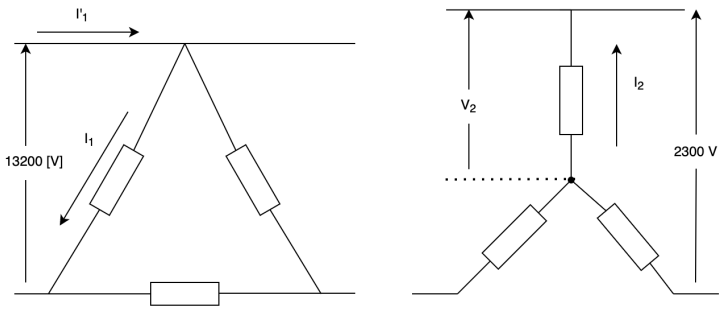


Figura 6: Diagrama de Conexión Delta / Estrella.

Las tensiones de fase del primario y del secundario son respectivamente:

$$V_1 = 13200[V] \tag{50}$$

$$V_2 = \frac{2300}{\sqrt{3}} = 1328[V] \tag{51}$$

Por otro lado, es posible obtener la intensidad de corriente de línea en el secundario a partir de la potencia absorbida por la carga, según la siguiente relación:

$$I_2 = \frac{S_z}{\sqrt{3} \cdot V_2} = \frac{1M}{\sqrt{3} \cdot 2300} = 251[A] \tag{52}$$

Además, es posible calcular la relación entre las tensiones de fase:

$$a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{13200}{1328} = 9,94 \tag{53}$$

Teniendo en cuenta la relación entre las tensiones y corrientes de fase, se puede determinar la intensidad de corriente en el devanado primario como:

$$I_1 = \frac{I_2}{a} = \frac{251}{9,94} = 25,25[A] \tag{54}$$

y la intensidad de corriente de línea corresponde a:

$$I_1' = I_1 \cdot \sqrt{3} = 25,25 \cdot \sqrt{3} = 43,74[A] \tag{55}$$

4. Conexión Delta / Delta:

   Para esta conexión, se tienen los siguientes diagramas de conexión:

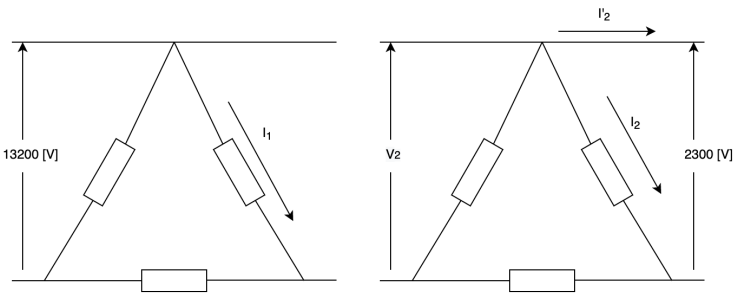


Figura 7: Diagrama de Conexión Delta / Delta.

Las tensiones de fase del primario y del secundario son respectivamente:

$$V_1 = 13200[V] \tag{56}$$

$$V_2 = 2300[V] \tag{57}$$

Por otro lado, es posible obtener la intensidad de corriente de línea en el secundario a partir de la potencia absorbida por la carga, según la siguiente relación:

$$I_2' = \frac{S_z}{\sqrt{3} \cdot V_2} = \frac{1M}{\sqrt{3} \cdot 2300} = 251[A] \tag{58}$$

y la intensidad de corriente de fase corresponde a:

$$I_2 = \frac{I_2'}{\sqrt{3}} = \frac{251}{3} = 145[A] \tag{59}$$

Además, es posible calcular la relación entre las tensiones de fase:

$$a = \frac{V_1}{V_2} = \frac{13200}{2300} = 5,73 \tag{60}$$

Teniendo en cuenta la relación entre las tensiones y las corrientes de fase, se puede determinar la intensidad de corriente en el devanado primario como:

$$I_1 = \frac{I_2}{a} = \frac{145}{5,73} = 25,25[A] \tag{61}$$

Determinada la intensidad de corriente de fase del primario, la intensidad de corriente de línea se calcula como:

$$I_1' = I_1 \cdot \sqrt{3} = 25,25 \cdot \sqrt{3} = 43,74[A] \tag{62}$$