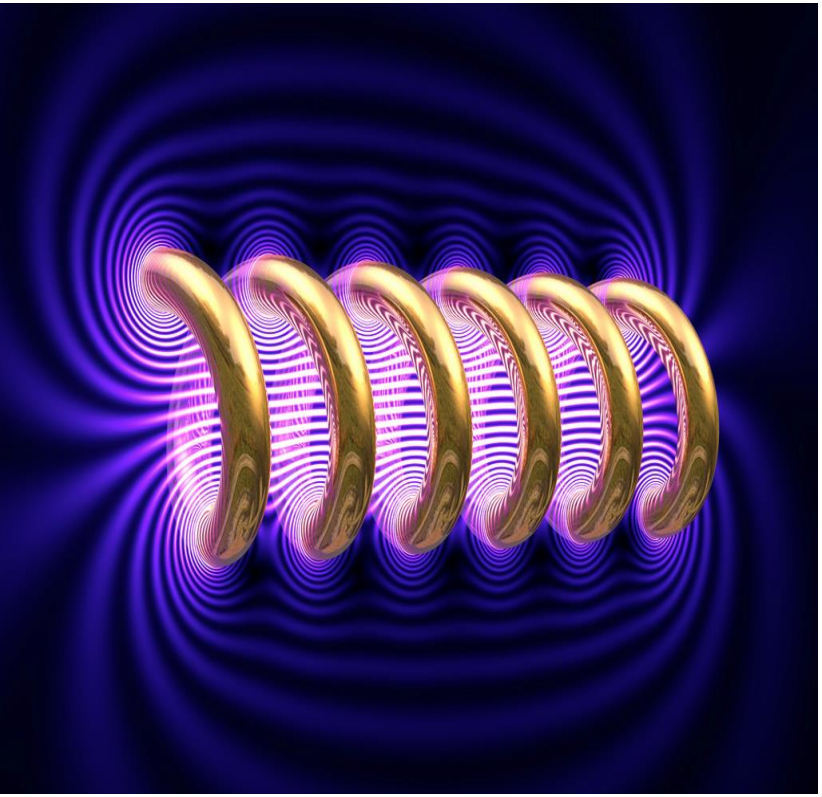
Javier Pereda
Profesor
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Pontificia Universidad Católica de Chile



IEE 2213
Máquinas Eléctricas

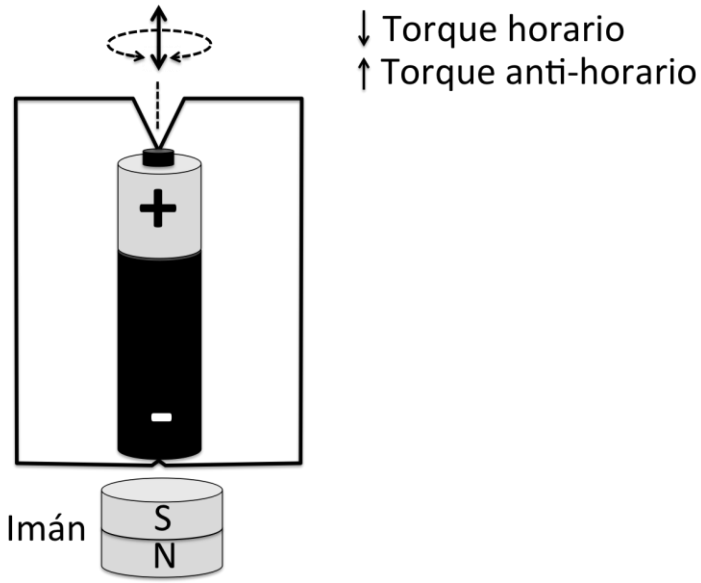
2. Electromagnetismo

Conceptos básicos; Flujo y Campo Magnético: ecuaciones de Maxwell; materiales magnéticos; histéresis; circuitos magnéticos; inductancia y flujo mutuo y de fuga; pérdidas de energía en sistemas magnéticos (histéresis y corrientes parásitas).

Conceptos básicos
Control

PREGUNTA (Motor Homopolar)

El sistema de la figura muestra un conductor rígido conectado al ánodo y cátodo de una batería que se encuentra sobre un imán. Esta configuración produce sobre el conductor:

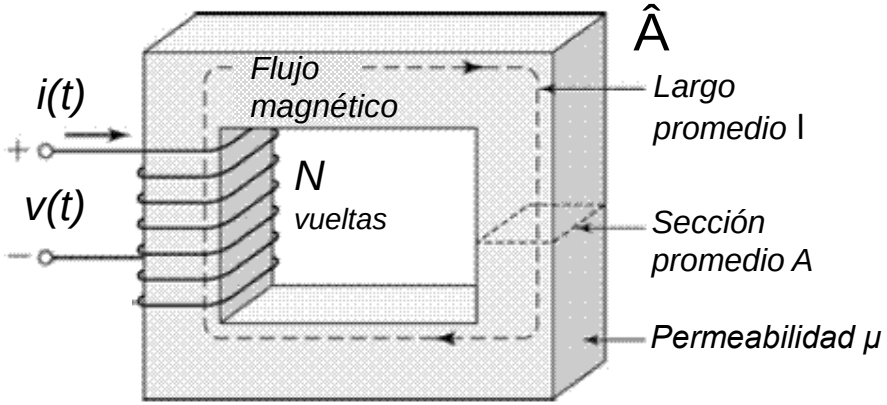


a) Un torque resultante en sentido horario
b) Un torque resultante en sentido anti-horario
c) Un torque resultante cuyo sentido dependerá de condiciones iniciales
d) Un torque resultante nulo
e) No sé

Conceptos básicos
Control

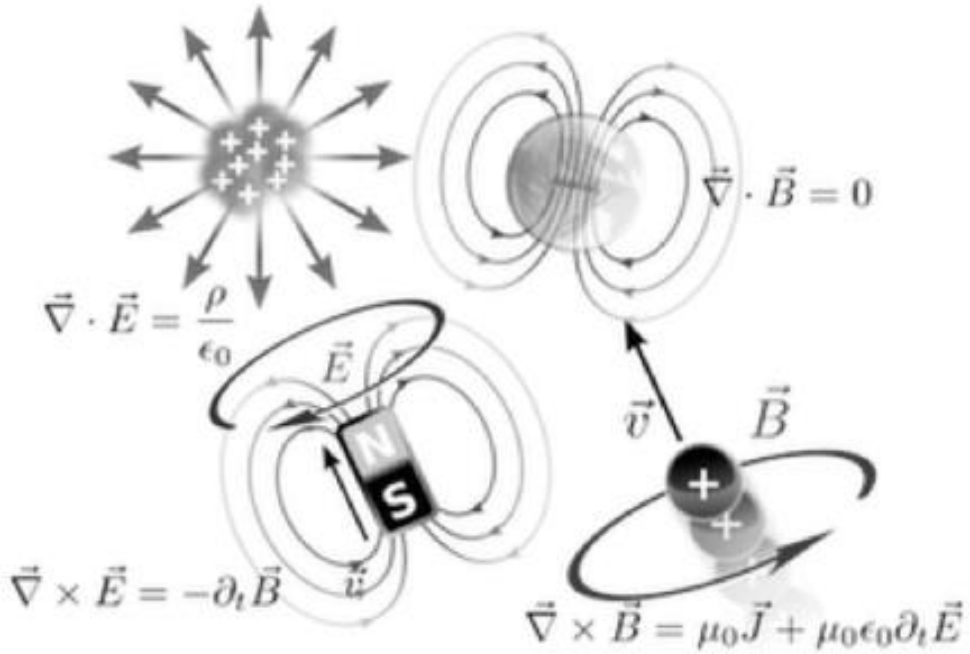
PREGUNTA

Las variables de un sistema electromagnético están definidas de forma distinta dependiendo si el voltaje de alimentación es alterno (AC) o continuo (DC). Suponiendo que se aplica un voltaje alterno al sistema de la figura, se puede afirmar que:



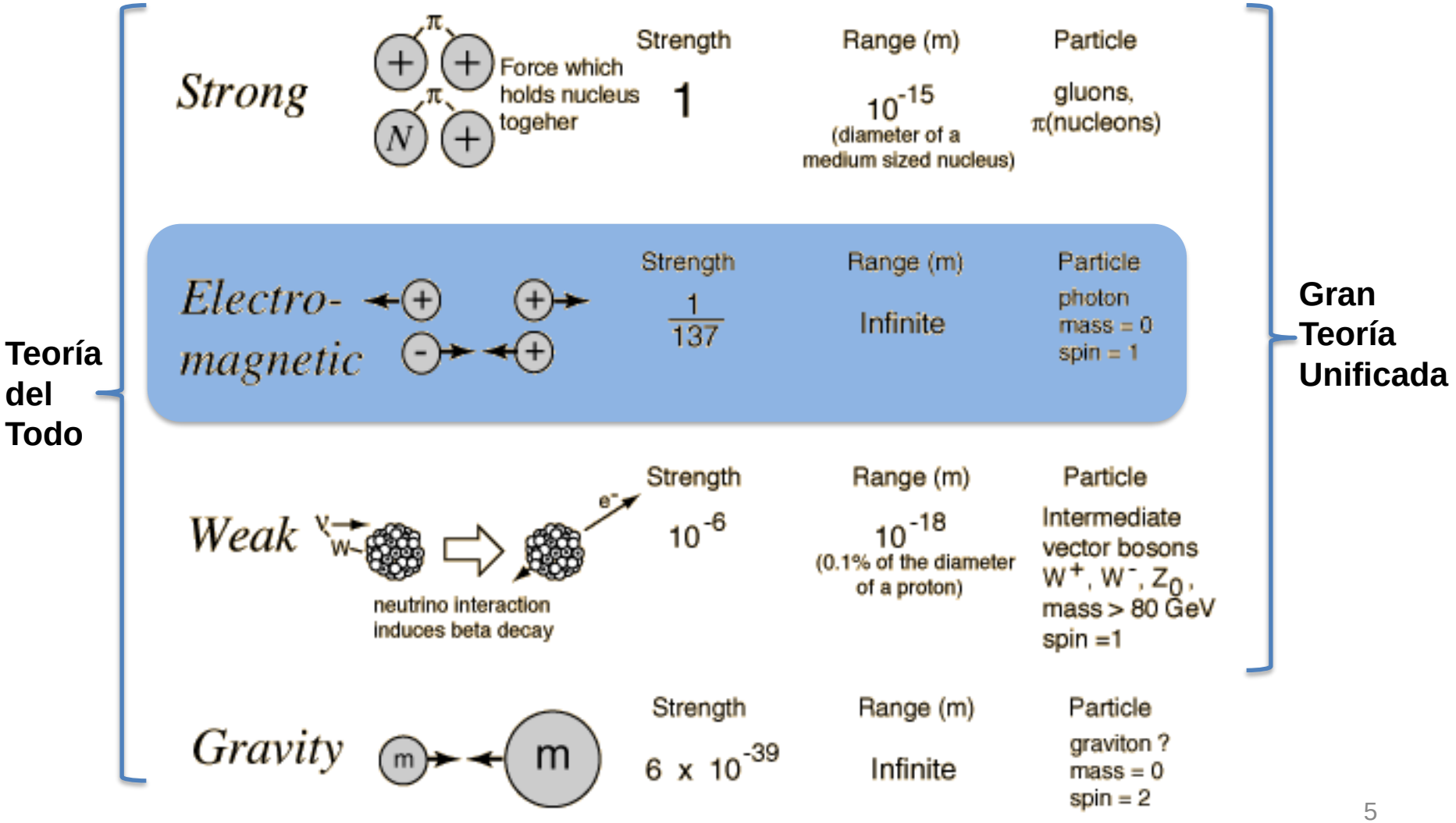
I. La corriente dependerá exclusivamente de la magnitud del voltaje y la resistencia de la bobina.
II. El flujo magnético dependerá de la permeabilidad magnética del material.
III. La fuerza magnetomotriz (fmm) dependerá de la reluctancia del material y del flujo magnético.

Electromagnetismo



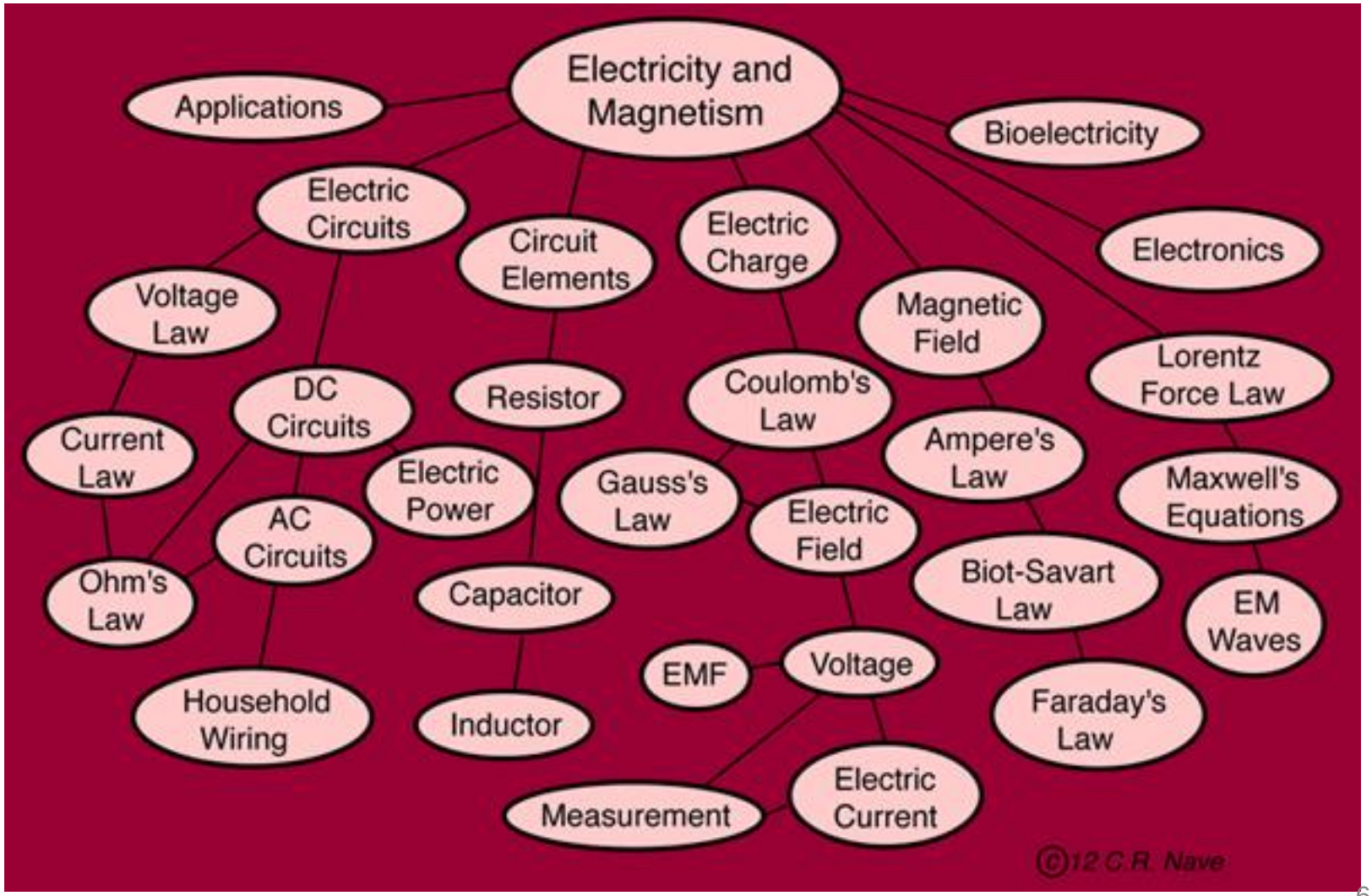
Conceptos básicos

Las 4 fuerzas fundamentales de la Física



Conceptos básicos (http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html)

Electromagnetismo



Conceptos básicos
Magnitudes Físicas

E Intensidad de Campo Eléctrico (**campo eléctrico**) V/m (N/C)

D Densidad de flujo Eléctrico (excitación eléctrica, campo de desplazamiento eléctrico) C/m^2

E en medio dieléctrico $\vec{D} = \varepsilon\vec{E} = \varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}$ ε: permitividad (F/m)

Φ Flujo Eléctrico (densidad de campo por m^2): $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}$ Vm (C)

J Densidad de Corriente $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ A/m^2

σ: conductividad (S/m)

ρ Densidad de carga volumétrica C/m^3

H **Intensidad** de Campo Magnético (fuerza o excitación de campo magnético) A-v/m

B Densidad de Flujo Magnético (inducción magnética, **campo magnético**) T (Wb/m^2)

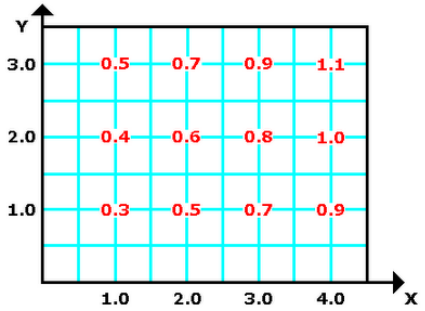
$\vec{B} = \mu\vec{H} = \mu_r\mu_0\vec{H}$ μ: permeabilidad (H/m)

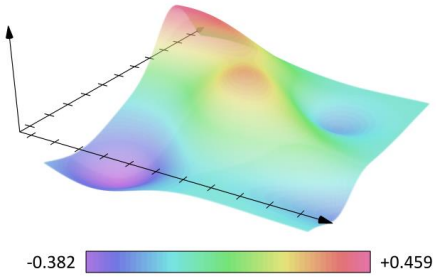
Φ Flujo Magnético (*Ψ es el flujo enlazado Φ•N*): $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$ Wb

Conceptos básicos

Campos

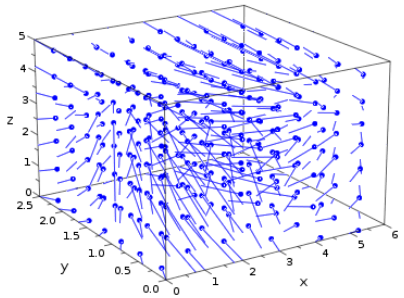
Campo: distribución espacial de una magnitud física que generalmente se expresa con líneas o superficies de igual magnitud.

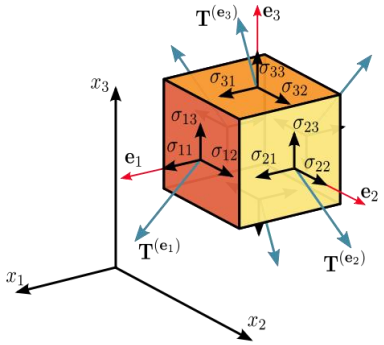




Campo Escalar: se asocia una magnitud a cada punto del espacio (temperatura, presión, etc.).

Campo Vectorial: se asocia un vector (dirección y magnitud) a cada punto del espacio (campo eléctrico, campo magnético, gravitatorio, etc.).



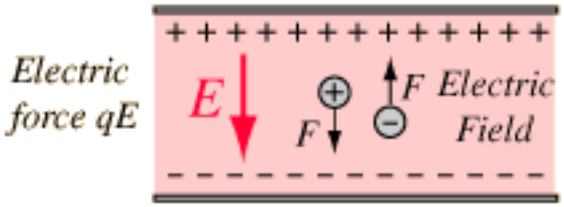


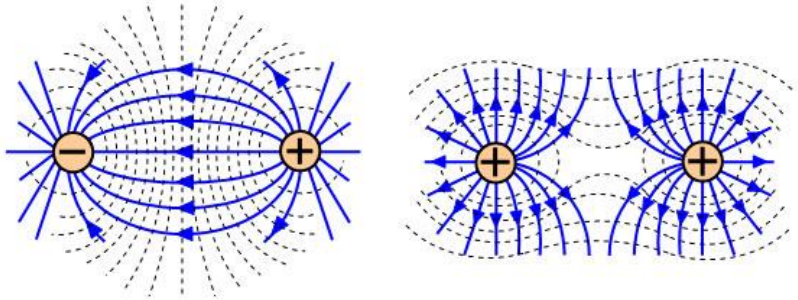
Campo Tensorial: se asocia un tensor (escalar, vector y matriz) a cada punto del espacio (campo electromagnético).

Conceptos básicos
Campos Electromagnéticos

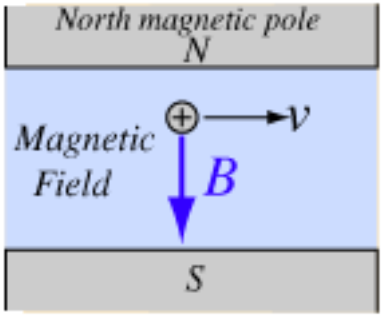
$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

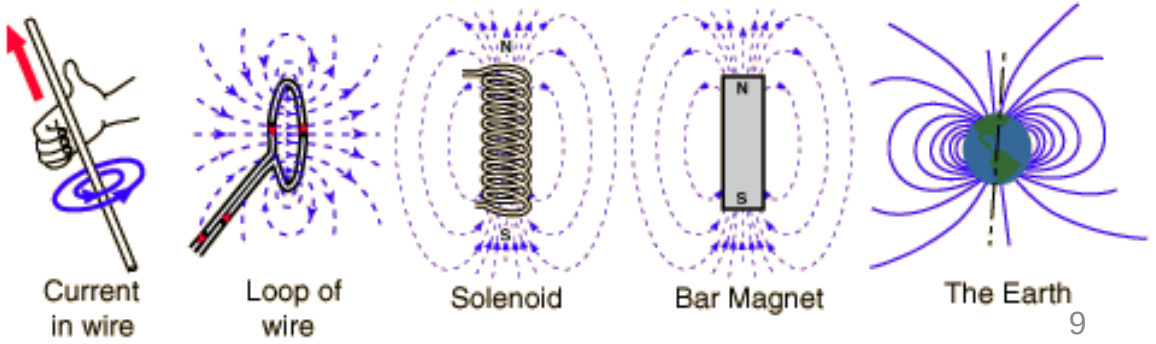
Campo Eléctrico (E): se define por la fuerza **F** que se ejercería sobre una partícula positiva **q** (+1C) en un punto del espacio. **D=ε•E**





Campo Magnético (B): se define por la fuerza **F** que ejercería sobre una partícula positiva **q** (+1C) en movimiento (velocidad **v**). **B=μ•H**



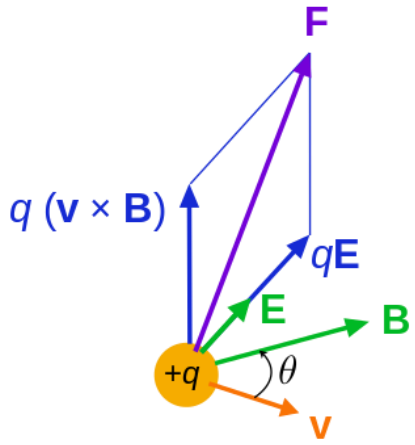


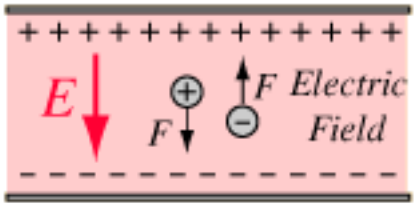
Conceptos básicos
Campos Electromagnéticos

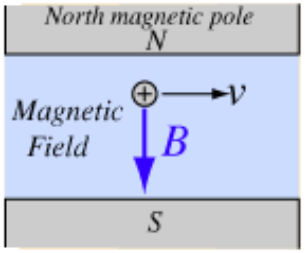
Fuerza de Lorentz

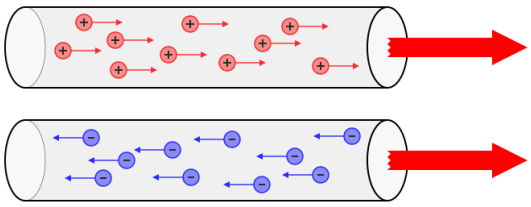
Fuerza que ejerce un campo electromagnético sobre una carga o corriente.

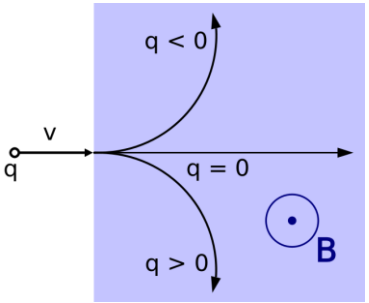
$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

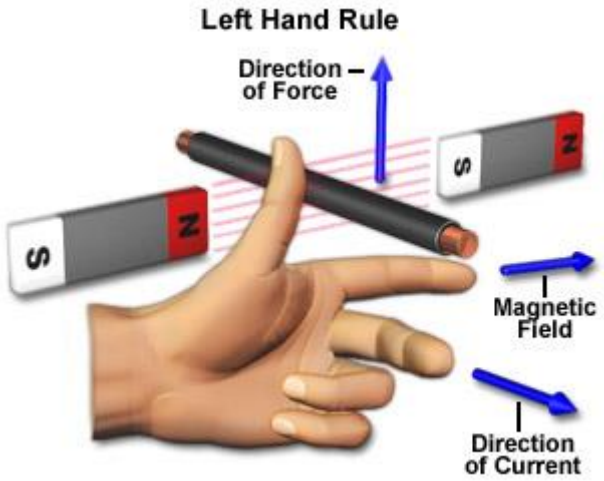










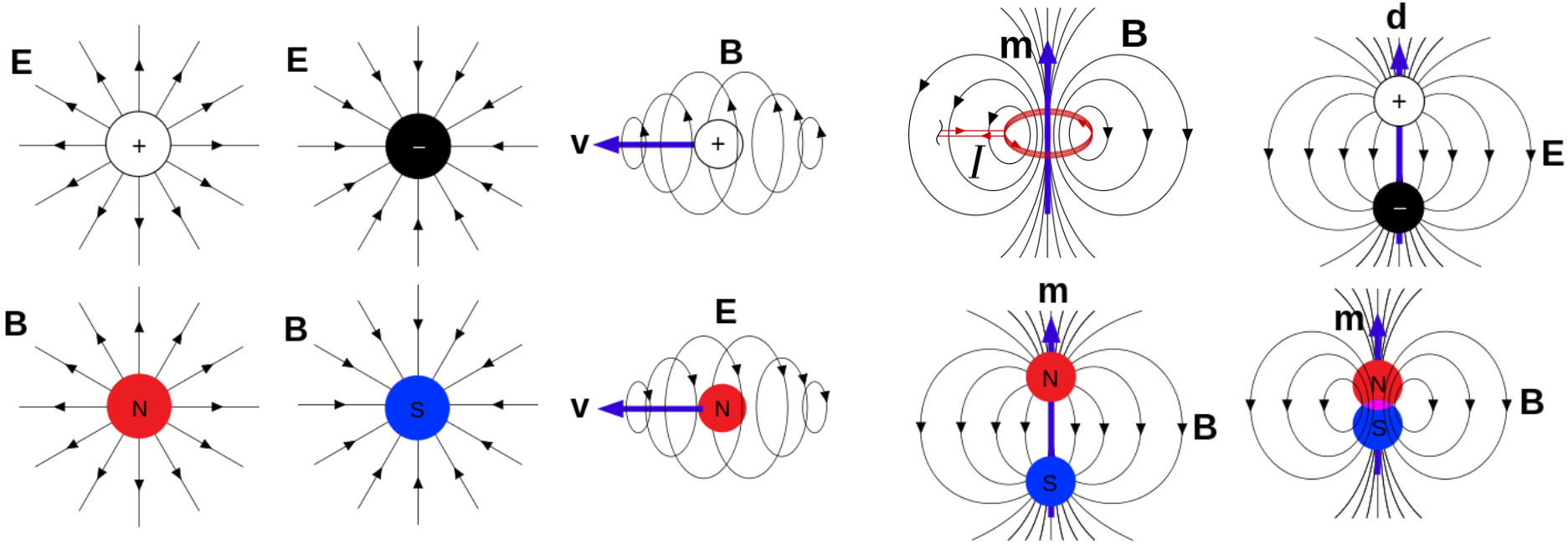


Conceptos básicos
Campos Electromagnéticos

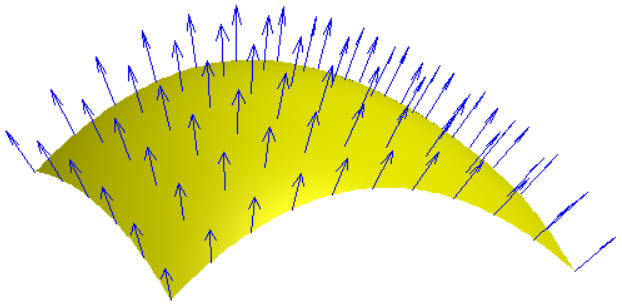
Campo Eléctrico (E):

Campo Magnético (B):

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

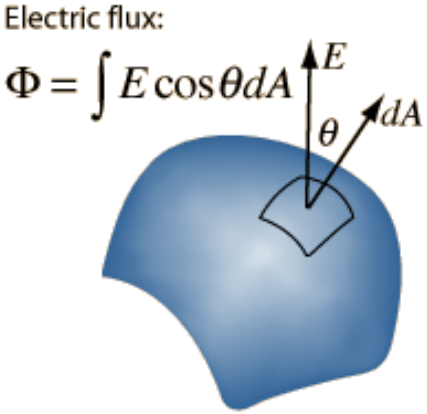


Conceptos básicos
Flujos Electromagnéticos



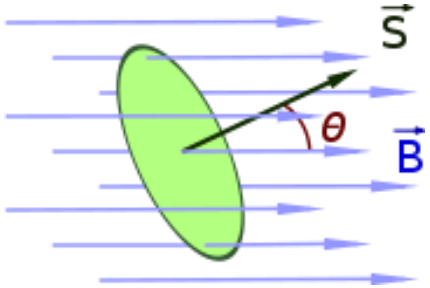
Flujo Eléctrico (Φ_E): es la medida (escalar) de campo eléctrico **E** que pasa por una superficie **S**.

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad [V \bullet m]$$



Flujo Magnético (Φ_B): es la medida (escalar) de campo magnético **B** que pasa por una superficie **S**.

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \qquad [Wb]$$



Conceptos básicos
Flujos Electromagnéticos

ε: La permitividad (constante dieléctrica) de un medio cuantifica su tendencia a polarizarse anulando el campo eléctrico (la capacitancia de un condensador es proporcional a **ε**) [F/m].

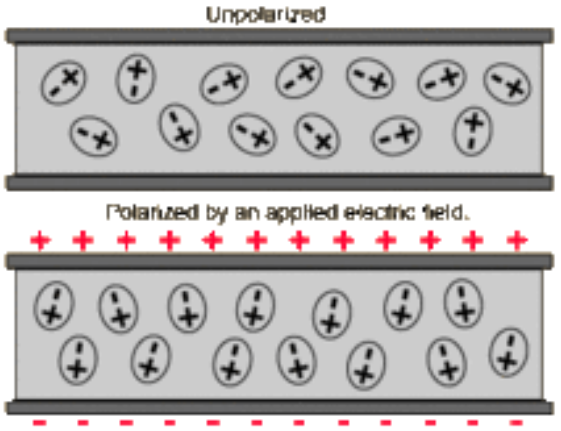
$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} = \varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}$$

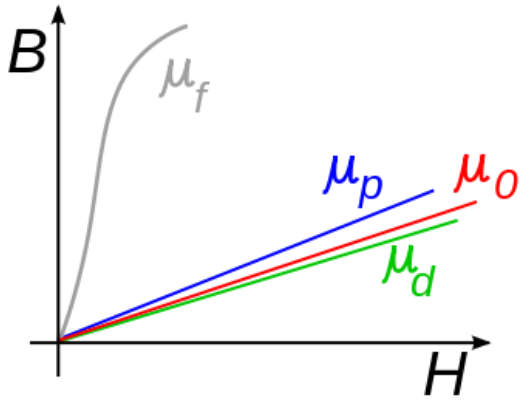
μ: La permeabilidad magnética es la capacidad de un material para "atraer" y dejar pasar a través de él campos magnéticos (el fierro tiene una alta permeabilidad) [H/m].

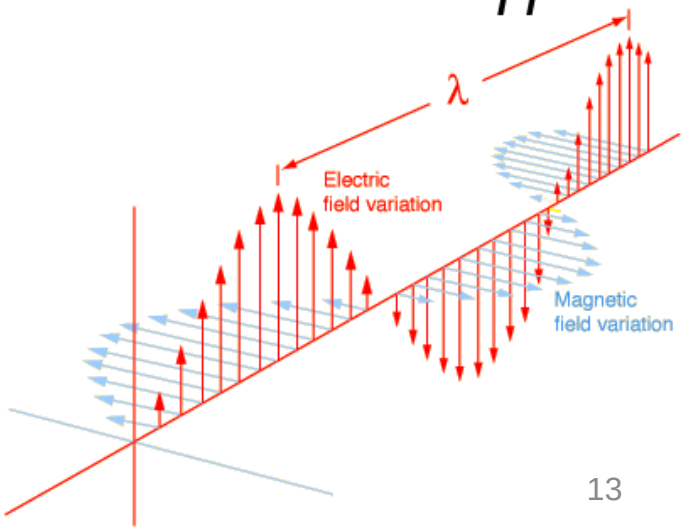
$$\vec{B} = \mu\vec{H} = \mu_r\mu_0\vec{H}$$

Velocidad de las ondas electromagnéticas.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$



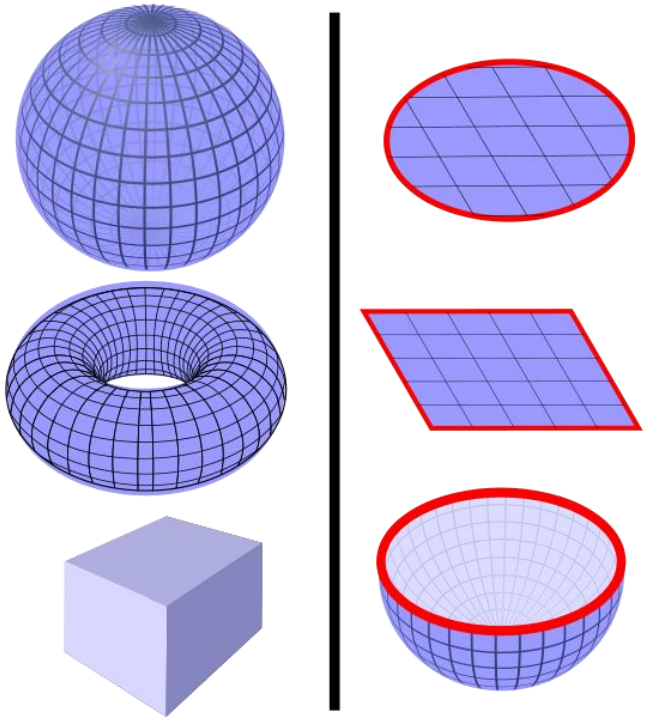


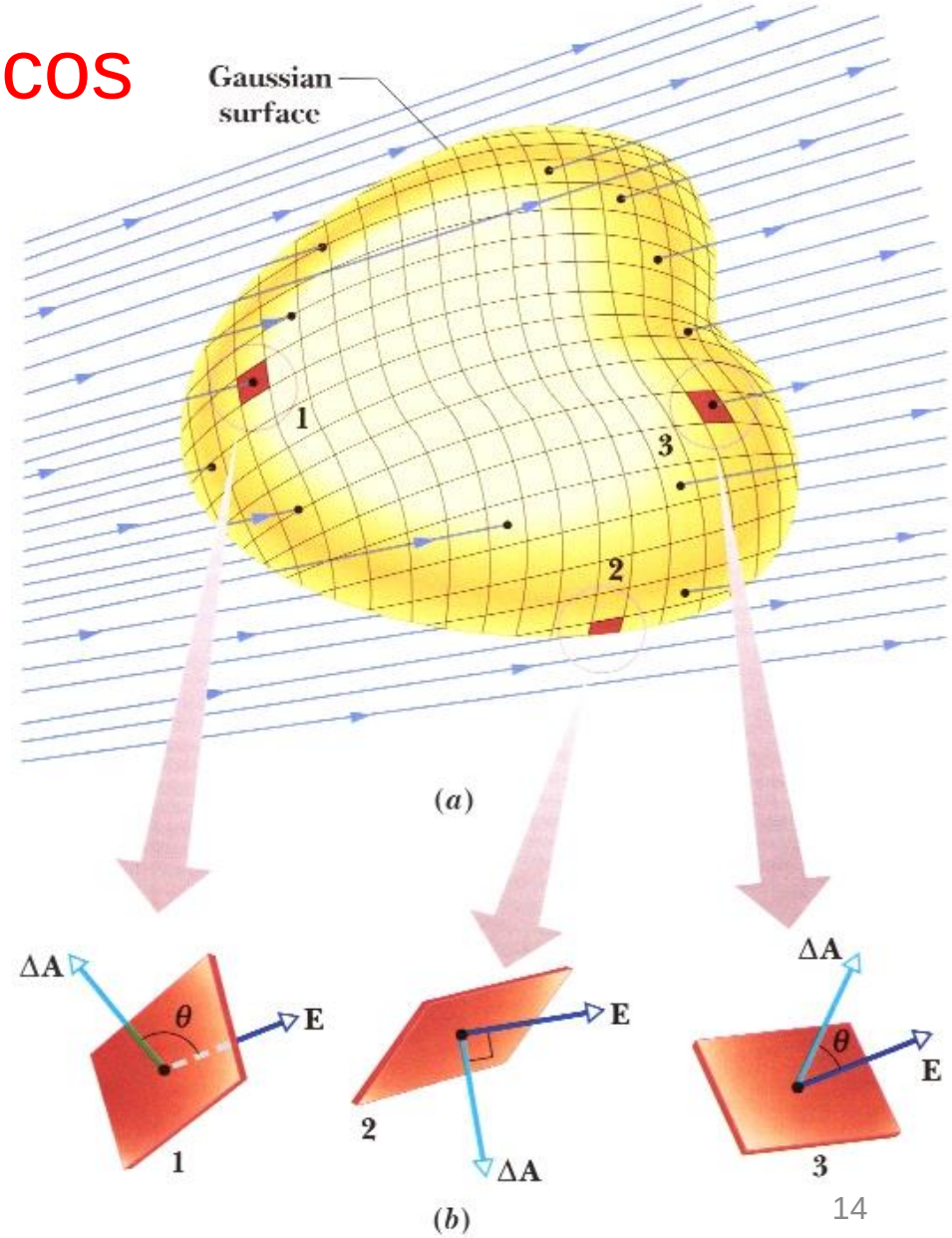


Conceptos básicos
Flujos Electromagnéticos

Superficie Gaussiana:
superficie cerrada en el espacio tridimensional donde un campo vectorial puede ser calculado.

Gaussiana *NO Gaussiana*





Ecuaciones de Maxwell

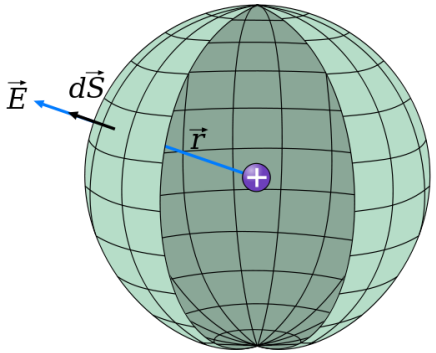
Electromagnetismo: Lorentz + 4 Maxwell

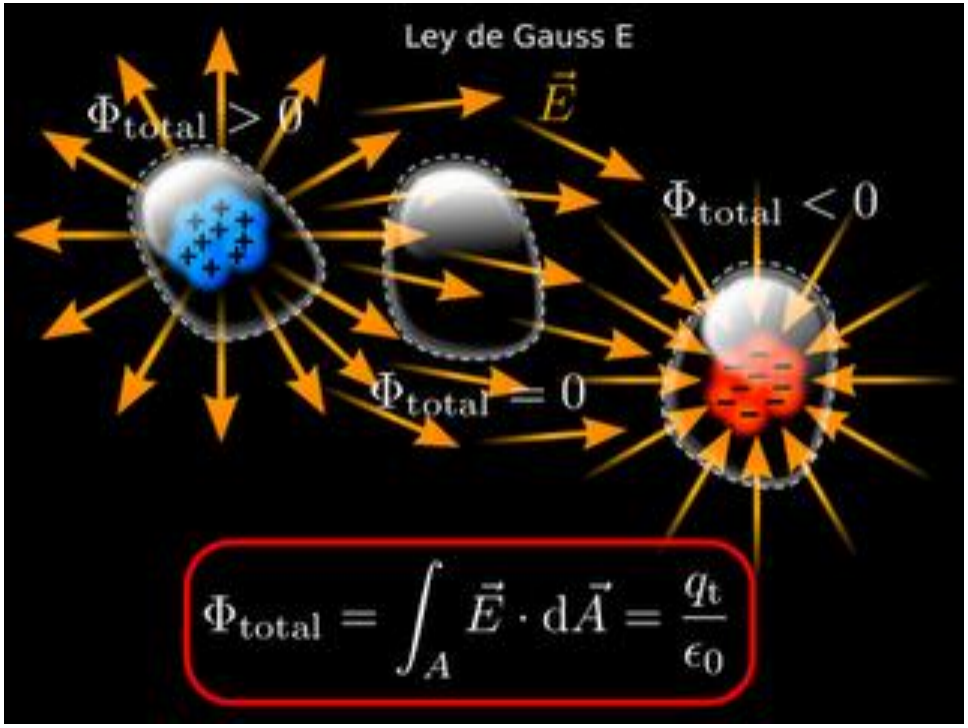
1. Ley de Gauss

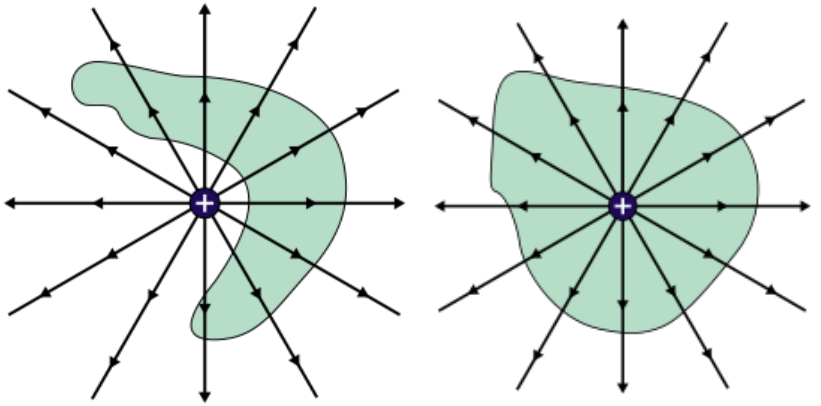
El flujo **Φ** de campo eléctrico **E** a través de una superficie cerrada **S** es igual a las cargas de su interior dividido por la permitividad eléctrica en el vacío $\boldsymbol{\varepsilon_0}$:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$







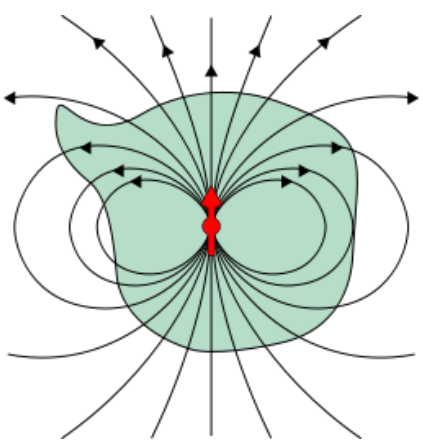
Ecuaciones de Maxwell

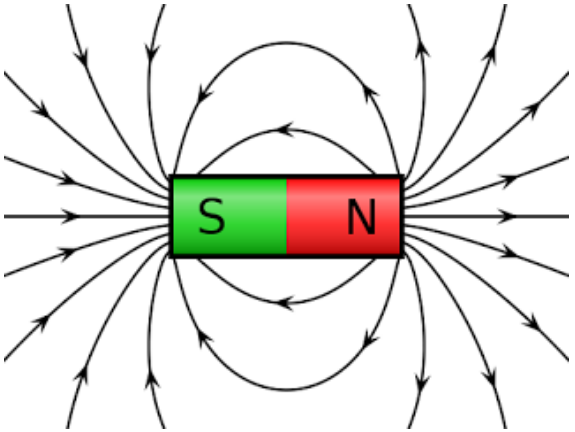
Electromagnetismo: Lorentz + 4 Maxwell

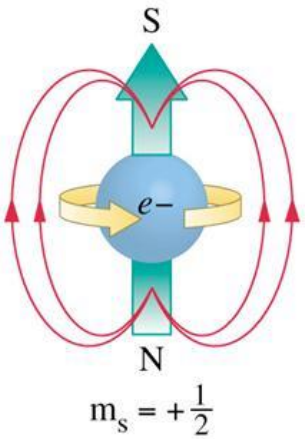
2. Ley de Gauss para el Magnetismo (monopolo magnético)

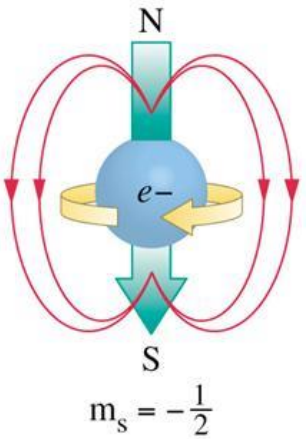
El flujo Φ_B total de campo magnético **B** a través de una superficie cerrada **S** siempre es nulo (las líneas de campo magnético son cerradas por lo que no existen fuentes o sumideros magnéticos, siempre hay un norte y un sur magnético, no existe el monopolo magnético = **B** no diverge):

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$









Monopolo magnético: Partícula hipotética que plantearía las ecuaciones de maxwell de forma análoga para electricidad y magnetismo. Teóricamente es posible y su existencia es necesaria para explicar algunas teorías, pero no se ha comprobado su existencia.

Ecuaciones de Maxwell

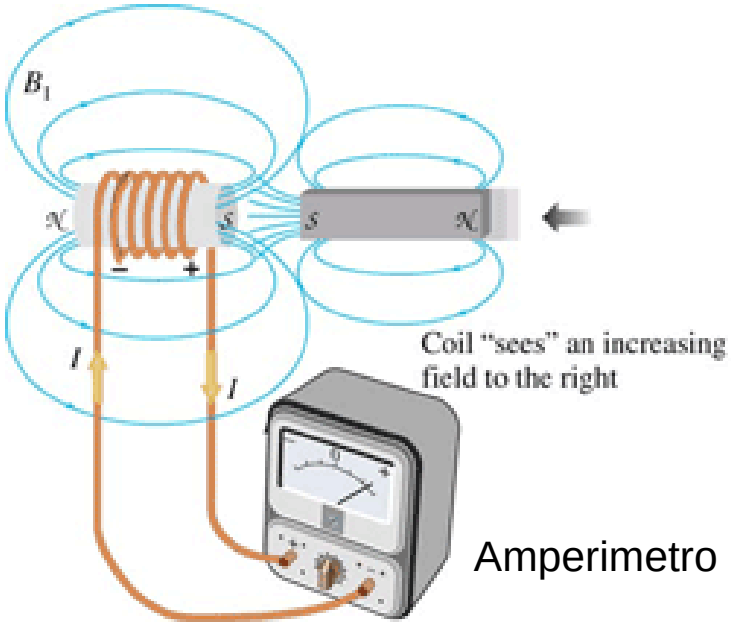
Electromagnetismo: Lorentz + 4 Maxwell

3. Ley de Faraday (Faraday-Lenz)

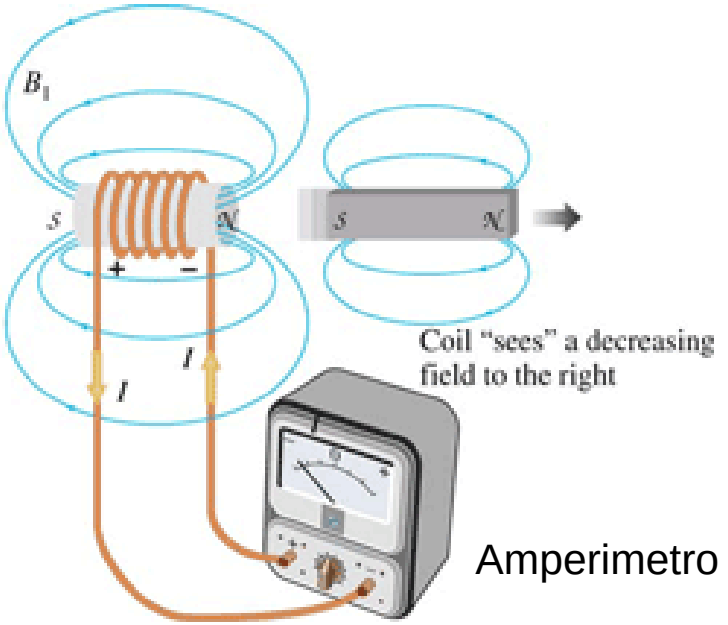
Inducción electromagnética: La variación de un campo magnético **B** induce un campo eléctrico **E**, el cual tiende a oponerse al campo que lo produce.

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad \Rightarrow \quad e = -\frac{d\phi_B}{dt} \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

La variación de un flujo magnético $\boldsymbol{\Phi_B}$ produce un voltaje **e** (f.e.m) en la superficie que atraviesa.



Amperimetro



Amperimetro

Ecuaciones de Maxwell

Electromagnetismo: Lorentz + 4 Maxwell

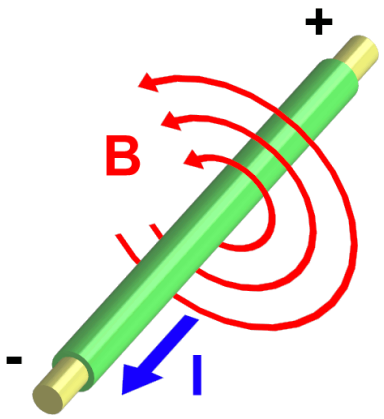
4. Ley de Ampère Generalizada

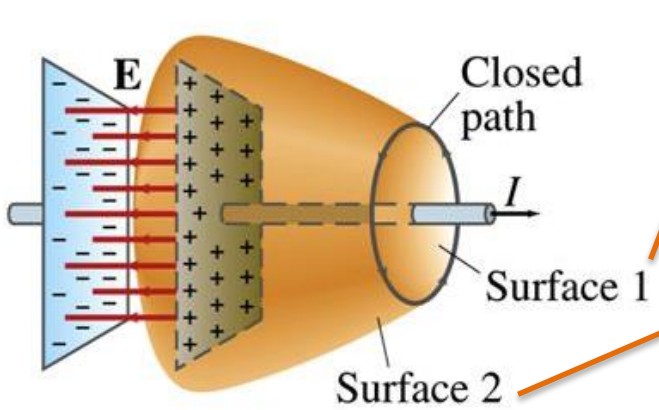
La circulación de un campo magnético **B** en un contorno cerrado es igual a la densidad de corriente **J** más el cambio de flujo de campo eléctrico **E** sobre la superficie encerrada que lo recorre.

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \underbrace{\int_S \vec{J}\cdot d\vec{s}}_{i} + \underbrace{\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{E}\cdot d\vec{s}}_{\text{Corriente de desplazamiento}}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0\vec{J} + \underbrace{\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\text{Corriente de desplazamiento}}$$

Corriente de desplazamiento: *Se agregó por Maxwell para campos variantes (caso general).*



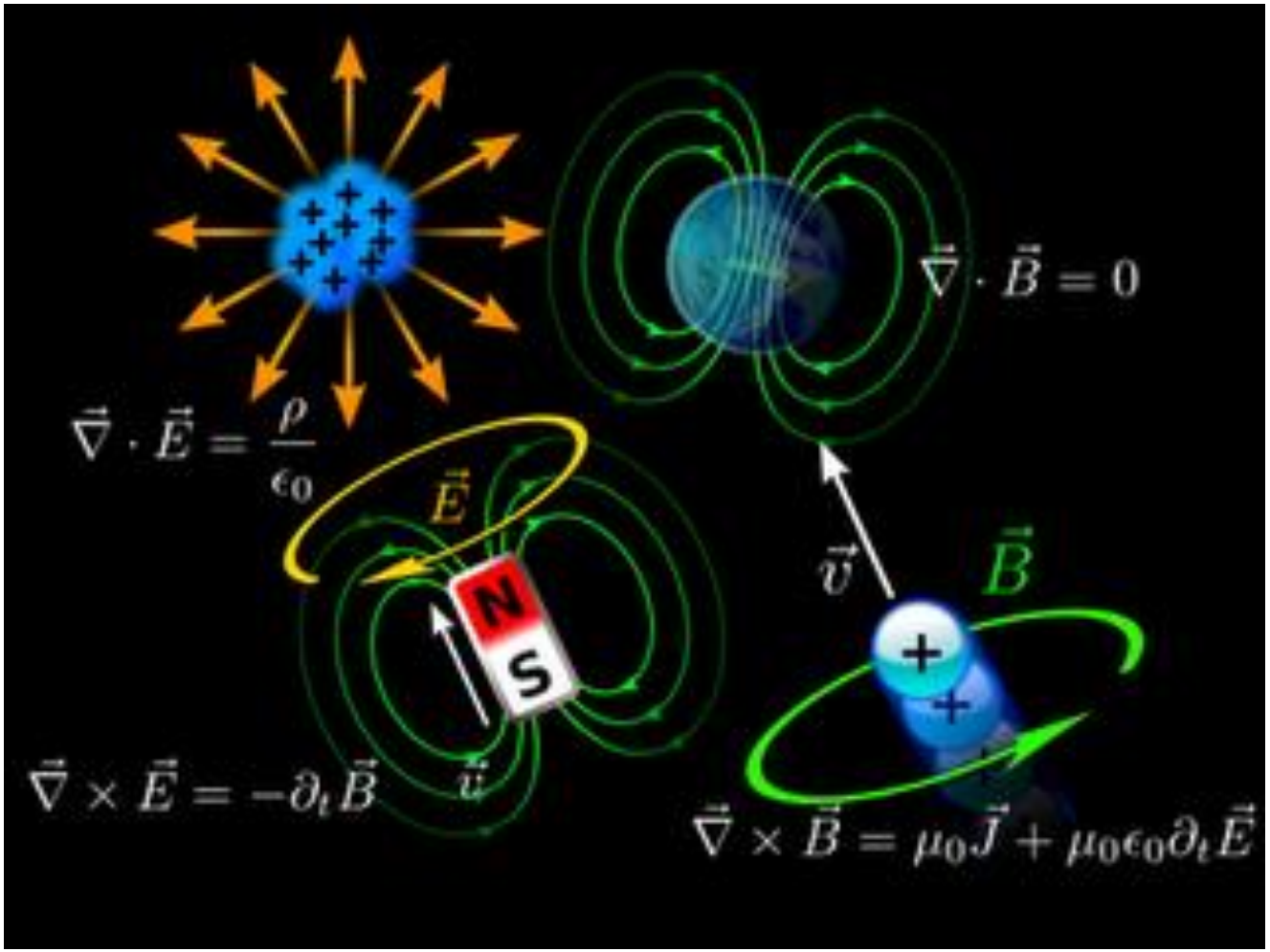


$$\oint_{C\,(surface\,1)} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_{C\,(surface\,2)} \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0?$$

Ecuaciones de Maxwell

Electromagnetismo: Lorentz + 4 Maxwell



Ecuaciones de Maxwell

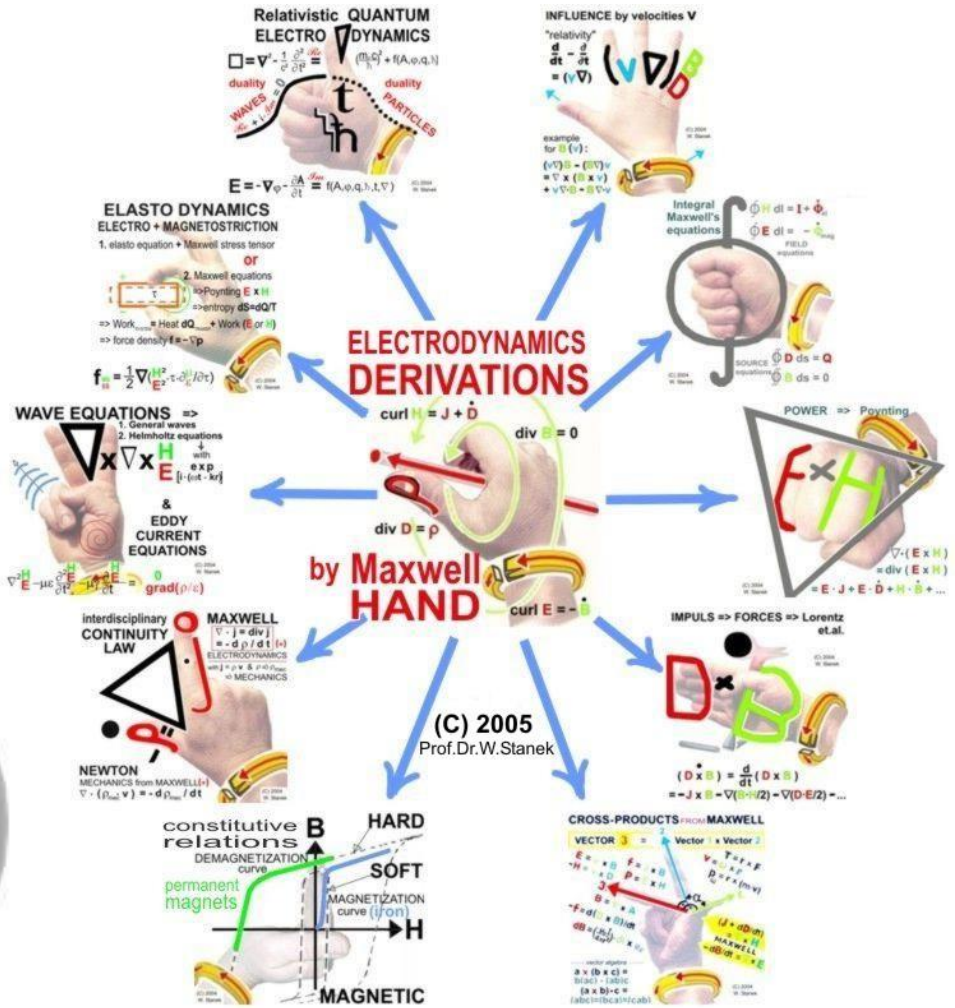
Sus conceptos deben ser recordados!!!



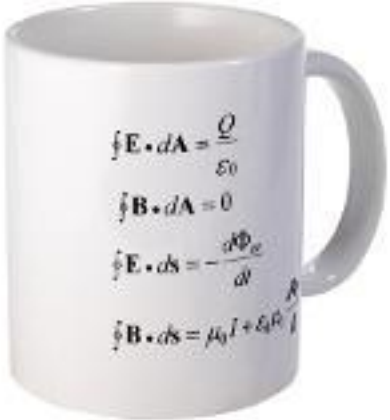












Ecuaciones de Maxwell

Sus conceptos deben ser recordados!!!

- Una carga q estática está asociada a un campo eléctrico.
- Una carga q en movimiento constituye una corriente, asociándose a un campo magnético.
- Fuentes de campo magnético: imán, corriente directa y campo eléctrico variable en el tiempo.
- Leyes de la magnetostatica: Ley de Biot-Savart y la Ley de Ampere.
- Leyes de la electrostática: Ley de Coulomb y la Ley de Gauss.

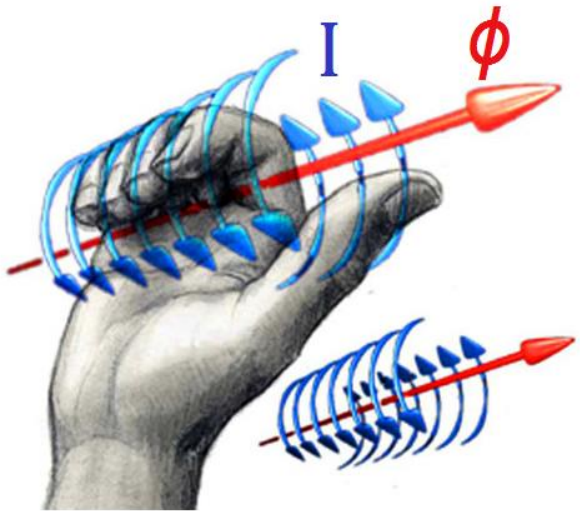
Ingeniería: Aplicación de los conocimientos

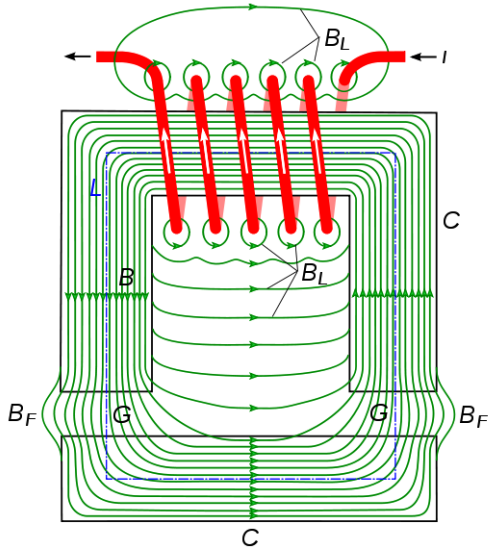
Simplificar y entender los conceptos

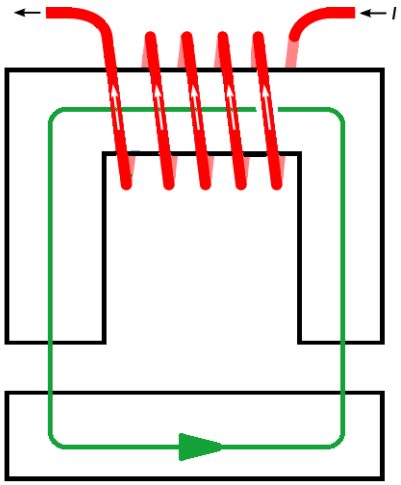
Ley de Ampère:

Una corriente "circular" genera una fuerza magnetomotriz $\Im$ (f.m.m) [A-vuelta], produciendo un flujo magnético proporcional a la reluctancia del medio.

$$\Im = \sum N \cdot I = \Re \cdot \phi_B$$







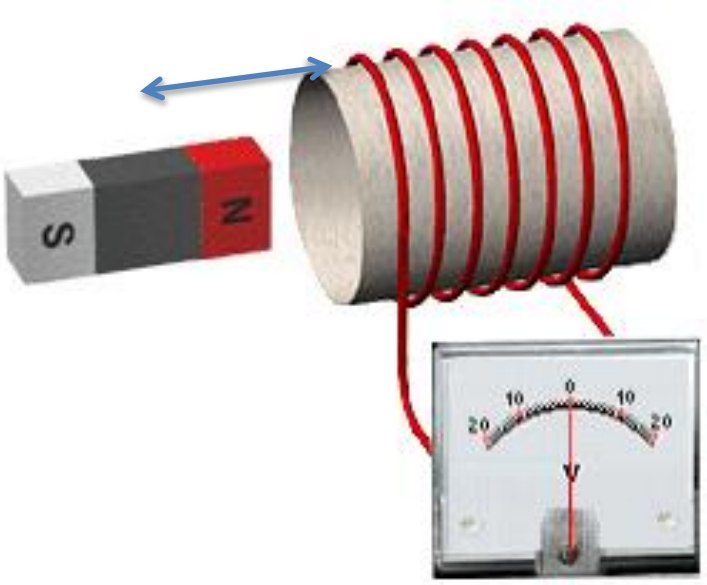
Ingeniería: Aplicación de los conocimientos

Simplificar y entender los conceptos

Ley de Faraday-Lenz:

Un flujo magnético variable genera una fuerza electromotriz e *(f.e.m) [V]. La f.e.m tiene una polaridad que tiende a generar una corriente cuyo campo magnético se oponga al ΔB que lo produjo (el flujo inducido tiene a generar un flujo total constante).*

$$e = -N\frac{d\phi_B}{dt}$$



Ingeniería: Aplicación de los conocimientos

Simplificar y entender los conceptos

Ley de Faraday-Lenz:

Inductancia Mutua (M)

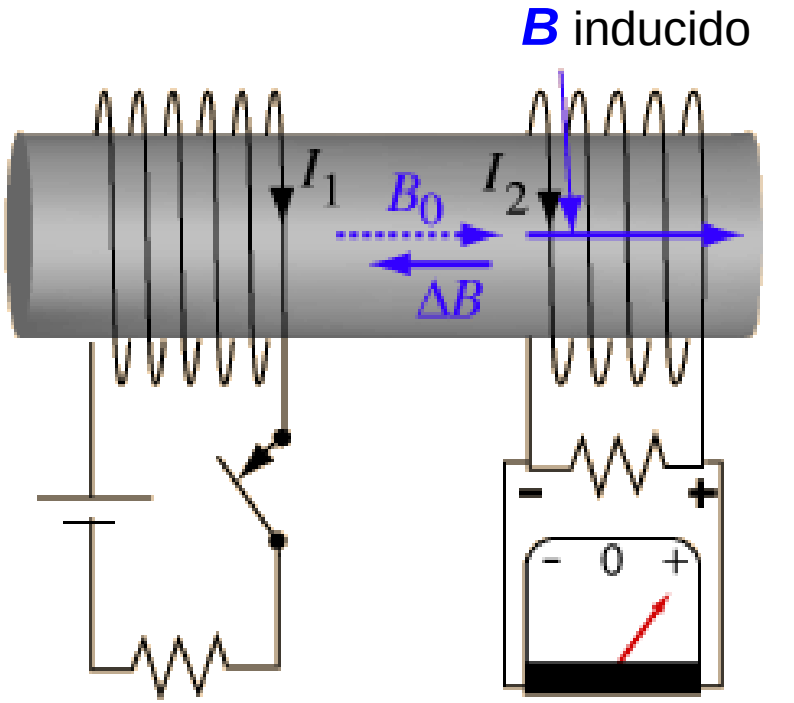
Es el efecto de producir una f.e.m en una bobina debido al cambio de corriente en otra bobina acoplada.

$$M_{21} = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

$$0 \leq k \leq 1$$

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{21} \frac{di_2}{dt}$$

¿Qué sucede si después cerramos el circuito?



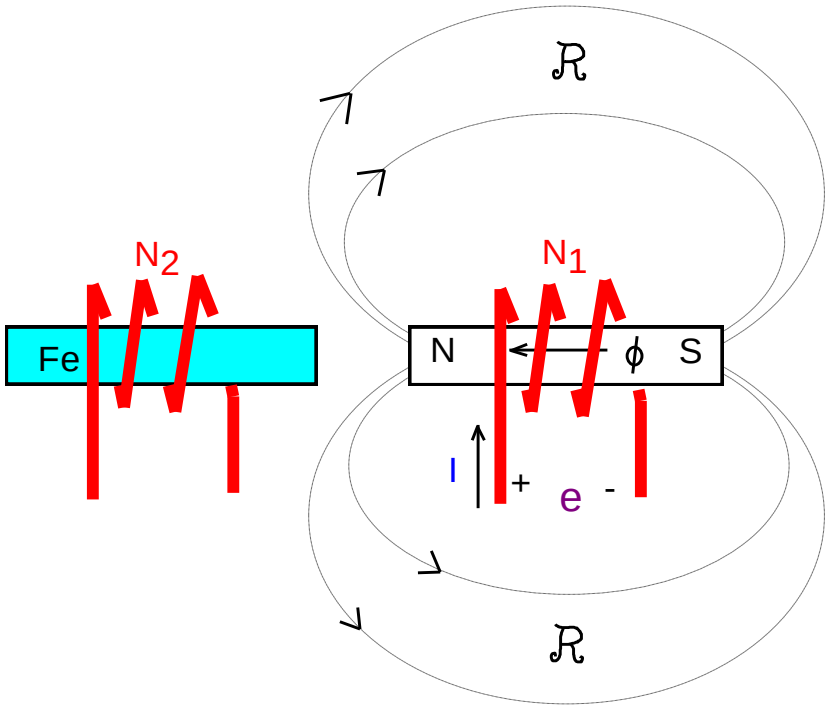
Se abre el circuito y la corriente decae

Se induce un voltaje que se opone al cambio de B

Ojo: ver que la bobina actúa como "generador" de corriente (cuidado con la polaridad de la fem generada).

Ejemplos

Veamos si comprenden los conceptos



① I es continua y N_2 está abierto.

② I es continua y N_2 está en cortocircuito.

③ I es sinusoidal y N_2 está abierto.

④ I es sinusoidal y N_2 está en cortocircuito.

⑤ se aplica un escalón de tensión en la bobina N_1.

⑥ se aplica un escalón de corriente I en la bobina N_1.

⑦ las mismas situaciones anteriores pero el núcleo de la bobina N_2 es de material no magnético (plástico, madera, etc).

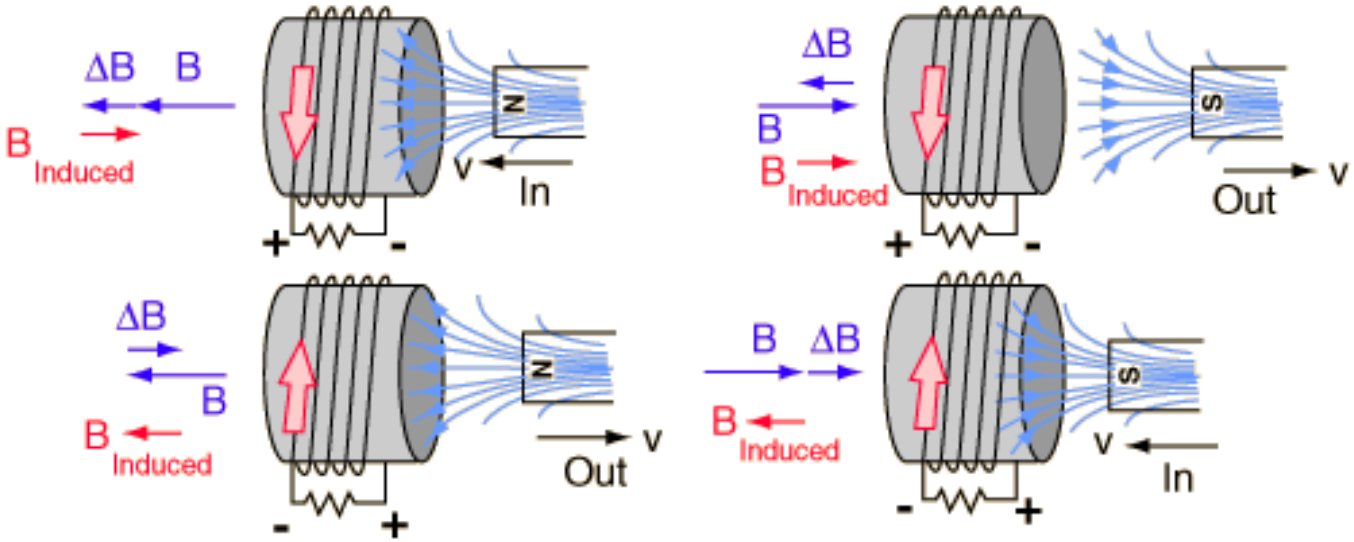
⑧ el núcleo de N_2 es de material conductor (cobre, aluminio, etc).

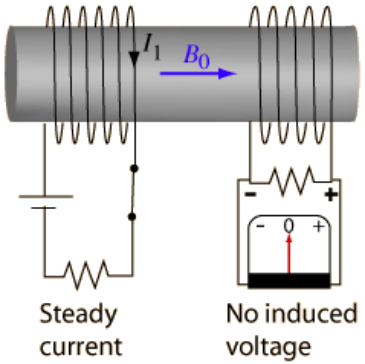
Bobinas empotradas a los núcleos

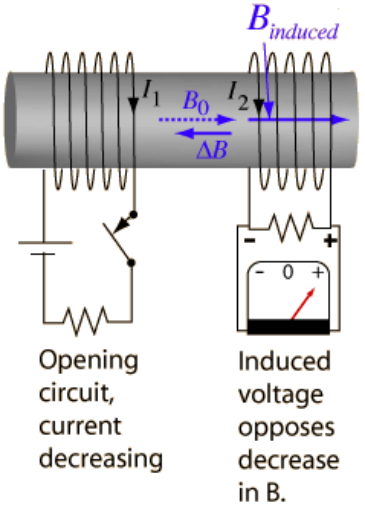
Otros Ejemplos

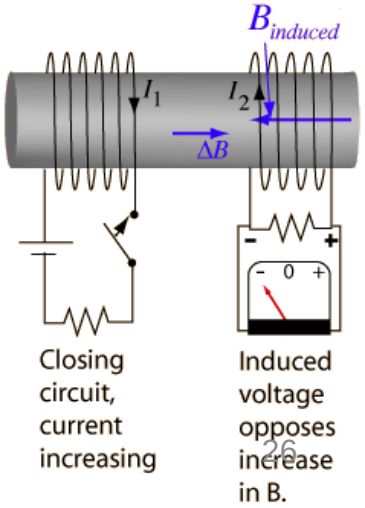
Ley de Faraday-Lenz

$$e = -N\frac{df_B}{dt}$$



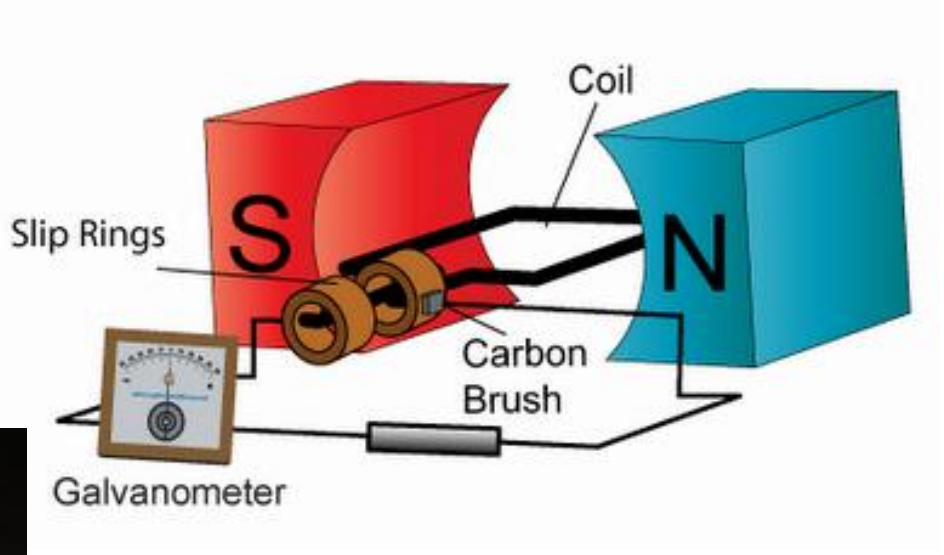


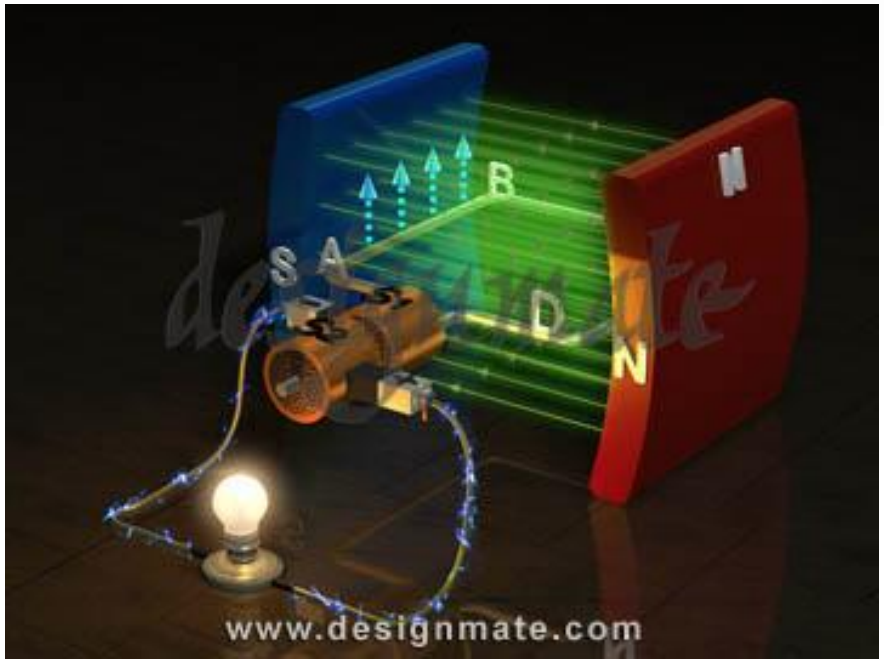




Ejemplos

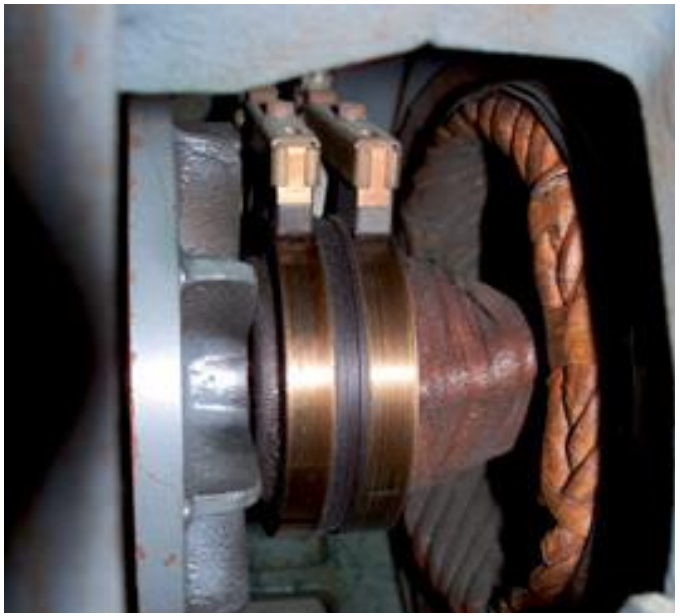
Veamos si comprenden los conceptos

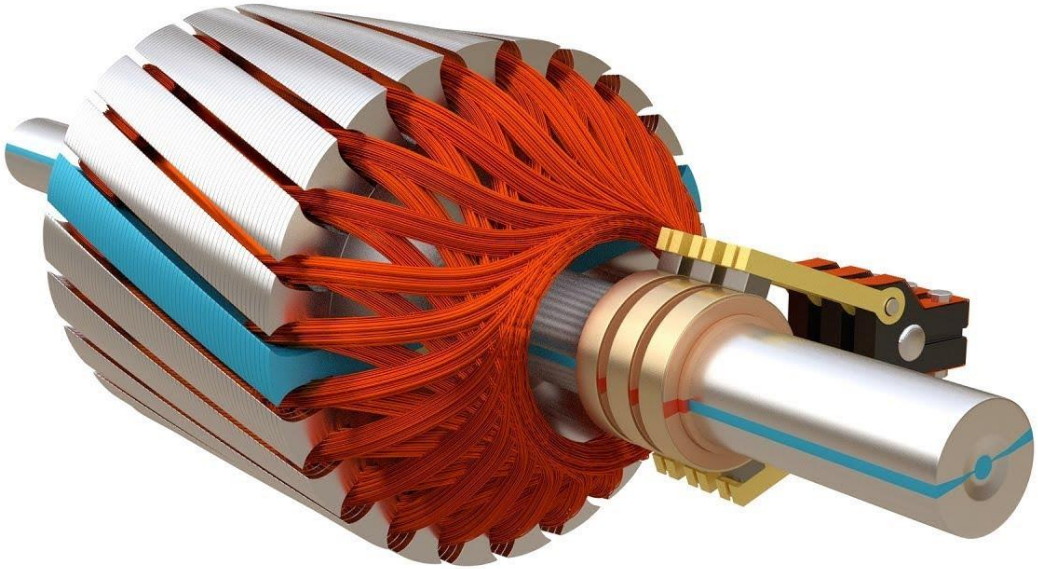


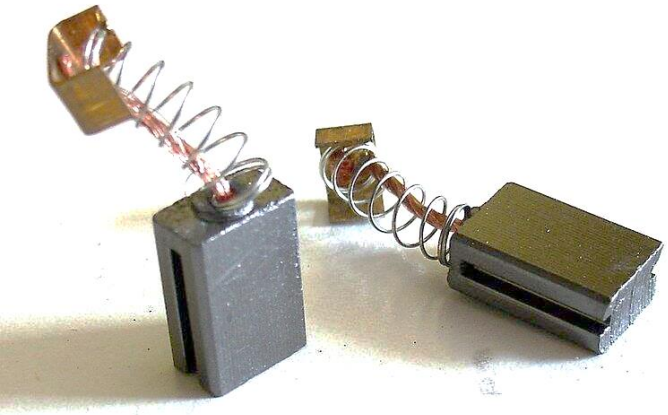


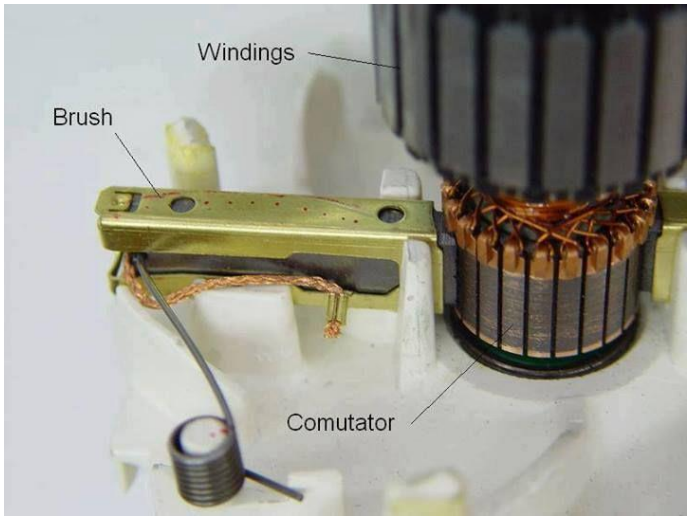
Ejemplos

Veamos si comprenden los conceptos





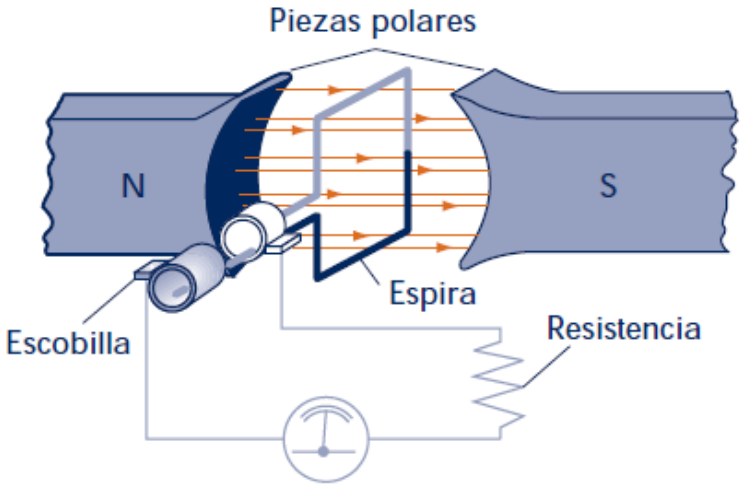


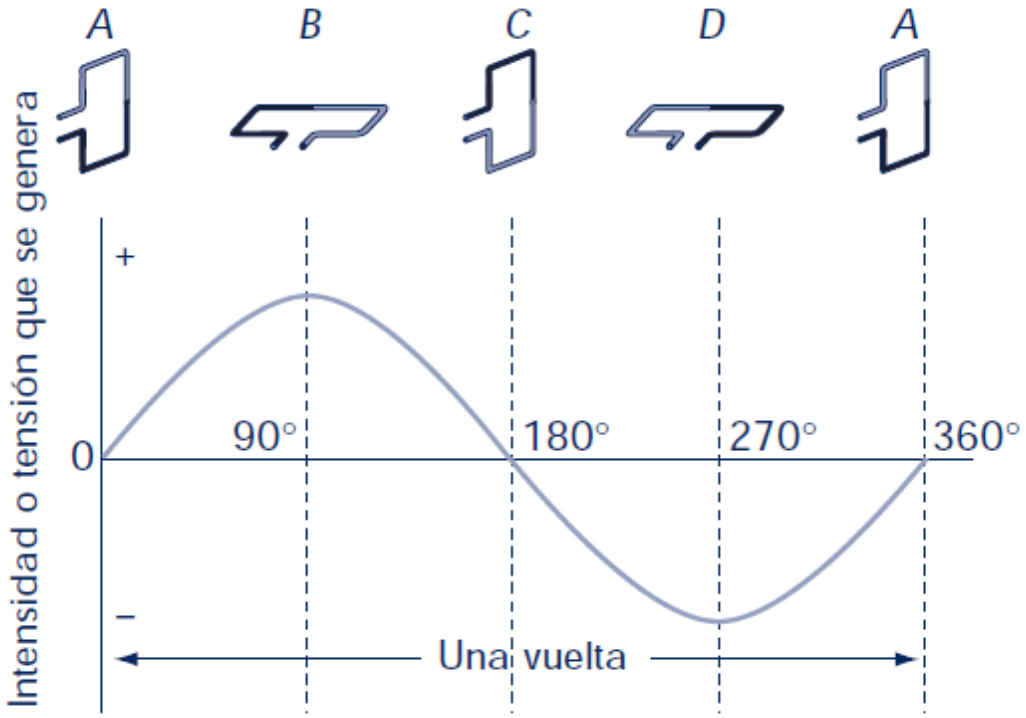


Ejemplos

Veamos si comprenden los conceptos

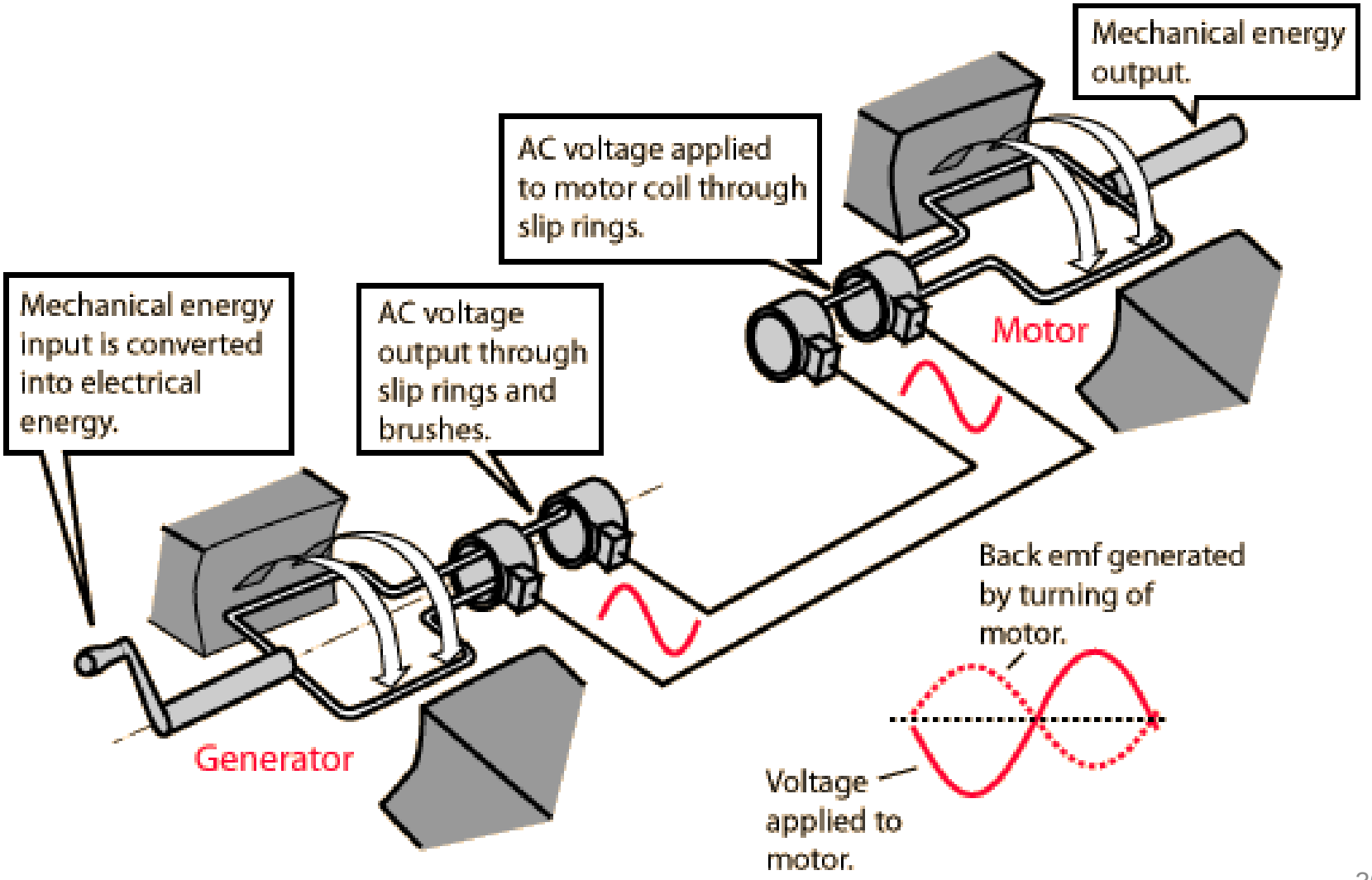
$$e = - N \frac{df_B}{dt}$$



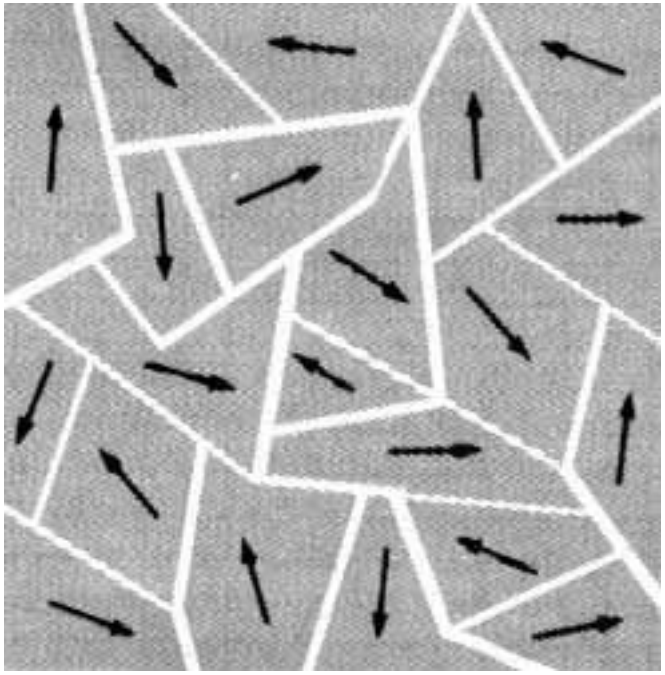


Ejemplos

Veamos si comprenden los conceptos



Materiales Magnéticos



Materiales Magnéticos
Magnetización

Susceptibilidad magnética (χ_m): Las propiedades magnéticas de un material se definen en función de su susceptibilidad magnética (adimensional).

$$\vec{B} = \mu\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu_0(1+\chi_m)\vec{H} = \mu_0(\vec{H}+\vec{M})$$

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M}$$

Campo magnético debido a H (e.g. corriente)

Campo magnético debido al medio (e.g. hierro)

Imanación, magnetización ó imantación (M): cantidad de momentos dipolares que son magnetizados por el material (momento magnético).

$$\vec{M} = \chi_m\vec{H}$$

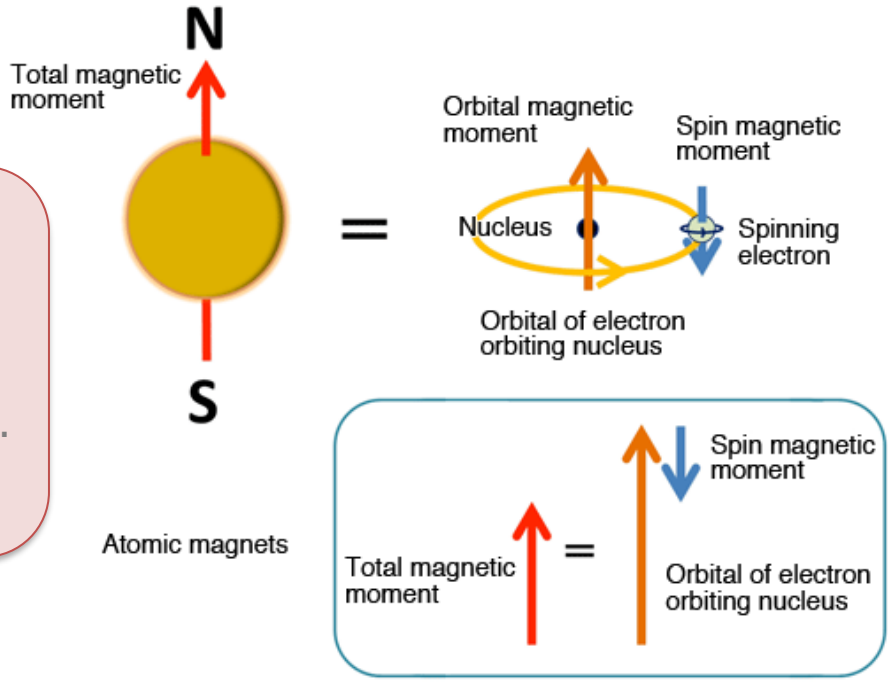
x_m varía (no lineal) en materiales ferromagnéticos generando la histéresis (curva B-H no lineal)

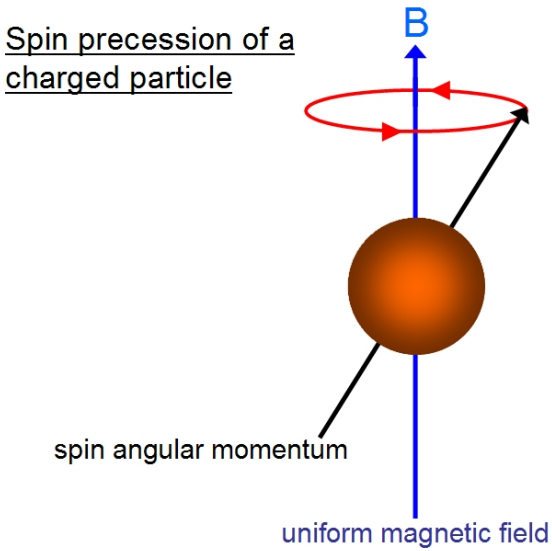
Diamagnéticos	$\mu_r \approx< 1$	$\chi_m \approx< 0$	**M** despreciable y negativa
Paramagnéticos	$\mu_r \approx> 1$	$\chi_m \approx> 0$	**M** despreciable y positiva
Ferromagnéticos	$\mu_r \gg 1$	$\chi_m \gg 0$	**M** apreciable y positiva

Materiales Magnéticos
Magnetización

Momento Magnético del electrón:

Es producido por el Momento angular (spin) y el Momento orbital del electrón.





Teorema de Larmor:

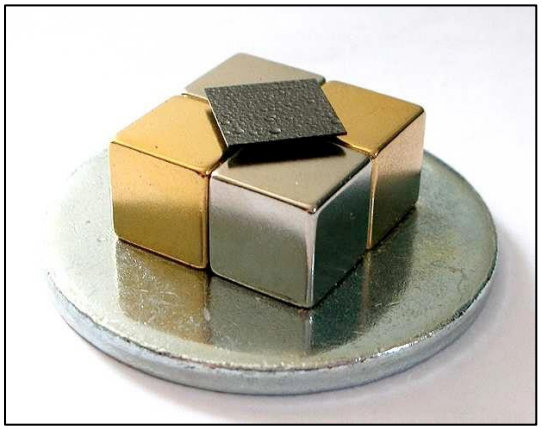
La aplicación de un campo magnético a una partícula cargada en una órbita produce un movimiento de precesión adicional al movimiento original.

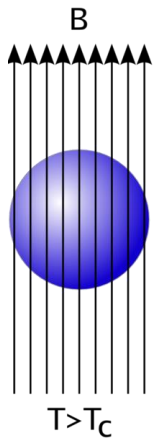
Materiales Magnéticos
Magnetización

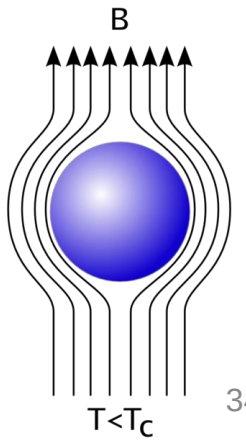
Materiales Diamagnéticos: $\mu_r \approx< 1$ $\chi_m < 0$ (imanación negativa)

- Crean un campo magnético que se opone al externo.
- Al aplicar un campo magnético se genera una **fuerza de Lorentz** sobre los electrones de los átomos que provoca un cambio en su velocidad angular (cambio en la corriente) que crea un momento magnético inducido que se opone al flujo que lo produce (**Ley de Faraday**).
- El diamagnetismo está presente en todos los materiales pero en la mayoría es muy pequeño y es despreciable frente a fenómenos más fuertes (ferromagnet.).
- Agua, carbono, grafito, grafito pirolítico, bismuto, mercurio, plata, plomo, cobre, agua, etc. Un superconductor es un diamagnético perfecto.





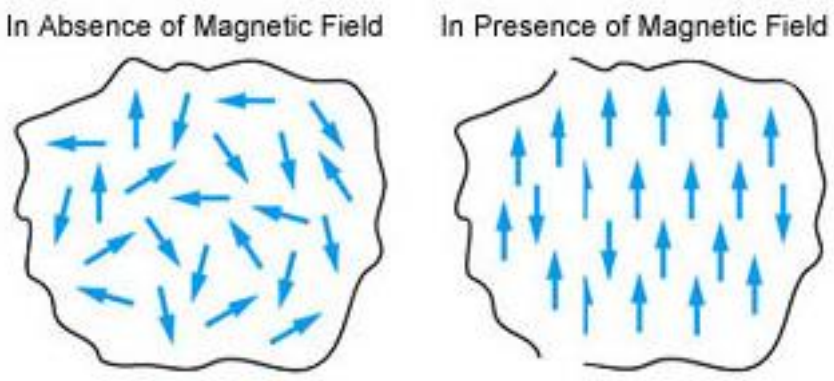




Materiales Magnéticos
Magnetización

Materiales Paramagnéticos: $\mu_r \approx> 1$ $\chi_m > 0$ (imanación positiva)

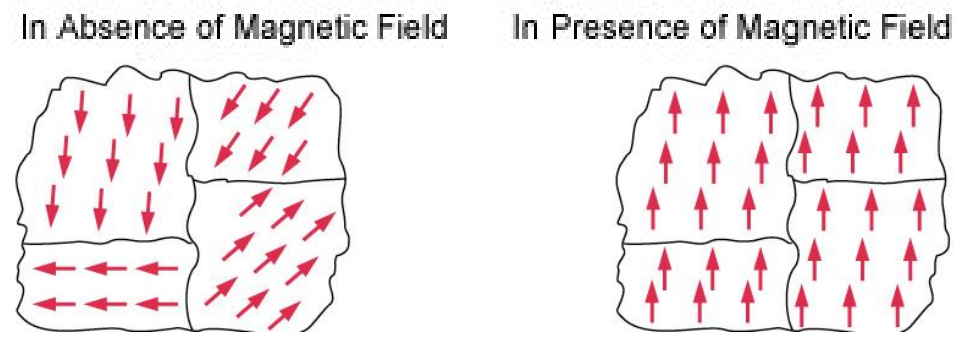
- Crean un campo magnético que se alinea con el externo (fenómeno débil pero aproximadamente 100 veces mayor que el diamagnetismo).
- Al aplicar un campo magnético, además de generarse diamagnetismo, los **momentos magnéticos moleculares tienden a alinearse** en el sentido del campo, principalmente por el momento dipolar magnético del espín del electrón.
- El efecto es contrarrestado por las vibraciones térmicas aleatorias, reduciendo la coherencia entre momentos magnético (el fenómeno paramagnético depende **inversamente de la Tº debido al aumento de entropía**).
- Tungsteno, cesio, aluminio, litio, manganeso, sodio, titanio, wolframio, etc.

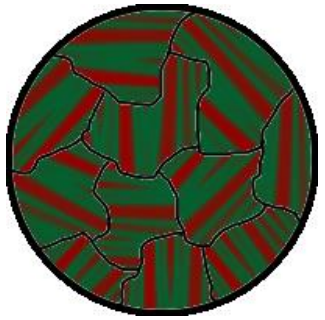


Materiales Magnéticos
Magnetización

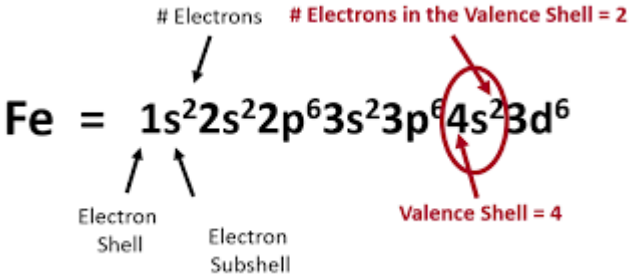
Materiales Ferromagnéticos: $\mu_r \gg 1$ $\chi_m \gg 0$ (imanación muy positiva)

- Tienen una imanación grande incluso bajo campos magnéticos débiles y están divididos en **dominios magnéticos** separados por **paredes de Bloch**. Los dominios generalmente tienen un tamaño de 10^{-6} a 10^{-2} cm^3.
- Los momentos magnéticos están alineados en cada dominio magnético.
- Al aplicar un campo magnético los dominios magnéticos tienden a alinearse en el sentido del campo (proceso complejo que explica la histéresis). El ferro-magnétismo **depende inversamente de la Tº** debido al aumento de entropía.
- **Hierro, níquel, cobalto, tierras raras** (gadolinio y dysprosio), magnetita (natural) y manganeso tratado. obs: acero inoxidable y al manganeso no lo son.





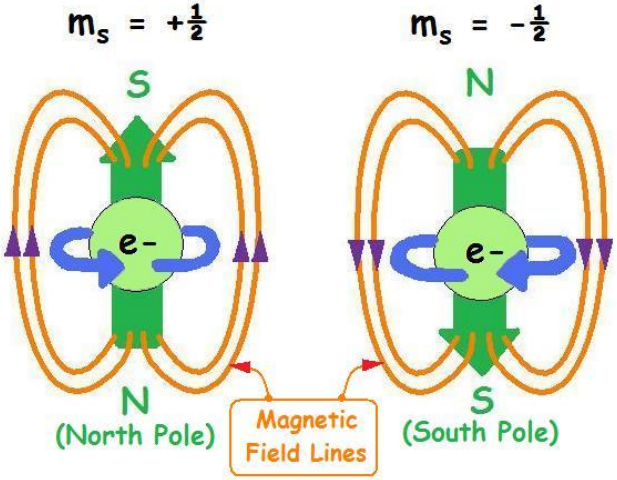
Materiales Magnéticos
Magnetización

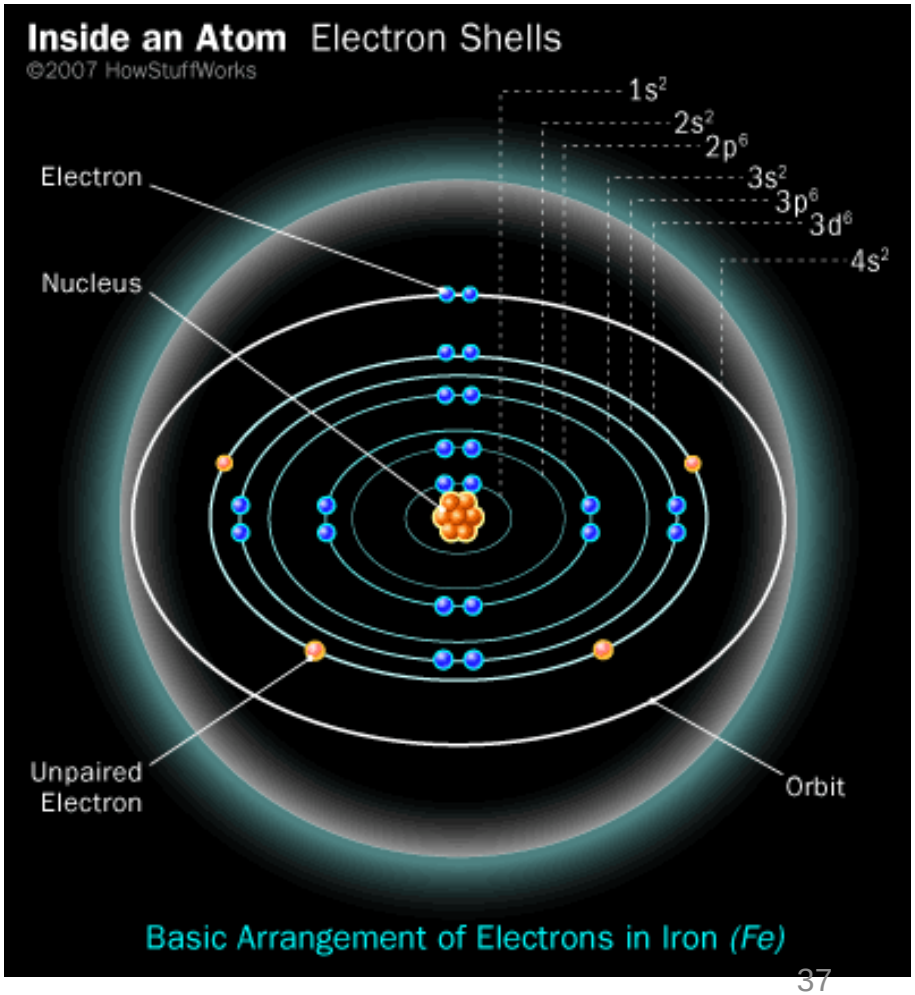


Materiales Ferromagnéticos

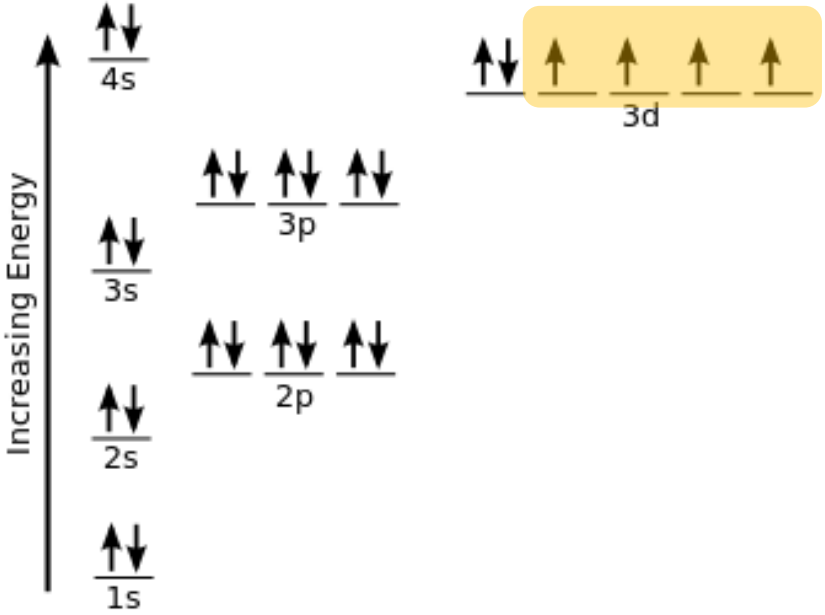
E.g. Hierro:

- Tiene **4 electrones libres** o no pareados (espines + y -).
- Los electrones libres dan condiciones para que se genere **diamagnetismo**, pero las fuerzas de intercambio **cuánticas** hacen que los espines se alineen.



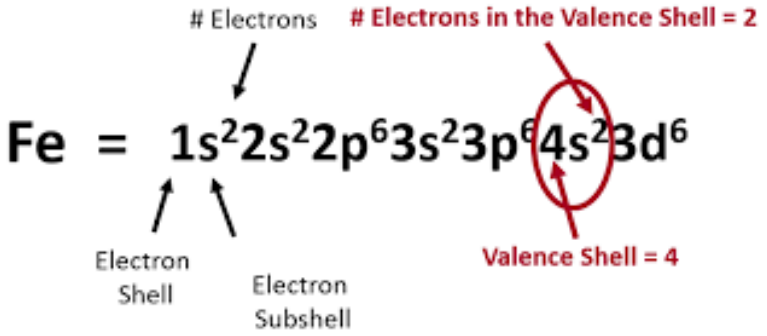


Materiales Magnéticos
Magnetización



	Subniveles u orbitales				
nivel	s	p	d	f	Máx.e
1	2				2
2	2	6			8
3	2	6	6		18
4	2				32
5					32
6					18
7					

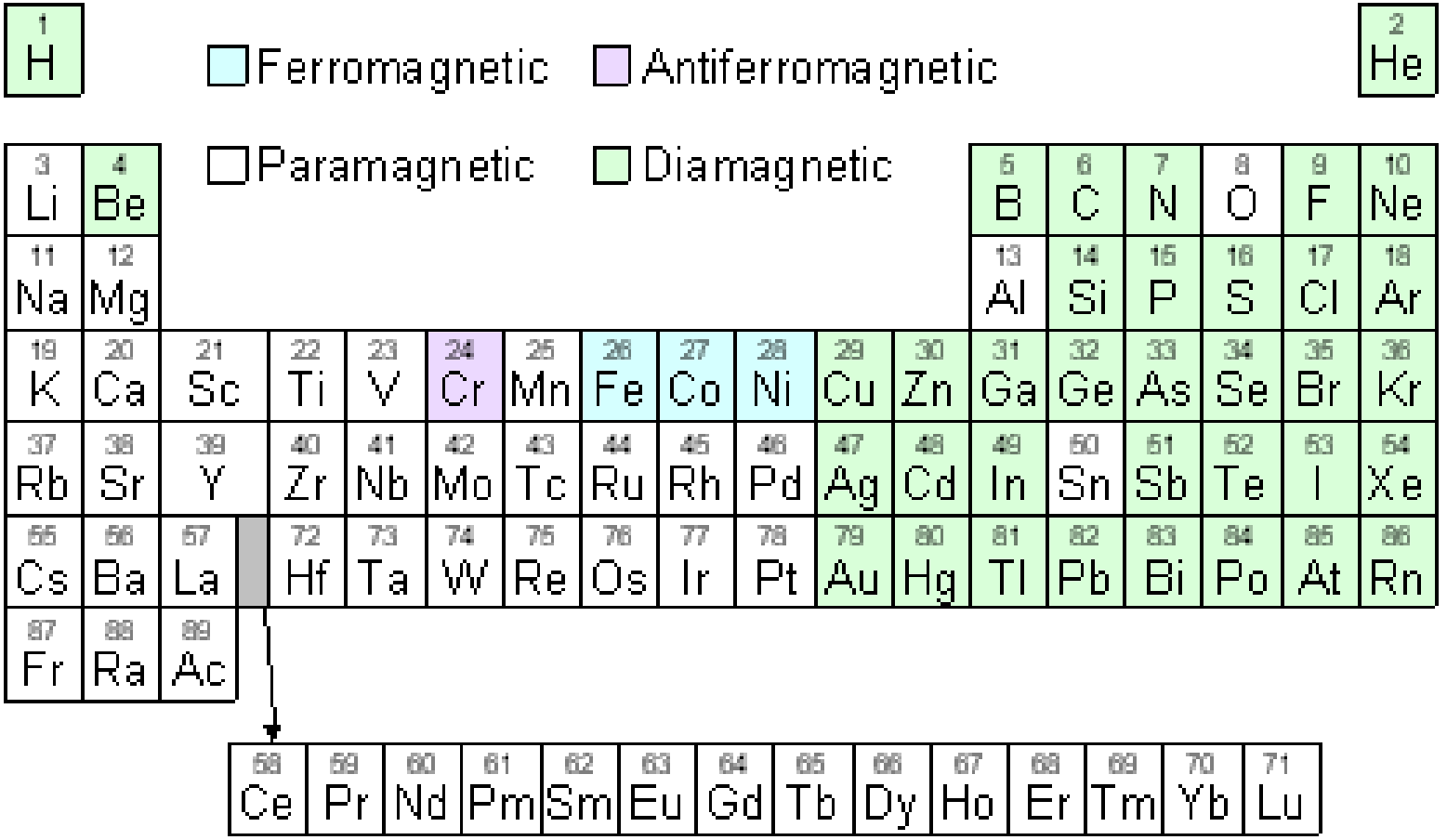
El principio de exclusión de Pauli establece que dos electrones en el mismo átomo no pueden tener valores idénticos para los cuatro números cuánticos. En otras palabras:
(1) no más de dos electrones pueden ocupar el mismo orbital y
(2) dos electrones en el mismo orbital deben tener espines opuestos.



Regla de Hund: antes de la doble ocupación de cualquier orbital, cada orbital en el subnivel está ocupado individualmente. Para la maximización del espín total, todos los electrones en un solo orbital de ocupación tienen el mismo espín.

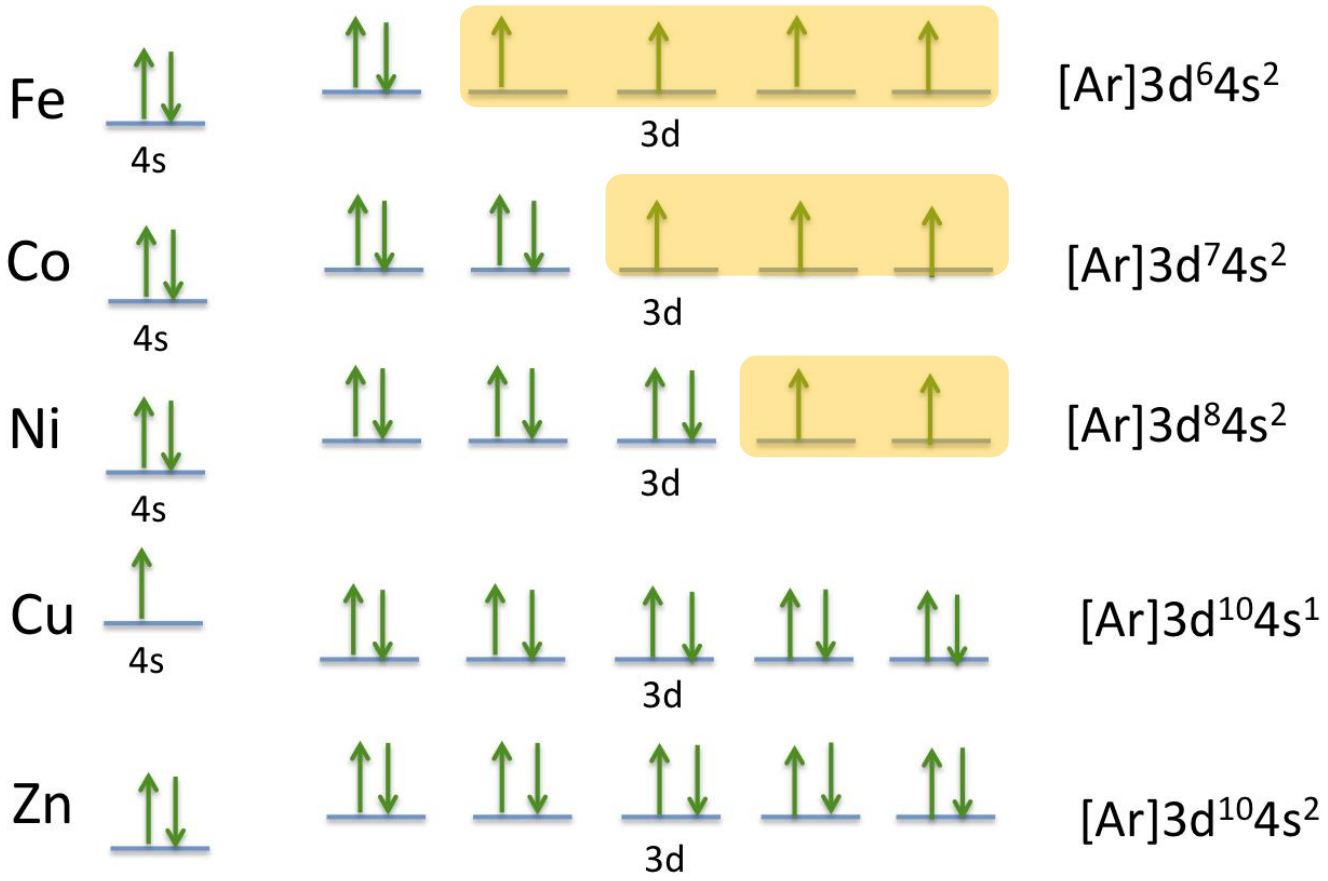
Materiales Magnéticos

Magnetización



Tarea: Investigue las propiedades del superconductor, cobre, aluminio, ferrita, tierras raras, hierro, acero eléctrico, permalloy y metglas.

Materiales Magnéticos
Magnetización

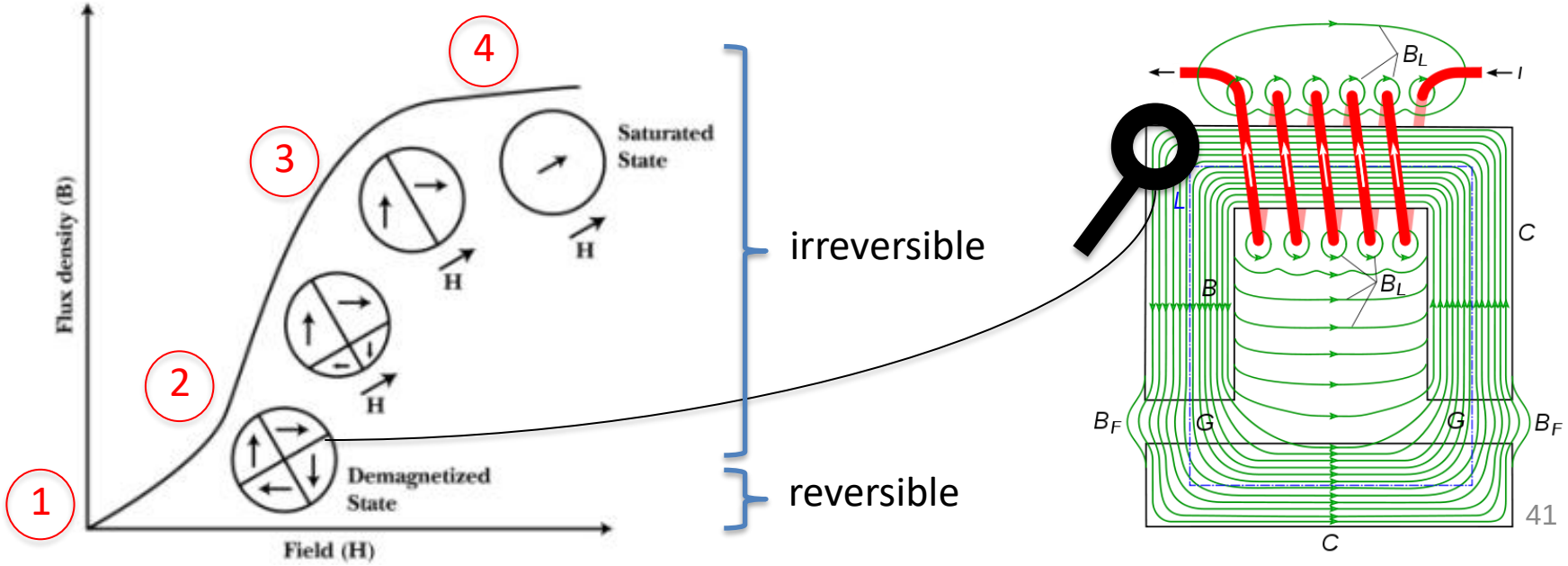


https://socratic.org/questions/how-many-unpaired-electrons-are-in-an-atom-of-co-in-its-ground-state-a-7-b-1-c-3

Materiales Magnéticos
Curva de Magnetización

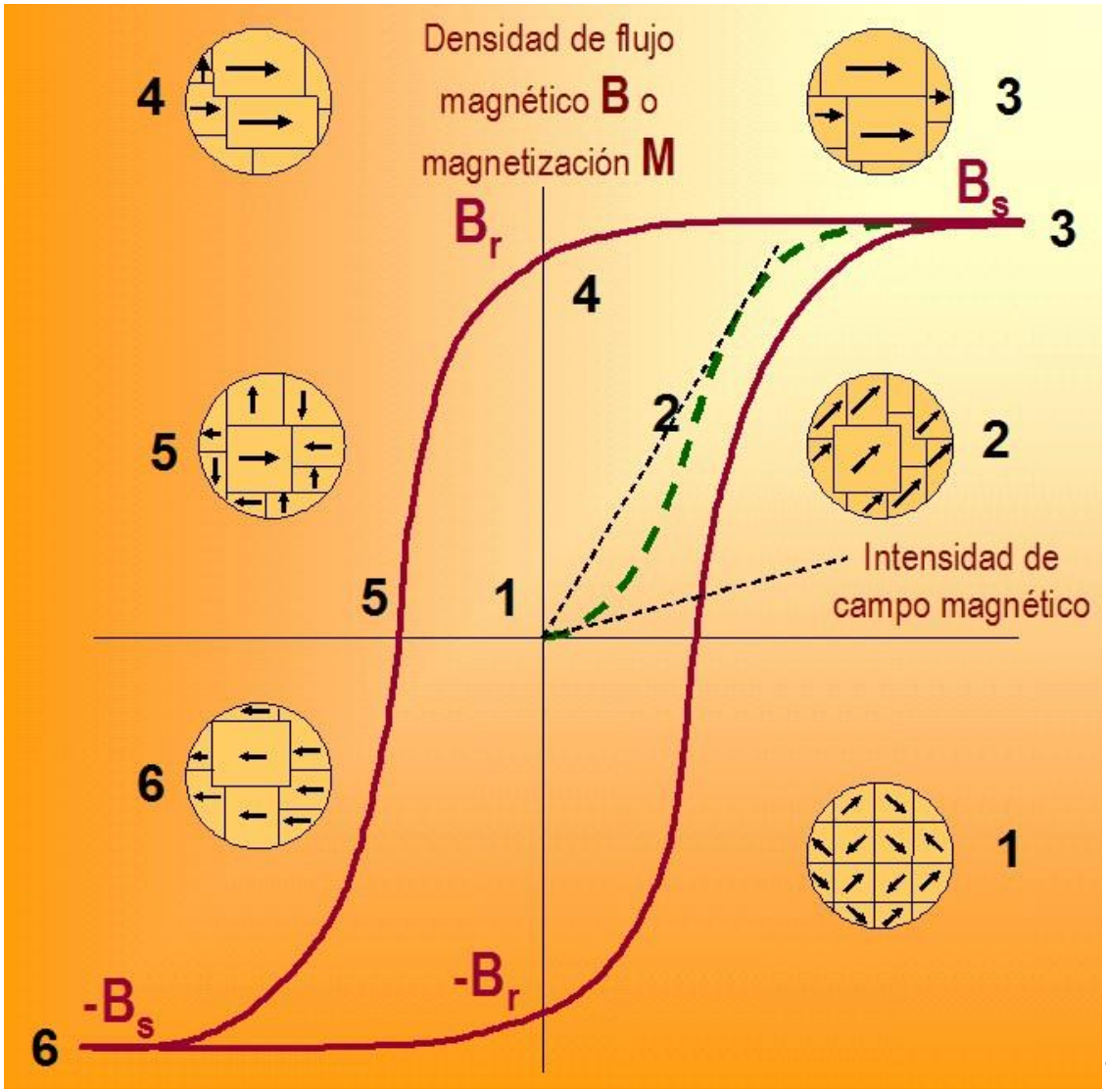
Proceso de Magnetización

① El material es magnéticamente neutro (dominios al azar)
② Al aplicar un H pequeño se produce un aumento en las paredes a favor de los dominios alineados con H (proceso reversible: al eliminar H desaparece B)
③ Al elevar H siguen aumentando las paredes de los dominios alineados y se producen bruscas rotaciones en los momentos magnéticos de los dominios no alineados (irreversible: al eliminar H los momentos rotados permanecen)
④ H alcanza un valor alto H* y todos los dominios se alinean y el material se satura (μ_r =1).



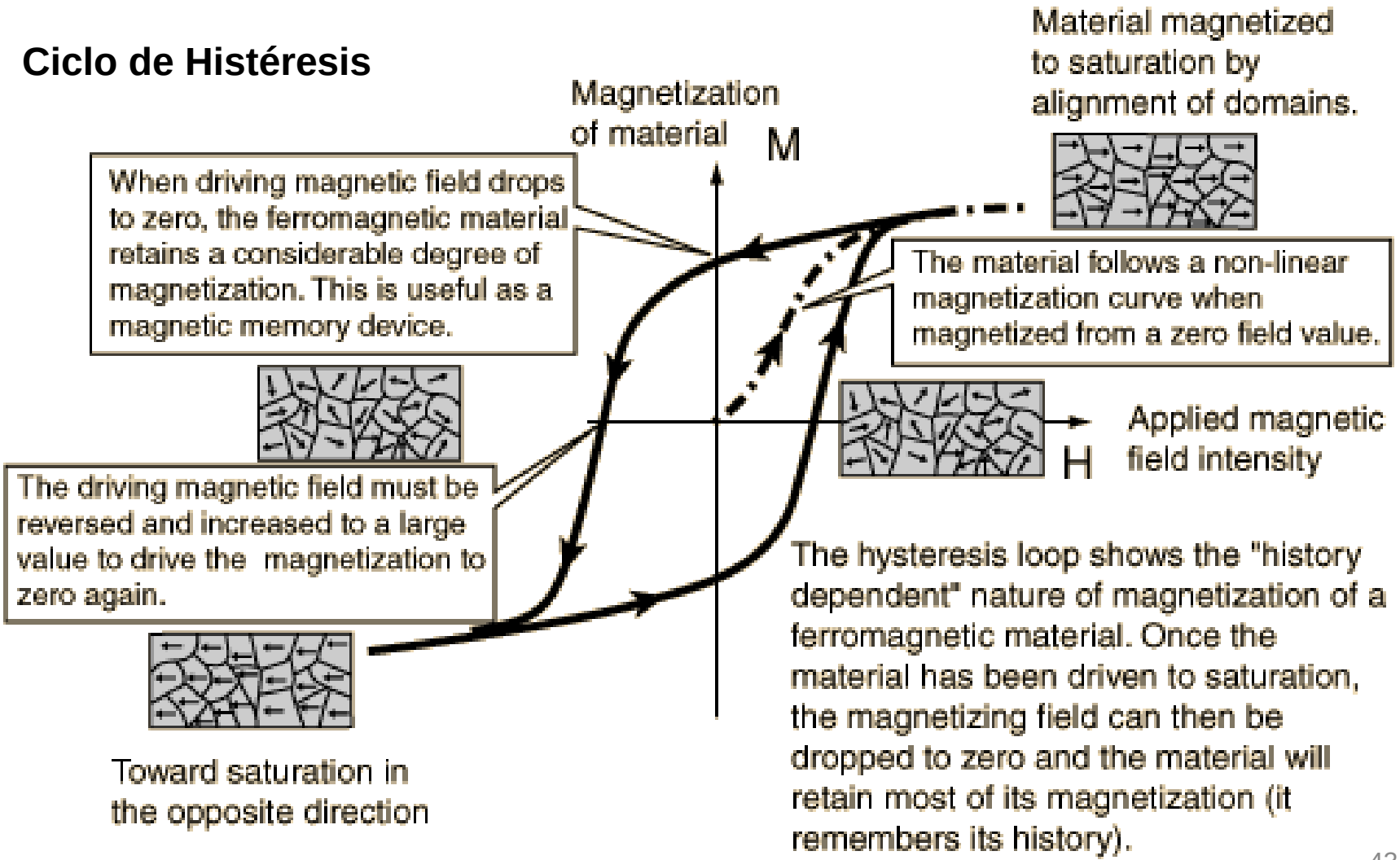
Materiales Magnéticos
Curva de Magnetización

Ciclo de Histéresis



Materiales Magnéticos
Curva de Magnetización

Ciclo de Histéresis



Materiales Magnéticos
Curva de Magnetización

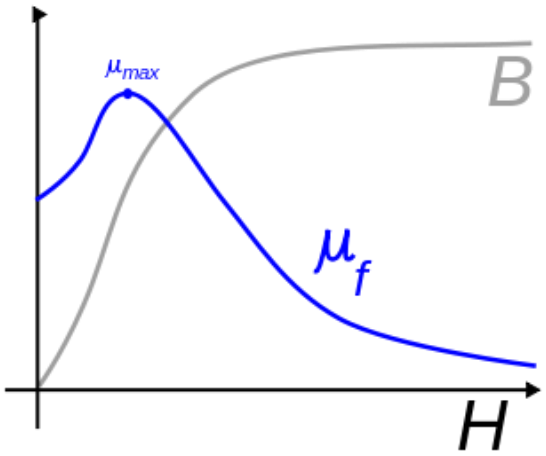
Ciclo de Histéresis:

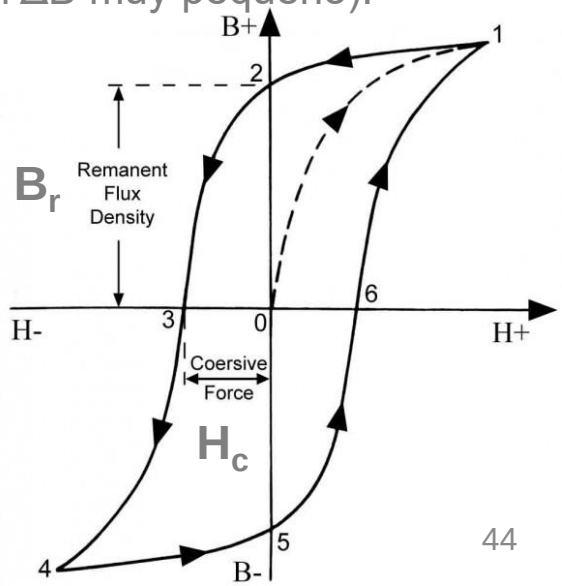
Remanencia (B_r): capacidad de retener un campo $\mathbf{B_r}$ en ausencia de una intensidad de campo magnético **H** (se calcula como el $\mathbf{B_r}$ resultante después de saturarlo y eliminar **H**). La "fuerza" de un imán depende directamente de su remanencia.

Coercitividad (H_c): Es la intensidad de campo $\mathbf{H_c}$ que se debe aplicar a un material para eliminar su densidad de flujo $\mathbf{B_r}$ remanente. Un imán debe tener una alta coercitividad para mantener sus características.

Saturación: Cuando la **permeabilidad** (μ=**B**/**H**) del material disminuye drásticamente y se comporta como paramagnético (aumento en H genera un ΔB muy pequeño).

Pérdidas: Proporcional al área de la curva de histéresis.



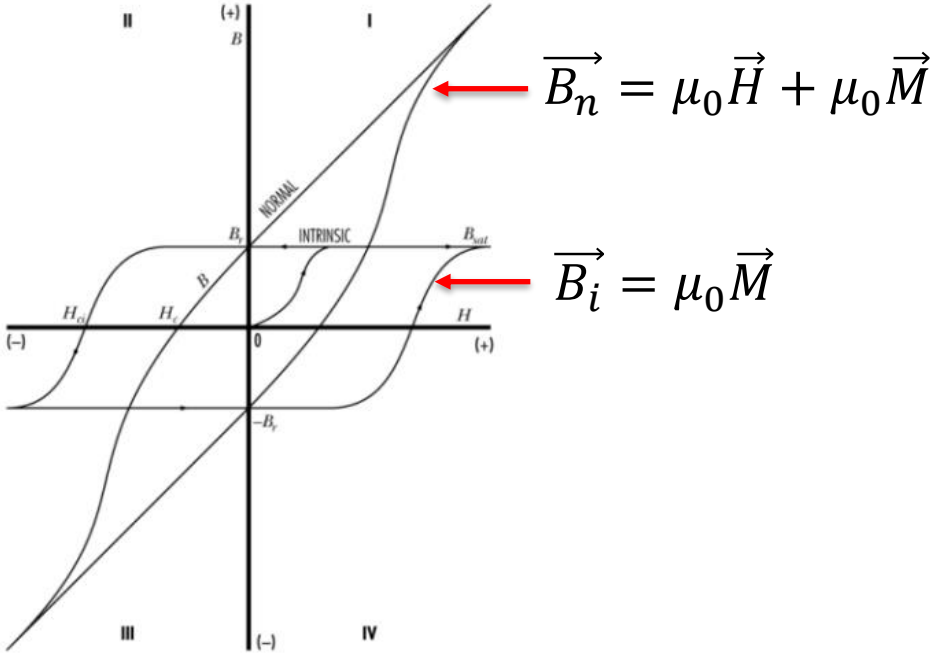


Imanes: Curva de Magnetización

$$\vec{B} = \mu\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H}$$
$$= \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H}$$
$$= \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M}$$

Material	Relative Permeability
Iron (99.95% purity, annealed in Hydrogen)	200,000.00
Permalloy	8,000.00
Electrical Steel	4,000.00
Ferrite	640.00
Neodymium Magnet	1.05
Air	1.00
Superconductors	0



$$\overrightarrow{B_n} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M}$$

$$\overrightarrow{B_i} = \mu_0\vec{M}$$

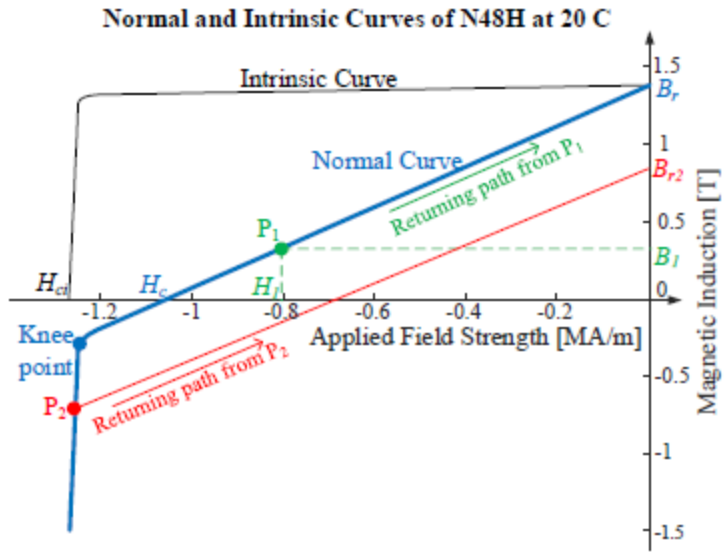
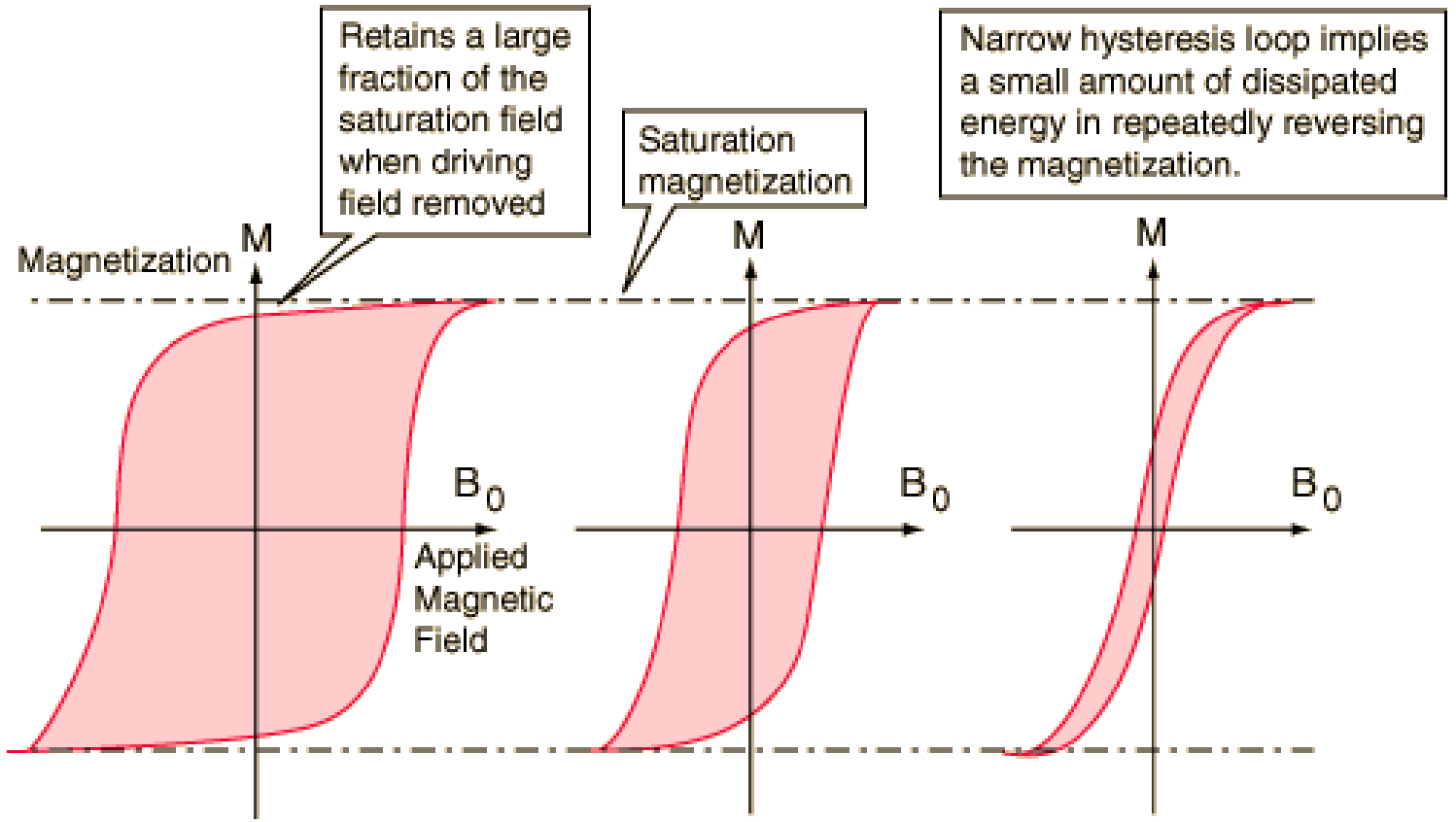
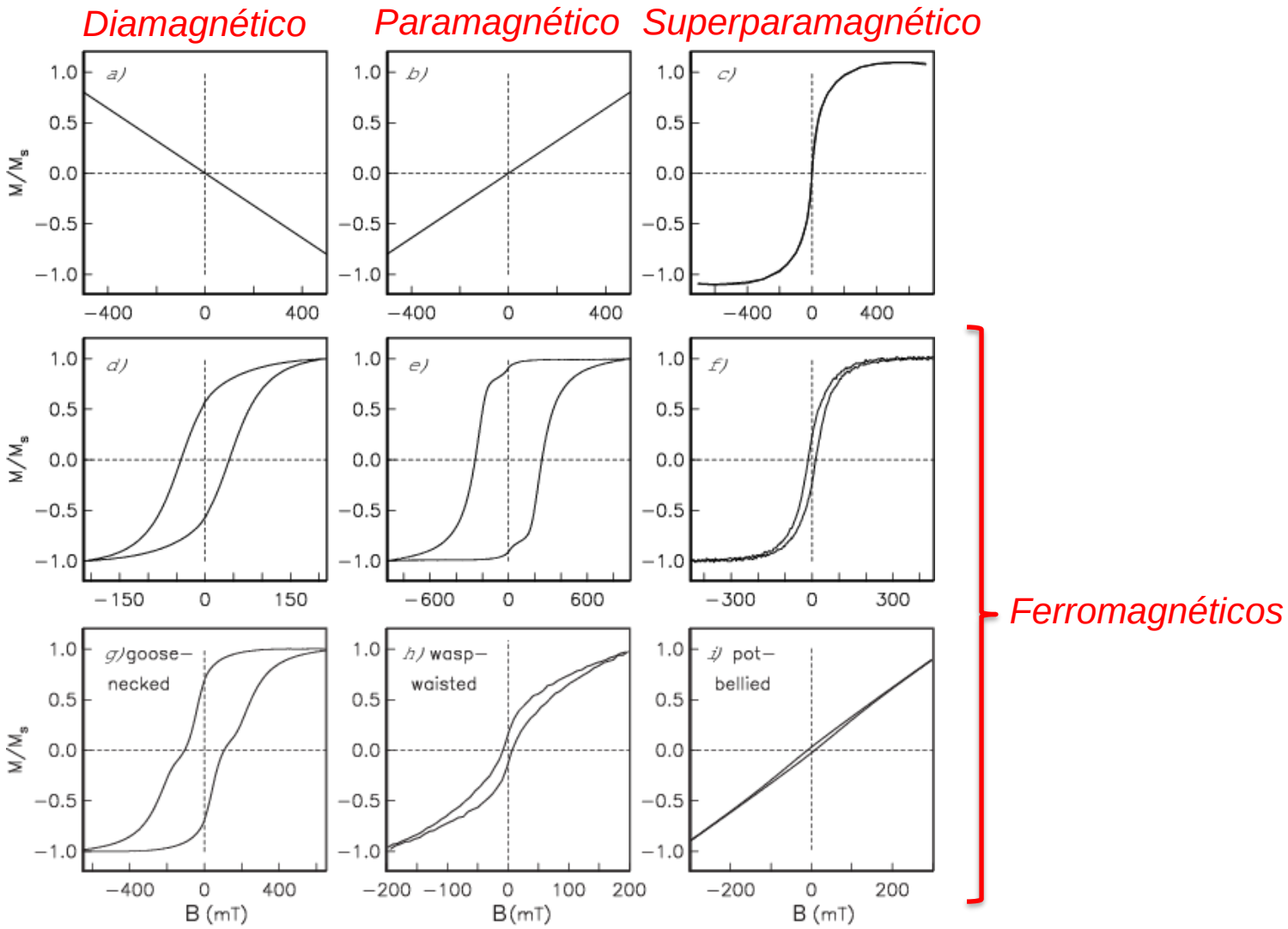


Fig. 1. Normal and intrinsic curves of a typical Nd-Fe-b magnet and magnet operating trajectory during demagnetization.

Materiales Magnéticos
Curva de Magnetización



Materiales Magnéticos
Curva de Magnetización



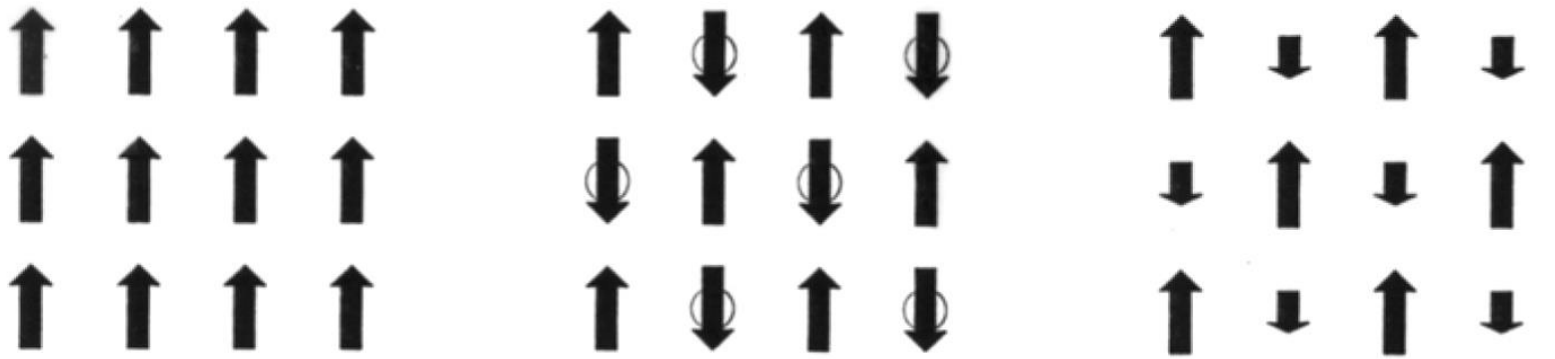
Materiales Magnéticos
Curva de Magnetización

Otros Materiales Ferromagnéticos: Casos especiales

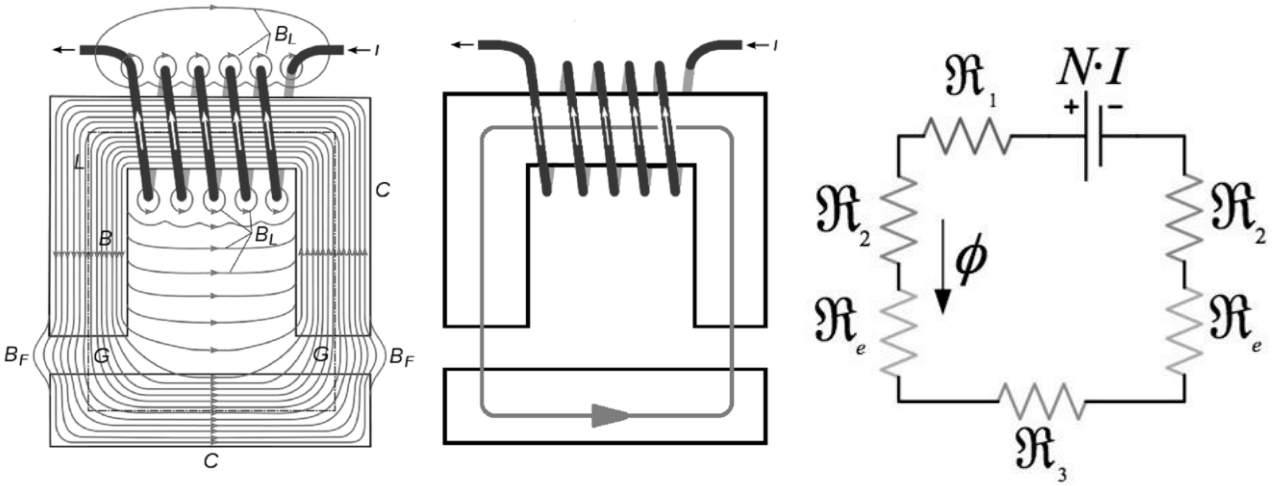
- **Antiferromagnético**: los momentos magnéticos tienen la misma magnitud y tienden a alinearse en la misma dirección de H pero de forma antiparalela (el campo B resultante es nulo (e.g. Hematita).
- **Ferrimagnético**: Es el mismo fenómeno antiferromagnético pero los momentos antiparalelos tienen diferentes magnitudes. B resultante no es nulo, sólo se merma en comparación a un material ferromagnético (e.g. Magnetita).



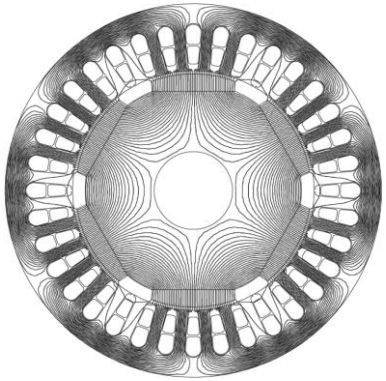


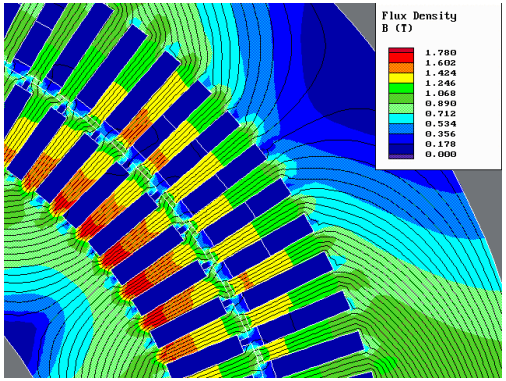


Circuitos Magnéticos



Circuitos Magnéticos
Conceptos





Circuito Magnético

Es la representación del recorrido de flujo magnético en un medio, generalmente el recorrido contiene elementos como materiales ferromagnéticos, electroimanes, imanes, entrehierros de aire, etc.

Suposiciones:

En máquinas eléctricas podemos despreciar las corrientes de desplazamiento en las ecuaciones de Maxwell (Ley de Ampère) porque las frecuencias utilizadas son relativamente bajas.
Es decir, suponemos campos cuasiestacionarios, lo que nos da una aproximación bastante exacta.

Circuitos Magnéticos

Leyes

- **Ley de Hopkinson:** La fuerza magnetomotriz (f.m.m) es igual al flujo magnético por la reluctancia (análoga a la ecuación de Ohm).

$$\Im = \Re \cdot \phi_B$$

- **Ley de Gauss para el magnetismo**: La densidad de flujo **B** es solenoidal, es decir, tiene un camino cerrado (no existen los monopolos = **B** no diverge).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

- **Ley de Ampère**: La circulación de campo magnético **H** en un camino cerrado **C** es igual a la suma de las corrientes que atraviesan la superficie encerrada **S**.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = \Im = \sum N \cdot I = \Re \cdot \phi_B$$

- **Ley de Faraday-Lenz**: La circulación de campo eléctrico **E** en un camino cerrado **C** es igual a la variación de flujo magnético de **B**.

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = e = -N \frac{df_B}{dt}$$

Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético es análogo al Eléctrico

El circuito magnético se basa en la ley de Hopkinson que es análoga a la ley de Ohm y se cumplen las leyes de nodos y mallas (Leyes de Kirchhoff).

Reluctancia ⇔ *Resistencia*
FMM (N·I) ⇔ *FEM (V)*
Flujo (ϕ) ⇔ *Corriente (I)*

El flujo magnético siempre realiza un recorrido cerrado (Ley de Gauss para magnetismo), pero este camino depende de las reluctancias presentes en el medio. De forma similar a la corriente que busca el camino con menor resistencia, el flujo busca el camino con menor reluctancia.

Circuitos Magnéticos

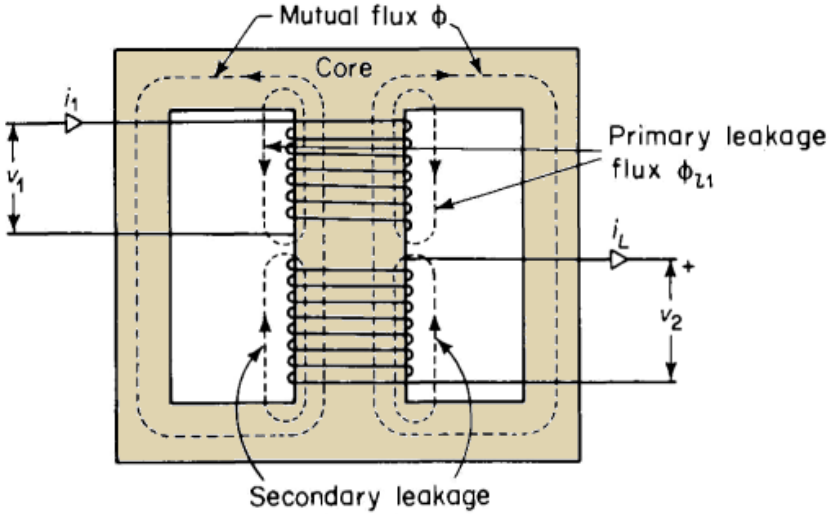
Circuito Magnético es análogo al Eléctrico

La analogía de un circuito magnético a uno eléctrico por la ley de Hopkinson es superficial (implica imprecisiones)

Circuito Eléctrico	Circuito Magnético
La corriente está confinada a un camino limitado por el conductor, ya que el aire y la aislación circundante no dejan circular corriente en la práctica.	El flujo magnético tiende a dispersare fuera del material ferromagnético debido a que es muy difícil obtener un aislante magnético (el aire es un conductor magnético relativamente bueno).
La corriente representa movimiento de electrones, energía que es disipada en forma de calor debido a la resistencia	El flujo magnético no representa movimiento de partículas, el material magnético no disipa energía debido a su reluctancia (otro tipo de pérdida)
La resistencia de un conductor se considera constante (sistema lineal)	La reluctancia de un material ferromagnético se considera variable debido a la histéresis (sistema no lineal con historia y saturación)

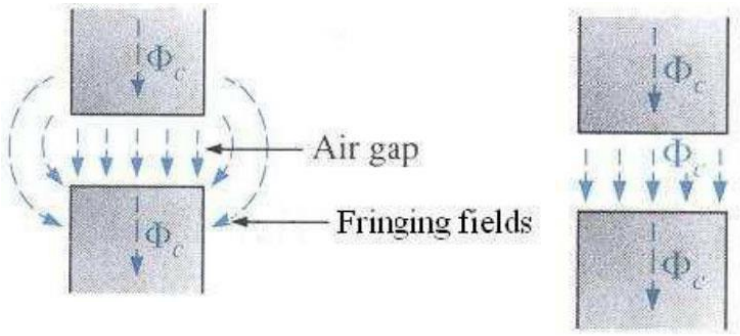
Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético es análogo al Eléctrico



Flujo Mutuo $F = F_{12} = F_{21}$

Flujo de Fuga F_{L1} F_{L2}



Flujo de fuga (leakage): flujo dispersado que no completa el circuito magnético. Coeficiente de dispersión ó Hopkinson: 10-30% (e.g. Φ_{L1}).

Flujo mutuo o total: flujo que completa el circuito magnético (e.g. Φ_{12}).

Flujo enlazado λ ó Ψ (total ó linkage): extensión del flujo magnético que representa el flujo equivalente que pasa por una bobina (**λ=NΦ**).

Entrehierro (air gap): las líneas de campo tienden a expandirse al circular por espacios de mayor reluctancia como el aire (se incrementa el área efectiva) .

Simplificación: mientras no se diga lo contrario, la **dispersión** y **expansión** del flujo no se consideran.

Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético es análogo al Eléctrico

Circuito Eléctrico			Circuito Magnético		
e	f.e.m.	[V]	$\Im$	f.m.m.	[A-vuelta]
J	densidad de corriente	[A/m]	**B**	densidad de flujo	[T]
σ	conductividad	[S/m]	μ	permeabilidad	[H/m]
E	campo eléctrico	[V/m]	**H**	campo magnético	[Av/m]
i	corriente eléctrica	[A]	Φ	flujo magnético	[Wb]
V	potencial eléctrico	[V]	U	potencial magnético	[A-vuelta]

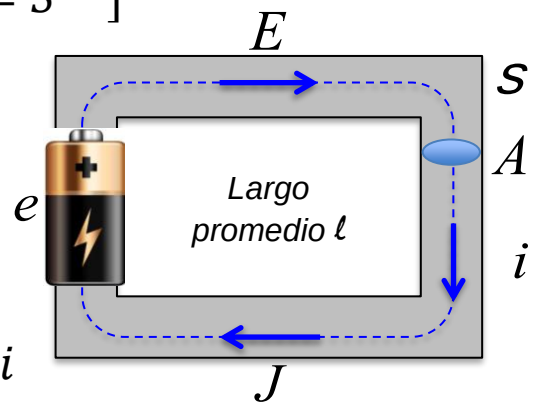
$$R = \frac{l}{\sigma \cdot A}\,[\Omega = S^{-1}]$$

LKN

$$\sum i = 0$$

LKM

$$\sum e = \sum R \cdot i$$



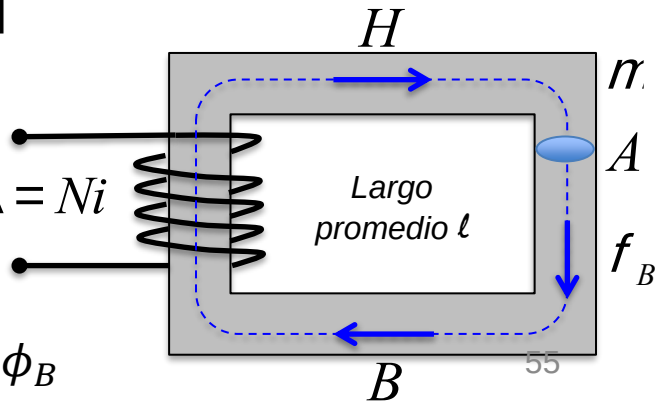
$$\Re = \frac{l}{\mu \cdot A}\,[H^{-1}]$$

LKN

$$\sum \phi_B = 0$$

LKM

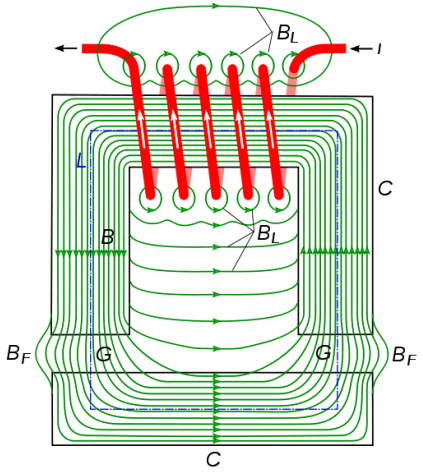
$$\sum \Im = \sum \Re \cdot \phi_B$$



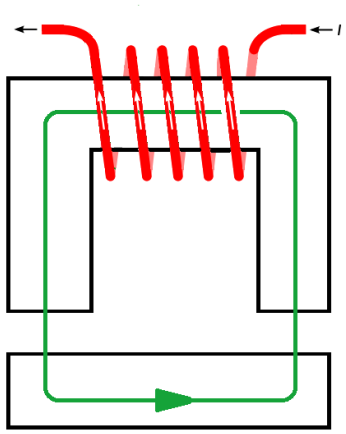
Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético es análogo al Eléctrico

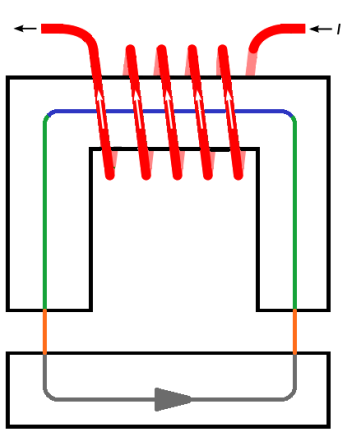
Ejemplo:



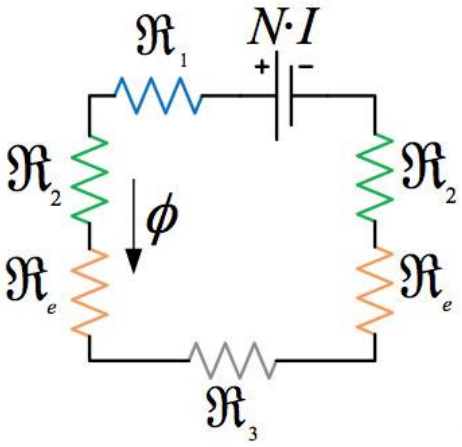
Campo magnético **B** real



Flujo magnético **ϕ** idealizado



Identificación de las reluctancias por tramo



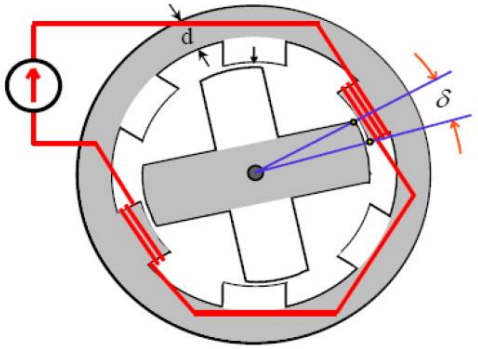
Circuito Magnético

Tarea: Sustituir el trozo de fierro inferior por un imán y dibujar el circuito equivalente con todos los parámetros generales.

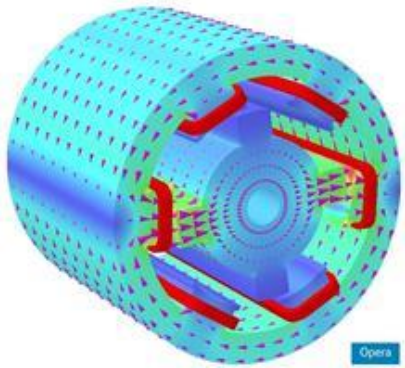
Circuitos Magnéticos

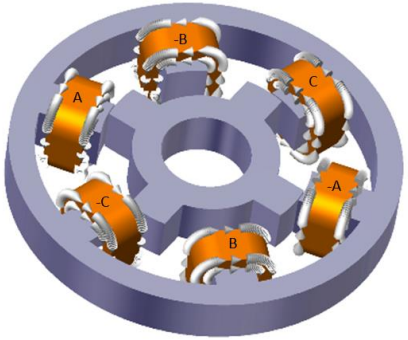
Circuito Magnético es análogo al Eléctrico

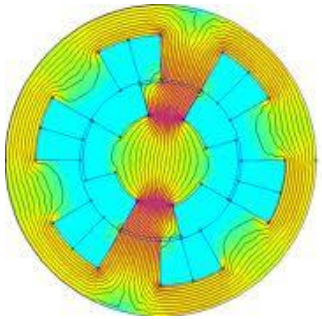
Tarea: Dibujar el circuito magnético equivalente de la siguiente máquina utilizando parámetros generales y supuestos (suponer rotor estático).

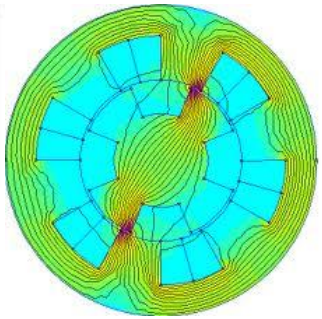


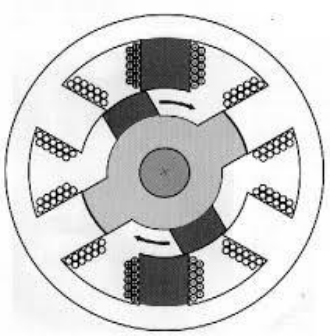


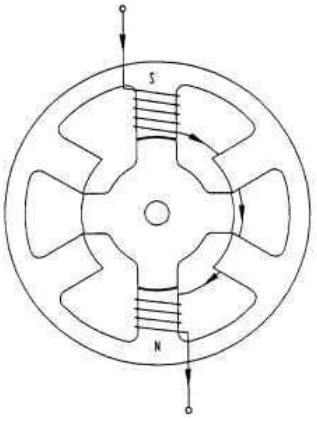




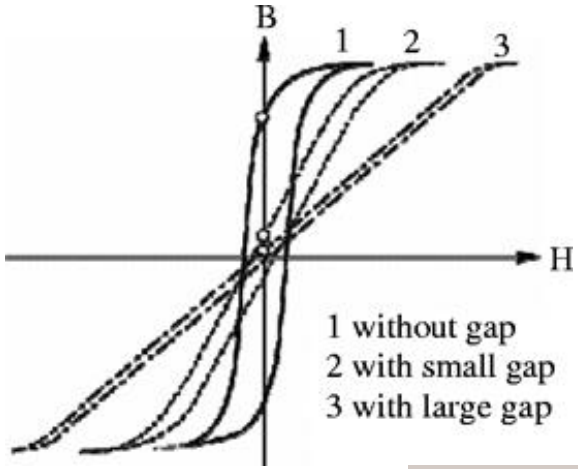






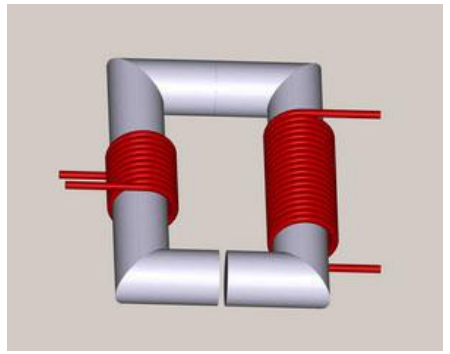


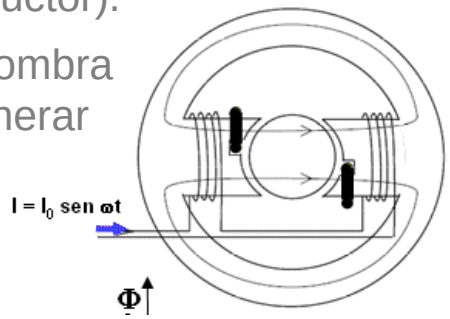
Circuitos Magnéticos
Aplicaciones



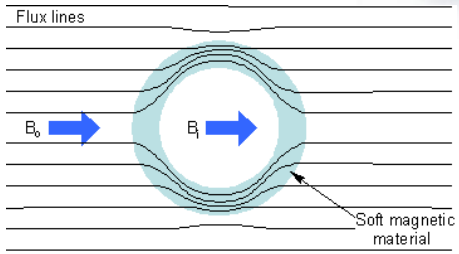
Ejemplos: Se pueden diseñar e implementar entrehierros en máquinas eléctricas para obtener características especificas.

- **Reluctancia incrementada:** el transformador *flyback* utiliza un entrehierro en el núcleo del transformador para reducir la saturación y almacenar mayor energía (similar a un inductor).
- **Inducción**: Otro ejemplo es la espira de sombra utilizada en motores monofásicos para generar torque a la partida.
- **Reluctancia Variable:** La variación de reluctancia es muy utilizada en motores eléctricos, ya que con ella se puede generar torque (e.g. Motor de reluctancia, motor síncrono de polos salientes, etc.).
- **Otras:** Se pueden utilizar materiales de baja reluctancia como aisladores de campos magnéticos, lo que es muy útil para reducir la interferencia de sistemas electrónicos.









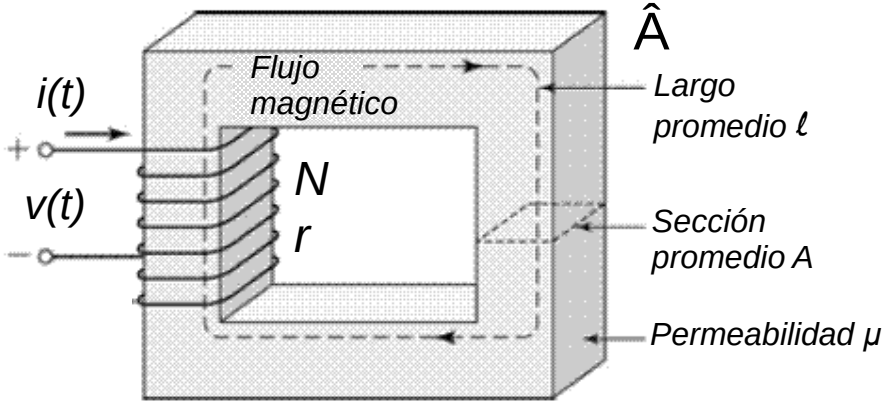
Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético alimentado con AC

Corriente Continua DC (VIFO)

La corriente sólo depende del voltaje y la resistencia de la bobina (no de las características magnéticas).

① Aplicamos una tensión continua **V**
② Se produce una corriente **i** *(V/r)*
③ Se produce una f.m.m $\mathfrak{I}$ *(Ni)*
④ Se produce un flujo Φ *(*$\mathfrak{I}$ */* $\mathfrak{R}$*)*



Corriente Alterna AC (VOFI)

El flujo depende del voltaje (magnitud y frecuencia) y resistencia de la bobina (**r≈0**), no de las características magnéticas, pero la corriente si, incluyendo la curva de histéresis.

① Aplicamos una tensión alterna *v(t)*
② Se produce un flujo $\Phi(t)$ ($\int \frac{v - ri}{N} dt$)
③ Se produce una f.m.m $\mathfrak{I}$(t) *(*Φ $\mathfrak{R}$*)*
④ Se produce una corriente *i(t)* *(*$\mathfrak{I}$ */N)*

Cuidado

Si aumentamos la reluctancia se producirá una f.m.m grande que dispara la corriente: cuidado con alimentar un motor sin rotor, un trafo quebrado o un relé obstruido (no cierra bien).

Si alimentamos un sistema electromecánico a mayor voltaje del nominal, la corriente se dispara asintóticamente (i proporcional a H) siguiendo la curva B-H.

Circuitos Magnéticos
Aplicaciones

Inductancia

Una inductancia dependerá del circuito magnético

$$L = \frac{N^2}{\Re} = \frac{\Im \cdot N}{\Re \cdot i} = \frac{\Phi \cdot N}{i}$$

La inductancia:

- Es **inversamente proporcional a la reluctancia**: baja con núcleo de aire; alta con núcleo magnético abierto; y muy alta con núcleo magnético cerrado.
- Es **independiente del flujo magnético y de la corriente** (excepto en materiales ferromagnéticos por la histéresis, donde si depende de la corriente y flujo debido a su relación no lineal).
- Almacena energía (**$1/2*L*i^2$**) por lo tanto si aumentamos la reluctancia, disminuimos la inductancia, pero en un sistema AC aumentará la corriente almacenando más energía.

Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético alimentado con AC

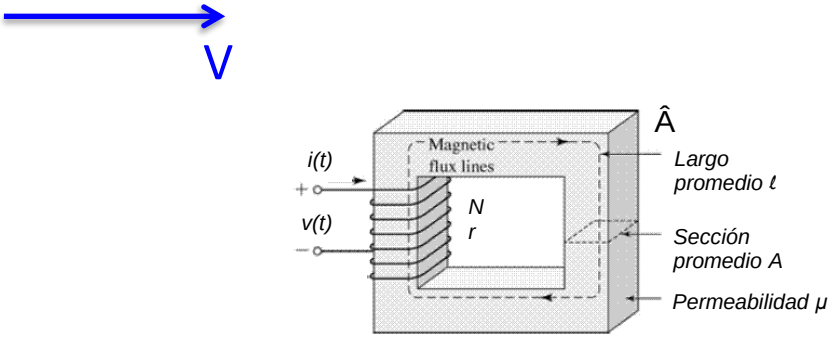
Suponiendo un circuito lineal (curva B-H lineal)

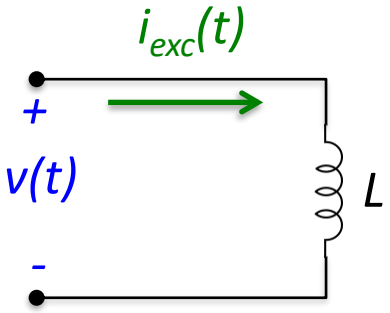
Núcleo sin pérdidas

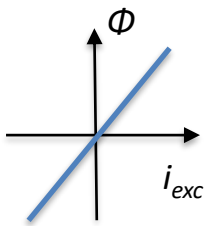
El circuito equivalente es una inductancia pura (no hay pérdidas). El flujo está en fase con la corriente y a 90º de retraso respecto al voltaje (ambos son sinusoidales).

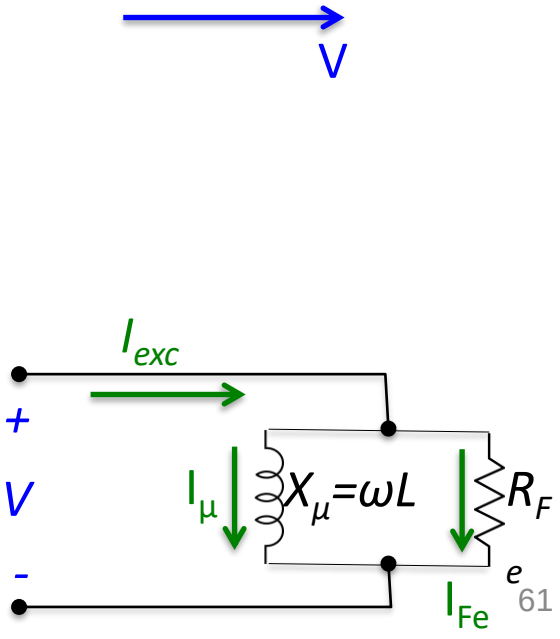
Núcleo con pérdidas en el hierro

El circuito equivalente es una inductancia de magnetización en paralelo con una resistencia. El flujo está a 90ª del voltaje y la corriente está entre flujo y voltaje (ambos son sinusoidales).









Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético alimentado con AC

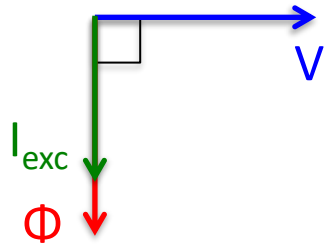
Suponiendo un circuito lineal (curva B-H lineal)

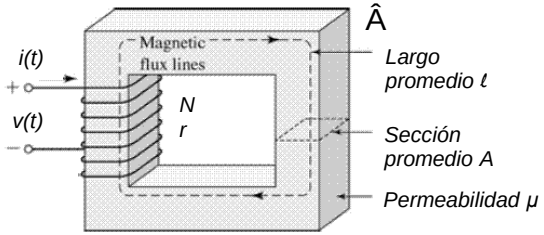
Núcleo sin pérdidas

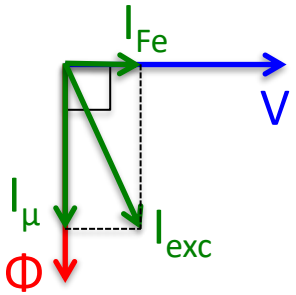
El circuito equivalente es una inductancia pura (no hay pérdidas). El flujo está en fase con la corriente y a 90º de retraso respecto al voltaje (ambos son sinusoidales).

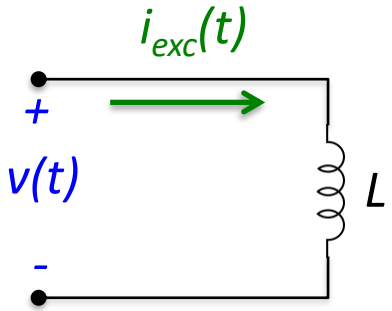
Núcleo con pérdidas en el hierro

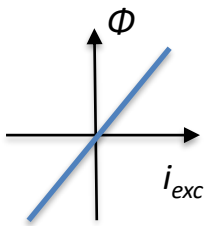
El circuito equivalente es una inductancia de magnetización en paralelo con una resistencia. El flujo está a 90ª del voltaje y la corriente está entre flujo y voltaje (ambos son sinusoidales).

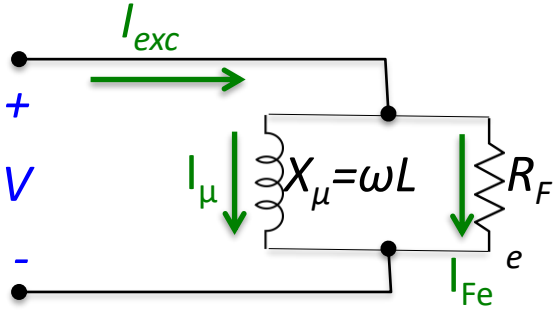












Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético alimentado con AC

Suponiendo un circuito real (curva B-H no lineal)

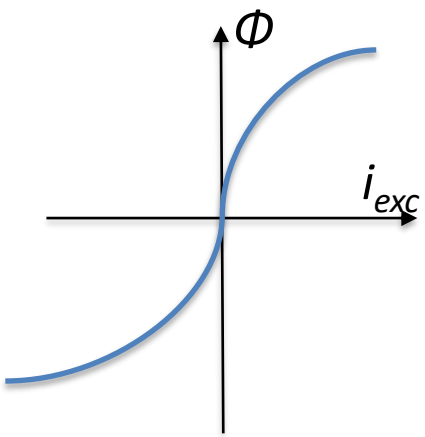
En este caso es imposible realizar un análisis analítico con fasores (la no linealidad genera una corriente no sinusoidal, es decir, con armónicos), por lo que se procederá a realizar un análisis gráfico.

Núcleo sin pérdidas

El flujo se mantiene sinusoidal y a 90º de retraso respecto al voltaje, la corriente está en fase con el flujo pero distorsionada (distorsión simétrica).

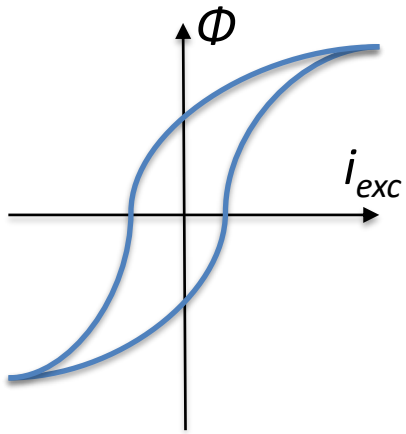
Núcleo con pérdidas en el hierro

El flujo se mantiene sinusoidal y a 90º de retraso respecto al voltaje, pero la corriente está desfasada levemente del flujo y presenta una distorsión asimétrica.



Corriente de excitación

De estas curvas se puede desprender que al alimentar la bobina con un v(t) sinusoidal, se generará un flujo Φ sinusoidal, pero la corriente de excitación será distorsionada.

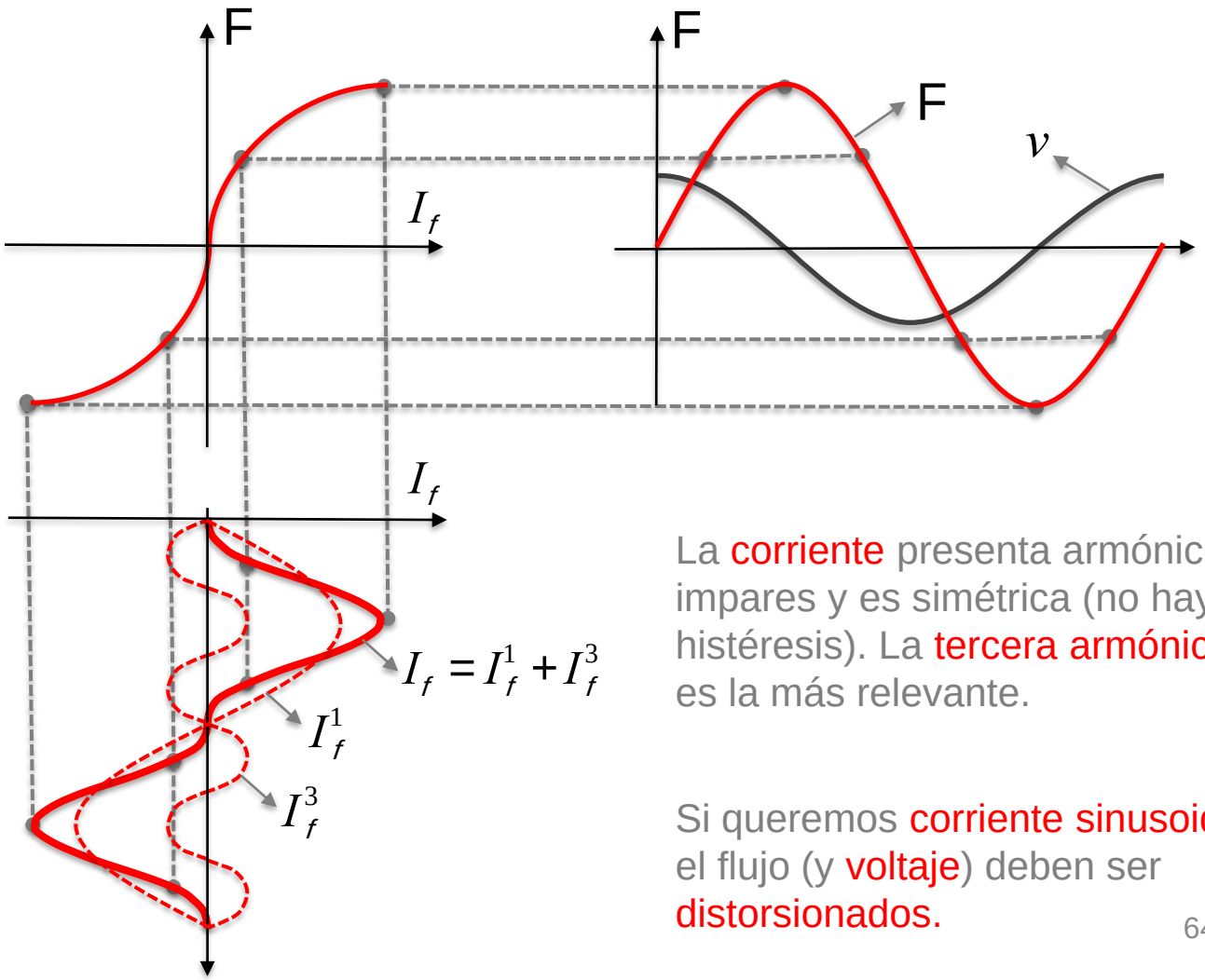


Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético alimentado con AC

Circuito con curva B-H no lineal pero sin histéresis

No hay histéresis
➔Núcleo sin pérdida



Distorsión Simétrica

$$\cos x + \frac{\cos 3x}{3}$$

La corriente presenta armónicos impares y es simétrica (no hay histéresis). La tercera armónica es la más relevante.

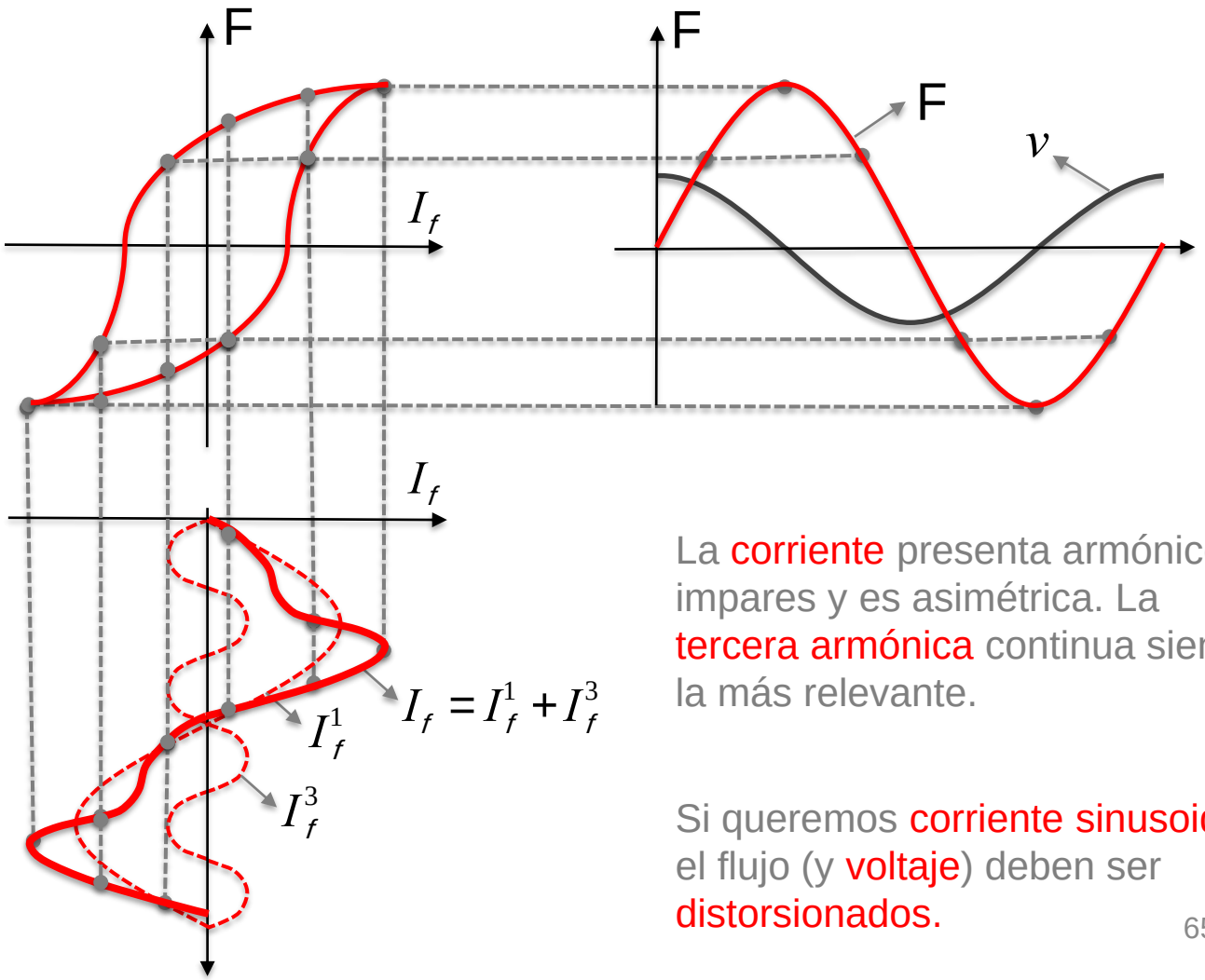
Si queremos corriente sinusoidal, el flujo (y voltaje) deben ser distorsionados.

Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético alimentado con AC

Circuito con curva B-H con histéresis

Hay histéresis ➔Núcleo con perdida



Distorsión "Asimétrica"

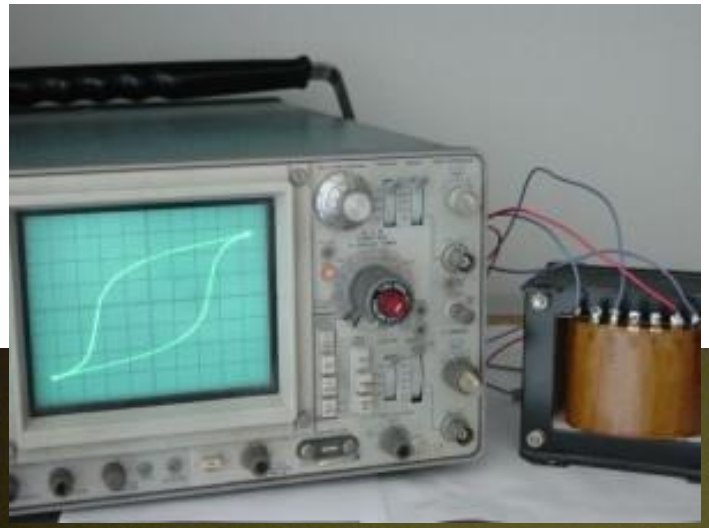
$$\cos x + \frac{\cos(3x+1)}{3}$$

La corriente presenta armónicos impares y es asimétrica. La tercera armónica continua siendo la más relevante.

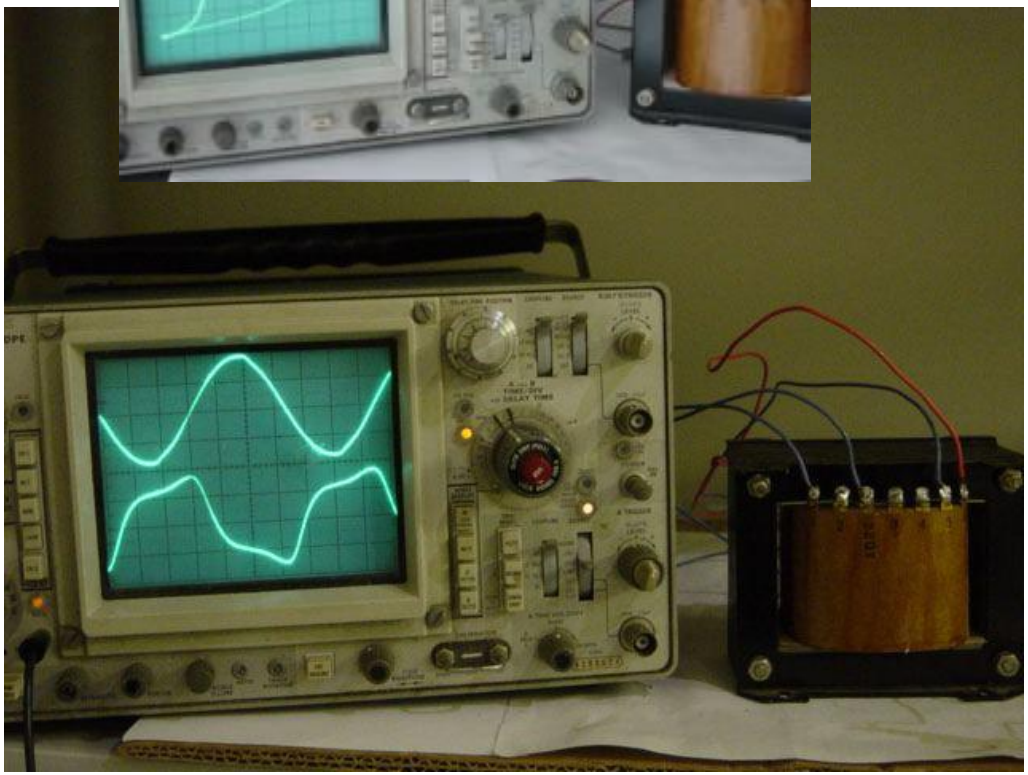
Si queremos corriente sinusoidal, el flujo (y voltaje) deben ser distorsionados.

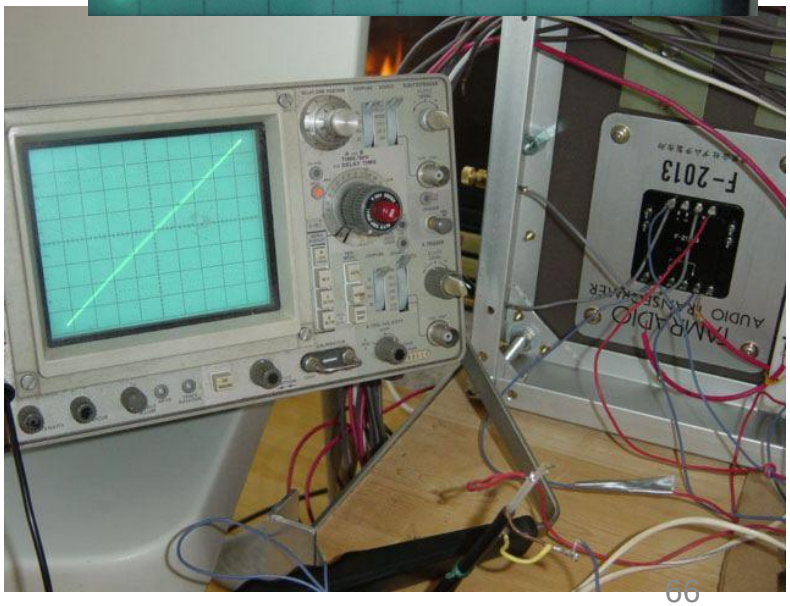
Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético alimentado con AC



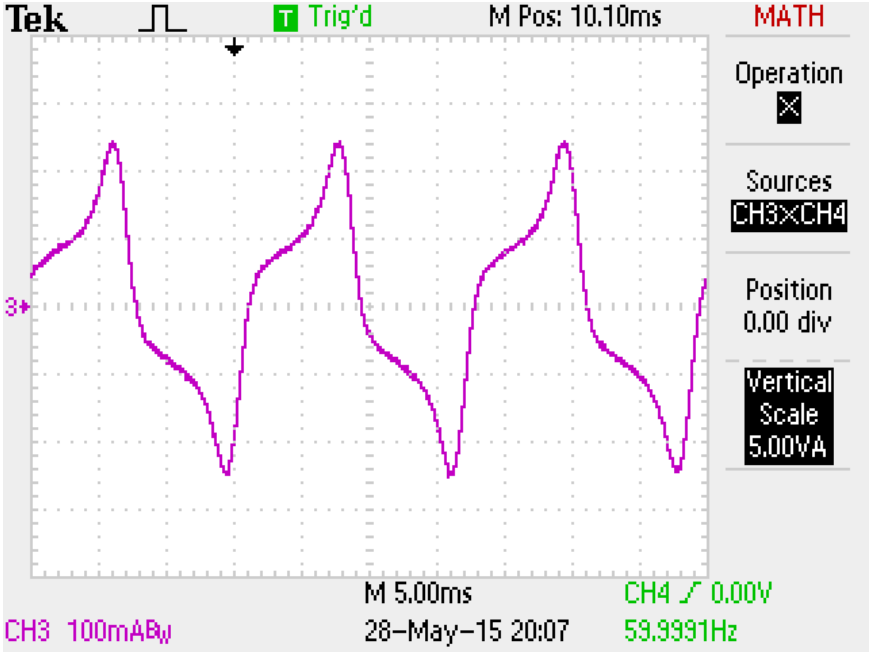


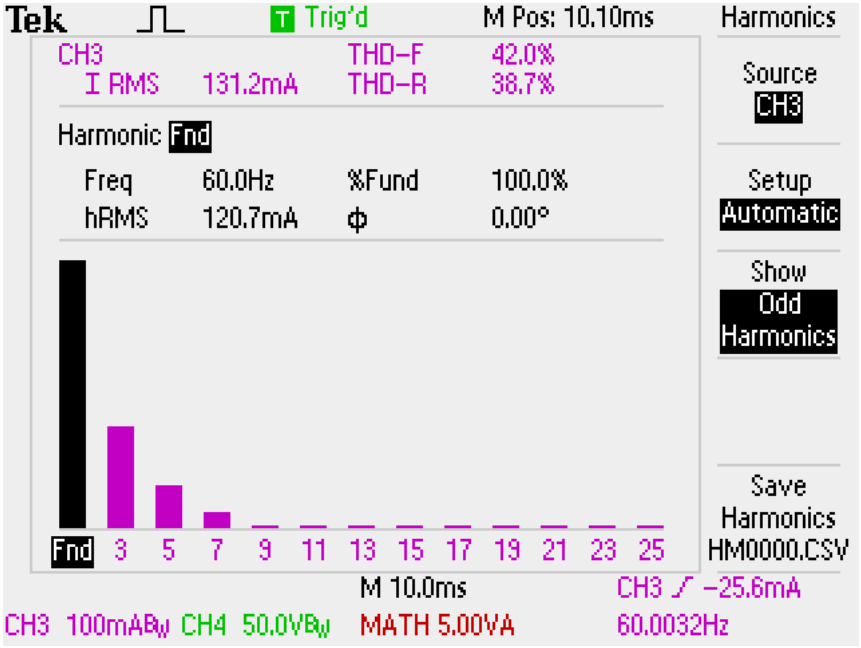




Circuitos Magnéticos

Circuito Magnético alimentado con AC





Imanes



Imanes

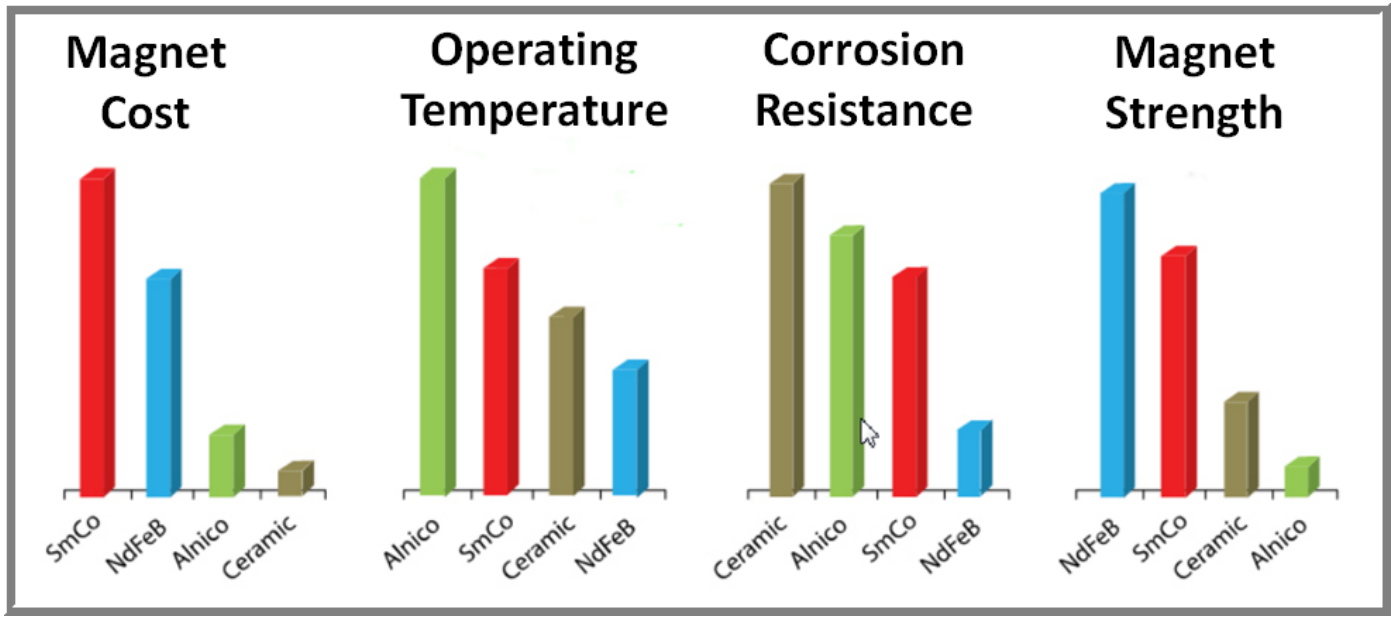
4 tipos de material

Ceramico (Ferrita)

AlNiCo (Fierro con Aluminio-Níquel-Cobalto)

SmCo (Samario-Cobalto) Tierra Rara

NdFeB (Neodimio-Fierro-Boro) Tierra Rara



Imanes

Tierras raras

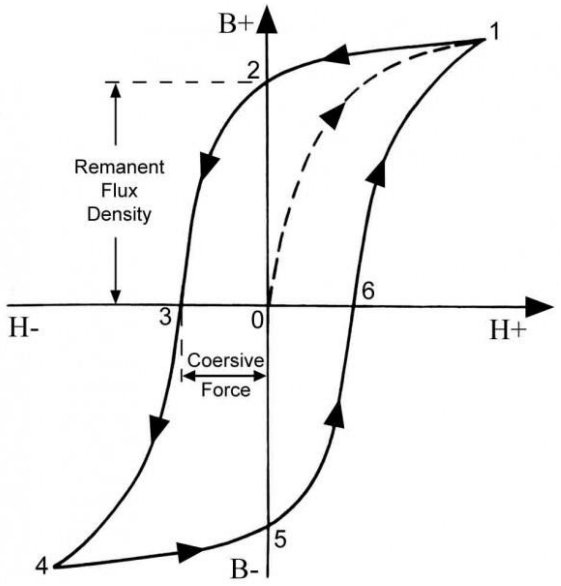
Tierras raras es el nombre común de 17 elementos químicos:

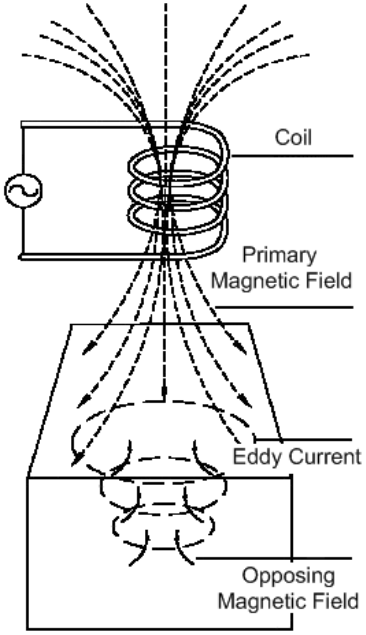
1. Escandio
2. Itrio

Y los 15 elementos del grupo de los lantánidos:

3. Lantano
4. Cerio
5. Praseodimio
6. Neodimio
7. Prometio
8. Samario
9. Europio
10. Gadolinio
11. Terbio
12. Disprosio
13. Holmio
14. Erbio
15. Tulio
16. Iterbio
17. lutecio

Pérdidas en Materiales Magnéticos



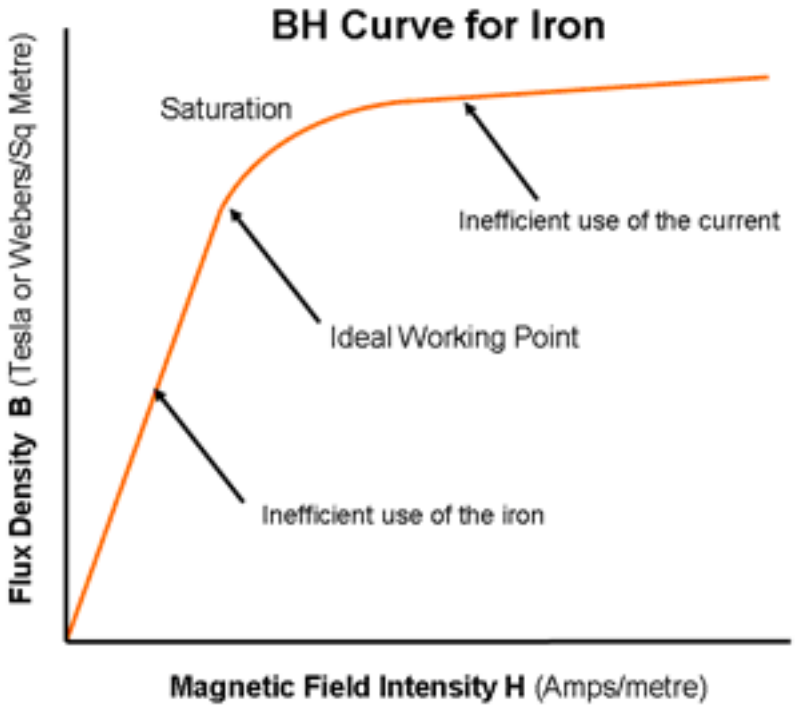


Pérdidas Eléctricas

Pérdidas por efecto Joule (r•i)

Debemos operar en el punto de la curva de histéresis más eficiente:

Generalmente las máquinas eléctricas operan nominalmente en la zona más “curva” ó codo de la curva de histéresis, antes de la saturación. De esta forma la densidad de flujo logrado respecto a la corriente aplicada es más efectiva.



Histéresis y Corrientes Parásitas

Pérdidas por Histéresis

Para simplificar los cálculos, partimos del punto 1 donde H=0:

i. Incrementamos **H** hasta el **punto 2** (saturación), almacenando energía en el campo magnético del núcleo:

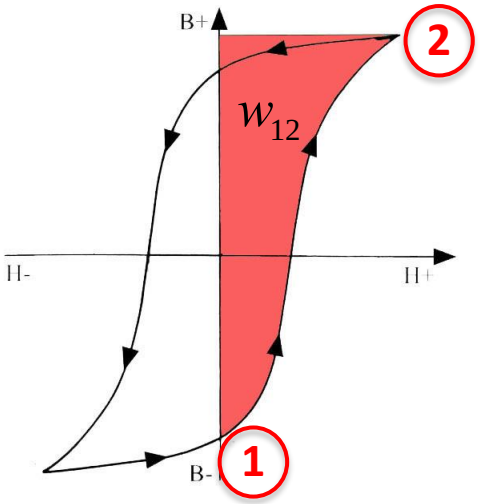
$$W_{12} = A \cdot \ell \int_{B_1}^{B_2} HdB = A \cdot \ell \cdot w_{12}$$

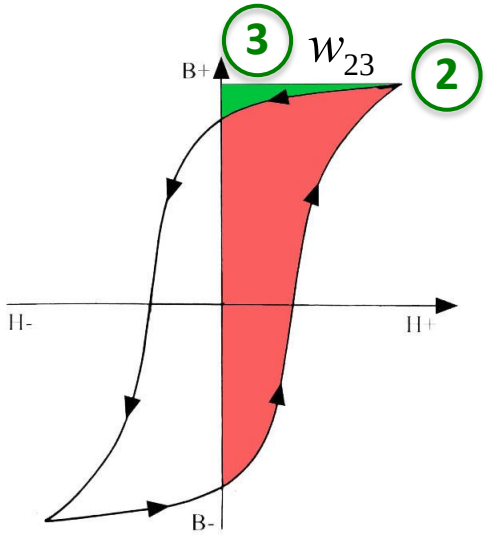
ii. Luego dejamos de aplicar **H** (**punto 3**) y parte de la energía almacenada por el núcleo es devuelta a la fuente eléctrica:

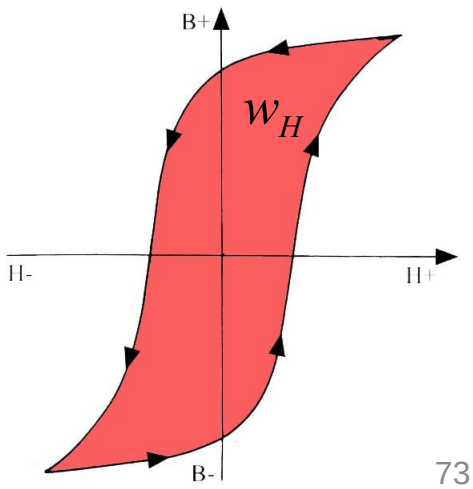
$$W_{23} = A \cdot \ell \int_{B_2}^{B_3} HdB = A \cdot \ell \cdot w_{23}$$

iii. La energía no devuelta representa la pérdida por histéresis, por lo tanto las pérdidas de todo el ciclo están representadas por el área interior de la curva:

$$W_H = A \cdot \ell \oint HdB = A \cdot \ell \cdot w_H$$







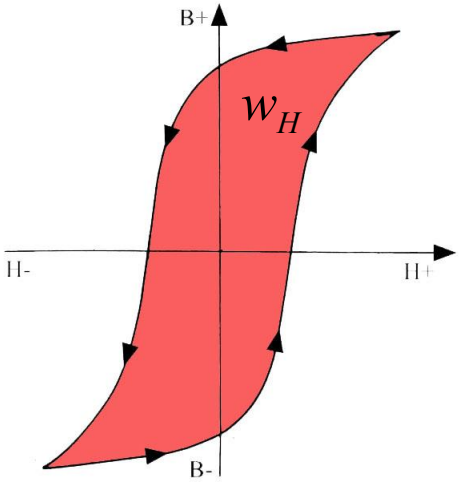
Histéresis y Corrientes Parásitas

Pérdidas por Histéresis

Ahora se puede calcular la energía disipada por segundo = potencia (W):

$$P_H = f \cdot W_H = f \cdot A \cdot \ell \oint HdB = f \cdot A \cdot \ell \cdot w_H$$

Se puede deducir de la ecuación que la potencia disipada es independiente de la forma de onda de la fuente de alimentación, sólo depende del tipo de material, del volumen promedio del núcleo, la amplitud de la intensidad de campo **H** aplicada y de la frecuencia.



$$W_H = A \cdot \ell \oint HdB = A \cdot \ell \cdot w_H$$

$$P_H = f \cdot W_H$$

Histéresis y Corrientes Parásitas

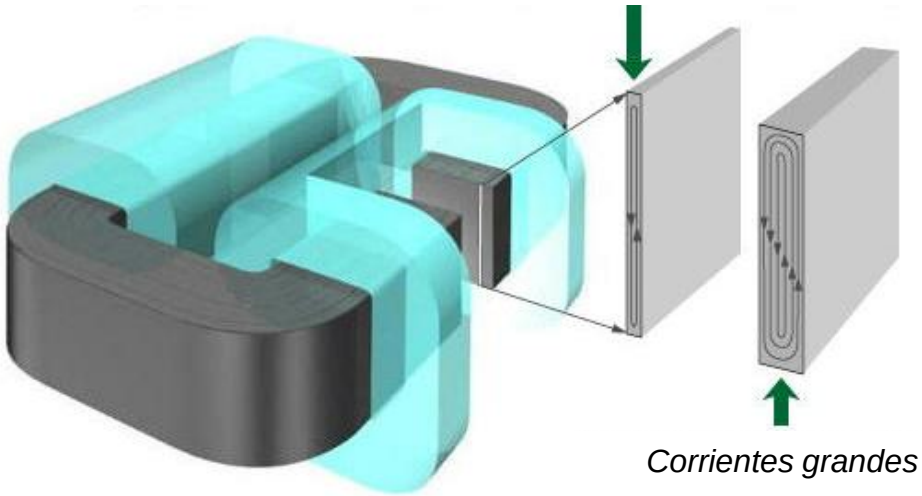
Pérdidas por Corrientes de Foucault (Eddy)

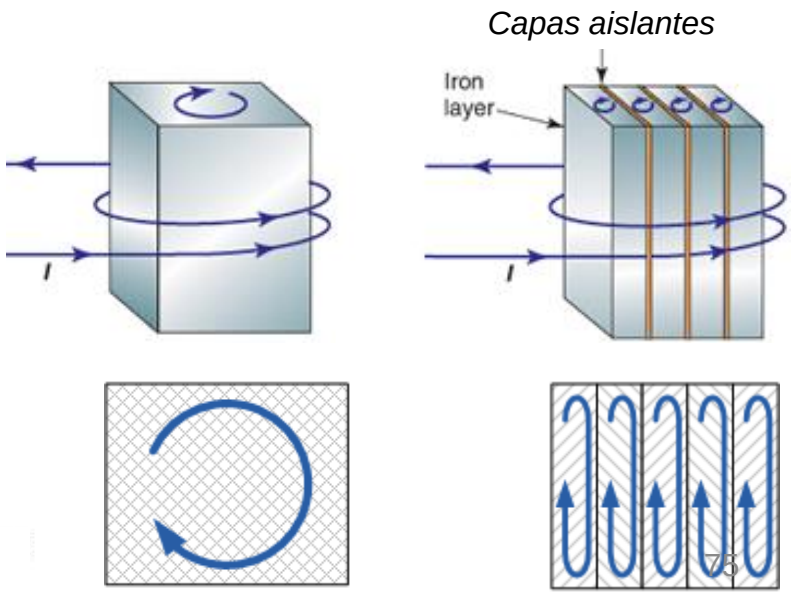
¿Cómo se producen las corrientes de Foucault?

i. Cuando alimentamos una bobina con corriente alterna se genera un campo magnético variable **B** en el núcleo (Ley de Ampère).

ii. Este campo variable **B** generará una f.e.m en el núcleo (Ley de Faraday) que producirá una corriente circular en la sección del núcleo magnético (e.g. El Hierro es conductor).

iii. Estás son las corrientes de Foucault que generan perdidas por efecto Joule y tienen un sentido contario a la corriente de la bobina, ya que se oponen al flujo (Ley de Lenz).





Histéresis y Corrientes Parásitas

Pérdidas por Corrientes de Foucault (Eddy)

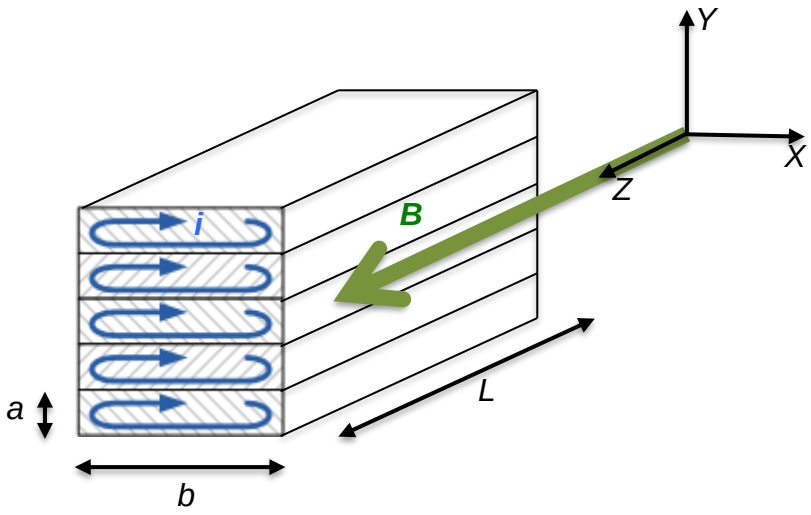
Solución: utilizar núcleos enchapados y resistivos, donde los planos de cada chapa son paralelos al flujo y cada chapa se encuentra aislada de la adyacente. De esta forma reducimos el camino de las corrientes inducidas.

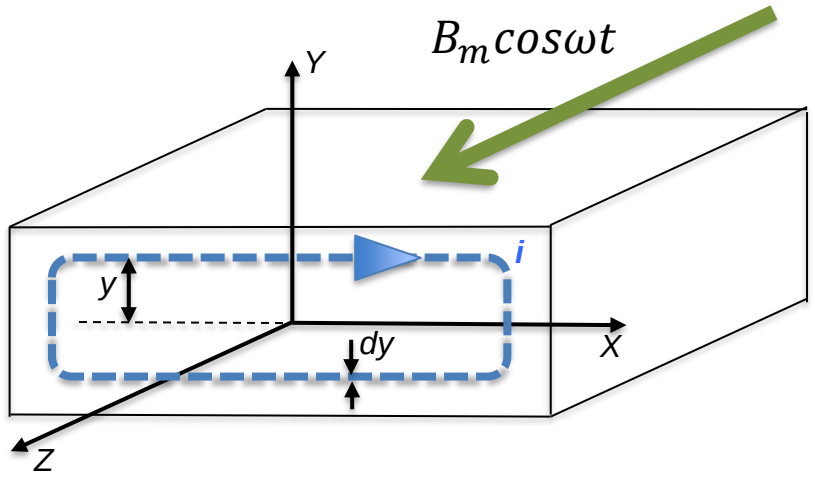
Suponiendo que b>>a y respecto al circuito de corriente en cada chapa tenemos que:

$$B(t) = B_m cos\omega t \quad \Rightarrow \quad \phi(t) = (2y \cdot b) \cdot B_m \cos \omega t$$

Calculamos el voltaje inducido (f.e.m) por ley de Faraday y su valor efectivo:

$$e(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} = 2y \cdot b \cdot \omega \cdot B_m \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad E = \sqrt{2} \cdot y \cdot b \cdot \omega \cdot B_m$$





Histéresis y Corrientes Parásitas

Pérdidas por Corrientes de Foucault (Eddy)

La resistencia con la cual se encuentra la corriente de Foucault es:

$$R = \frac{l}{\sigma \cdot A} = \frac{2b}{\sigma \cdot dy \cdot dz}$$

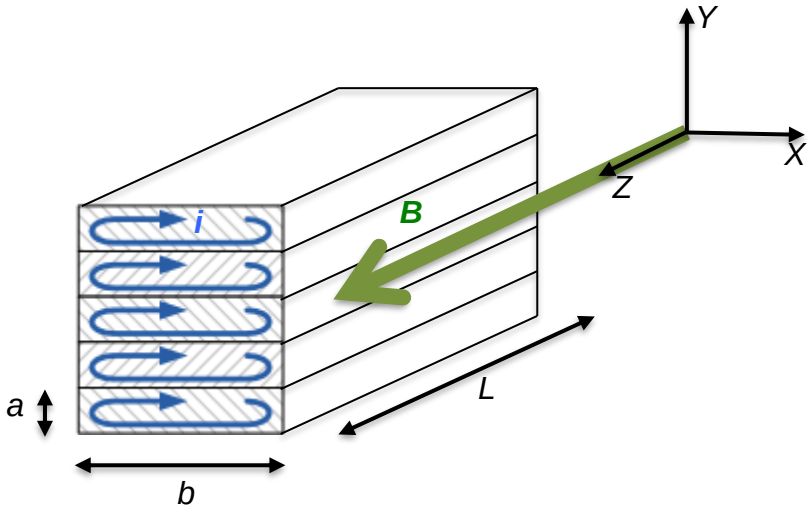
Luego, la potencia disipada por efecto Joule es:

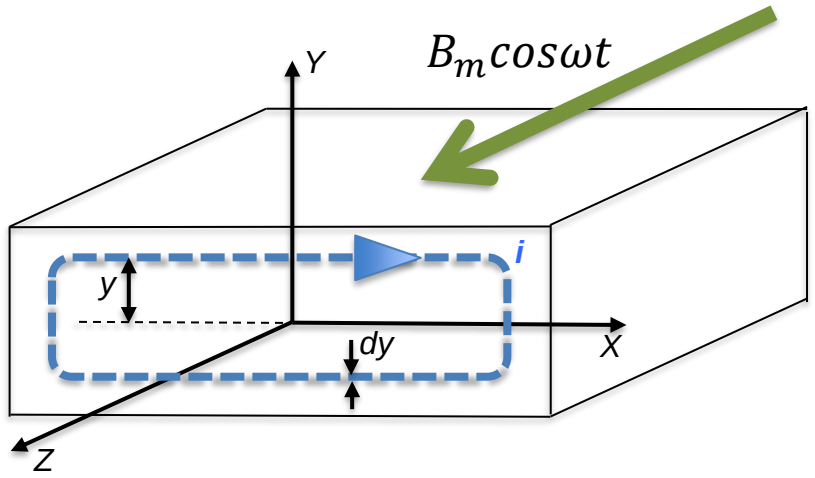
$$dP_F = \frac{E^2}{R} = b \cdot y^2 \cdot \omega^2 \cdot B_m^2 \cdot \sigma \cdot dy \cdot dz$$

Finalmente podemos calcular la potencia total disipada:

$$P_F = b \cdot \omega^2 \cdot B_m^2 \cdot \sigma \int_0^L \int_0^{a/2} y^2 \, dydz \Rightarrow \boxed{P_F = B_m^2 \cdot \sigma \frac{a^3 \cdot b \cdot L}{24} \omega^2}$$

La potencia disipada depende de la frecuencia y de las secciones de las chapas (el efecto de la chapa se ve en el termino a^3)



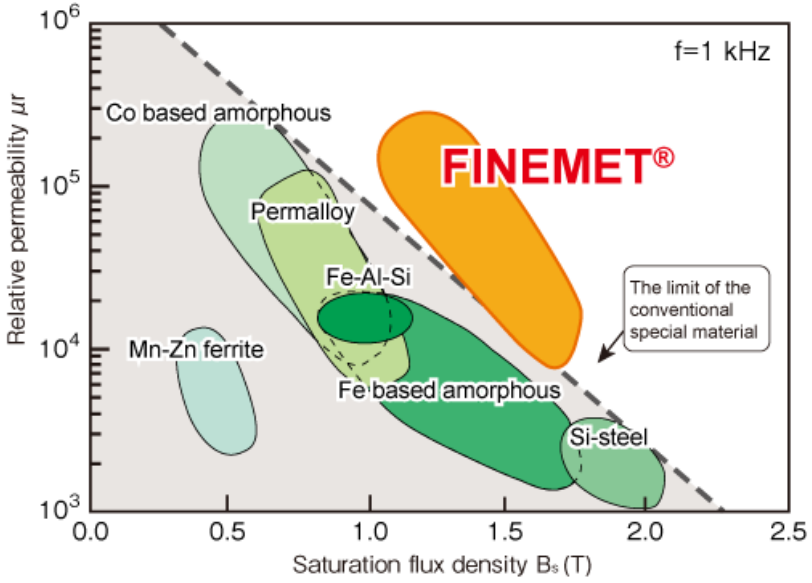


Histéresis y Corrientes Parásitas

Pérdidas por Histéresis

Al diseñar un sistema electromagnético, si se usa una área mayor del núcleo se asegura una baja saturación, pero por otro lado aumentan las pérdidas de histéresis y Foucault.

Por lo tanto, es fundamental realizar un buen diseño y dimensionamiento del núcleo para la aplicación.



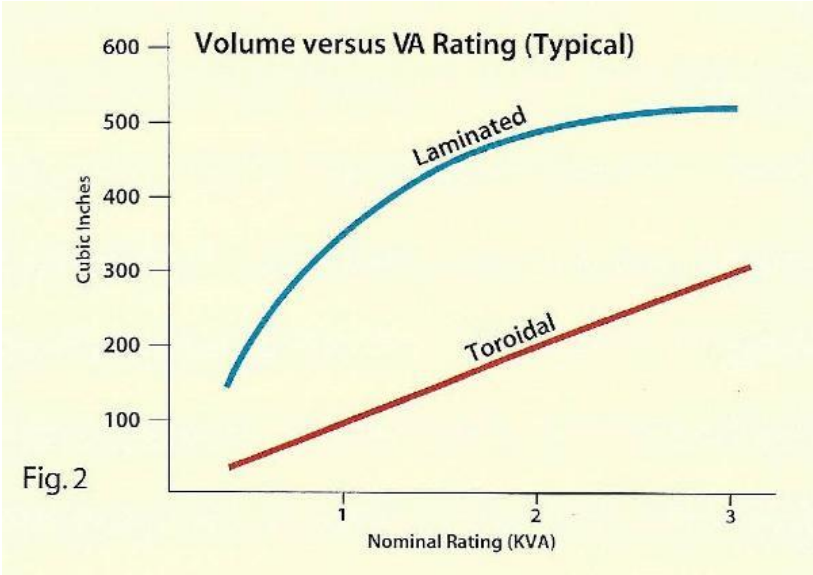
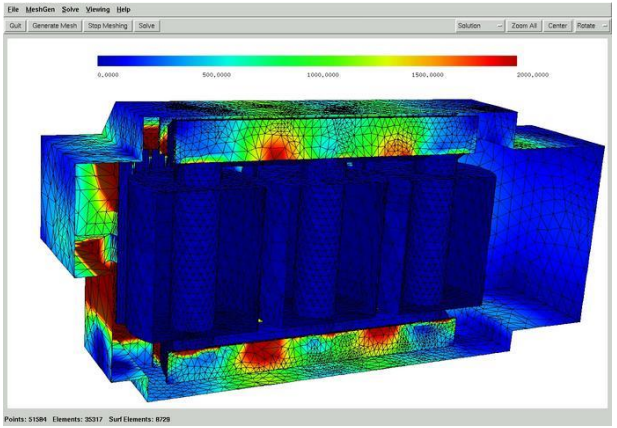


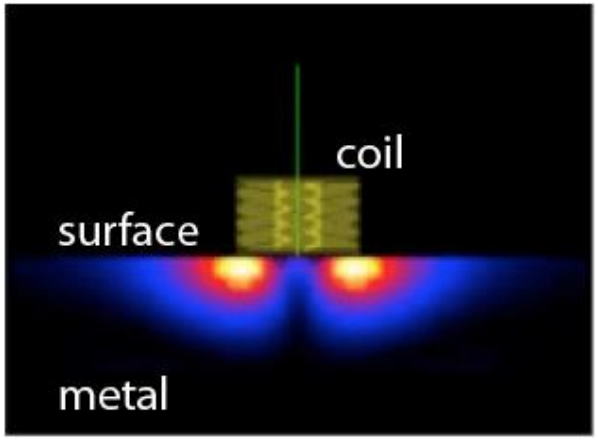
Fig. 2

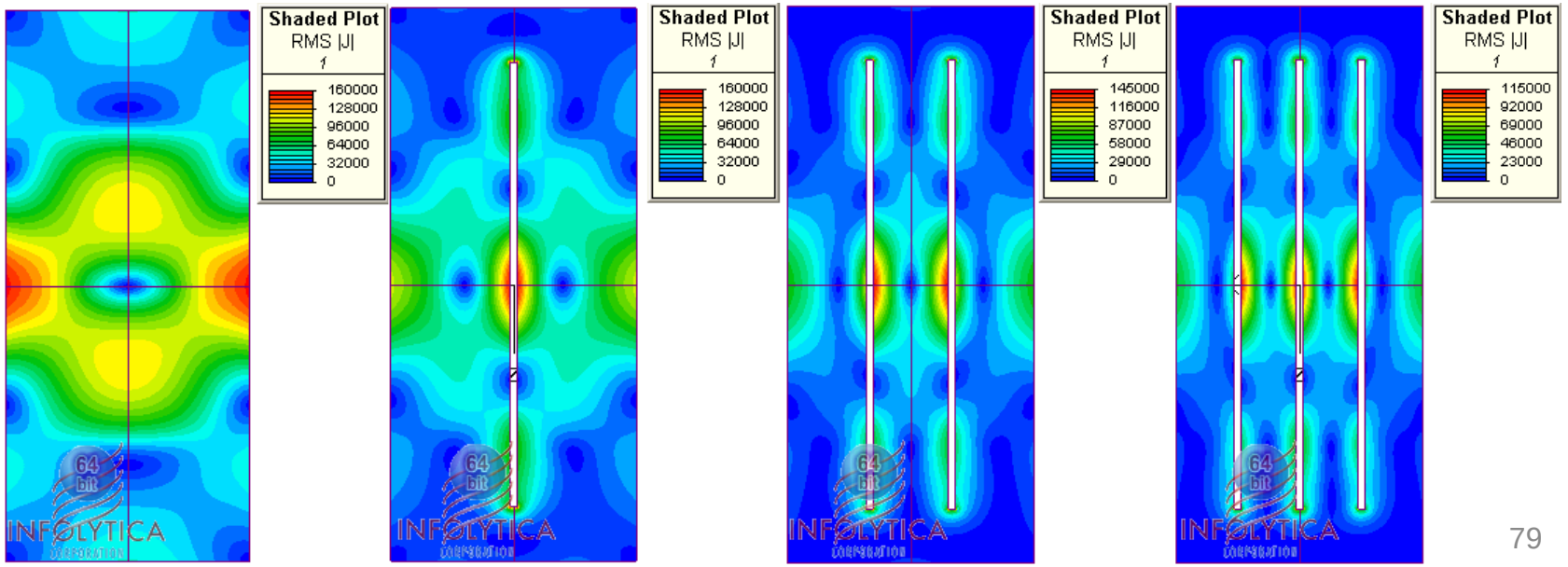
Histéresis y Corrientes Parásitas

Pérdidas por Corrientes de Foucault (Eddy)

Simulaciones:







Histéresis y Corrientes Parásitas

Pérdidas por Corrientes de Foucault (Eddy)

Aplicaciones:

Horno de Inducción: Se calienta el material mediante la inducción de corrientes. Es un método eficiente, muy controlado y limpio. Se puede conseguir elevar la temperatura de forma precisa y rápida, lo que es fundamental para obtener aleaciones y tratamiento de metales.







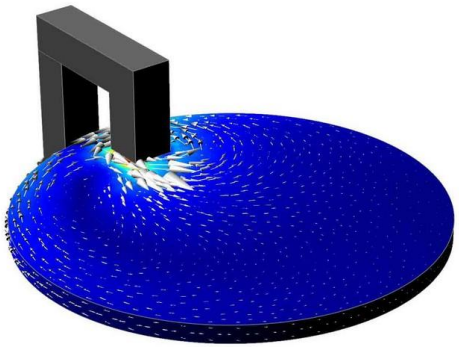
Histéresis y Corrientes Parásitas

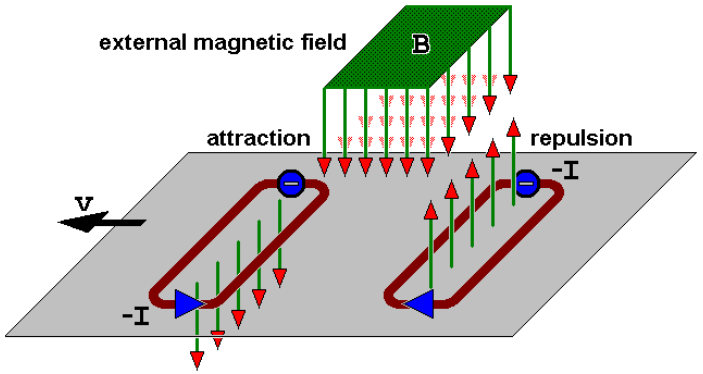
Pérdidas por Corrientes de Foucault (Eddy)

Aplicaciones:

Freno de disco magnético: Se disipa energía en forma de calor pero no hay desgaste mecánico. Frenado controlado y preciso, muy utilizado en montañas rusas, algunos camiones y otras aplicaciones. Sólo puede frenar cuando hay movimiento relativo.













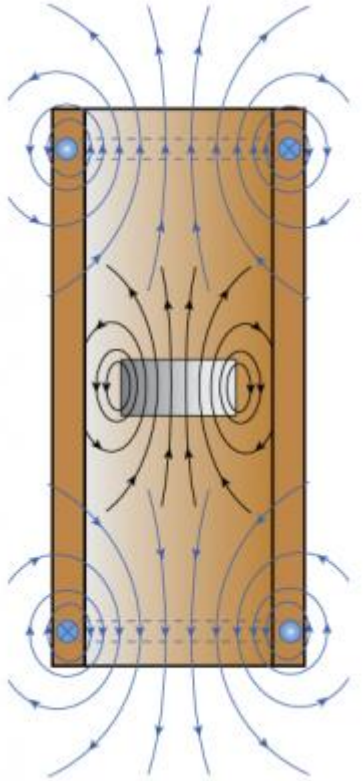


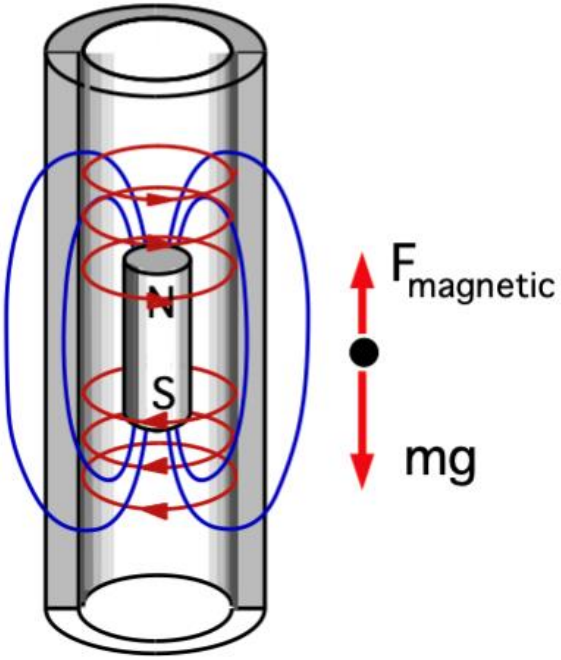
Histéresis y Corrientes Parásitas

Pérdidas por Corrientes de Foucault (Eddy)

Aplicaciones:

Freno de disco magnético: Se disipa energía en forma de calor pero no hay desgaste mecánico. Frenado controlado y preciso, muy utilizado en montañas rusas, algunos camiones y otras aplicaciones. Sólo puede frenar cuando hay movimiento relativo.





Histéresis y Corrientes Parásitas

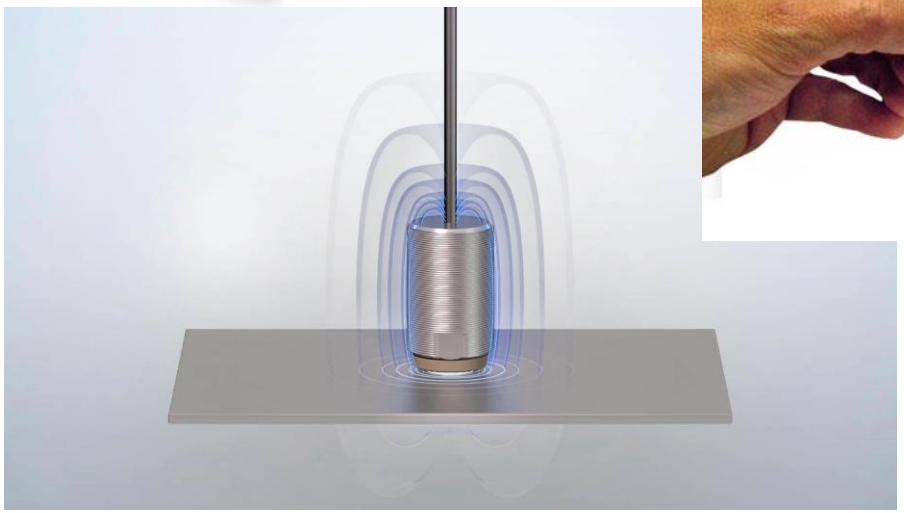
Pérdidas por Corrientes de Foucault (Eddy)

Aplicaciones:

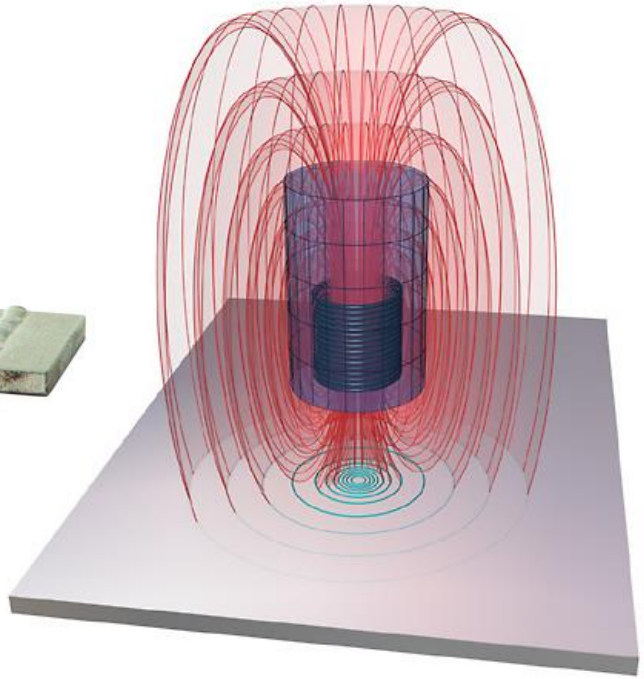
Sensor de posición: detecta la distancia debido al cambio en la impedancia de la bobina.

Sensor inspector de soldadura: ideal para detectar el estado de soldaduras de difícil acceso y sin necesidad de remover la pintura.









Histéresis y Corrientes Parásitas

Pérdidas por Corrientes de Foucault (Eddy)

Aplicaciones:

Medidores: Utilizan un disco que es frenado parcialmente por un imán, el cual se puede posicionar estratégicamente para calibrar el equipo.

Equipos de medida análogos: sirve para amortiguar el movimiento de las agujas de medida ante cambios bruscos (e.g. tacómetro).

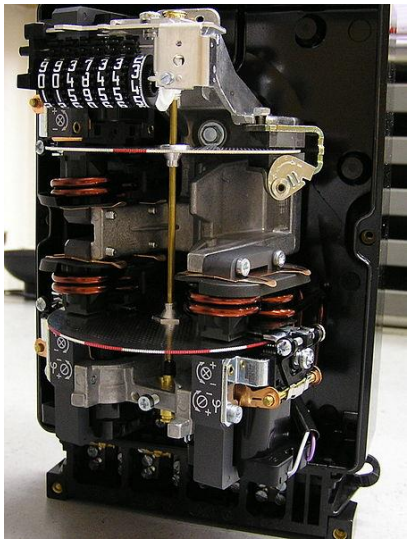
Vendomáticas: detectar, detener y verificar monedas.

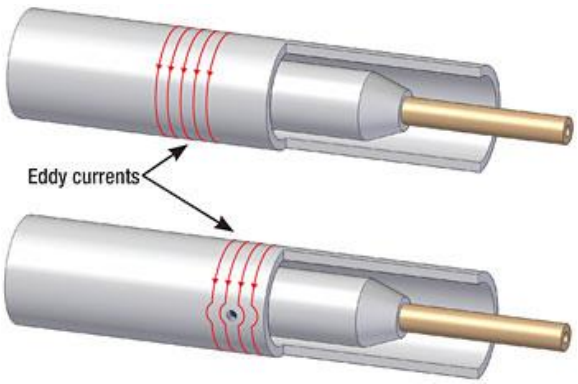
Detector de Metales: cazador de tesoros, antiminas, detector de armas, etc.

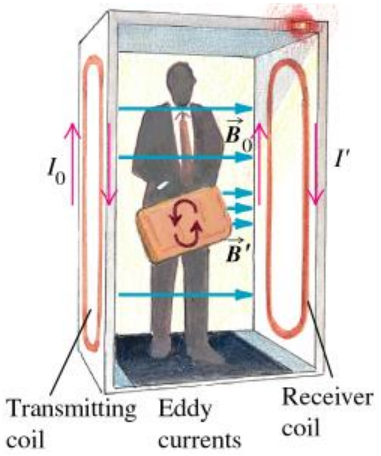
Separador de metales: utilizado en reciclaje de latas

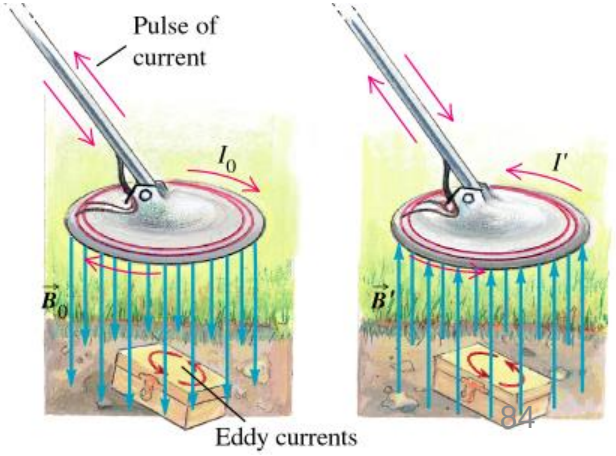
Levitación magnética: Superconductores

Inspección de tuberías metálicas: Detecta elementos ajenos, corrosión, etc.









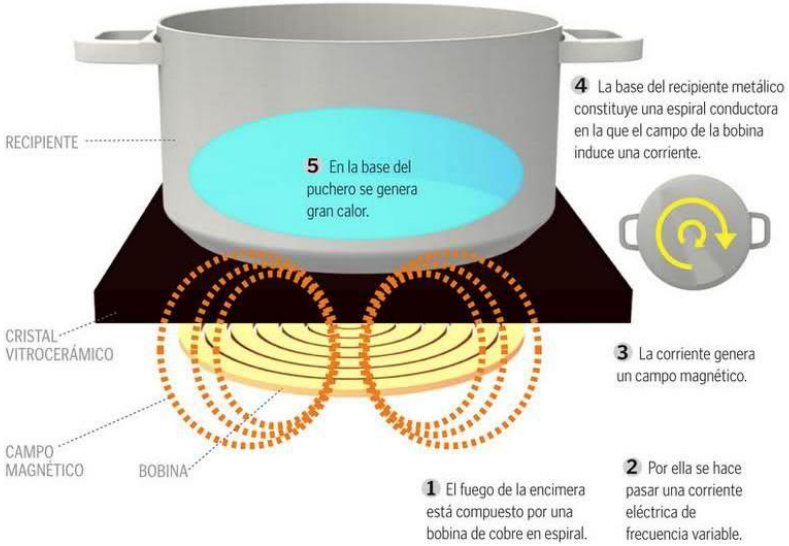
Histéresis y Corrientes Parásitas

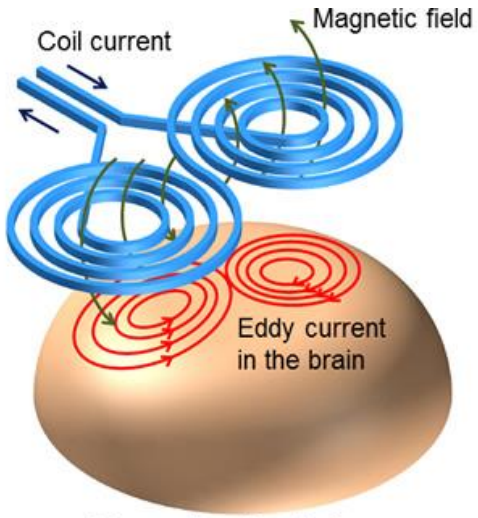
Pérdidas por Corrientes de Foucault (Eddy)

Aplicaciones:

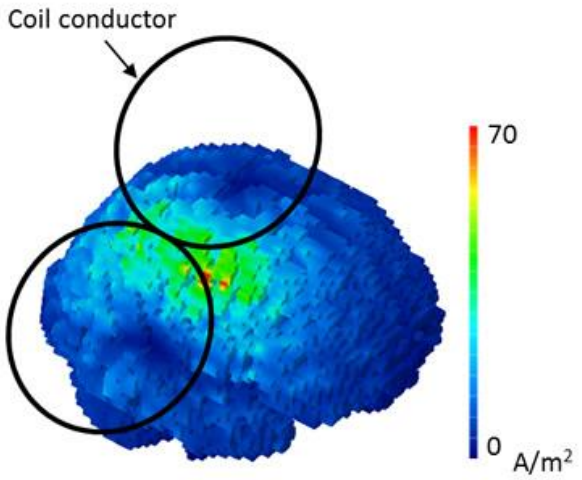
Cocina: Se calienta la olla mediante inducción (forma mucho más segura)

Tratamientos Neurológicos: Se generan corrientes eléctricas en el cerebro para tratar ciertas enfermedades.



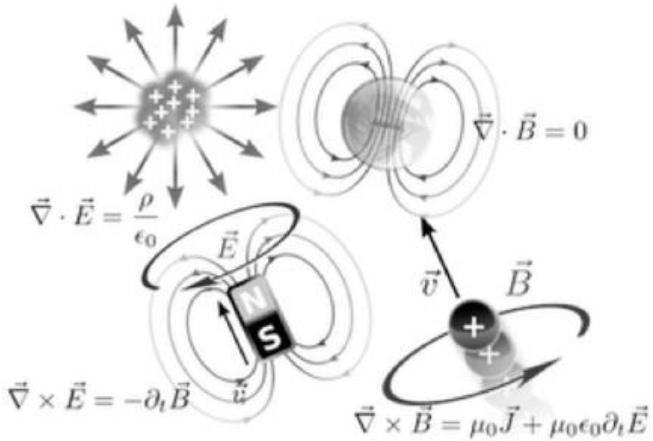


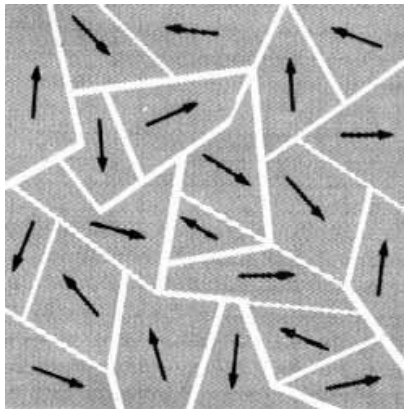
Magnetic stimulation using a figure-eight coil

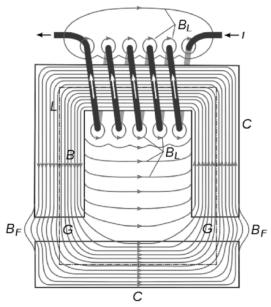


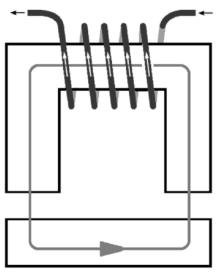
Numerical simulation of eddy currents in the human brain

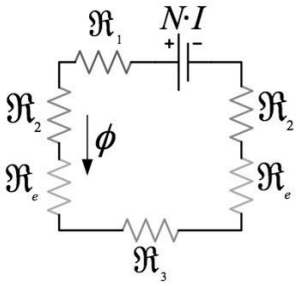
Fin Lectura 2

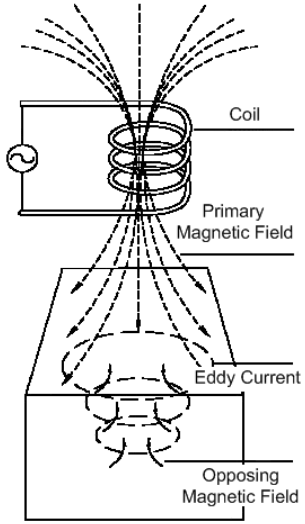


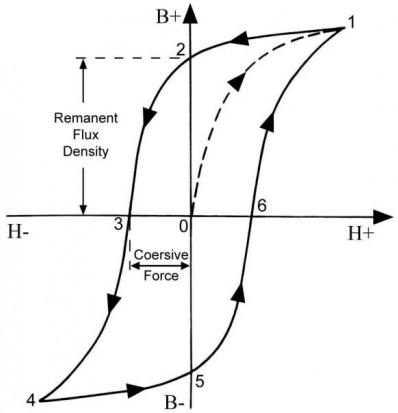












Conclusiones

Lectura 2: Electromagnetismo

Conceptos básicos

Los campo y flujos eléctricos están directamente relacionados con los magnéticos.

Ecuaciones Relevantes

Las ecuaciones de Maxwell, junto con la ley de Lorentz y el principio de conservación de carga describen todo el fenómeno electromagnético.

Materiales Magnéticos

Los principales materiales utilizados en magnetismo son los ferromagnéticos, los cuales presentan una curva de magnetización con histéresis.

Circuitos Magnéticos

Los circuitos magnéticos se pueden tratar bajo las leyes de los circuitos eléctricos mediante suposiciones y simplificaciones, pero al alimentarlos con AC el comportamiento resulta mucho más complejo debido a la histéresis.

Pérdidas de Energía en Sistemas Magnéticos

La pérdida por histéresis es independiente de la forma de onda de la fuente AC, sólo depende del tipo y volumen del material (núcleo), de la amplitud de la intensidad de campo **H** aplicada y de la frecuencia. La potencia disipada por corrientes parásitas depende de la frecuencia utilizada y se puede reducir de forma sustancial utilizando chapas aisladas y materiales de mayor resistencia

Próxima Lectura

Lectura 3
Transformadores

