# Interrogación 3

IEE2213 Máquinas Eléctricas

6 de diciembre de 2022

Nombre: __**PAUTA**_____

Cuenta con **3 horas** para responder en este mismo documento. Sólo el uso de **calculadora** y un **formulario personal** en una hoja tamaño carta por una cara está permitido. No puede utilizar ningún material adicional (celulares, apuntes, libros, etc.).

## Parte I. (25 %) Selección múltiple

Selección Múltiple: Correcta (+3) Incorrrecta (-1) Omitida (0)

1. Una máquina síncrona de rotor cilíndrico está conectada a una barra infinita y funcionando como generador sub-excitado con $E_g = V$ cuando repentinamente la potencia mecánica se reduce a la mitad por falla mecánica. Entonces se puede afirmar con certeza que:

   (a) La máquina pasa a funcionar como generador sobre-excitado.
   (b) La máquina continua funcionando como generador sub-excitado.
   (c) El factor de potencia disminuye.
   (d) El ángulo de carga aumenta.

   **RESPUESTA: B**

2. Tanto la máquina síncrona como la máquina de inducción pueden funcionar como generador o motor. Sin embargo, la máquina síncrona es la más utilizada para generación eléctrica debido a que:

   V La máquina síncrona es más eficiente
   V La máquina de inducción **NO** puede generar reactivos.
   F La máquina síncrona requiere menos mantención.

   **No se considera pregunta 2**

3. El efecto del tamaño del entrehierro en una máquina de inducción está de alguna manera representado en el circuito equivalente por:

   (a) $R_{eq}$ y $X_{eq}$
   (b) $R'_r$ y $X_{eq}$
   (c) $X_m$ y $X_{eq}$

(d) $R_p$ y $R'_r$

**RESPUESTA: C**

4. Se tienen dos motores jaula de ardilla trifásicos idénticos, a excepción del material utilizado en los cables del estator, donde uno es de aluminio y el otro es de cobre, entonces:

   (a) El motor de aluminio será mas eficiente.
   (b) El motor de aluminio tendrá mayor torque de partida.
   (c) El motor de aluminio funcionará con un mayor deslizamiento máximo.
   (d) El motor de aluminio tendrá menor torque máximo.

   **RESPUESTA: D**

5. En una máquina de inducción de doble jaula:

   (a) La jaula externa tiene mayor resistencia y reactancia que la jaula interior.
   (b) La jaula externa tiene menor resistencia y reactancia que la jaula interior.
   (c) La jaula externa tiene mayor resistencia y menor reactancia que la jaula interior.
   (d) La jaula externa tiene menor resistencia y mayor reactancia que la jaula interior.

   **RESPUESTA: C**

6. El parámetro $G$ (inductancia rotacional) de una máquina de corriente continua incluye:

   (a) El diámetro y largo del rotor, además del entrehierro.
   (b) Los números de vueltas de las bobinas del rotor y estator.
   (c) El tipo de fierro utilizado en la construcción de la máquina.
   (d) Todas las anteriores.

   **RESPUESTA: D**

7. Una de las características de las máquinas DC es que son fáciles de controlar. Al respecto, ¿cuál afirmación es correcta?

   (a) Al utilizar un partidor con resistencias en serie, las resistencias se van conectando una a una hasta llegar al torque de operación.
   (b) En una máquina *shunt*, al controlar la velocidad con el voltaje de alimentación, existen velocidades que a determinado voltaje no se pueden alcanzar.
   (c) El Grupo Ward-Leonard consiste en una máquina motriz, un generador *shunt* y un motor DC, que puede ser cualquiera.

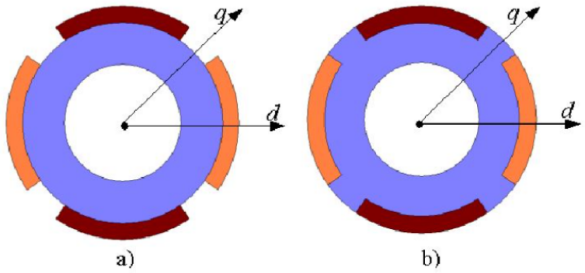
(d) En una máquina de excitación separada, al controlar la velocidad con el voltaje de alimentación, existen velocidades que a determinado voltaje no se pueden alcanzar.

**RESPUESTA: B**

## Parte II. (25 %) Verdadero o Falso y Preguntas Cortas

Verdadero o Falso: Correcta (+3) Incorrrecta (-3) Omitida (0)
Justifique su respuesta brevemente.
Preguntas Cortas: NO descuentan.

1. Dos máquinas síncronas funcionan como generador subexcitado con los mismos valores de operación (V, $E_g$, $\delta$), con un ángulo de carga menor a $45^o$. Los rotores de cada máquina se ilustran en la figura. El color morado es fierro, y el marrón y naranjo representa imanes dispuestos con distinta polaridad.




   La potencia activa de a) es <u>mayor</u> (mayor/menor/igual) a la de b).

   La potencia reactiva de a) es <u>menor</u> (mayor/menor/igual) a la de b).

2. Un vehículo de la fórmula E posee una máquina de inducción. Al comienzo de la carrera la batería se descarga aún cuando el conductor frena, pero luego de algunas vueltas la batería es cargada cada vez que el conductor frena.

   Lo anterior se explica porque al comienzo, la máquina funciona como <u>freno</u> (motor/generador/freno), y luego opera como <u>generador</u> (motor/generador/freno).

3. La frecuencia de deslizamiento $s$ en una máquina de inducción de un par de polos:
   <u>V</u> (V/F) Representa la diferencia relativa entre la frecuencia de alimentación y la frecuencia rotórica.
   <u>V</u> (V/F) Posee una magnitud levemente superior a cero en operación nominal.
   <u>F</u> (V/F) Modifica el valor de la resistencia rotórica.

4. La máquina DC corresponde a un familia de máquinas que poseen distintas características.

   V (V/F) El motor serie es utilizado para sistemas de tracción debido al alto torque de partida.
   F (V/F) El motor compound aditivo largo tiene menor torque que un motor serie con la misma rama serie.
   V (V/F) La diferencia entre el compound largo y corto no es significativa.
   V (V/F) La máquina de excitación separada es la más fácil de controlar.

5. Máquina DC:

   a) Explique la función que posee el colector para la máquina DC y que voltaje se observa en los bobinados del rotor y en la salida del rotor (se recomieda ilustrar los voltajes para una máquina de 4 delgas para la explicación).
   b) Nombre y explique los tipos de bobinados en máquinas DC (2 líenas de texto por tipo).
   c) Explique la reacción de armadura y sus consecuencias, además de 2 formas de solucionarla.
   d) Explique conceptualmente por qué el motor DC serie no posee transición a generador (máximo 3 líneas).

   **RESPUESTA:**

   a) El colector permite que a la salida del rotor se observe un voltaje DC, ya que se encarga de conmutar los voltajes sinusoidales de los bobinados. El voltaje del estator es DC en el caso que el campo magnético se genere con bobinas.
   b) Ver lecturas: tipo anillo y tambor (imbricado y ondulado).
   c) El campo magnético del estator interactúa con el del rotor, por lo que este se ve afectado, esto provoca que el neutro magnético se desplace y si no se soluciona produce chispazos en el conmutador, ya que este cortocircuita cada bobina y si el neutro magnético se encuentra desplazado existirá una diferencia de voltaje no despreciable entre cada bobina. Las 3 soluciones son: 1) Desplazar las escobillas y que así coincidan con el neutro (poco recomendable ya que el desplazamiento del neutro varía según la carga); 2) Mediante bobinados compensados en el campo que se encargarían de anular el desplazamiento, provoca mayores pérdidas por el cobre; 3) Mediante interpolos, bobinados conectados en serie con el estator, que deben situarse de manera que estén alineados con el neutro magnético teórico, la fmm debe ser contraria y de igual magnitud que la del inducido.

## Parte III. Desarrollo (*60 %)

*Observación: la prueba tiene 110 % como bono por llegar al final del curso

## Problema 1 (20 %): MI

Considere un motor asíncrono (inducción) de 380 [V], 50 [Hz] y 4 polos conectado en estrella, al cual se le han realizado los siguientes ensayos:

**Ensayo de Vacío**: $V_1 = 380[V]$ $I_1 = 3,2[A]$ $P_1 = 780[W]$

**Ensayo de Rotor Bloqueado**: $V_2 = 100[V]$ $I_2 = 20[A]$ $P_2 = 1250[W]$

Además, se tiene que la la resistencia en el estator $R_s = 0,6[\Omega]$ y las pérdidas mecánicas obtenidas corresponden a $P_m = 260[W]$. Teniendo esto en consideración, se pide calcular lo siguiente:

(a) La resistencia de pérdidas en el hierro, $R_{Fe}$, y la reactancia de magnetización $X_u$.

(b) La resistencia equivalente $R_{eq}$ y la reactancia equivalente $X_{eq}$.

Por otro lado, considere que el motor es alimentado a tensión nominal y se encuentra funcionando a un determinado régimen de carga con un deslizamiento del 4,5 %. Se pide calcular:

(c) La corriente consumida por el motor desde la red (magnitud y fase).

(d) Su factor de potencia.

(e) El rendimiento del motor.

## Solución

(a) Para este apartado aplicamos la prueba de vacío, donde se tiene que el deslizamiento corresponde a $s = 0$. Luego, realizando un análisis de potencia se tiene que:

$$P_{vacio} = P_{cu}^s + P_{Fe} + P_{mec} \tag{1}$$

Luego, es posible obtener la potencia de pérdida por efecto joule $P_{cu}^s$ en el estator, ya que se conoce la corriente que pasa por éste y la resistencia $R_s$ del estator:

$$P_{cu}^s = 3 \cdot I_s^2 \cdot R_s \tag{2}$$

$$P_{cu}^s = 3 \cdot 0,6 \cdot 3,2^2 = 18,43[W] \tag{3}$$

Además, por enunciado se tiene que $P_{mec} = 260$ [W], por lo cual:

$$P_{Fe}^{s} = P_{vacio} - P_{cu}^{s} - P_{mec} \tag{4}$$

$$P_{Fe}^{s} = 780 - 18,43 - 260 \tag{5}$$

$$P_{Fe}^{s} = 501.57[W] \tag{6}$$

De esta manera, se tendrá que la potencia absorbida por el fierro (considerando el circuito equivalente en vacío) será igual a:

$$P_{Fe}^{s} = S \cdot fp \tag{7}$$

Donde S puede ser calculada como:

$$S = V_1 \cdot I_s \tag{8}$$

$$S^{1\phi} = \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 3,2 = 702,057[VA] \tag{9}$$

$$S^{3\phi} = 3 \cdot S^{1\phi} \tag{10}$$

$$S^{3\phi} = 2106,1[VA] \tag{11}$$

Luego, el factor de potencia corresponde a:

$$fp = \frac{501.57}{2106,1} = 0,2381 \tag{12}$$

Por definición, se tiene que:

$$\theta_s = \arccos 0,2381 = 76,22 \tag{13}$$

Además, se sabe que el factor de potencia es inductivo, ya que se tiene un circuito compuesto de puros inductores y por ende el voltaje adelanta a la corriente en el diagrama fasorial donde:

$$\theta_s = \theta_v - \theta_i \tag{14}$$

Considerando el ángulo de voltaje como referencia, es posible obtener el ángulo de la corriente dado por:

$$\theta_i = -\theta_s \tag{15}$$

De esta manera, la corriente corresponde a:

$$I_s = 3,2\angle - 76,22[A] \tag{16}$$

$$I_s = 0,76 + 3,1 \cdot j[A] \tag{17}$$

Separando la corriente en la parte real e imaginaria, se tiene que:

$$I_{Fe} = 0,76[A] \tag{18}$$

$$I_\phi = 3,1[A] \tag{19}$$

Luego, como se conoce el voltaje de los componentes en la rama de magnetización, es posible calcular $R_{Fe}$ y $X_u$:

$$R_{Fe} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{0,76} = 287.83[\Omega] \tag{20}$$

$$X_u = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}}{3,1} = 70.77 \cdot j[\Omega] \tag{21}$$

(b) En este apartado, se aplica el ensayo de rotor bloqueado, donde $s = 1$. Además, es posible despreciar la rama de magnetización debido a la magnitud de las corrientes.Por otro lado, como en esta prueba la corriente $I_\phi$ es mucho menor a la corriente nominal de esta prueba, es posible despreciar la rama de magnetización. Además, se tiene que la única potencia existente corresponde a la potencia que consume el rotor, ya que como el rotor se encuentra bloqueado, no existen pérdidas mecánicas ni potencia útil, así como tampoco $P^s_{cu}$ y $P_{Fe}$ porque se desprecia la rama de magnetización. De esta manera se tiene que:

$$P_{rotor} = S \cdot fp \tag{22}$$

Donde la potencia aparente corresponde a:

$$S^{1\phi} = \frac{100}{\sqrt{3}} \cdot 20 = 1154,7[VA] \tag{23}$$

$$S^{3\phi} = 3464,1[VA] \tag{24}$$

Luego, el factor de potencia corresponde a:

$$cos(\theta s) = \frac{1250}{3463,1} = 0,36 \tag{25}$$

$$sin(s) = 0,93 \tag{26}$$

Luego,

$$R_{eq} = \frac{V_2 \cdot cos(\theta s)}{I_2} \tag{27}$$

$$R_{eq} = \frac{\frac{100}{\sqrt{3} \cdot 0,36}}{20} = 1,04[\Omega] \tag{28}$$

$$X_{eq} = \frac{V_2 \cdot sin(\theta s)}{I_2} \tag{29}$$

$$X_{eq} = \frac{\frac{100}{\sqrt{3} \cdot 0,93}}{20} = 2,69[\Omega] \tag{30}$$

(c) El motor está funcionando a un determinado régimen de carga con un deslizamiento s igual a 0,045. Del circuito equivalente del motor se puede deducir la siguiente ecuación, que nos permite encontrar el valor de la corriente del rotor referida al estator.

$$I'_r = \frac{Vs}{R_s + \frac{R'_r}{s}} + jX_{eq} \tag{31}$$

Luego, la resistencia en la carga corresponde a:

$$R = R'_r \cdot (\frac{1}{s} - 1) \tag{32}$$

$$R = 0,44 \cdot (\frac{1}{0,045} - 1) = 9,37[\Omega] \tag{33}$$

donde $R'_r$ se calculó como:

$$R'_r = R_{eq} - R_s \tag{34}$$

$$R'_r = 1,04 - 0,6 = 0,44[\Omega] \tag{35}$$

De esta manera, según la ecuación 31 se tiene que:

$$I'_r = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}\angle 0}}{(1,04 + 9,37) + 2,69j}[A] \tag{36}$$

$$I'_r = 20,40\angle -14,49[A] \tag{37}$$

Luego la corriente que el motor está consumiendo en esta situación de carga será, como se puede deducir del circuito equivalente del motor, la suma de la corriente del rotor referida al estator más la corriente de vacío:

$$I = 20,40\angle -14,49 + 3,2\angle -78,48 \tag{38}$$

$$I = 21,99\angle -22,01[A] \tag{39}$$

(d) El factor de potencia se puede calcular como:

$$fp = cos(22,01) = 0,92 \tag{40}$$

(e) Se tiene que el rendimiento corresponde a:

$$\eta = \frac{P_{util}}{P_{in}} \cdot 100\,\% \tag{41}$$

La potencia de entrada corresponde a:

$$P_{in} = 3 \cdot V_s \cdot I_s \cdot fp \tag{42}$$

$$P_{in} = 3 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 21,99 \cdot 0,92 = 13416,67[W] \tag{43}$$

Por otro lado, se tiene que la $P_{util}$ se puede obtener como:

$$P_{util} = P_{mi} - P_{mec} \tag{44}$$

donde $P_{mi}$ corresponde a la potencia mecánica interna total.

$$P_{mi} = 3 \cdot R \cdot I_r'^2 \tag{45}$$

$$P_{mi} = 3 \cdot 9,37 \cdot 20,40^2 = 11696,53[W] \tag{46}$$

A partir de la ecuación 44, se tiene que:

$$P_{util} = 11,696 - 260 = 11436,53[W] \tag{47}$$

Finalmente, a partir de la ecuación 41 se obtiene el rendimiento de la máquina, dado por:

$$\eta = \frac{11436,53}{13416,67} = 85,24\,\% \tag{48}$$

## Problema 2 (20 %): DC

Se tiene un motor DC serie y shunt acoplados mecánicamente, cada uno con los valores nominales y variables detalladas en las dos figuras y ecuaciones de abajo. Ambos motores, serie y shunt, mueven en conjunto una carga aportando un toque en relación 1:2 respectivamente. La carga es del tipo $T_{carga} = 2 \cdot w_m^2$ y el voltaje de alimentación $V_a$ para la máquina shunt es el nominal. Encuentre:

a) La velocidad de operación del sistema.

b) Corriente de armadura $I_a^{shunt}$ y la corriente $I_{serie}$.

c) Voltaje inducido $E_g^{shunt}$ y $E_g^{serie}$.

d) Torque generado $T_{shunt}$ y $T_{serie}$.

e) Voltaje en bornes de la máquina serie $V_a^{serie}$.

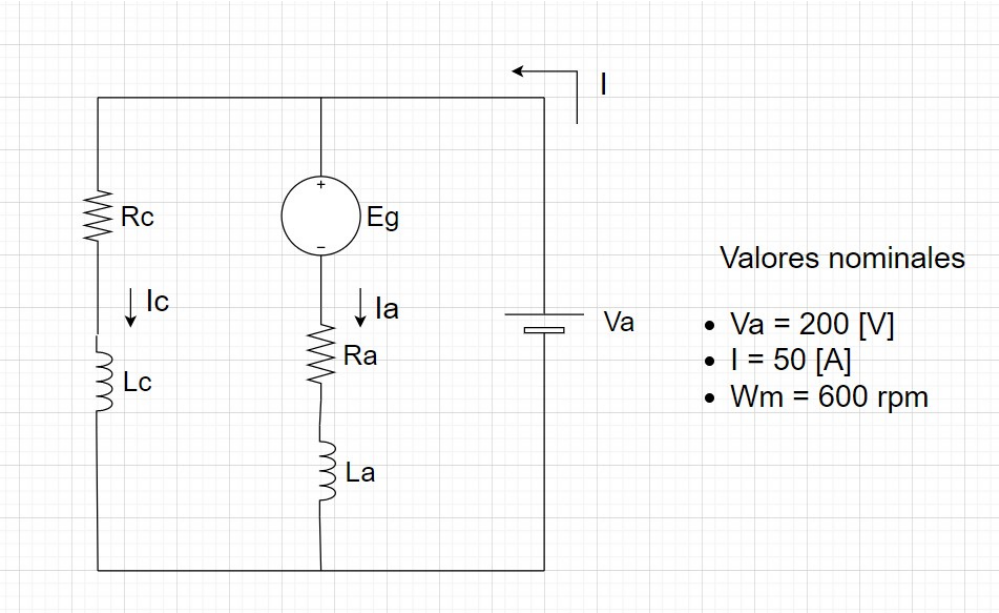



Figura 1: Máquina Shunt.

$$Z_a^{shunt} = 4 + j \cdot w \cdot L \ [\Omega]$$

$$Z_c^{shunt} = 7 + j \cdot w \cdot L \ [\Omega]$$

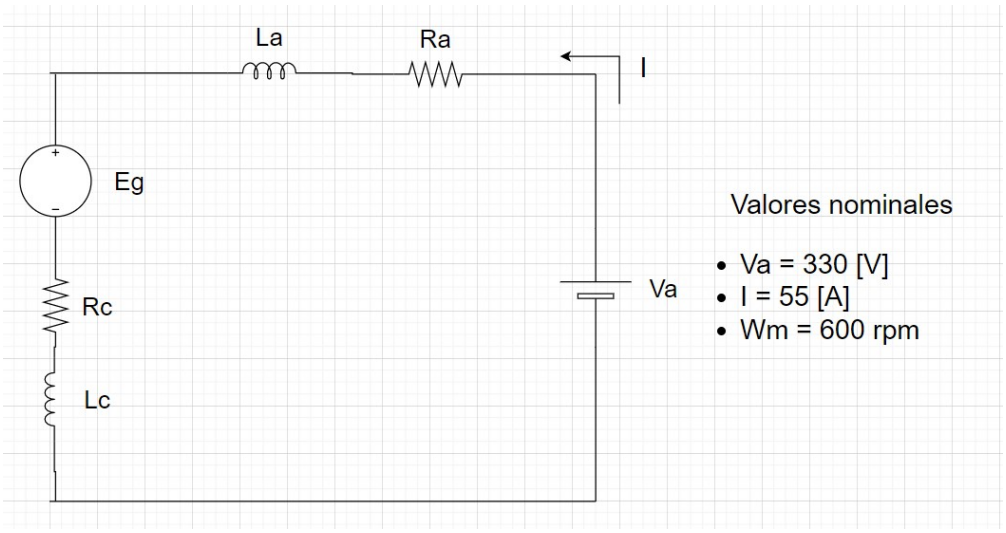



Figura 2: Máquina Serie.

$$Z_a^{serie} = 2 + j \cdot w \cdot L \ [\Omega]$$

$$Z_c^{serie} = 3 + j \cdot w \cdot L \ [\Omega]$$

## Solución

a) Primero se realiza el cálculo de la inductancia rotacional de cada máquina ya que se poseen los valores nominales. Para la máquina shunt, mediante la rama del campo podemos calcular la corriente de campo nominal.

$$i_c = 28.571 \ [A]$$

Y mediante las leyes de kirchhoof se calcula la corriente de armadura nominal:

$$i_a = 21.428 \ [A]$$

Entonces conociendo la corriente de armadura y el voltaje nominal, es posible obtener el voltaje $E_g$.

$$E_g = V_{nom} - R_a \cdot I_a$$
$$E_g = 114.288 \ [V]$$

Luego con la ecuación del voltaje inducido vista en clases es posible obtener la inductancia rotacional de la máquina shunt.

$$G = \frac{E_g}{w_g \cdot i_c}$$

$$G = 63.67\ [mH]$$

Para la máquina serie se tiene un procedimiento similar.

$$330[V] - I \cdot (R_a + R_c) = E_g$$

$$E_g = 55\ [V]$$

Utilizando la misma ecuación que para la máquina shunt se obtiene

$$G = 15.916\ [mH]$$

En las condiciones en las que se está trabajando, la máquina shunt es alimentada por voltaje nominal, por lo que $I_c = 28.572\ [A]$.

Para obtener lo pedido se realiza lo siguiente (para la shunt):

$$V_a - E_g = R_a \cdot I_a$$

Y reemplazando $E_g$

$$V_a - G_{shunt} \cdot w_m \cdot I_c = R_a \cdot I_a \tag{49}$$

Luego por enunciado sabemos que

$$T_{shunt} + T_{serie} = 2 \cdot w_m^2$$

Y con la relación entre los torques de cada máquina:

$$1.5 \cdot T_{shunt} = 2 \cdot w_m^2$$

Reemplazando por la ecuación de torque

$$1.5 \cdot G_{shunt} \cdot i_a \cdot i_c = 2 \cdot w_m^2 \tag{50}$$

Es posible observar que con las ecuaciones (49) y (50) se obtiene un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas, la corriente de armadura y la velocidad de operación. Si en (49) se despeja la corriente y se reemplaza en (50) se llega a la siguiente ecuación cuadrática:

$$2 \cdot w_m^2 + w_m \cdot \frac{1.5\ i_c^2\ G_{shunt}^2}{R_a} - \frac{1.5\ i_c\ G_{shunt}\ V_a}{R_a} = 0$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática se obtiene $w_m = 7.9951 \frac{rad}{s}$ y $w_m = -8.5755 \frac{rad}{s}$. Es posible notar que si se eligiera el valor negativo se obtiene un valor de $E_g$ tal que es mayor que $V_a$, lo cual querría decir que es un generador, cuando en realidad es un motor, por lo tanto se elige el valor positivo de velocidad.

b) Con la velocidad se reemplaza su valor en (49) o (50) y se obtiene $I_a = 46.38\ [A]$. Con este valor es posible calcular todo lo relacionado con la máquina shunt:

$$V_a = R_a\ I_a + E_g^{shunt}$$
$$E_g^{shunt} = 14.468\ [V]$$

$$T_{shunt} = i_c\ i_a\ G_{shunt}$$
$$T_{shunt} = 84.38\ [Nm]$$

Entonces el torque de la máquina serie será:

$$T_{serie} = 42.1895\ [Nm]$$

Luego se sabe que:

$$T_{serie} = i^2\ G_{serie}$$
$$51.4855\ [A] = i_{serie}$$

c) Como se calculó anteriormente:

$$E_g^{shunt} = 14.468\ [V]$$

Además mediante la ecuación $E_g^{serie} = G_{serie}\ w_m\ i_{serie}$ se obtiene:

$$E_g^{serie} = 6.51875\ [V]$$

d) Del segundo ítem, para la máquina shunt:

$$T_{shunt} = 84.38\ [Nm]$$

Y para la maquina serie:

$$T_{serie} = 42.1895\ [Nm]$$

e) Resolviendo la malla se obtiene:

$$V_a^{serie} = 263.95[V]$$

Esta configuración es peligrosa para la máquia shunt, ya que como se observó en los resultados obtenidos, la suma de las corrientes de campo y armadura dan un valor mayor que la nominal, por lo que no es recomendable usar esta configuración por mucho tiempo ya que dañará la máquina.

## Problema 3 (20 %): MS

Un generador síncrono de 100 MVA, 14,4 kV, con FP de 0,8 en retraso, conectado en estrella, tiene una resistencia en el inducido despreciable y una reactancia síncrona de 2,07 Ω. El generador está conectado a una barra infinita de 60 Hz y 14,4 kV.

a) ¿Cuál es la corriente en el inducido $I_A$ en condiciones nominales?

b) ¿Cuál es el voltaje generado $E_g$ en condiciones nominales?

c) Suponga que el generador opera inicialmente en condiciones nominales. Si disminuye 5 % el voltaje interno generado $E_g$ y se mantiene el torque entregado en el eje, ¿Cuál será la nueva corriente en el inducido $I_A$?

d) Determine el nuevo factor de potencia.

## Solución

a) Como se conoce la potencia y el voltaje, se puede determinar que la corriente de armadura será:

$$I_A = I_L = \frac{S}{\sqrt{3}V_T} = \frac{100MVA}{\sqrt{3}\cdot 14.4kV} = 4009A \tag{51}$$

Luego, considerando que el factor de potencia es 0.8, entonces la corriente pedida será:

$$I_A = 4009\angle - \arccos(0.8) = 4009\angle - 36,87 \tag{52}$$

b) Considerando el voltaje del bus y el circuito equivalente de la máquina síncrona funcionando como generador, se tiene que:

$$E_a = V + R_A I_A + jX_s I_A$$
$$E_A = 8313\angle 0 + j(2,07\Omega)(4009\angle - 36,87A)$$
$$E_A = 14858\angle 26,54V$$

c) Si $E_A$ disminuye en un 5 %, la corriente de armadura se verá afectada. Notar que como el bus es infinito, lo que significa que $V$ y $\omega_m$ serán constantes.

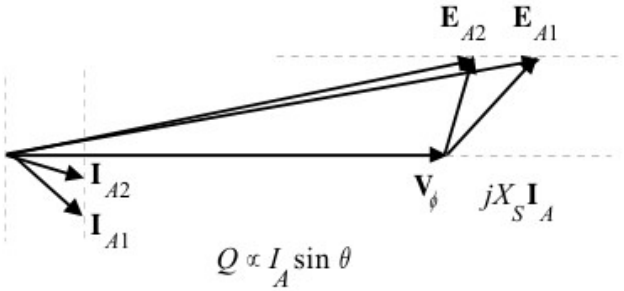



Figura 3: Cambio de la corriente

Entonces:

$$P = \frac{3VE_A}{X_s}\sin(\delta) = C \tag{53}$$

Con C una constante. Entonces se puede extraer que:

$$E_{A1}\sin(\delta_1) = E_{A2}\sin(\delta_2) \tag{54}$$

Luego, con un 5 % de disminución, $E_{A2} = 14115V$ y entonces:

$$\delta_2 = \arcsin\left(\frac{E_{A1}}{E_{A2}}\sin(\delta_1)\right) = 28.0 \tag{55}$$

Entonces, la nueva corriente de armadura será:

$$I_A = \frac{E_{A2} - V}{jX_s} = \frac{14115\angle 28 - 8313\angle 0}{j2.07} = 3777\angle -32.1 \tag{56}$$

d) El nuevo factor de potencia será inductivo, con valor:

$$FP = \cos(32.1) = 0.8471 \tag{57}$$