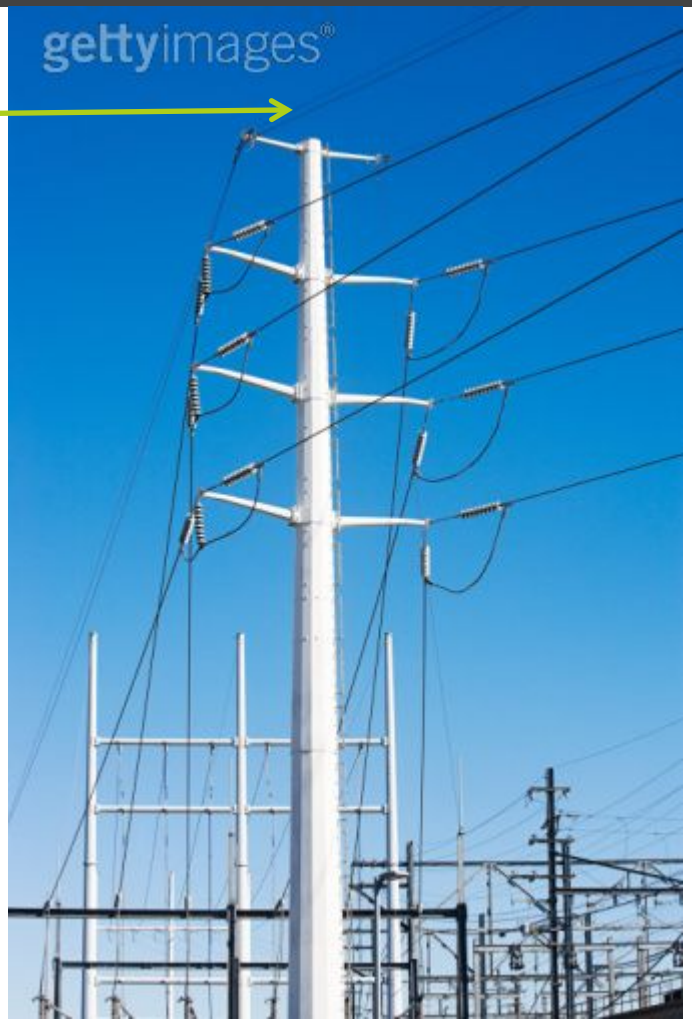
11 Sistemas Trifásicos desbalanceados*

- Las redes trifásicas desequilibradas son normalmente redes balanceadas con problemas.
  - Algunos de los supuestos para las redes equilibradas ya no son válidos.
- Si bien un sistema trifásico sólo necesita 3 cables para conducir, generalmente hay un cuarto conductor
  - éste se debe precisamente a la posibilidad de que haya desbalances en el sistema

**Notas basadas en los apuntes del Prof. Dr. David Watts*

11 Sistemas Trifásicos desbalanceados

Cuarto Conductor o cable de Guardia?

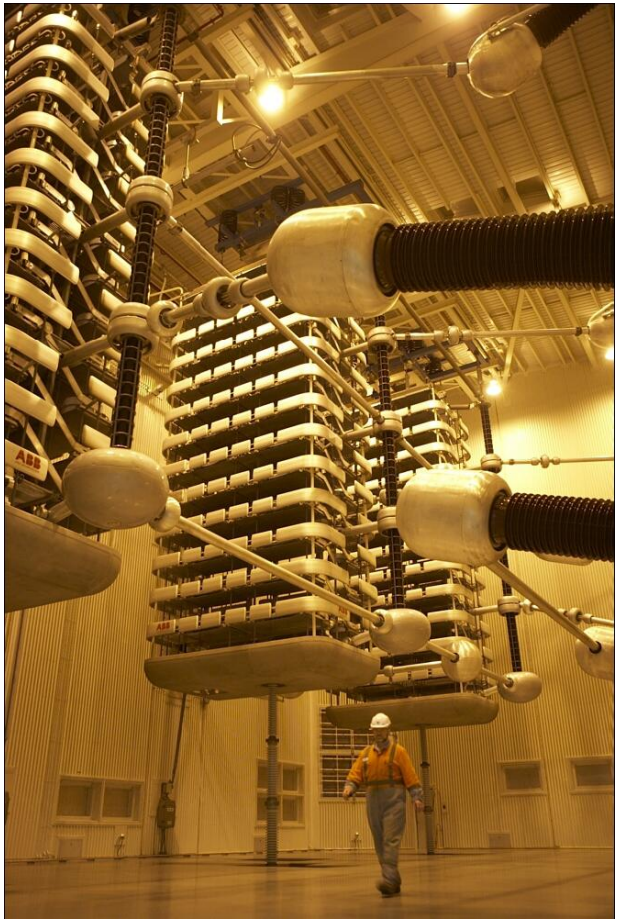


Conductor Neutro:

Permite la evacuación de la corriente de desbalance y el desacoplamiento de las demás fases, minimizando los problemas originados por algún tipo de desbalance o falla

11.1 ¿Qué puede provocar un desbalance en los sistemas?

1. Magnitud de los voltajes fase-neutro
2. Ángulo de los voltajes fase-neutro
3. Impedancia de línea
4. Impedancia de carga
5. Fallas

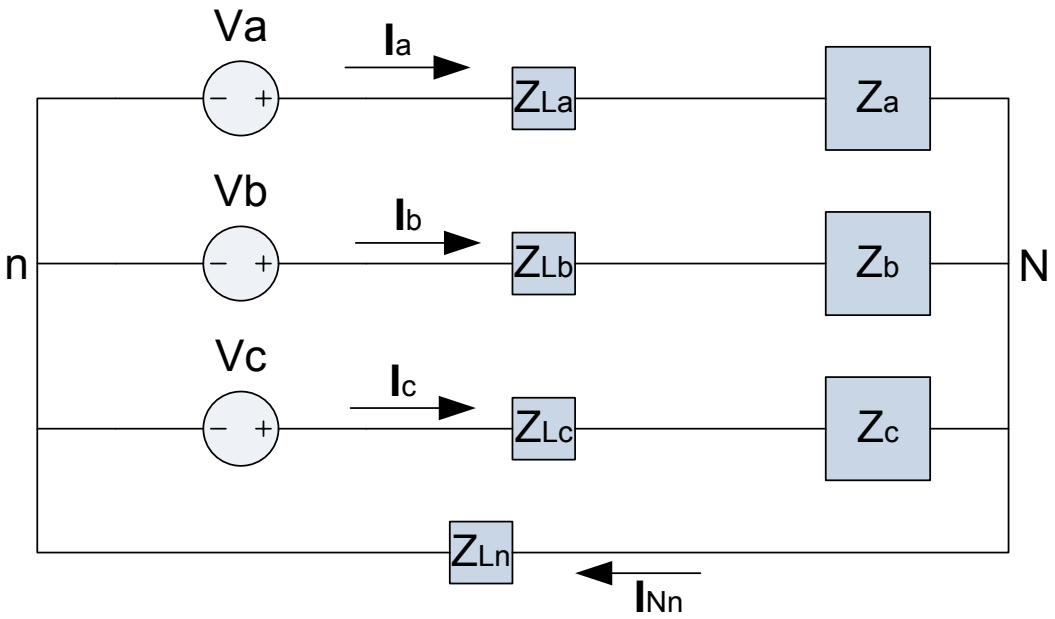


- Estas anomalías pueden producirse en cualquier punto de la cadena G-T-D;

- Ejemplos: en el mismo **generador**, en alguno de los **transformadores intermedios**, en las **líneas de transmisión** (220kV) o en el **sistema de distribución** (12kV).

11.1 Tipos de anomalías

1. Magnitud de los voltajes fase-neutro



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 230\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

Este desbalance trae como consecuencias:

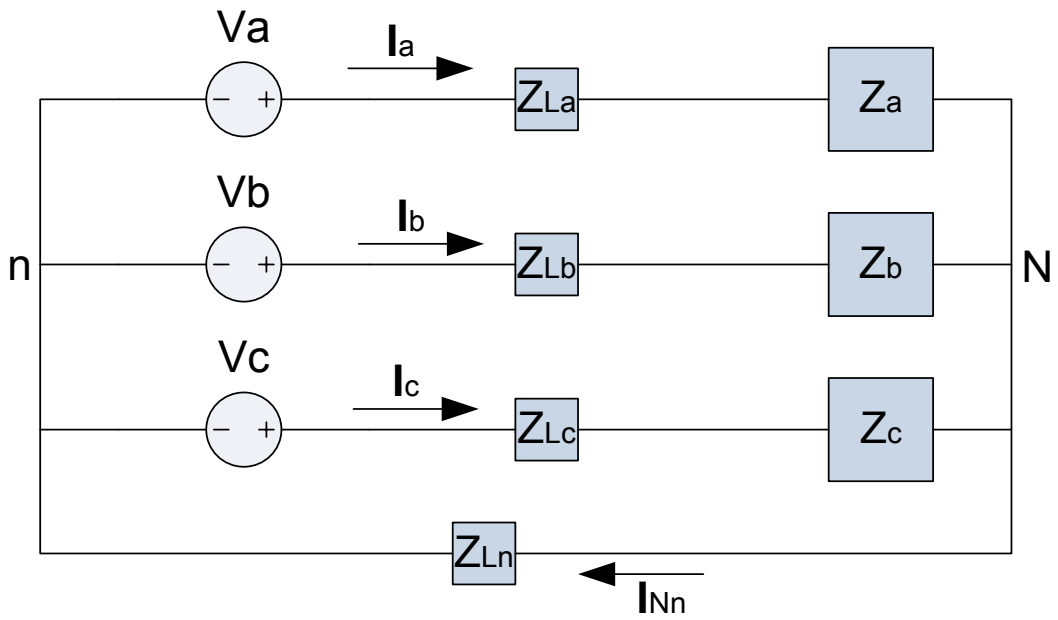
$$\rightarrow \left|\dot{I}_a\right| \neq \left|\dot{I}_b\right| \neq \left|\dot{I}_c\right|$$

$$\rightarrow \dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\rightarrow \dot{I}_{Nn} \neq 0$$

11.1 Tipos de anomalías

2. Ángulo de los voltajes fase-neutro



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 130°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

Este desbalance trae como consecuencias:

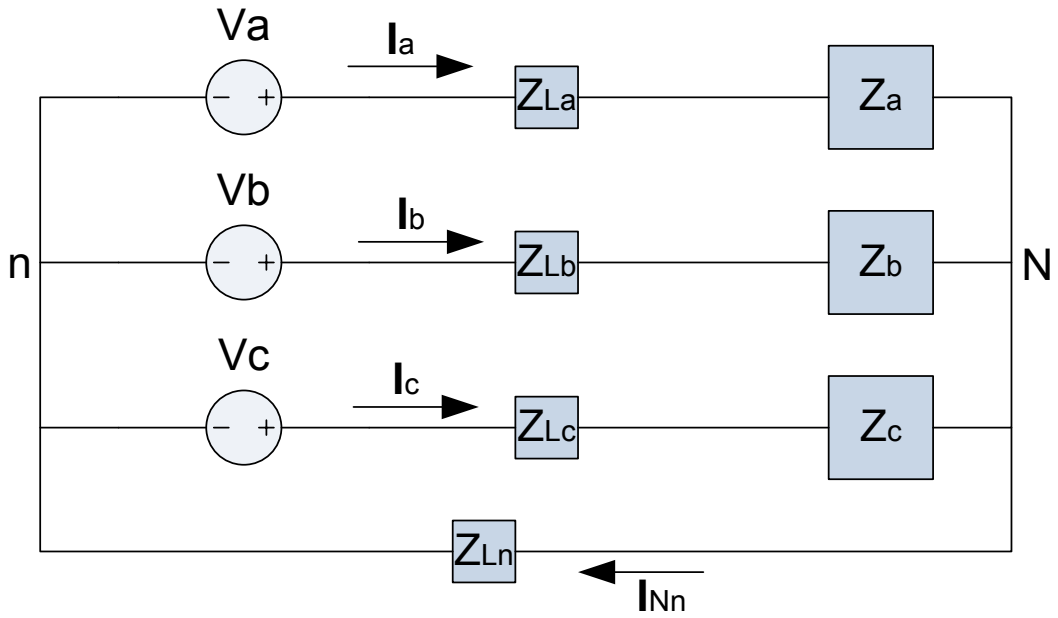
$$\rightarrow \left|\dot{I}_a\right| \neq \left|\dot{I}_b\right| \neq \left|\dot{I}_c\right|$$

$$\rightarrow \dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\rightarrow \dot{I}_{Nn} \neq 0$$

11.1 Tipos de anomalías

3. Impedancias de línea



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = 0.03 + j0.3$$

$$Z_{Lb} = 0.01 + j0.1$$

$$Z_{Lc} = 0.01 + j0.1$$

Este desbalance trae como consecuencias:

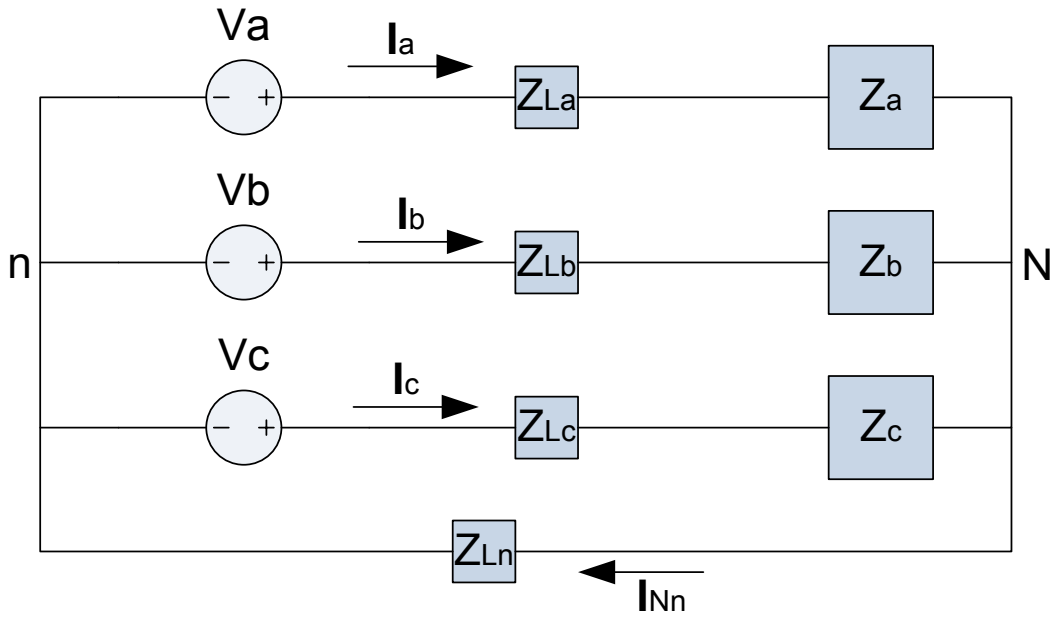
$$\rightarrow \left|\dot{I}_a\right| \neq \left|\dot{I}_b\right| \neq \left|\dot{I}_c\right|$$

$$\rightarrow \dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\rightarrow \dot{I}_{Nn} \neq 0$$

11.1 Tipos de anomalías

4. Impedancias de carga



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

$$Z_a = 30 + j10$$

$$Z_b = 30 + j10$$

$$Z_c = 30 + j50$$

Este desbalance trae como consecuencias:

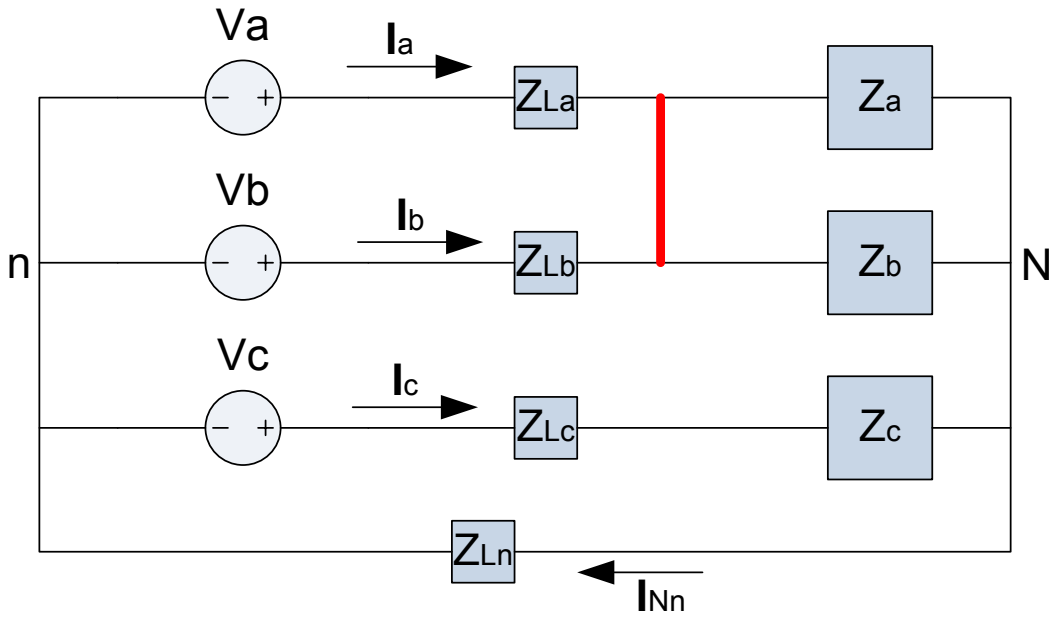
$$\rightarrow \left|\dot{I}_a\right| \neq \left|\dot{I}_b\right| \neq \left|\dot{I}_c\right|$$

$$\rightarrow \dot{V}_{Nn} \neq 0$$

$$\rightarrow \dot{I}_{Nn} \neq 0$$

11.1 Tipos de anomalías

5. Fallas



$$\dot{V}_a = 220\angle 0°$$

$$\dot{V}_b = 220\angle -120°$$

$$\dot{V}_c = 220\angle 120°$$

$$Z_a = Z_b = Z_c$$

$$Z_{La} = Z_{Lb} = Z_{Lc}$$

Hay muchos tipos de falla en los sistemas eléctricos, un ejemplo es el cortocircuito bifásico que se muestra en la figura.

$$\rightarrow |\dot{I}_a| \neq |\dot{I}_b| \neq |\dot{I}_c|$$

$$\rightarrow \dot{V}_{Nn} \neq 0$$

Cualquiera sea la falla, trae como consecuencias:

$$\rightarrow \dot{I}_{Nn} \neq 0$$

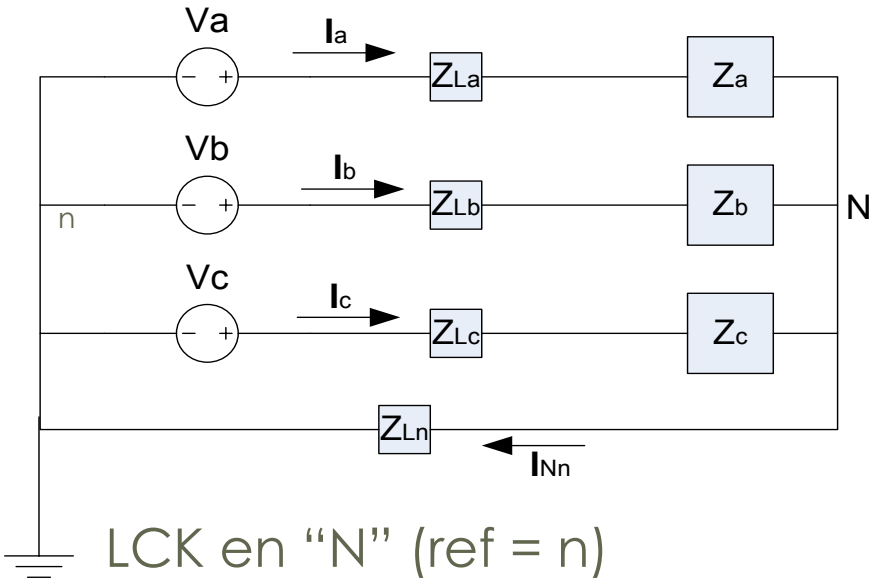
11.2 Resolución de redes desequilibradas

- **Correcto**
  Encontrar la diferencia de voltaje entre los neutros del sistema (neutro del generador "n" y neutro de las cargas "N"),
  - no perdiendo nunca la noción de que la red debería ser trifásica equilibrada y no cualquier circuito
  - debido a esto evitaremos usar mallas.

- Luego tenemos 2 caminos para encontrar el voltaje V_{Nn}

- Conociendo V_{Nn} podremos calcular todos los datos del sistema, incluyendo la magnitud del desbalance
  - la cuál se puede apreciar en la diferencia entre los voltajes de los neutros (diagrama fasorial).

11.2 Resolución de redes – Método de nodos



Reducimos impedancias

$$Z_A = Z_{La} + Z_a$$
$$Z_B = Z_{Lb} + Z_b$$
$$Z_C = Z_{Lc} + Z_c$$

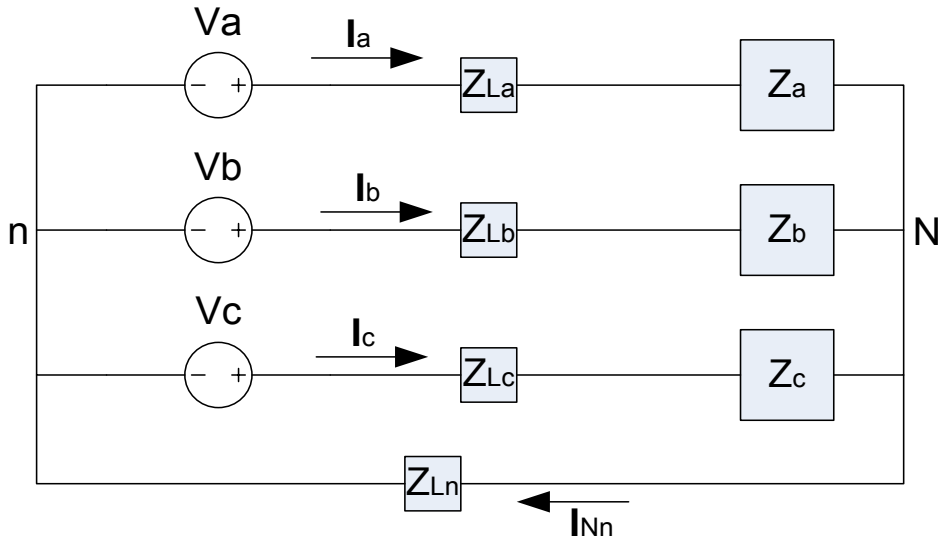
LCK en "N" (ref = n)
Encontrar voltaje $V_{Nn} = V_N$

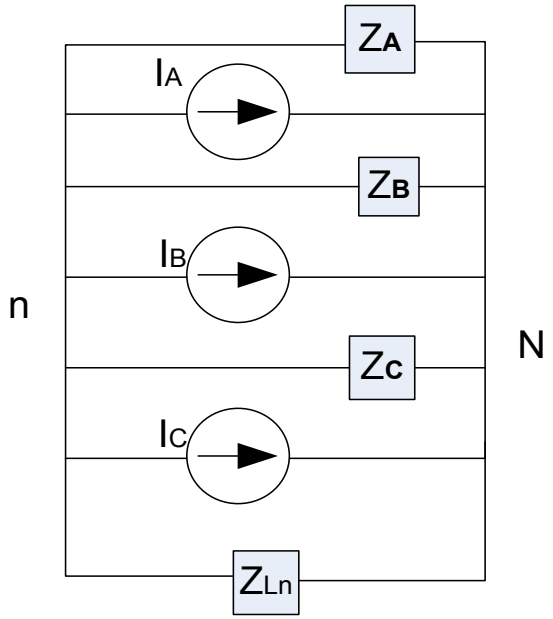
$$\frac{V_a - V_N}{Z_A} + \frac{V_b - V_N}{Z_B} + \frac{V_c - V_{Nn}}{Z_C} = \frac{V_N}{Z_{Ln}}$$

Calculamos el resto de las variables del sistema:

$$I_a = \frac{V_a - V_N}{Z_A}; I_b = \frac{V_b - V_N}{Z_B}; I_c = \frac{V_c - V_N}{Z_C}; I_{Nn} = \frac{V_N}{Z_{Ln}}$$

11.2 Resolución de redes – Transformación de fuentes





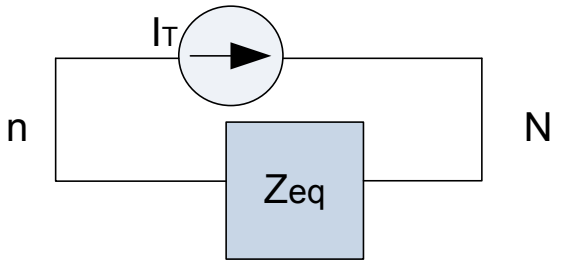
Reducimos impedancias

$$Z_A = Z_{La} + Z_a$$
$$Z_B = Z_{Lb} + Z_b$$
$$Z_C = Z_{Lc} + Z_c$$

Transformamos fuentes y sumamos

$$I_A = \frac{V_a}{Z_A}; I_B = \frac{V_b}{Z_B}; I_C = \frac{V_c}{Z_C}$$

11.2 Resolución de redes – Transformación de fuentes



Encontramos el voltaje V_{Nn}

$$I_T = I_A + I_B + I_C$$

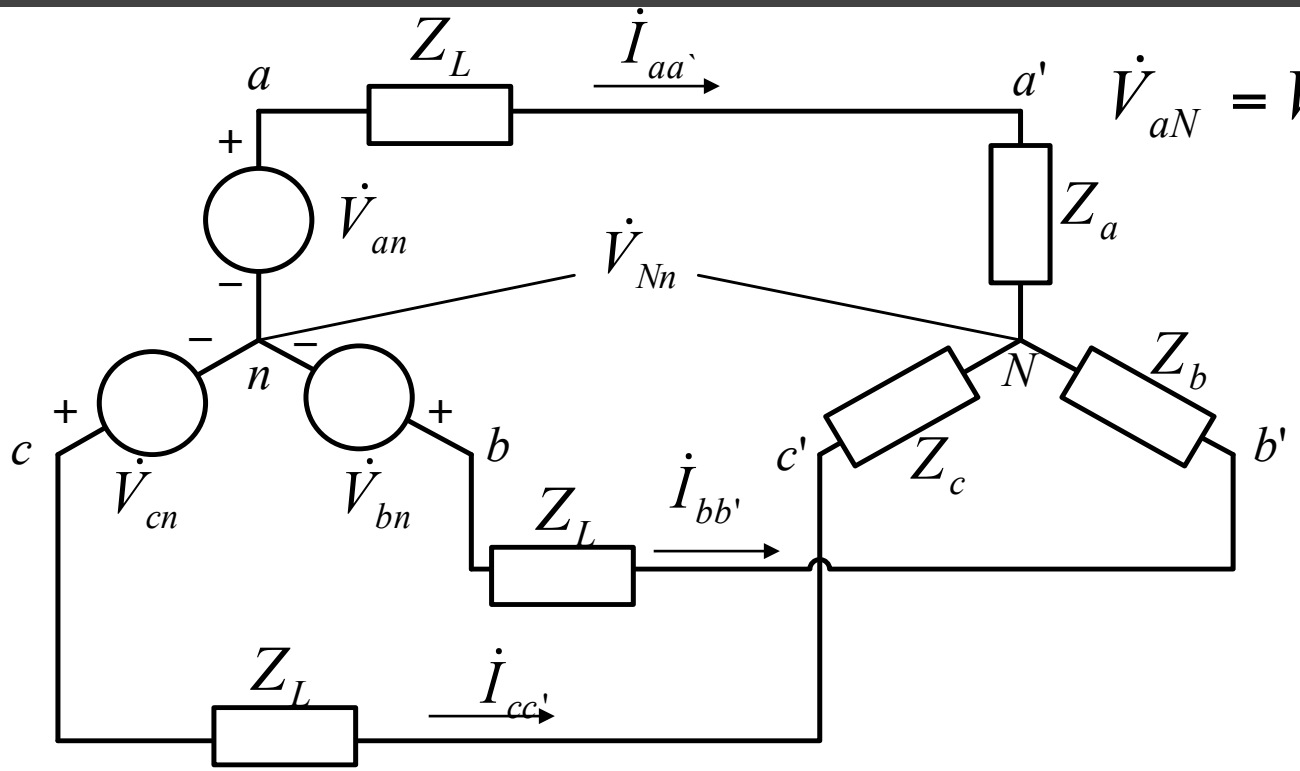
$$Z_{eq} = \left(\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_{Ln}} \right)^{-1}$$

$$V_{Nn} = I_T \bullet Z_{eq}$$

Calculamos el resto de las variables del sistema

$$I_a = \frac{V_a - V_{Nn}}{Z_A}; I_b = \frac{V_b - V_{Nn}}{Z_B}; I_c = \frac{V_c - V_{Nn}}{Z_C}; I_{Nn} = \frac{V_{Nn}}{Z_{Ln}}$$

11.2 Resolución de redes – Tres conductores

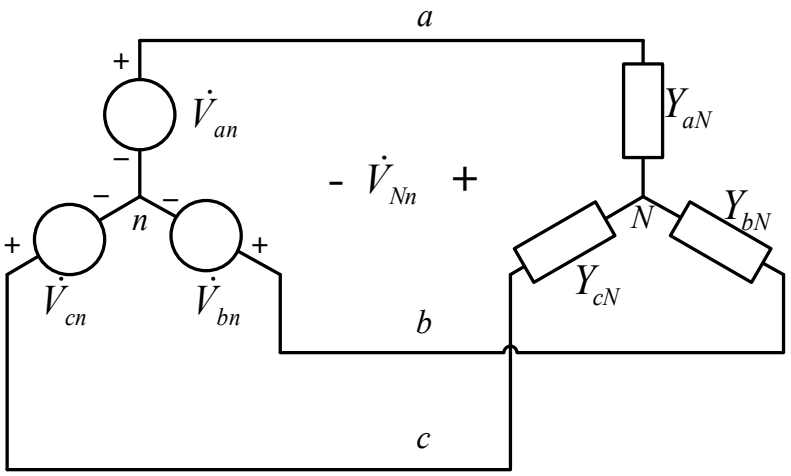


Se debe calcular $\boldsymbol{V_{Nn}}$ para luego calcular las variables de interés, así:

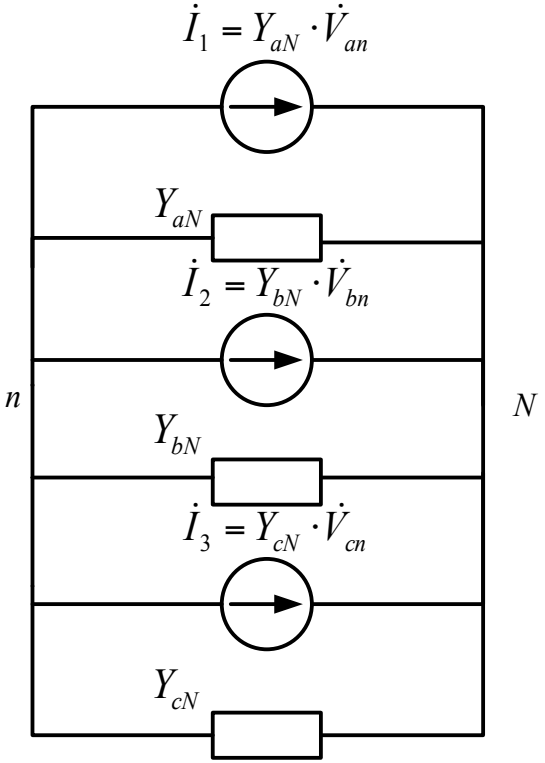
$$\dot{V}_{aN} = \dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn} \longrightarrow \dot{I}_{aa`} = \frac{\dot{V}_{aN}}{Z_L + Z_a} \longrightarrow Y_{iN} = \frac{1}{Z_L + Z_i}; \quad i = a, b, c$$

11.2 Resolución de redes – Tres conductores

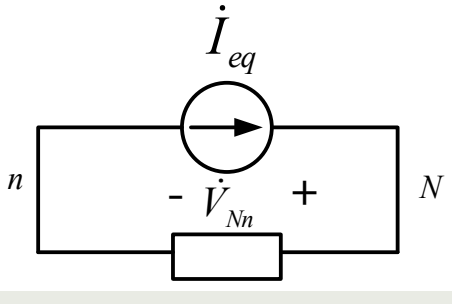
Cálculo del voltaje V_{Nn}



(1)



(2)



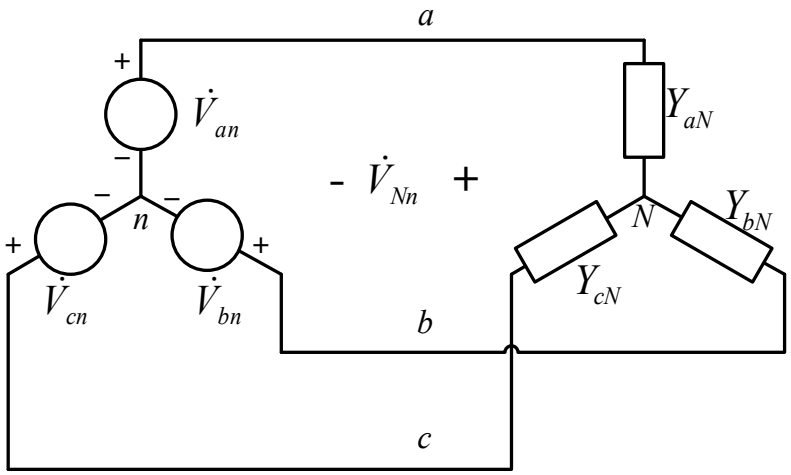
$$\dot{V}_{Nn} = \frac{\dot{I}_{eq}}{Y_{eq}}$$

11.2 Resolución de redes – Tres conductores

$$\dot{I}_{eq} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$

$$\dot{I}_{eq} = Y_{aN} \cdot \dot{V}_{an} + Y_{bN} \cdot \dot{V}_{bn} + Y_{cN} \cdot \dot{V}_{cn}$$

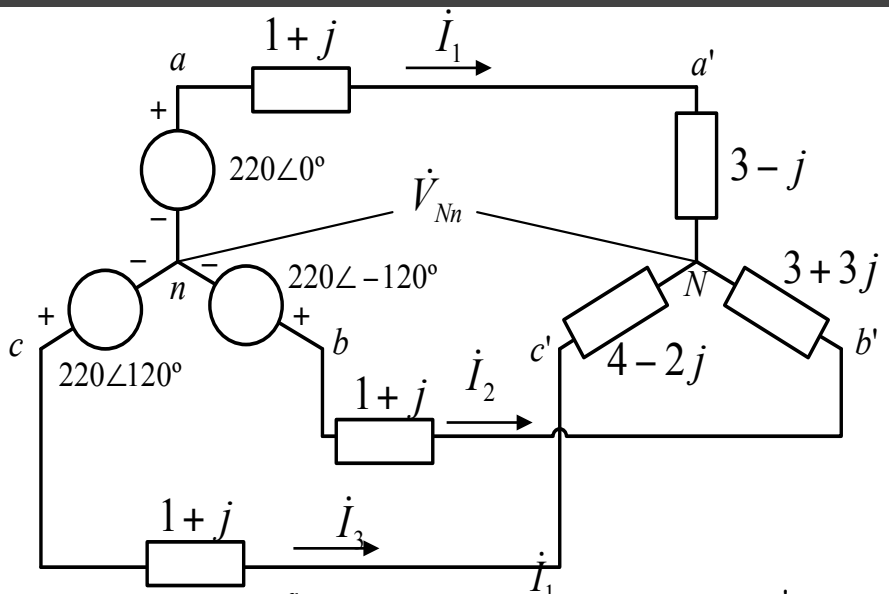
$$Y_{eq} = Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}$$



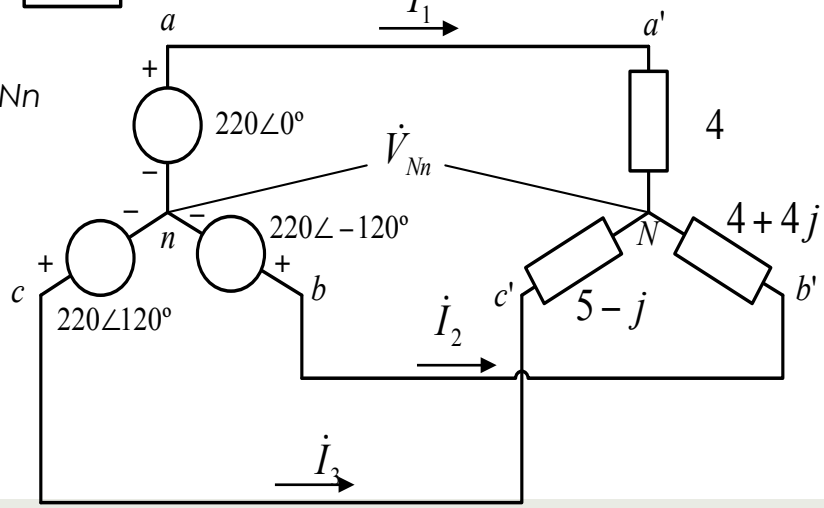
Por lo tanto:

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN} \cdot \dot{V}_{an} + Y_{bN} \cdot \dot{V}_{bn} + Y_{cN} \cdot \dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}}$$

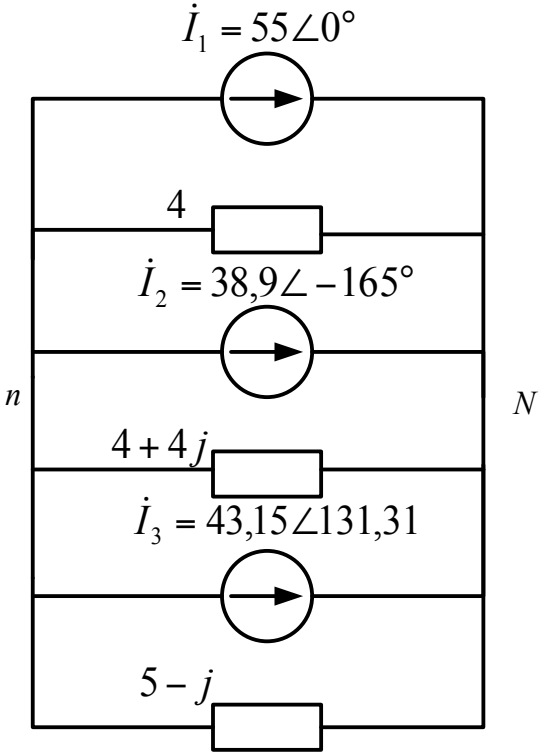
11.3 Ejemplo



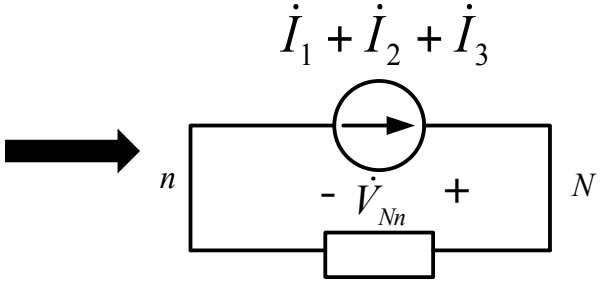
Buscamos V_{Nn}



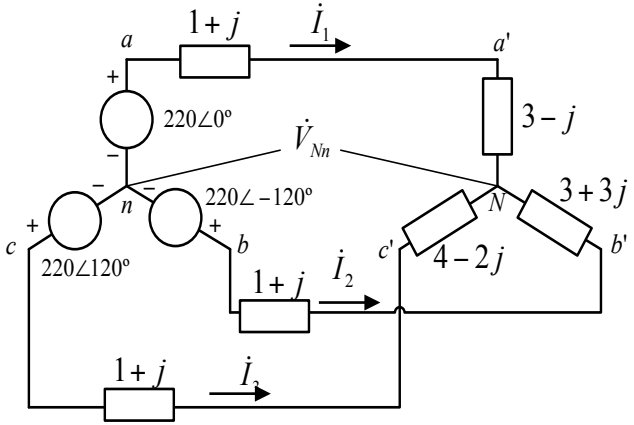
Encontrar todas
las corrientes de línea.



11.3 Ejemplo. 3 conductores



$$Y_{eq} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4+4j} + \frac{1}{5-j}$$



$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN}\cdot\dot{V}_{an} + Y_{bN}\cdot\dot{V}_{bn} + Y_{cN}\cdot\dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}} = \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4+4j} + \frac{1}{5-j}} = 43{,}442\angle 125°$$

Luego las corrientes:

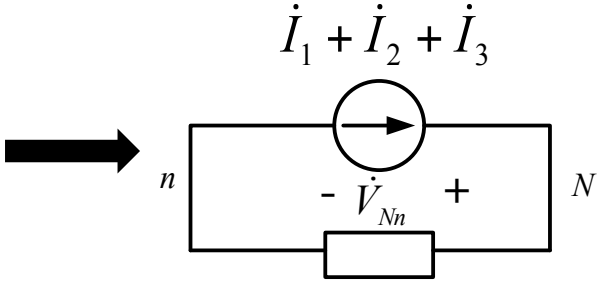
$$\dot{I}_i = \frac{\dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn}}{Z_L + Z_a} \quad \forall i = 1,2 \text{ y } 3$$

$$\dot{I}_1 = 61{,}87\angle -8{,}28\,A$$

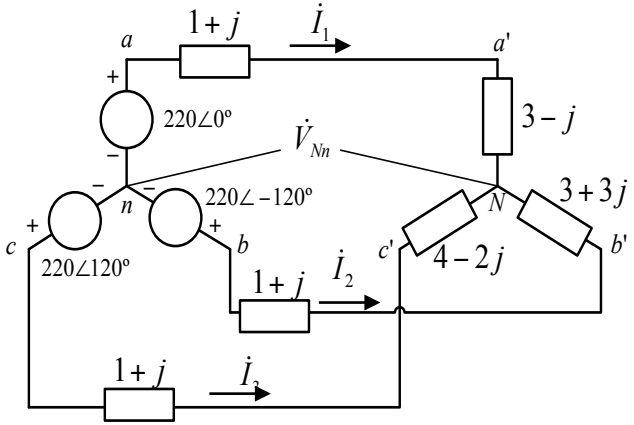
$$\dot{I}_2 = 42{,}7\angle -155{,}62\,A$$

$$\dot{I}_3 = 34{,}66\angle 130{,}1\,A$$

11.3 Ejemplo. 3 conductores



$$Y_{eq} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4+4j} + \frac{1}{5-j}$$



$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN}\cdot\dot{V}_{an} + Y_{bN}\cdot\dot{V}_{bn} + Y_{cN}\cdot\dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}} = \frac{\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4+4j} + \frac{1}{5-j}} = 43{,}442\angle 125°$$

Luego las corrientes:

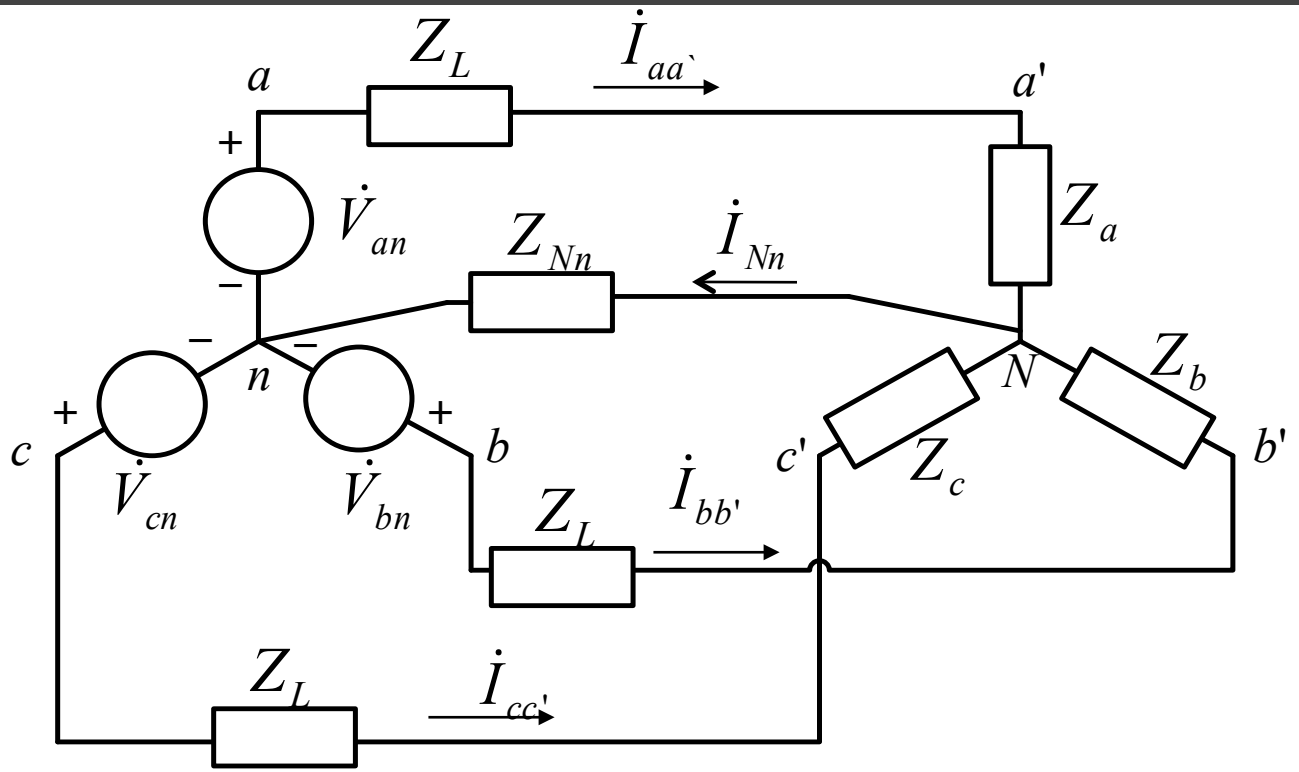
$$\dot{I}_i = \frac{\dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn}}{Z_L + Z_a} \quad \forall i = 1,2 \text{ y } 3$$

$$\dot{I}_1 = 61{,}87\angle -8{,}28\,A$$

$$\dot{I}_2 = 42{,}7\angle -155{,}62\,A$$

$$\dot{I}_3 = 34{,}66\angle 130{,}1\,A$$

11.3 Ejemplo. 4 conductores



- Análogo al caso de 3 conductores, se puede plantear:

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN} \cdot \dot{V}_{an} + Y_{bN} \cdot \dot{V}_{bn} + Y_{cN} \cdot \dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN} + Y_{Nn}}$$

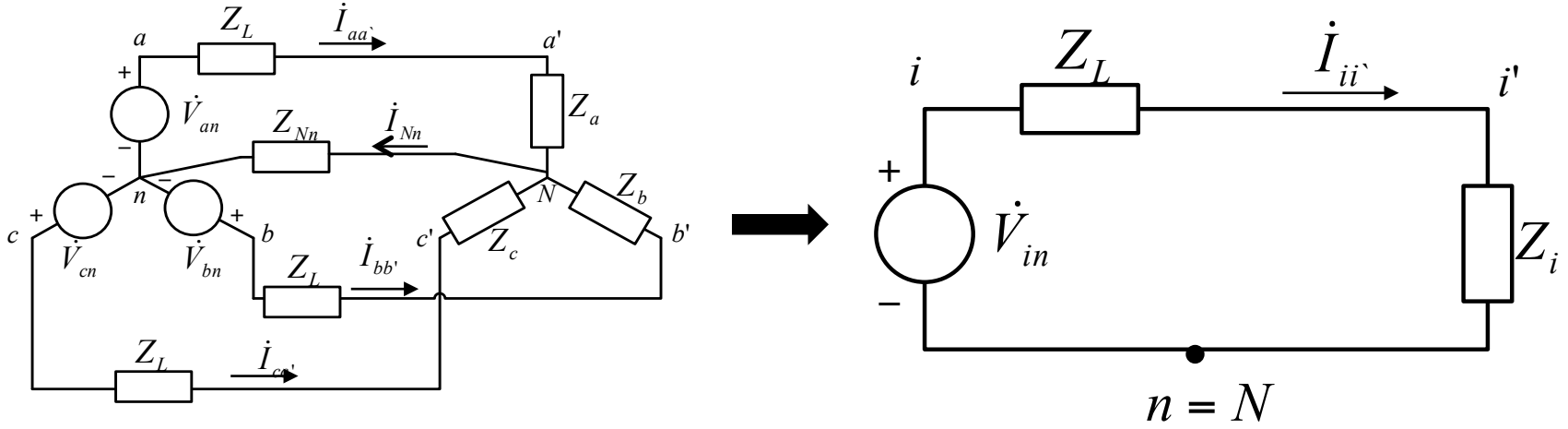
$$Y_{Nn} = \frac{1}{Z_{Nn}}$$

11.3 Ejemplo. 4 conductores

- Caso particular

$$Y_{Nn} \to \infty \Rightarrow V_{Nn} \to 0$$

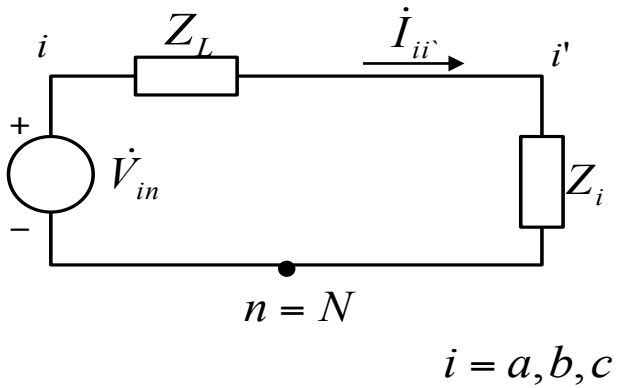
- Ambos neutros se confunden en un solo nodo, quedando tres sistemas monofásicos articulados en un nodo, luego:



$$i = a, b, c$$

11.3 Ejemplo. 4 conductores

- Se tiene: $$\dot{I}_{Nn} = \dot{I}_{aa'} + \dot{I}_{bb'} + \dot{I}_{cc'}$$



- Corriente de línea:

$$\dot{I}_{ii'} = \frac{\dot{V}_{in}}{Z_L + Z_i}; \quad i = a,b,c$$

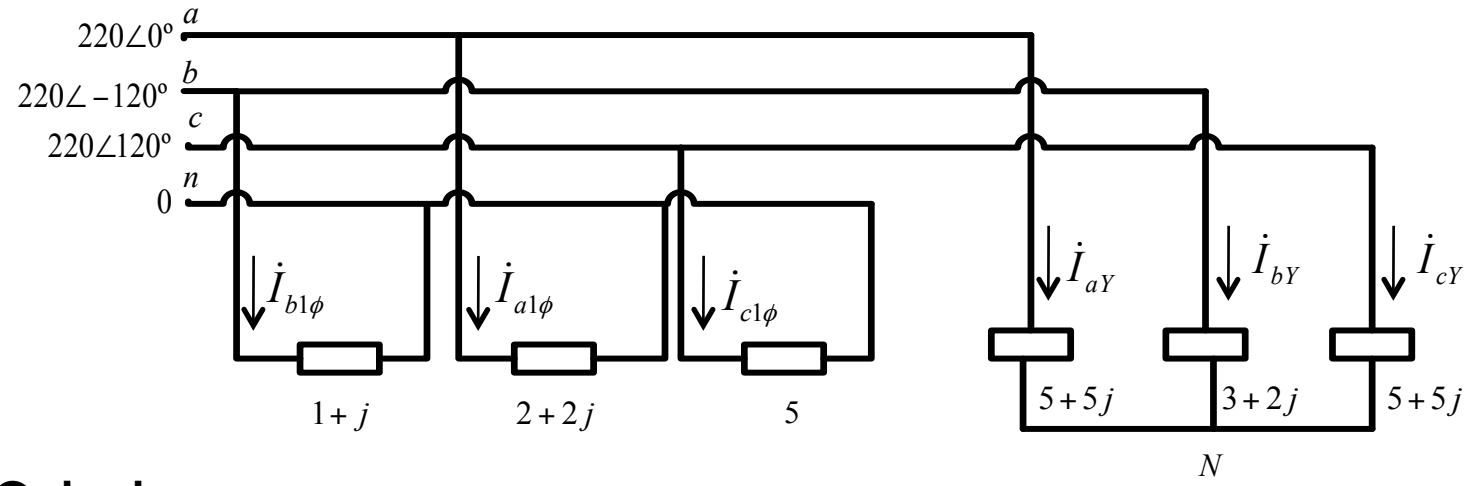
- Voltaje en la Carga:

$$\dot{V}_{i'N} = \dot{V}_{in}\frac{Z_i}{Z_L + Z_i}; \quad i = a,b,c$$

- Como en la práctica $Z_i >> Z_L$, las tensiones en el consumo son **prácticamente equilibradas**.

- Conclusión: la conexión de un conductor neutro tiende a equilibrar las tensiones en los consumos desequilibrados.

11.3 Ejemplo. 4 conductores



Calcular :

1. corrientes de línea (a, b, c y n).
2. factor de potencia línea b (luego corríjalo para tener un fp=0,9 con ω=50Hz).

Solución:

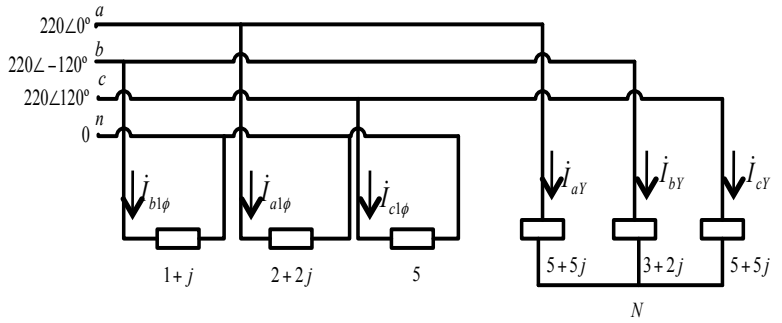
$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_a &= \dot{I}_{a1\phi} + \dot{I}_{aY} \\ \dot{I}_b &= \dot{I}_{b1\phi} + \dot{I}_{bY} \\ \dot{I}_c &= \dot{I}_{c1\phi} + \dot{I}_{cY} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} \dot{I}_{i1\phi} &= \frac{\dot{V}_{in}}{Z_{i1\phi}} \\ \dot{I}_{iY} &= \frac{\dot{V}_{in} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{iY}} \end{aligned} \qquad \forall i = a, b \text{ y } c$$

11.3 Ejemplo. 4 conductores

Calculamos V_{Nn}:

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN}\cdot\dot{V}_{an} + Y_{bN}\cdot\dot{V}_{bn} + Y_{cN}\cdot\dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}}$$

$$\dot{V}_{Nn} = 55{,}812\angle -103°$$



Luego:

$$\dot{I}_{a1\phi} = \frac{\dot{V}_{an}}{Z_{a1\phi}} = 77{,}78\angle -45° \qquad \dot{I}_{aY} = \frac{\dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{aY}} = 33{,}78\angle -31{,}8°$$

$$\dot{I}_{b1\phi} = \frac{\dot{V}_{bn}}{Z_{b1\phi}} = 155{,}56\angle -165° \qquad \dot{I}_{bY} = \frac{\dot{V}_{bn} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{bY}} = 46{,}44\angle -159{,}28°$$

$$\dot{I}_{c1\phi} = \frac{\dot{V}_{cn}}{Z_{c1\phi}} = 44\angle 120° \qquad \dot{I}_{cY} = \frac{\dot{V}_{cn} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{cY}} = 37{,}28\angle 66{,}7°$$

$$\dot{I}_a = 111\angle -41°$$

$$\dot{I}_b = 201{,}82\angle -163{,}7°$$

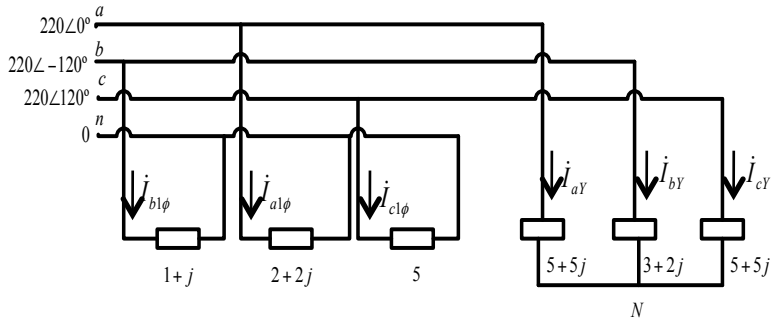
$$\dot{I}_c = 72{,}7\angle 95{,}7°$$

11.3 Ejemplo. 4 conductores

Calculamos V_{Nn}:

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Y_{aN}\cdot\dot{V}_{an} + Y_{bN}\cdot\dot{V}_{bn} + Y_{cN}\cdot\dot{V}_{cn}}{Y_{aN} + Y_{bN} + Y_{cN}}$$

$$\dot{V}_{Nn} = 55{,}812\angle -103°$$



Luego:

$$\dot{I}_{a1\phi} = \frac{\dot{V}_{an}}{Z_{a1\phi}} = 77{,}78\angle -45° \qquad \dot{I}_{aY} = \frac{\dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{aY}} = 33{,}78\angle -31{,}8°$$

$$\dot{I}_{b1\phi} = \frac{\dot{V}_{bn}}{Z_{b1\phi}} = 155{,}56\angle -165° \qquad \dot{I}_{bY} = \frac{\dot{V}_{bn} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{bY}} = 46{,}44\angle -159{,}28°$$

$$\dot{I}_{c1\phi} = \frac{\dot{V}_{cn}}{Z_{c1\phi}} = 44\angle 120° \qquad \dot{I}_{cY} = \frac{\dot{V}_{cn} - \dot{V}_{Nn}}{Z_{cY}} = 37{,}28\angle 66{,}7°$$

$$\dot{I}_a = 111\angle -41°$$

$$\dot{I}_b = 201{,}82\angle -163{,}7°$$

$$\dot{I}_c = 72{,}7\angle 95{,}7°$$