Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 – Circuitos Eléctricos
Prof. Álvaro Lorca
Segundo Semestre de 2018

Tarea 3
Métodos de Nodos y Mallas

Ayudante Encargado: Sebastián Andrade (saandrade@uc.cl)

Instrucciones

- La Tarea debe ser entregada el día Viernes 7 de Septiembre antes de las 17:00 horas en secretaría de Ingeniería Eléctrica.
- Su reporte debe ser conciso y auto-explicativo, conteniendo cualquier información relevante (sin páginas y páginas de números o cosas por el estilo). En particular, el reporte debe contener cualquier código relevante desarrollado, si este fuera el caso.
- Existirá un bono de 1 décima en la nota final de la Tarea si es que ésta se escribe completamente en LaTeX (siempre que la nota final no resulte mayor a 7).
- El trabajo es individual, i.e. una Tarea por persona, sin embargo, se incentiva a que colaboren con sus compañeros en las estrategias más efectivas para abordar los diferentes problemas.

Problema 1

Plantee la ecuación matricial $Av = b$ mediante el método de nodos. Notar que SÓLO debe plantear la ecuación, y no resolverla. Se pide encarecidamente dejar términos finales sin desarrollar (como por ejemplo $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$,en vez de $\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$)

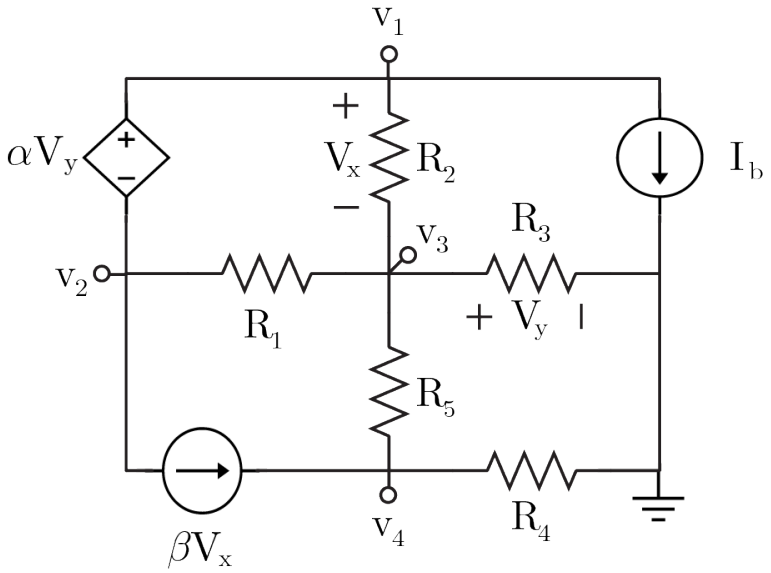


Figure 1: Circuito ejercicio 1

Solución:

Lo primero es notar la presencia de un supernodo en la fuente de voltaje, dado que no está referida a tierra, como se muestra en la siguiente figura.

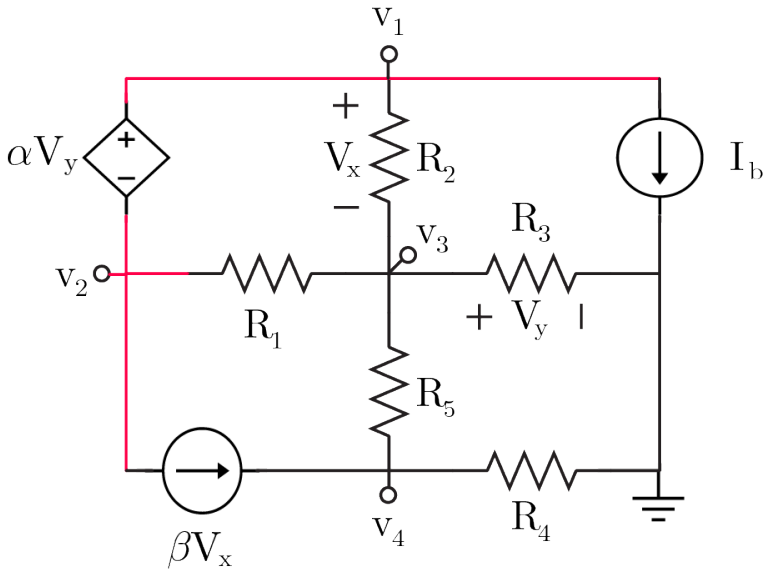


Figure 2: EN ROJO: supernodo

Entonces, las ecuaciones auxiliares son $V_x = v_1 - v_3$, $V_y = v_3$, la ecuación de supernodo es $\alpha V_y = v_1 - v_2$, de donde se concluye que $\alpha v_3 + v_2 = v_1$(reemplazando V_y en la ecuación de super nodo), y que por consiguiente

$$V_x = \alpha v_3 + v_2 - v_3$$

Teniendo esto, se procede a plantear las ecuaciones de nodos

$$\frac{v_1 - v_3}{R_2} + \frac{v_2 - v_3}{R_1} + \beta V_x + I_b = 0$$
$$\frac{v_3 - v_1}{R_2} + \frac{v_3 - v_2}{R_1} + \frac{v_3}{R_3} + \frac{v_3 - v_4}{R_5} = 0$$
$$\frac{v_4 - v_3}{R_5} + \frac{v_4}{R_4} = \beta V_x$$

Reemplazando V_x y v_1 en las ecuaciones anteriores se da que

$$\frac{v_2 + \alpha v_3 - v_3}{R_2} + \frac{v_2 - v_3}{R_1} + \beta(v_2 + \alpha v_3 - v_3) = -I_b$$
$$\frac{v_3 - \alpha v_3 - v_2}{R_2} + \frac{v_3 - v_2}{R_1} + \frac{v_3}{R_3} + \frac{v_3 - v_4}{R_5} = 0$$
$$\frac{v_4 - v_3}{R_5} + \frac{v_4}{R_4} - \beta(\alpha v_3 + v_2 - v_3) = 0$$

Por lo que la matriz final queda

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \beta & \frac{\alpha-1}{R_2} - \frac{1}{R_1} + \beta(\alpha - 1) & 0 \\ -\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} & \frac{1-\alpha}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} \\ -\beta & -\frac{1}{R_5} - \beta(\alpha - 1) & \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Problema 2

1. Usando método de mallas, calcule cual es el voltaje V_{in} necesario para que la fuente entregue una corriente de 2A. Puede usar cualquier solver de matrices para encontrar el valor final. Solo se permite reducir resistores en paralelo y en serie, mas no en delta y estrella.
2. Compruebe en LTSpice el voltaje calculado de la fuente

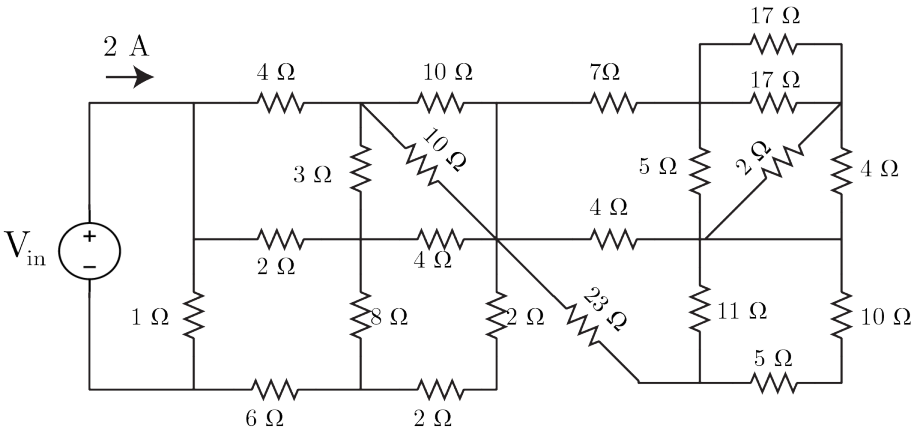


Figure 3: Circuito ejercicio 1

Solución:

1

Lo primero que hay que notar es que existe un nodo que permite reducir el circuito a la mitad. Esto pues es un cable en paralelo con un resistor equivalente, y dado que la corriente siempre prefiere el camino con menor resistencia posible, la resistencia equivalente a la derecha del nodo es irrelevante.

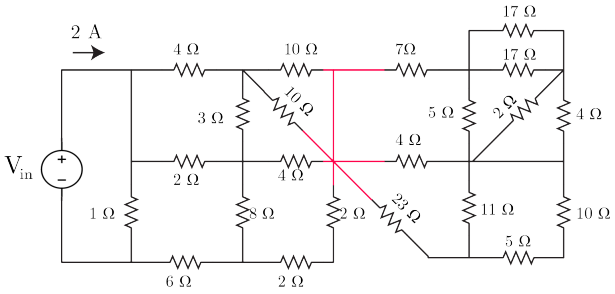


Figure 4: EN ROJO: nodo que permite reducir el circuito

Entonces, el circuito queda de la forma

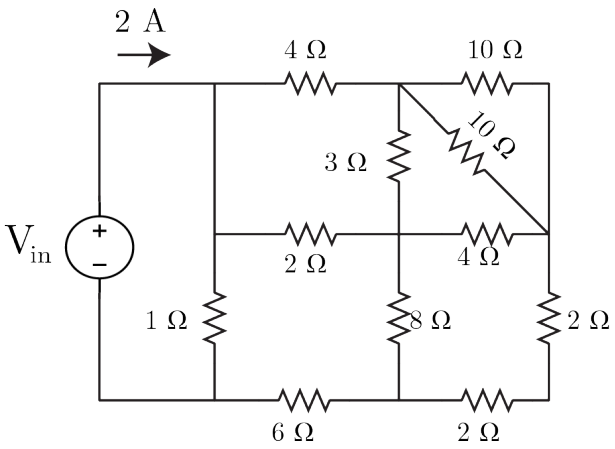


Figure 5: Circuito equivalente

Luego se reducen los resistores en serie y paralelo, y se plantean las corrientes de malla

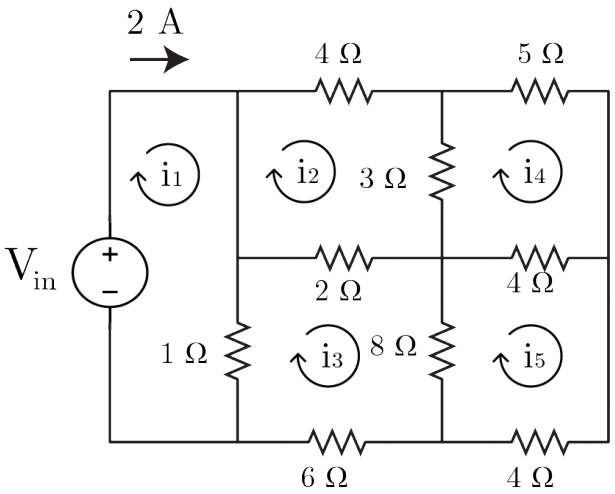


Figure 6: Ecuaciones de malla

donde se asume que $i_1 = 2A$, dado que es una condición necesaria para la malla 1, se trabaja V_{in} como incógnita

$$1(i_1 - i_3) = V_{in}$$
$$4i_2 + 3(i_2 - i_4) + 2(i_2 - i_3) = 0$$
$$5i_4 + 3(i_4 - i_2) + 4(i_4 - i_5) = 0$$
$$2(i_3 - i_2) + 8(i_3 - i_5) + 6i_3 + 1(i_3 - i_1) = 0$$
$$4i_5 + 8(i_5 - i_3) + 4(i_5 - i_4) = 0$$

Luego la matriz resultante es

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 12 & -4 \\ 0 & -2 & 17 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & -8 & -4 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{in} \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo con métodos computacionales se calcula que $V_{in} = 1.8331V$

2

La simulación en LTSpice de un transiente arroja el siguiente resultado, para una fuente de 2A

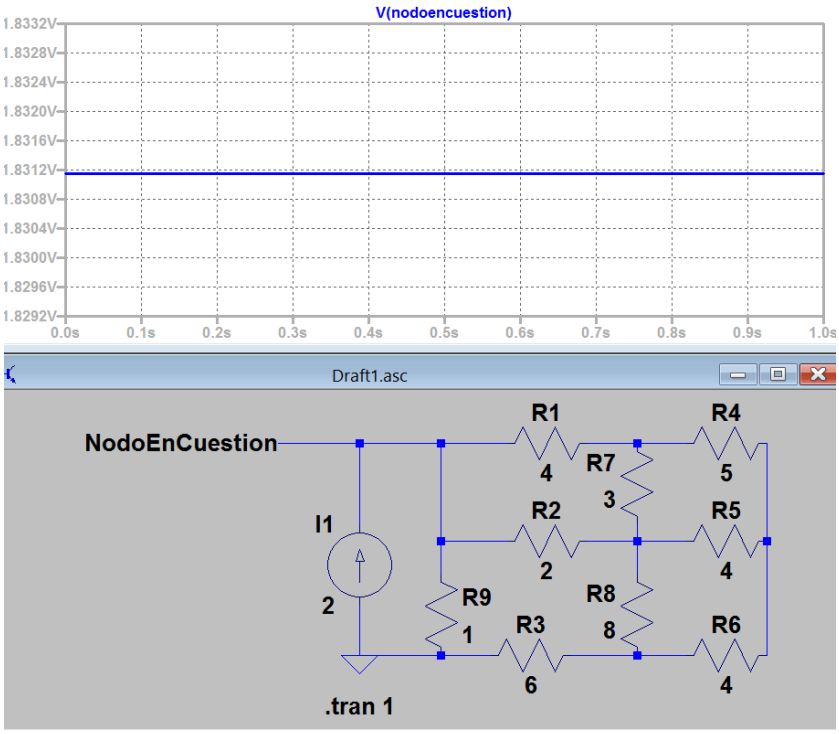


Figure 7: Simulación en LTSpice

Donde se aprecia que justamente hay un voltaje de 1.833V

Problema 3

Obtenga la expresión para V_{out} usando exclusivamente divisor de voltaje. Se pide no desarrollar las expresiones, como $R_1||R_2$ en vez de $\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$. Aquellos que no lo hagan serán penalizados en la nota de la pregunta.

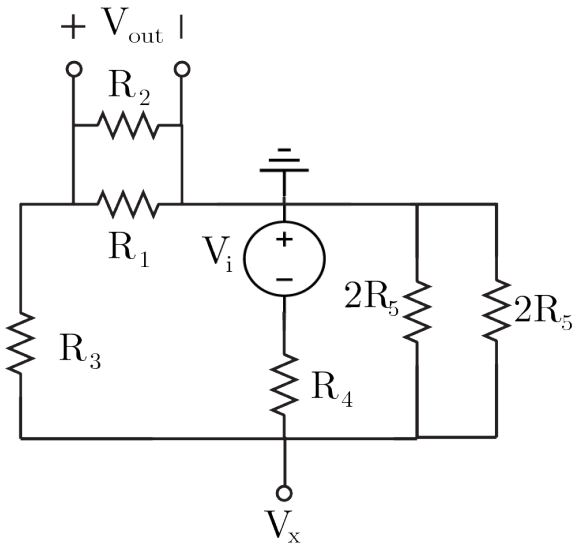


Figure 8: Circuito Problema 3

Solución:

Por divisor de voltaje se tiene que $V_{out} = \frac{R_1||R_2}{R_1||R_2+R_3}v_x$. A su vez, $v_x = -\frac{(R_3+R_1||R_2)||R_5}{(R_3+R_1||R_2)||R_5+R_4}V_i$. Luego la expresión completa es

$$V_{out} = -\frac{R_1||R_2}{R_1||R_2+R_3}\frac{(R_3+R_1||R_2)||R_5}{(R_3+R_1||R_2)||R_5+R_4}V_i$$