Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

Tarea 1

Voltaje, Corriente y Ley de Ohm

2º semestre 2022 - Profesor Samuel Cordova

Ayudante Manuel San Francisco - msf@uc.cl

- La tarea debe ser subida en formato .pdf a Canvas, junto a los archivos adjuntos necesarios en un formato .rar o .zip en caso de que aplique.
- No se aceptan fotografías de tareas escritas a mano. Solo serán revisadas tareas escritas en editor de texto (imágenes, diagramas, esquemáticos, etc, podrán ser hechos a mano).
- Existirá un bono de +0.5 pts. para las tareas escritas en LaTeX.

Problema 1 (4 puntos)

El teorema de Kenelly muestra la equivalencia entre las configuraciones Delta (Δ) y Estrella (Y), según lo indicado en la figura 1 y las ecuaciones (1), (2) y (3)

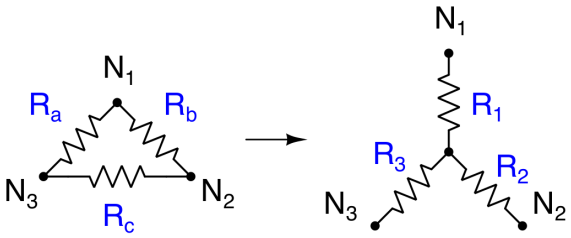


Figura 1: Equivalencia Δ - Y.

$$R1 = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c} \tag{1}$$

$$R2 = \frac{R_b \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} \tag{2}$$

$$R3 = \frac{R_a \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} \tag{3}$$

Demuestre este teorema.

Solución:

En primer lugar, se debe notar que (desde la figura 1) que el teorema dice que los nodos N_1, N_2 y N_3 son equivalentes en ambas configuraciones.

Luego, se ve que debemos encontrar 3 expresiones: una para R_1, otra para R_2 y una tercera para R_3, es decir plantear un sistema de ecuaciones.

Se comienza por fijar tierra en el nodo N_2 y medir la resistencia vista desde el nodo N_1. Ya que la imagen 1 establece que los nodos N_1 y N_2 son iguales, las resistencias entre ambos nodos deberían ser iguales.

Para la configuración Δ, se puede ver que la resistencia vista desde N_1 con N_2 como nodo de tierra es:

$$R_{N1\ \Delta} = (R_a + R_c)//R_b = \frac{(R_a + R_c) \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c} \tag{4}$$

Para la configuración Y, se puede ver que la resistencia vista desde N_1 con N_2 como nodo de tierra es:

$$R_{N1\ Y} = R_1 + R_2 \tag{5}$$

Luego, igualando ambas resistencias, se tiene la primera ecuación del sistema de ecuaciones:

$$\frac{(R_a + R_c) \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c} = R_1 + R_2 \tag{6}$$

A continuación, se hacen cálculos análogos, calculando la resistencia vista desde los nodos N_2 y N_3. Ello genera el sistema de ecuaciones (7).

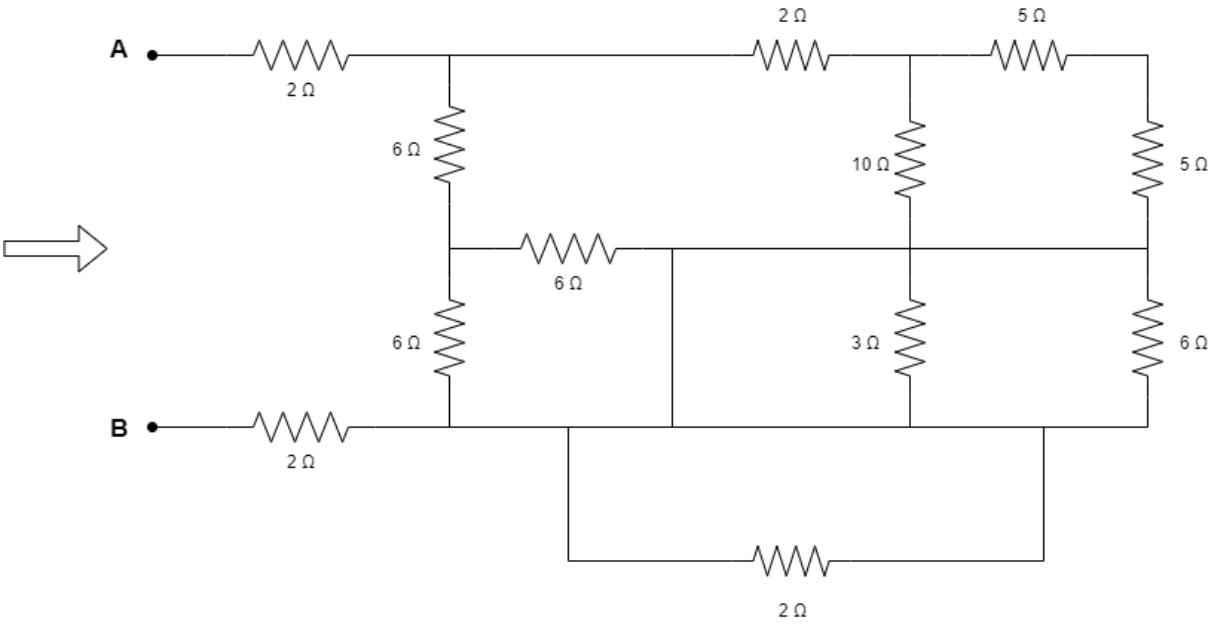
$$\begin{cases} \frac{(R_a+R_c)\cdot R_b}{R_a+R_b+R_c} = R_1 + R_2 \\ \frac{(R_c+R_b)\cdot R_a}{R_a+R_b+R_c} = R_3 + R_1 \\ \frac{(R_a+R_b)\cdot R_c}{R_a+R_b+R_c} = R_3 + R_2 \end{cases} \tag{7}$$

Resolviendo dicho sistema, se llega a

$$\begin{cases} R1 = \frac{Ra \cdot Rb}{Ra+Rb+Rc} \\ R2 = \frac{Rb \cdot Rc}{Ra+Rb+Rc} \\ R3 = \frac{Ra \cdot Rc}{Ra+Rb+Rc} \end{cases} \tag{8}$$

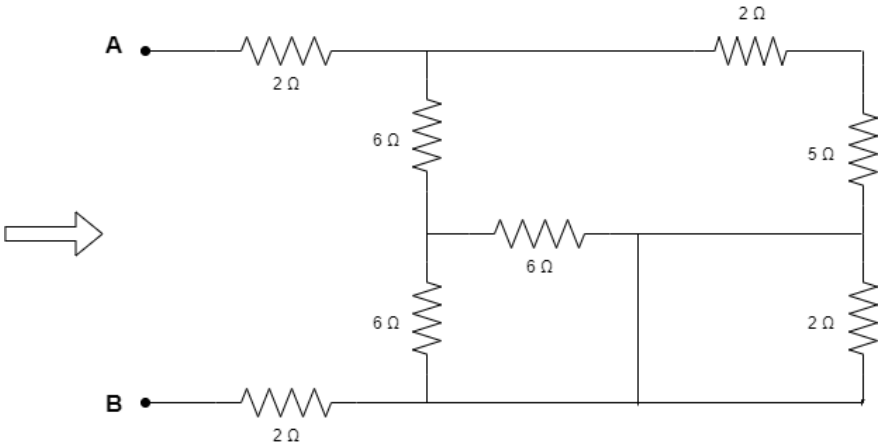
Problema 2 (4 puntos)

Encuentre la resistencia equivalente entre los terminales A y B. (Hint: puede usar la configuración Delta (Δ) y Estrella (Y)).

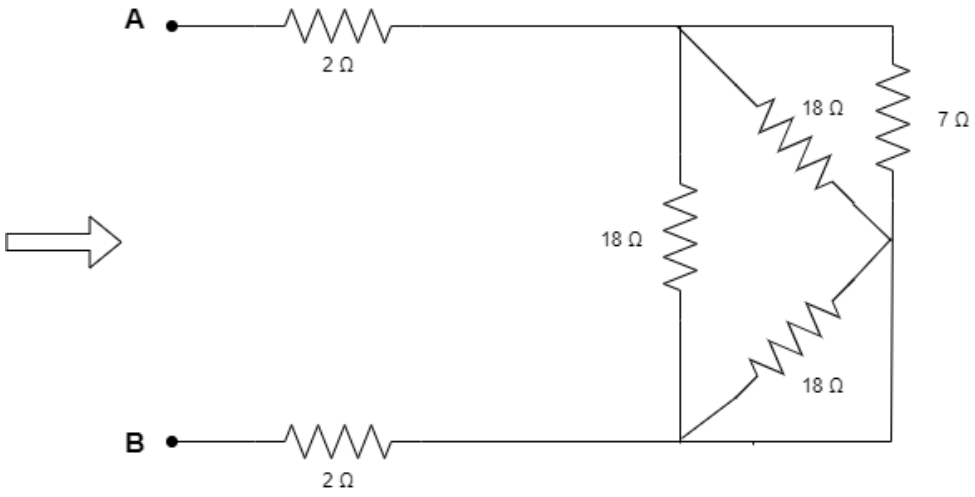


Solución:

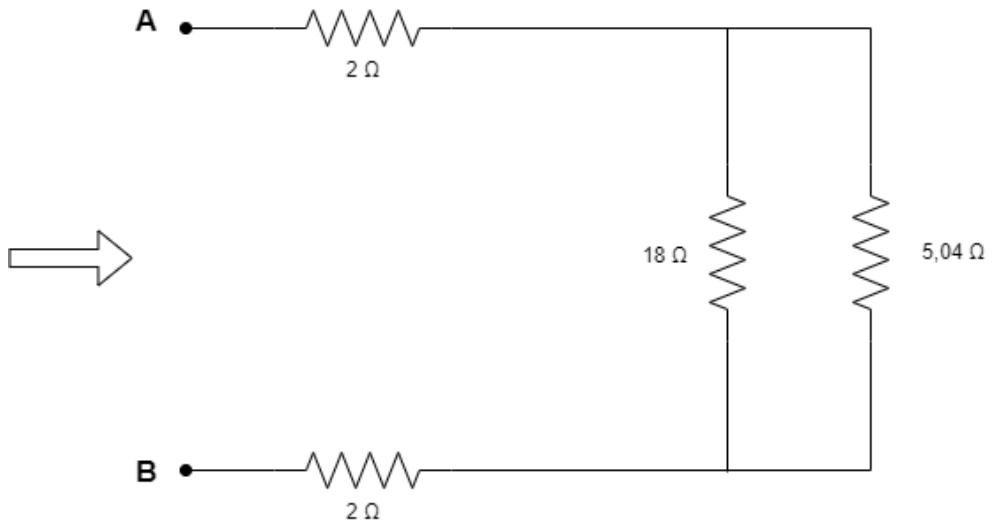
En primer lugar, se debe notar que las resistencias de 5Ω están en serie, y luego en paralelo con una resistencia de 10Ω. Además, las resistencias de 6Ω y 3Ω están en paralelo. Por último, la resistencia de 2Ω está en paralelo con un cortocirucito, por lo que se descarta. Haciendo las operaciones, queda:



Observamos que las resistencias de 2Ω y de 5Ω están en serie. La otra resistencia de 2Ω, por su parte, está en paralelo con un cortocircuito. Aplicando, además, la Transformación de Kennelly en la Estrella (Y) de resistencias de 6Ω queda lo siguiente:



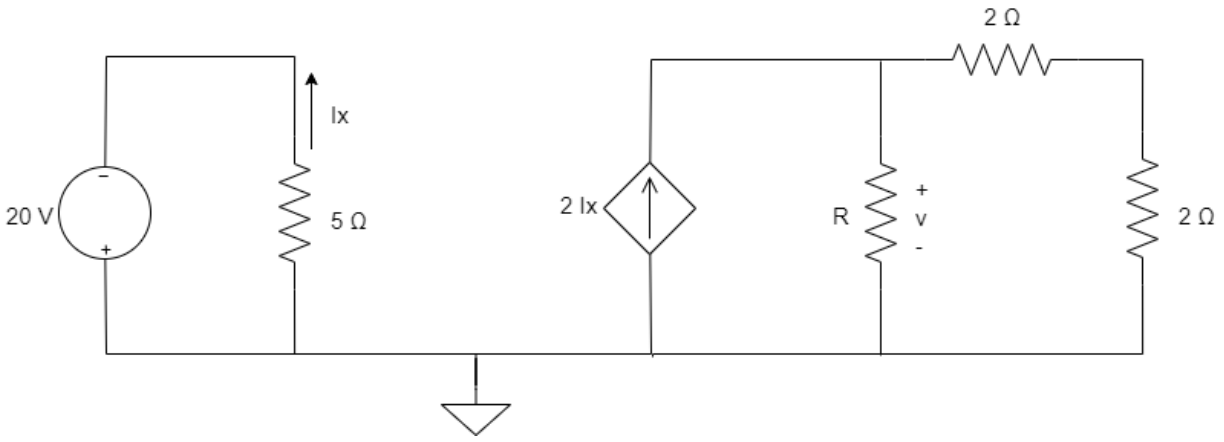
Las resistencias de 7Ω y de 18Ω están en paralelo, además, una de las resistencias de 18Ω está en serie con un cortocircuito. El circuito queda:



Por último, el paralelo entre las resistencias de 18Ω y de $5,04\Omega$ resulta ser igual a $3,9375\Omega$, que en serie con las dos resistencias de 2Ω resulta igual a $7,9375\Omega$ que es la resistencia pedida.

Problema 3 (4 puntos)

Se presenta el siguiente circuito:



Especifique la resistencia R de modo que se cumplan las siguientes condiciones:

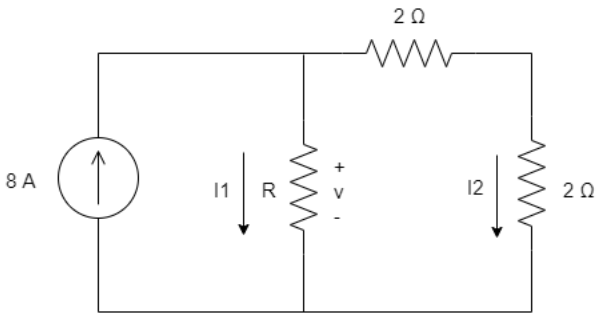
1) v $\geq$ 16 V

2) La potencia absorbida por el resistor R sea menor a 64 W

Solución:

En primer lugar, debemos encontrar la corriente Ix que pasa por el circuito de la izquierda. Para esto usamos la Ley de Ohm, obteniendo que Ix = 4A.

Conociendo Ix, podemos saber el valor de la fuente de corriente del circuito de la derecha, el cual es de 2 x 4A = 8A. Con lo anterior, y asignando las corrientes de la bifurcación, podemos rediseñar el circuito de la derecha de la siguiente forma:



Usando divisor de corriente, obtenemos que:

$$I1 = \frac{8A \cdot (2\Omega + 2\Omega)}{R + 2\Omega + 2\Omega} = \frac{32}{R+4}A \tag{9}$$

Para que se cumpla v $\geq$ 16 V, se requiere que v = I1 $\cdot$ R $\geq$ 16. Se plantea la inecuación:

$$\frac{32}{R+4} \cdot R \geq 16 \tag{10}$$

Resolviendo para R, se tiene:

$$R \geq 4 \tag{11}$$

Para que se cumpla que la potencia absorbida por el resistor R sea menor a 64W, se requiere que P = v $\cdot$ I1 = R $\cdot$ $(I1)^2$. Se plantea:

$$P = (\frac{32}{R+4})^2 \cdot R < 64 \tag{12}$$

Desarrollando, se llega a:

$$0 < (R-4)^2 \tag{13}$$

La condición anterior se cumple para todo R $\neq 4\Omega$.

Para la primera condición se debe complir que R $\geq 4\Omega$, mientras que para la segunda se debe cumplir R $\neq 4\Omega$. Por lo tanto, para que se cumplan ambas condiciones, se debe cumplir que $R > 4\ \Omega$.