Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

Tarea 9

Sistemas trifásicos balanceados y desbalanceados

1º semestre 2023 - Profesor David Watts

Ayudante: Elena Contardo (ele.contardo@uc.cl)

- La tarea debe ser subida en formato .pdf a Canvas al buzón correspondiente.
- Es posible utilizar un comodín para poder entregar la tarea 3 días después del plazo final (contando fin de semana y festivos). Para esto, se debe enviar un correo al ayudante encargado avisando que se usará el comodín antes de que termine el plazo final original.
- No se aceptan tareas con letra ilegible.

Problema 1

Un sistema trifásico balanceado está formado por fuentes de voltaje trifásico conectadas en delta, de secuencia negativa, con voltaje $V_{ab} = 380\angle 0^o V_{rms}$, una línea de transmisión con impedancia por fase de $0{,}8 + 0{,}4j\Omega$ y una carga trifásica balanceada conectada en delta con impedancia por fase de $3 + 3j\Omega$. Calcule:

a) La corriente de línea por la fase b (en módulo y ángulo). Indique si va en adelanto o en atraso.

b) Los voltajes de línea en la carga (en módulo y ángulo).

c) Dibuje un diagrama fasorial que relacione los voltajes de carga con los de generación junto a la caída en las líneas. Presente en el mismo la corriente en la línea (recuerde que es incorrecto presentar los fasores saliendo del origen).

d) La potencia compleja que es suministrada a la carga (en coordenadas rectangulares).

e) El factor de potencia en la carga, y explique cuál es el efecto de la reactancia de la línea.

Solución:

a) En primer lugar se obtiene el circuito en su equivalente Y-Y, es decir, obtener los voltajes fase neutro y la impedancia de la carga en estrella.

$$V_{an} = \frac{V_{ff}\angle + 30^o}{\sqrt{3}} = 220\angle 30^o$$

$$Z_Y = \frac{Z_\triangle}{3} = 1 + j1\Omega$$

A continuación se trabaja con la fase a:

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_L + Z_Y} = \frac{220\angle 30^o}{1{,}8 + 1{,}4j} = 96{,}47\angle - 7{,}87A$$

Luego, considerando que la secuencia es negativa, la corriente por la fase b es:

$$I_b = 96{,}47\angle - 7{,}87 + 120 = 96{,}47\angle 112{,}12^o A$$

Donde al ser la fase de la corriente menor que la de voltaje (ya que $V_{bn} = 220\angle 150^o$), se dice que I_b va en atraso respecto a V_{bn}.

b) Primero se calcula el voltaje en la carga en la fase a:

$$V_{AN} = I_a \cdot Z_Y = 96{,}47\angle - 7{,}87 \cdot (1 + j1) = 96{,}47\angle - 7{,}87 \cdot 1{,}41\angle 45^o = 136{,}02\angle 37{,}13^o V$$

A partir del voltaje anterior se calculan los voltajes de línea en la carga:

$$V_{AB} = 235{,}5\angle 7{,}13^o V$$

$$V_{AC} = 235{,}5\angle - 112{,}87^o V$$

$$V_{BC} = 235{,}5\angle 127{,}13^o V$$

c) Diagrama fasorial

d) Se calcula la potencia suministrada a la carga:

$$S = 3 \cdot V_{fn} \cdot I_f^* = 3 \cdot 136{,}02\angle 37{,}13^o \cdot 96{,}47\angle + 7{,}87 = 39365{,}5\angle 45 VA$$

e) El factor de potencia en la carga es:

$$cos(45) = 0{,}7 \text{ en atraso}$$

La reactancia corresponde a la oposición al flujo de corriente alterna que tienen los elementos inductivos y capacitivos de una línea de transmisión. Implica ciertos efectos, como el desfase entre la corriente y el voltaje (pudiendo ser inductivo o capacitivo), provocar pérdidas de potencia y, por lo mismo, limitar la potencia que puede transmitirse a través de esta.

Problema 2

En el sistema trifásico de la figura se tiene un grupo de consumos monofásicos balanceados representados por $Z_1 = 100 + 80j\Omega$ y una carga industrial cuyo consumo es de 3MW con factor de potencia 0.8 en atraso. La tensión de las cargas está regulada de tal forma que $V_{AB} = 23000\angle 0^o V$. Las impedancias de las líneas principales es de $Z_L = 0{,}8 + 6j\Omega$ por fase y la impedancia de la línea de retorno es de $Z_n = 1{,}5 + 6j\Omega$.

a) Calcule la carga equivalente de las dos cargas, 1 y 2, en términos de impedancia equivalente. Calcule las corrientes de línea en el problema balanceado (sin considerar la línea roja).

b) Calcule la potencia compleja absorbida por el conjunto de cargas monofásicas Z_1 y su factor de potencia (sin considerar la línea roja).

c) Calcule la carga equivalente de las dos cargas, 1 y 2, en términos de potencia (potencia consumida por ambas).

d) Considerando que se produce una falla en una de las fases, tal como se muestra en rojo en el circuito, calcule nuevamente las corrientes de línea, calculando previamente el voltaje entre neutros V_{Nn}. Considere que la impedancia del objeto en rojo es de $Z_R = 10 + 5j\Omega$.

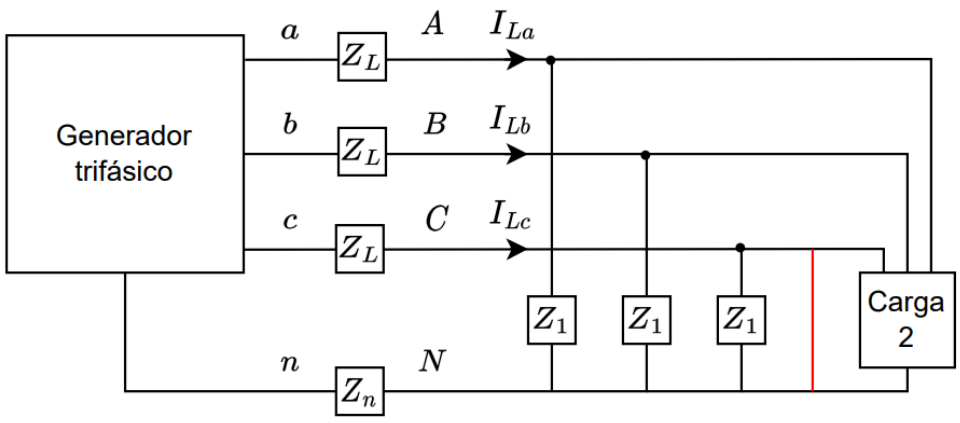


Figura 1: Circuito trifásico

Solución:

a) Se calcula la impedancia y potencia compleja de cada carga:

Carga 1: $Z_1 = 100 + j80\Omega$ en estrella.

$$S_1 = 3 \cdot V_{fn} \cdot I_f^* = 3 \cdot V_{fn} \cdot (\frac{V_{fn}}{Z_Y})^* = 3 \cdot \frac{|V_{fn}|^2}{Z_Y^*} = 3 \cdot \frac{|V_{ff}/\sqrt{3}|^2}{Z_Y^*}$$

$$S_1 = 3 \cdot \frac{|V_{ff}/\sqrt{3}|^2}{Z_Y^*} = \frac{(23000/\sqrt{3})^2}{100 - j80} = 3{,}22M + j2{,}58MVA$$

Carga 2: Consumo de 3MW con factor de potencia de 0.8 en atraso.

$$S_2 = \frac{P}{fp}\angle cos^{-1}(fp) = \frac{3M}{0{,}8}\angle cos^{-1}(0{,}8) = 3{,}75M\angle 36{,}86^o = 3M + j2{,}24MVA$$

$$S_2 = 3 \cdot V_{fn} \cdot I_f^* = 3 \cdot V_{fn} \cdot (\frac{V_{fn}}{Z_Y})^* = 3 \cdot \frac{|V_{fn}|^2}{Z_Y^*} = 3 \cdot \frac{|V_{ff}/\sqrt{3}|^2}{Z_Y^*}$$

$$Z_Y^* = \frac{3 \cdot |V_{ff}/\sqrt{3}|^2}{S_2} = 113{,}21 - j84{,}53 \rightarrow Z_Y = 113{,}21 + j84{,}53\Omega$$

Luego, la carga total es el paralelo de ambas cargas:

$$Z_T = Z_1||Z_2 = 53{,}12 + j41{,}13\Omega$$

Luego, las corrientes de línea son:

$$I_{La} = \frac{V_{an}}{Z_T} = \frac{13279\angle -30^o}{53{,}12 + j41{,}13} = 74{,}84 - j182{,}94 = 197{,}65\angle -67{,}75^o A$$

$$I_{Lb} = 197{,}65\angle -187{,}75^o A$$

$$I_{Lc} = 197{,}65\angle 52{,}24^o A$$

b) La potencia compleja para el conjunto de cargas Z_1 fue obtenido en el inciso anterior:

$$S_1 = 3 \cdot \frac{|V_{ff}/\sqrt{3}|^2}{Z_Y^*} = \frac{(23000/\sqrt{3})^2}{100 - j80} = 3{,}22M + j2{,}58MVA$$

Luego, el factor de potencia viene dado por:

$$fp = cos(38{,}7) = 0{,}78 \text{ en atraso}$$

c) Se calcula la potencia compleja consumida por ambas cargas, considerando la potencia individual de cada carga calculadas anteriormente.

$$S_Z = S_1 + S_2 = 6{,}22M + j4{,}82MVA$$

d) Ayudantía 9 Pregunta 3.

Problema 3

En el circuito de la figura, un generador trifásico en secuencia positiva alimenta a dos consumos a través de una línea de transmisión de impedancia $Z_L = 0{,}2 + 5j\Omega$ por fase. El voltaje entre fases en el nodo de las cargas es de $13{,}2kV$ y las cargas tienen las siguientes características:

- Carga 1: Consumo de 3MW con factor de potencia de 0.75 en atraso conectada en delta.
- Carga 2: Consumo de 1.8MVA con factor de potencia de 0.8 en atraso conectada en estrella.

A partir de lo anterior, determine:

a) El voltaje necesario de la fuente por fase.

b) El factor de potencia de la carga total.

c) El valor del banco de capacitores que permiten corregir el factor de potencia de la carga total a 0.97 en atraso.

d) Dibuje los triángulos de potencia de cada una de las cargas, de la carga total equivalente y la que suministra el generador antes y después de mejorar el factor de potencia. Presente estos triángulos procurando representar las relaciones matemáticas entre cada una de las potencias referidas y las potencias del banco de transformadores que se utiliza para mejorar el factor de potencia.

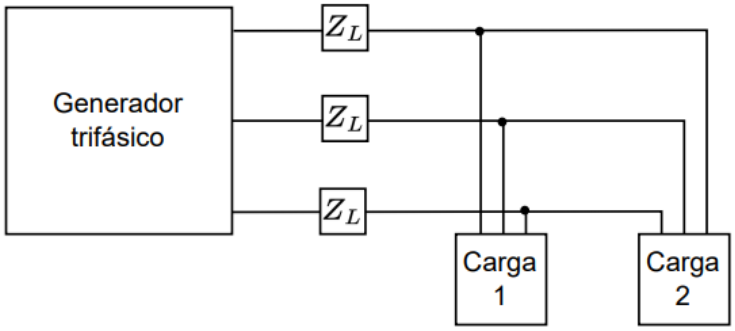


Figura 2: Circuito trifásico

Solución:
Se asumió $V_{AB} = 13{,}2k\angle 0^o V$.

a) Se calcula la potencia compleja consumida por cada carga:

Carga 1: Consumo de 3MW con factor de potencia de 0.75 en atraso conectada en delta.

$$S_1 = \frac{P}{fp}\angle cos^{-1}(fp) = \frac{3M}{0{,}75}\angle cos^{-1}(0{,}75) = 4M\angle 41{,}4^o = 3M + j2{,}64MVA$$

Carga 2: Consumo de 1.8MVA con factor de potencia de 0.8 en atraso conectada en estrella.

$$S_2 = |S|\angle cos^{-1}(fp) = 1{,}8M\angle cos^{-1}(0{,}8) = 1{,}8M\angle 36{,}86^o = 1{,}4M + j1{,}07MVA$$

Luego, la potencia compleja consumida por ambas es:

$$S_C = S_1 + S_2 = 4{,}4M + j3{,}71M = 5{,}75M\angle 40{,}13^oVA$$

A partir de lo anterior se calcula la corriente de línea:

$$S_C = 3 \cdot V_{an} \cdot I_a^* \rightarrow I_a^* = \frac{S_C}{3 \cdot V_{an}}$$

$$I_a^* = \frac{5{,}75M\angle 40{,}13^o}{3 \cdot \frac{13{,}2k}{\sqrt{3}}\angle -30^o} = 251{,}4\angle 70{,}13^o \rightarrow I_a = 251{,}4\angle -70{,}13^o$$

Luego, se calcula la potencia compleja disipada por la línea de impedancia $Z_L = 0{,}2 + j5\Omega$ de la fase a.

$$S_L = V_{Z_L} \cdot I_a^* = I_a \cdot Z_L \cdot I_a^* = |I_a|^2 \cdot Z_L = 251{,}4^2 \cdot (0{,}2 + j5) = 12640{,}3 + j316009{,}8VA$$

De esta forma, la potencia compleja suministrada por la fuente de la fase a es:

$$S_a = \frac{S_C}{3} + S_L = 1{,}47M + j1{,}55M = 2{,}14M\angle 46{,}51^oVA$$

Luego, se calcula el voltaje V_{an}:

$$S = V_{an} \cdot I_a \rightarrow V_{an} = \frac{S}{I_a} = \frac{2{,}14M\angle 46{,}51^o}{251{,}4\angle -70{,}13^o} = 8{,}51k\angle 116{,}64^oV$$

Y luego el de las otras fases, considerando secuencia positiva:

$$V_{bn} = 8{,}51k\angle -3{,}36^oV$$

$$V_{cn} = 8{,}51k\angle 236{,}64^oV$$

b) El factor de potencia de la carga total se obtiene a partir de la potencia compleja de esta misma, la cual fue obtenida en el inciso anterior:

$$S_C = S_1 + S_2 = 4{,}4M + j3{,}71M = 5{,}75M\angle 40{,}13^oVA$$
$$fp = cos(40{,}13) = 0{,}76 \text{ en atraso}$$

c) Para tener un factor de potencia de 0.97 en atraso se calcula la potencia compleja total inicial:

$$S_{old} = S_1 + S_2 = 4{,}4M + j3{,}71M = 5{,}75M\angle 40{,}13^oVA$$

Luego, se calcula la potencia reactiva que se debiese tener con el nuevo factor de potencia:

$$Q_{new} = \frac{P}{fp} \cdot sin(cos^{-1}(fp)) = \frac{4{,}4M}{0{,}97} \cdot sin(cos^{-1}(0{,}97)) = 1{,}1MVAr$$

De esta forma, el aporte de los condensadores es el siguiente:

$$Q_{cap} = Q_{new} - Q_{old} = 1{,}1M - 3{,}98M = -2{,}88jVAr$$

Finalmente,

$$Q_{cap} = \frac{3|V_{fn}|^2}{\frac{j}{2\pi f \cdot C}} \rightarrow C = 4{,}21 \cdot 10^{-11} F$$

Criterios de corrección:

- **1 pto.** Calcula la potencia compleja consumida por ambas cargas.
- **1 pto.** Calcula la corriente de alguna línea.
- **1 pto.** Se encuentran los voltajes V_a, V_b, y V_c.
- **1 pto.** Encuentra el factor de potencia de la carga total.
- **1 pto.** Calcula el valor del banco de capacitores.
- **1 pto.** Dibuja los triángulos de potencia de cada carga.

Problema 4

El sistema trifásico de la figura se encuentra desbalanceado, considerando los siguientes valores de voltaje e impedancia:

$$V_a = 12k\angle -90^oV \quad V_b = 12k\angle 150^oV \quad V_c = 12k\angle 30^oV$$

$$Z_1 = 2 + 2j\Omega \quad Z_2 = 1 + 4j\Omega \quad Z_3 = 2 + 4j\Omega$$

Además, cada línea tiene una impedancia de $Z_L = 0{,}1j\Omega$.

a) Determine las corrientes de línea I_1, I_2, I_3 e I_n y los voltajes en la carga cuando el interruptor S se encuentra abierto y cuando se encuentra cerrado.

b) Si el sistema anterior se encontrase balanceado, cuánto valdría la corriente I_n cuando el switch S se encuentra cerrado.

c) Explique cuál es el efecto del conductor neutro en situación de desequilibrios.

d) Suponga ahora que la línea neutra no es perfecta, y tiene una impedancia de $0{,}1j\Omega$, cómo cambia su resultado para el voltaje entre neutros, y explique sin calcular qué pasaría con los voltajes en la carga.

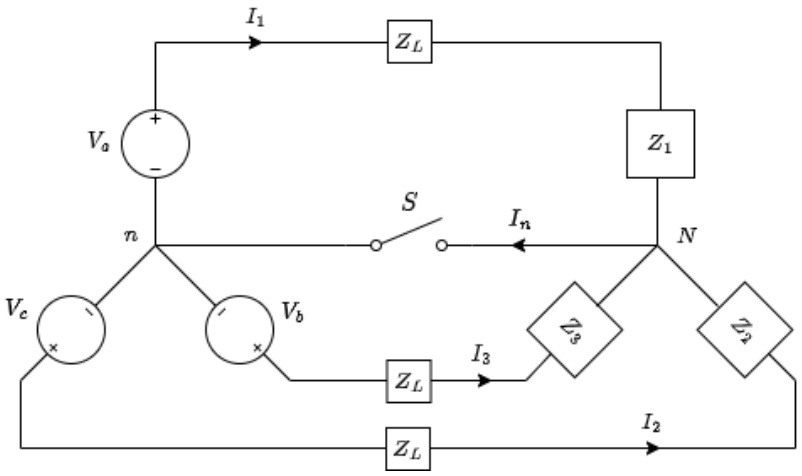


Figura 3: Circuito trifásico

Solución:

a) En primer lugar, ya que el circuito está desbalanceado, se debe encontrar el voltaje del neutro de la carga.

Switch abierto:
Comenzando por el caso donde S está abierto, al no existir retorno, las corrientes deben sumar cero en la carga (lo que entra al nodo N debe ser igual a lo que sale).

$$\frac{V_a - V_N}{Z_L + Z_1} + \frac{V_b - V_N}{Z_L + Z_3} + \frac{V_c - V_N}{Z_L + Z_2} = 0$$
$$V_N = 19{,}92k - j24kV$$

Se calculan las corrientes de cada línea:

$$I_a = \frac{V_a - V_N}{Z_L + Z_1} = -2{,}87k - j1{,}78k$$

$$I_b = \frac{V_b - V_N}{Z_L + Z_3} = 4{,}65k + j3{,}24k$$

$$I_c = \frac{V_c - V_N}{Z_L + Z_2} = 2{,}4k - j1{,}46k$$

$$I_n = 0A$$

Switch cerrado:
Cuando S se encuentra cerrado $V_n = V_N$. De esta forma, la corriente en el neutro equivale a la suma de las tres corrientes de línea.

$$I_a = \frac{V_a - 0}{Z_L + Z_1} = -2{,}99k - j2{,}85k$$

$$I_b = \frac{V_b - 0}{Z_L + Z_3} = 0{,}18k + j2{,}62k$$
$$I_c = \frac{V_c - 0}{Z_L + Z_2} = 1{,}96k - j2{,}05k$$
$$I_n = I_a + I_b + I_c = -0{,}84 - j2{,}28k$$

b) Cuando un sistema se encuentra balanceado $V_{nN} = 0$ y la corriente $I_n = 0A$.

c) El conductor neutro permite la evacuación de la corriente de desbalance y el desacoplamiento de las demás fases, minimizando los problemas originados por algún tipo de desbalance o falla.

d) Se debe calcular el voltaje V_{Nn}. Considernado $v_n = 0V$:

$$\frac{V_a - V_N}{Z_L + Z_1} + \frac{V_b - V_N}{Z_L + Z_3} + \frac{V_c - V_N}{Z_L + Z_2} = \frac{V_N - 0}{Z_N}$$
$$V_N = V_{Nn} = 210{,}83 - j87{,}14$$

Criterios de corrección:

- **1 pto.** Calcula las corrientes con el switch cerrado.
- **1 pto.** Calcula las corrientes con el switch abierto.
- **1 pto.** Por determinar que $V_{nN} = 0V$ e $I_n = 0A$
- **1 pto.** Explica correctamente el efecto del conductor neutro en desequilibrios.
- **1 pto.** Calcula el el nuevo voltaje entre neutros.
- **1 pto.** Explica sin calcular el efecto sobre los voltajes en la carga.