Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

# Tarea 12

Acoplamiento magnético y transformadores

1º semestre 2023 - Profesor David Watts

Ayudante: Elena Contardo (ele.contardo@uc.cl)

---

- La tarea debe ser subida en formato .pdf a Canvas al buzón correspondiente.
- Es posible utilizar un comodín para poder entregar la tarea 3 días después del plazo final (contando fin de semana y festivos). Para esto, se debe enviar un correo al ayudante encargado avisando que se usará el comodín antes de que termine el plazo final original.
- No se aceptan tareas con letra ilegible.

## Problema 1

En la figura se muestra un circuito con inductancias mutuas, donde se señalan las corrientes de malla a considerar. Respetando el sentido de las mismas, encuentre las ecuaciones necesarias para resolver el circuito, utilizando el método de mallas, considerando las inductancias propias y mutuas.

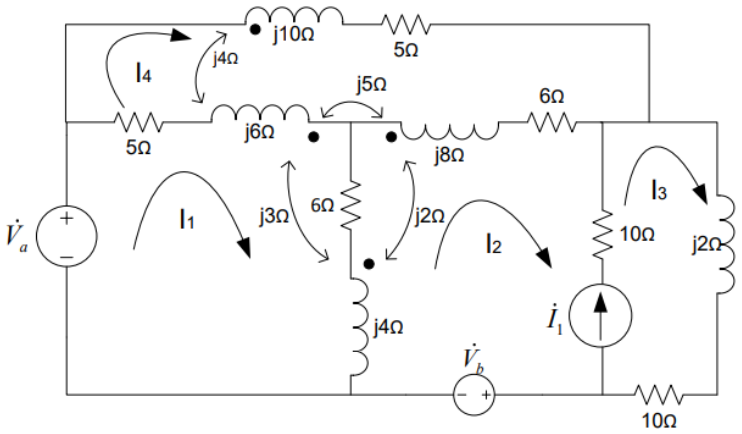



Figura 1: Circuito

**Solución:** Se plantean las ecuaciones de malla:

Malla 1:

$$-V_a + 5\cdot(i_1 - i_4) + j6\cdot(i_1 - i_4) + j4\cdot(-i_4) + j5\cdot(-i_2 + i_4) + j3\cdot(-i_1 + i_2) + 6\cdot(i_1 - i_2)$$
$$+j4\cdot(i_1 - i_2) + j3\cdot(-i_1 + i_4) + j2\cdot(i_2 - i_4) = 0$$

Supermalla 2-3:

$$V_b + j4\cdot(i_2 - i_1) + j3\cdot(i_1 - i_4) + j2\cdot(-i_2 + i_4) + 6\cdot(i_2 - i_1) + j8\cdot(i_2 - i_4) + j5\cdot(-i_1 + i_4)$$
$$+j2\cdot(-i_2 + i_1) + 6\cdot(i_2 - i_4) + j2\cdot(i_3) + 10\cdot(i_3) = 0$$
$$i_3 - i_2 = I_1$$

Malla 4:

$$j10\cdot(i_4) + j4\cdot(-i_1 + i_4) + 5\cdot(i_4) + 6\cdot(i_4 - i_2) + j8\cdot(i_4 - i_2) + j5\cdot(i_1 - i_4) + j2\cdot(i_2 - i_1)$$
$$+j6\cdot(i_4 - i_1) + j5\cdot(-i_4 + i_2) + j3\cdot(i_1 - i_2) + 5\cdot(i_4 - i_1) = 0$$

**Criterios de corrección:**

- **2 ptos.** Encuentra las ecuaciones para la malla 1.
- **2 ptos.** Encuentra las ecuaciones para la supermalla 2-3.
- **2 ptos.** Encuentra las ecuaciones para la malla 4.

# Problema 2

Obtenga el equivalente de Thevenin visto por los terminales a y b del circuito de la figura.

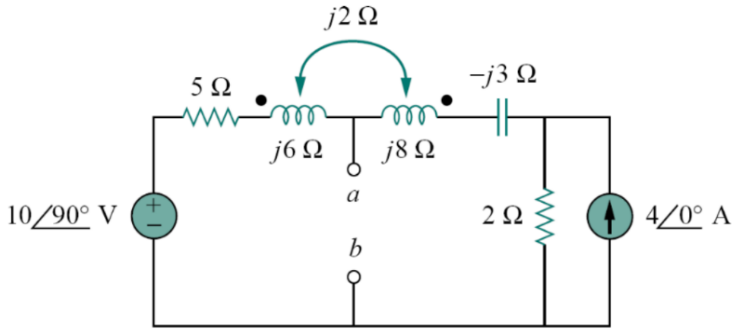



Figura 2: Circuito

**Solución:** Se calcula el voltaje de circuito abierto $V_{oc}$ a partir del método de mallas:

$$-10j + 5\cdot i_1 + j6\cdot i_1 + j2\cdot -i_1 + j8\cdot i_1 + j2\cdot -i_1 - j3\cdot i_1 + 2\cdot(i_1 - i_2) = 0$$

$$i_2 = -4$$

Despejando $i_1$:

$$-10j + (5 + j6 - j2 + j8 - j2 - j3 + 2)i_1 + 8 = 0$$
$$i_1 = 0{,}142857 + j1{,}28571$$

Luego,

$$-10j + 5 \cdot i_1 + j6 \cdot i_1 + j2 \cdot -i_1 + V_{oc} = 0 \rightarrow V_{oc} = 4{,}42857 + j3$$

Para encontrar $Z_{th}$ se utiliza una fuente de corriente de prueba con valor fijo 1A entre los terminales ab (y valor de voltaje $v_{ab}$), de esta forma, se plantean las ecuaciones de malla:

$$i_1 - i_2 = 1A$$

$$5 \cdot i_1 + j6 \cdot i_1 + j2 \cdot -i_2 + j8 \cdot i_2 + j2 \cdot -i_1 - j3 \cdot i_2 + 2 \cdot i_2 = 0$$

Resolviendo:

$$i_1 = \frac{-2 - 3j}{7 + 7j}$$

Luego, se busca $v_{ab}$:

$$5 \cdot i_1 + j6 \cdot i_1 + j2 \cdot -i_2 + v_{ab} = 0$$

Despejando $v_{ab} = 4{,}07\angle 68{,}39^o$.

Con lo anterior, se calcula $Z_{th}$:

$$Z_{th} = v_{ab} \cdot 1 = 4{,}07\angle 68{,}39^o$$

**Criterios de corrección:**

- **3 ptos.** Obtiene $V_{Th}$ y/o $I_N$.
- **3 ptos.** Obtiene $Z_{Th}$.

# Problema 3

El siguiente circuito está compuesto por dos transformadores ideales. Calcule el fasor de corriente que pasa por la resistencia de 5Ω y la potencia promedio que se disipa en la resistencia de 100Ω.

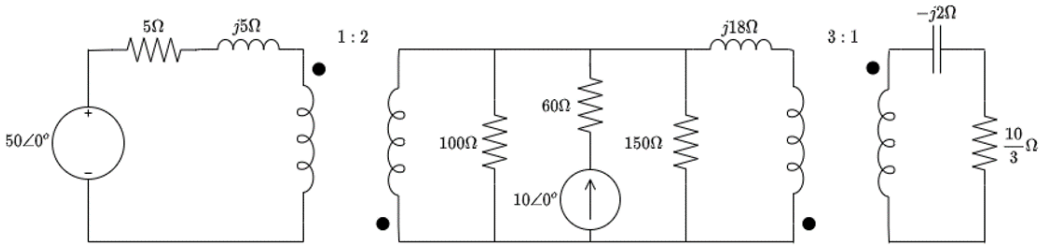



Figura 3: Circuito

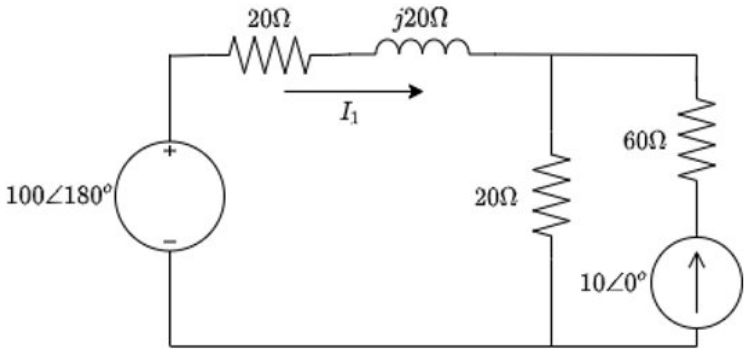
**Solución:** Se reduce el circuito al medio:

$$50\angle 0^o \rightarrow v_2 = v_1 \frac{-n_2}{n_1} = -100\angle 0^o = 100\angle 180^o$$

$$5 + j5 \rightarrow Z_2 = Z_1 \cdot (\frac{n_2}{n_1})^2 = 20 + j20\Omega$$

$$\frac{10}{3} - 2j \rightarrow Z_1 = Z_2 \cdot (\frac{n_1}{n_2})^2 = 30 - j18\Omega$$

Luego, es posible reducir las impedancias a partir de operaciones serie y paralelo, obteniendo:




A partir de ese circuito, se calcula la corriente $i_1$ a partir de mallas:

$$-100\angle 180^o + (20 + j20)i_1 + 20 \cdot (i_1 - i_2) = 0$$

$$i_2 = -10\angle 0^o$$

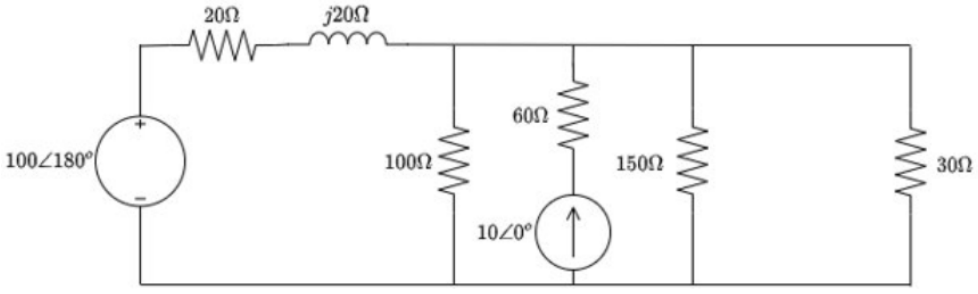
Resolviendo:

$$i_1 = -6 + j3 = 6{,}7\angle 153{,}4^o A$$

Ahora se refiere $i_1$ al primario:

$$i_1 = -i_2 \cdot \frac{n_2}{n_1} = 13{,}4\angle 153{,}4^o$$

Luego, se busca la potencia promedio que disipa la resistencia de 100Ω. Para esto, se tiene el circuito referido al medio solo reduciendo impedancias en serie:



Se sabe que:

$$S = V \cdot I^* = V \cdot (\frac{V}{Z})^* = \frac{|V|^2}{Z^*}$$

Donde $Real[S] = \frac{|V|^2}{R}$.

De esta forma, se calcula el voltaje en el resistor:

$$V_{100\Omega} = 100\angle 180^o - (20 + j20) \cdot i_1 = 99{,}98\angle 36{,}86^o$$

Así, se obtiene:

$$P = \frac{|V|^2}{R} = \frac{99{,}98^2}{100} = 99{,}97W$$

**Criterios de corrección:**

- **2 ptos.** Se reduce correctamente el circuito para encontrar las ecuaciones relevantes.
- **2 ptos.** Calcula el fasor de la corriente.
- **2 ptos.** Calcula la potencia promedio pedida.

# Problema 4

Un transformador de 240/60 V, de capacidad máxima de 3kVA como el de la figura, es reconectado como autotransformador elevador, para entregar 300 Vrms a una carga, a partir de una fuente de 240 Vrms. Si el interruptor se cierra:

a) Determine la corriente que circulará por cada uno de sus enrollados.

b) Determine la máxima potencia aparente que puede ser entregada a la carga.

c) Determine la corriente que entregará la fuente de 240 Vrms.

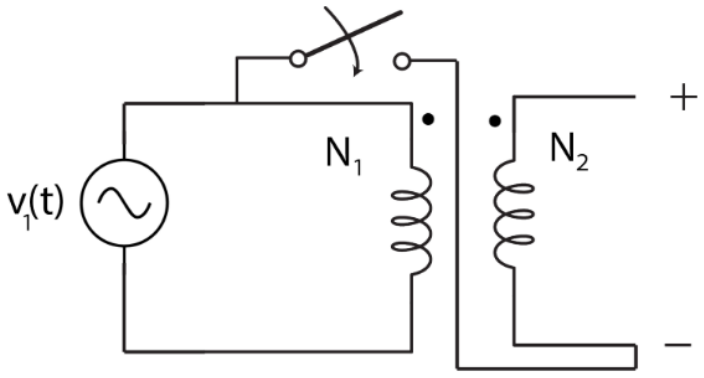



Figura 4: Circuito

**Solución:**

a) Una vez que se cierra el switch, se obtiene un autotransformador elevador de la siguiente forma:

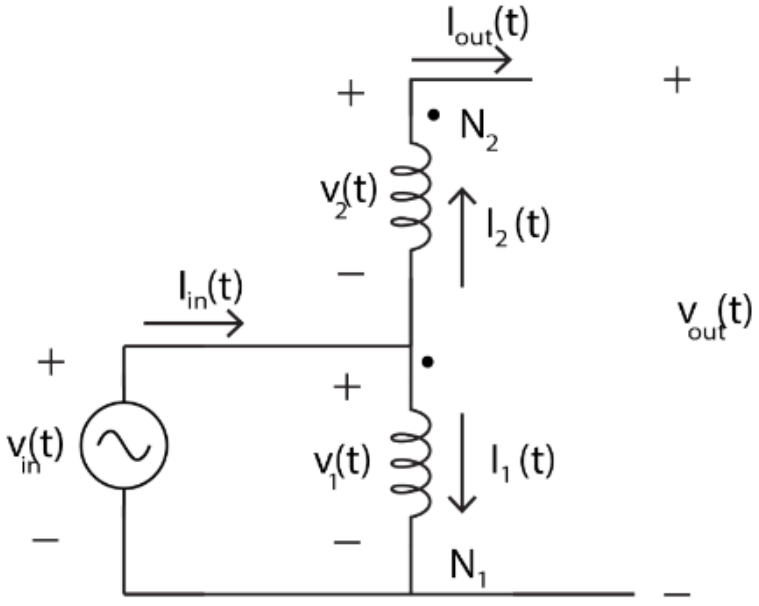



Figura 5: Circuito autotransformador

Se obtiene la potencia compleja:

$$S = v_1 \cdot i_1^* = v_2 \cdot i_2^* = 3kVA$$

Se calculan las corrientes:

$$i_1 = (\frac{3000}{240}) = 12{,}5A$$
$$i_2 = (\frac{3000}{300-240}) = 50A$$

b) La máxima potencia aparente viene dada por:

$$S = v_{out} \cdot i_{out}^* = 300 \cdot 50 = 15kVA$$

c) Se pide $i_{in}$:

$$i_{in} = i_1 + i_2 = 62{,}5A$$

**Criterios de corrección:**

- **2 ptos.** Determina la corriente que circula por cada uno de sus enrollados.
- **2 ptos.** Determina la máxima potencia aparente que puede ser entregada a la carga.
- **2 ptos.** Determina la corriente que entrega la fuente de $240V_{rms}$.