Resumen transformadores ideales

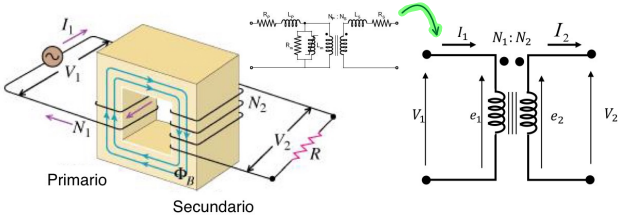
Transformador Ideal

Principio de Funcionamiento

El transformador es un circuito eléctrico acoplado magnéticamente que generalmente consta de un primario (bobina que entrega energía al circuito magnético) y un secundario (bobina que entrega energía al circuito eléctrico).

En un **transformador ideal** se realizan 4 suposiciones:

1. **Permeabilidad** μ del núcleo infinita (Reluctancia del fierro nula = integral cerrada de H igual a cero).
2. Todo el flujo está confinado al núcleo (no hay **dispersión**, reluctancia del aire ∞).
3. Pérdidas del núcleo nulas (no hay **histéresis** ni corrientes **parásitas**).
4. Pérdida en las **resistencias** de devanados nula (cables sin resistencia).



Principio de Funcionamiento

Luego, por **Ley de Faraday** tenemos:

$$v_1 = e_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$
$$v_2 = e_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} = a = \frac{1}{n}$$

Notación vista en clases

Y por **Ley de Ampère** tenemos:

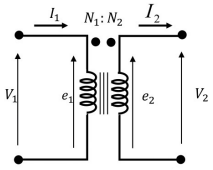
$$\oint_c H \cdot dl = i \Rightarrow \oint_c H \cdot dl = N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 = 0$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} = n$$

Suponiendo el transformador ideal la eficiencia es 100%:

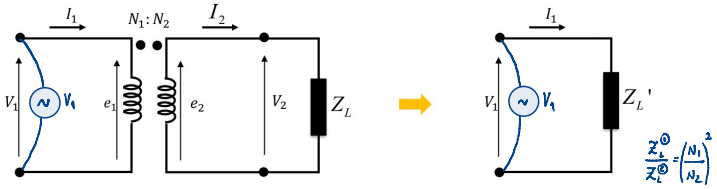
$$S_1 = V_1 \cdot I_1^* = \frac{N_1}{N_2} \cdot V_2 \times \frac{N_2}{N_1} \cdot I_2^* = V_2 \cdot I_2^* = S_2$$

$$P_1 = P_2$$
$$Q_1 = Q_2$$



Reflexión de Impedancias

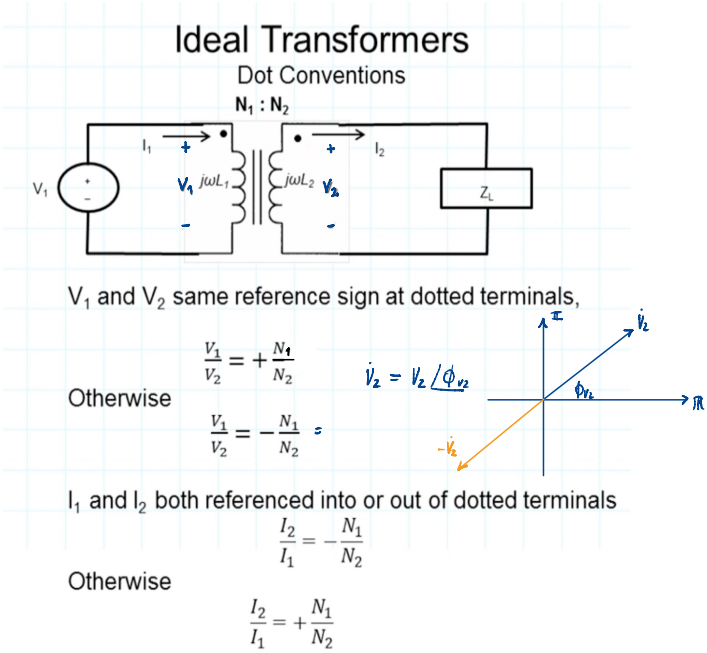
El transformador convierte magnitudes de corriente y voltaje conservando la potencia. Esto lleva a pensar que es posible reflejar elementos de un lado a otro.



$$\vec{Z}_L = \frac{\vec{e}_2}{\vec{i}_2} = \frac{\vec{V}_2}{\vec{i}_2} \quad \vec{Z}_L' = \frac{\vec{e}_1}{\vec{i}_1} = \frac{\vec{V}_1}{\vec{i}_1} \Rightarrow \frac{\vec{V}_1}{\vec{i}_1} = \frac{a\vec{V}_2}{\frac{1}{a}\vec{i}_2} = \frac{a^2\vec{V}_2}{\vec{i}_2} \Rightarrow \vec{Z}_L' = a^2\vec{Z}_L$$

$$\vec{Z}_L' = \frac{1}{n^2}\vec{Z}_L$$

Lo que implica que la carga se refleja al primario multiplicando su impedancia en el lado secundario por la razón de vueltas al cuadrado. Para reflejar al secundario, se divide por la razón al cuadrado.

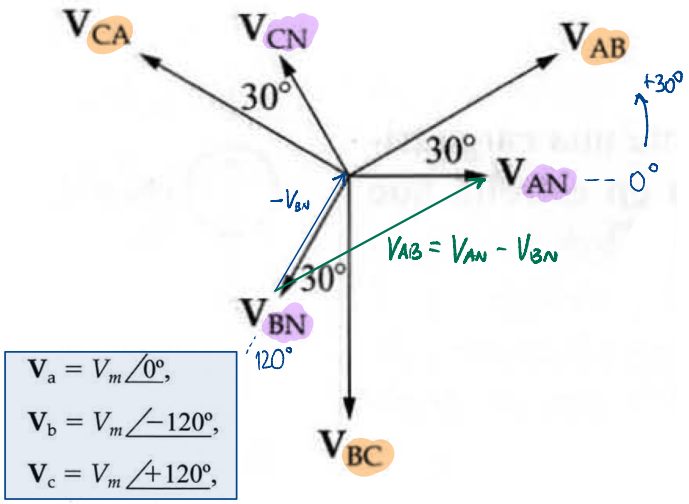


Resumen sistemas trifásicos

Balanceado

Secuencia positiva - abc -

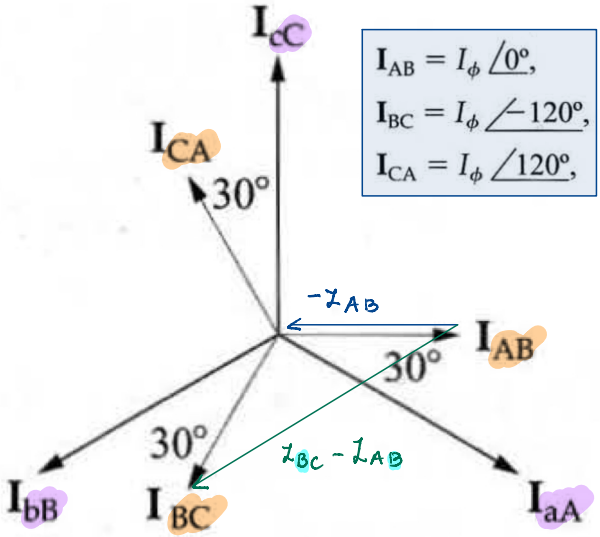
(Pag 529, Nilsson)



$$\mathbf{V}_a = V_m \angle 0°,$$
$$\mathbf{V}_b = V_m \angle -120°,$$
$$\mathbf{V}_c = V_m \angle +120°,$$

$$V_{ff} = V_{fn}\,(\sqrt{3}\angle 30°)$$

(pag 534, Nilsson)

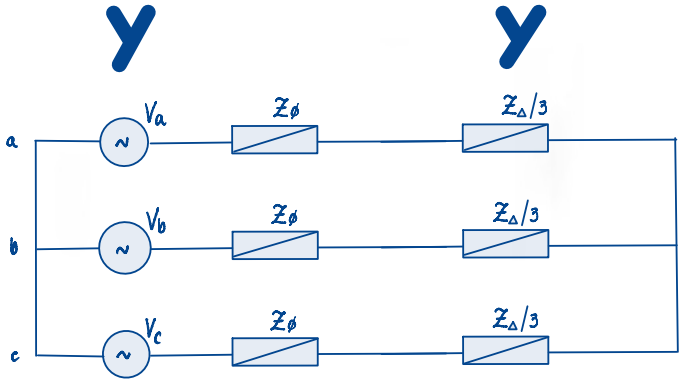


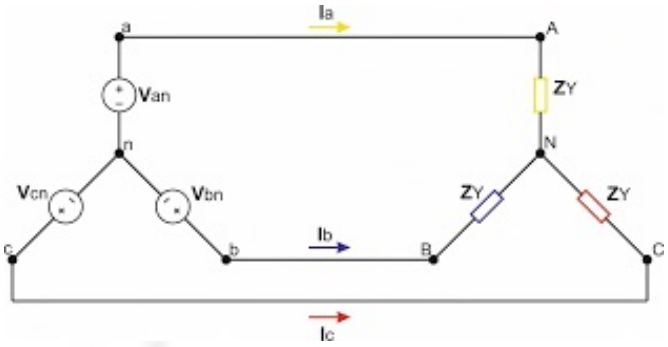
$$\mathbf{I}_{AB} = I_\phi \angle 0°,$$
$$\mathbf{I}_{BC} = I_\phi \angle -120°,$$
$$\mathbf{I}_{CA} = I_\phi \angle 120°,$$

$$I_{fN} = I_{ff}\sqrt{3}\angle -30°$$

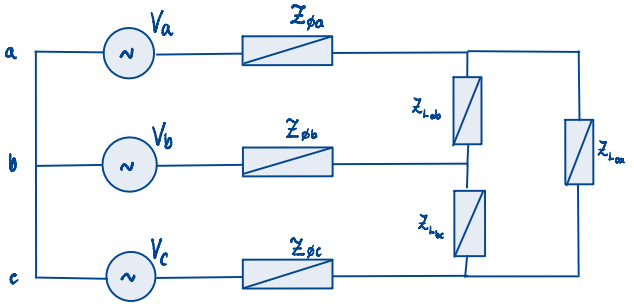
$$\Rightarrow \quad I_{ff} = I_{fN}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\angle 30°\right)$$

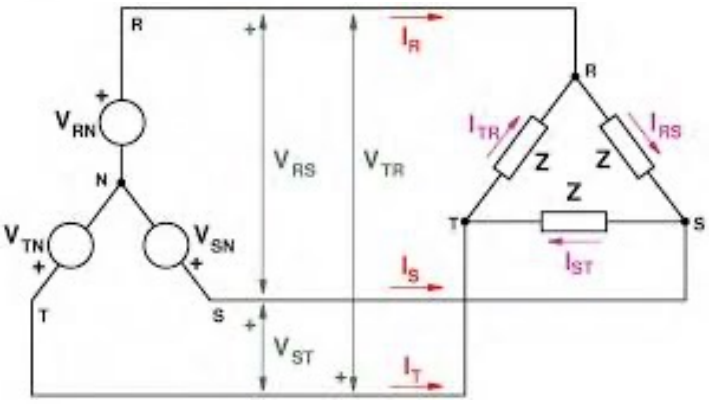
Y Y





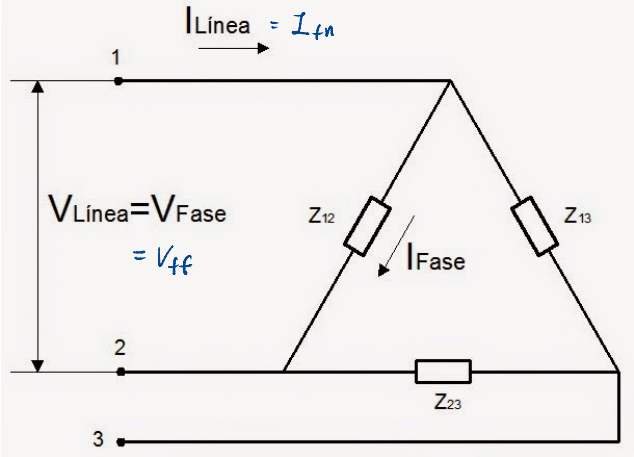
Y Δ





Relaciones importantes

Relaciones de nombre de I_L y V_L



(Imagen aquí abajo)

Relaciones fp

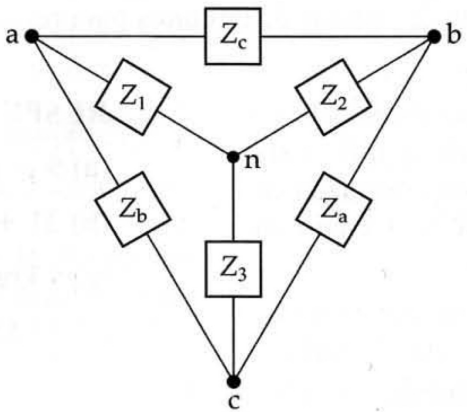
- fp. inductivo ≡ fp. en atraso ≡ θ (+)
  (corriente está más atrás que el voltaje de la carga en cuestión)
- fp. capacitivo ≡ fp. en adelanto ≡ θ (−)

Conversión Δ - Y

Para cargas balanceadas:

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

Para cargas desbalanceadas:



Δ → Y

$$Z_1 = \frac{Z_b Z_c}{Z_a + Z_b + Z_c},$$

$$Z_2 = \frac{Z_c Z_a}{Z_a + Z_b + Z_c},$$

$$Z_3 = \frac{Z_a Z_b}{Z_a + Z_b + Z_c}.$$

Y → Δ

$$Z_a = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_1},$$

$$Z_b = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2},$$

$$Z_c = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_3}.$$

Potencia

$$\vec{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^{*} [VA] = P[W] + Qj[VAr]$$ (definición - siempre aplica)

⇒ Para una impedancia $\vec{z}$: $\vec{S} = (\vec{z} \cdot \dot{I}) \dot{I}^{*} \Rightarrow \vec{S} = \vec{z} \, \|\dot{I}\|^2$

$\dot{V}, \dot{I}$: Voltaje y corriente a los que está sometido $\vec{z}$.

$$\vec{S} = \dot{V} \cdot \left(\frac{\dot{V}}{\vec{z}}\right)^{*} = \frac{\dot{V} \cdot \dot{V}^{*}}{\vec{z}^{*}} \Rightarrow \vec{S} = \frac{\|\dot{V}\|^2}{\vec{z}^{*}}$$

$$fp. = \cos(\theta_z) = \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{P}{S}$$

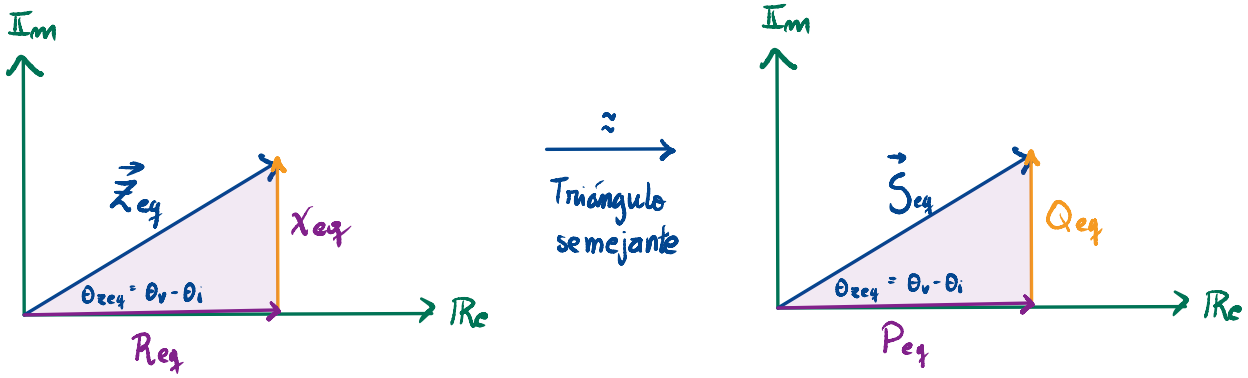
θ_s

* $S_{3\phi} = 3 S_{1\phi}$

$$|\vec{S_{1\phi}}| = V_{fn} \cdot I_L$$

$$= \frac{V_{ff}}{\sqrt{3}} \cdot I_L \quad / \cdot 3$$

$$|\vec{S_{3\phi}}| = \sqrt{3} \cdot V_{ff} \cdot I_L$$



4. Impedancia y admitancia

$$Z = R + j \cdot X\,[\Omega]$$ → Reactancia

Si X > 0, Z es inductiva. (viene de jωL)
Si X < 0, Z es capacitiva. (viene de -j/(ωC)
Si R = 0, Z es reactiva pura, (inductiva o capacitiva)
Si X = 0, Z es resistiva pura.

- **Admitancia:** $Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + j \cdot X} = G + j \cdot B$

  Donde G es la conductancia y B la susceptancia.

- **Unidades:** Y se mide en siemens ("Mho")

ELEMENTO	IMPEDANCIA (Z)	REACTANCIA	ADMITANCIA (Y)	SUSCEPTANCIA
Resistencia	R (resistencia)	—	G (conductancia)	—
Condensador	$j(-1/\omega C)$	$-1/\omega C$ = X_C	$j\omega C$	ωC
Bobina	$j\omega L$	ωL	$j(-1/\omega L)$	$-1/\omega L$

- En baja frecuencia un capacitor se comporta como un circuito abierto (impedancia infinita), mientras que a alta frecuencia se comporta como un corto circuito (impedancia nula).
- Lo opuesto ocurre en el caso del inductor.

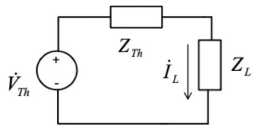
	$\omega \to 0$	$\omega \to \infty$
$Z_C = 1/j\omega C$	∞	0
$Z_L = j\omega L$	0	∞

$\frac{d}{dt} \to j\omega$

$\int dt \to \frac{1}{j\omega} = \frac{-j}{\omega}$

3. Máxima transferencia de potencia promedio

$$\cos(\theta_{V_L} - \theta_{I_L}) = \frac{R_L}{\sqrt{R_L^2 + X_L^2}}$$



Luego:

$$P = \frac{R_L}{(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2} \cdot V_T^{\,2}$$

Para maximizar P es claro que se debe escoger X_L=-X_{Th} , quedándonos la misma expresión que en el caso resistivo puro, donde ya se demostró que se debe escoger R_L=R_{Th} , luego, para **máxima transferencia de potencia**:

$$Z_L = Z_{Th}^* = R_{Th} - jX_{Th}$$