Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 – Circuitos Eléctricos

Ayudantía 13

Profesor David Watts – 2023-1
Ayudante Pablo Casado (pablocasadof@uc.cl)

Problema 1

En la siguiente figura se muestra un circuito con impedancias mutuas (señaladas con asteriscos). Utilizando sus conocimientos de acoplamiento magnético encuentre las corrientes de las mallas establecidas.

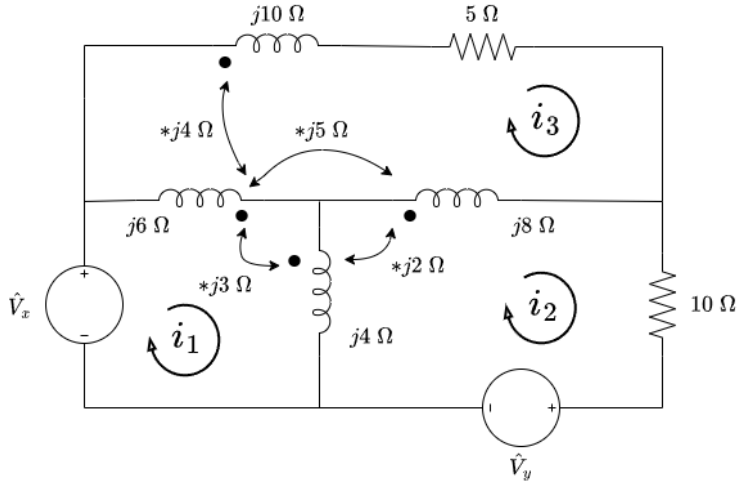


Figura 1: Circuito Problema 1.

Problema 2

Muestre que la impedancia vista por los terminales a y b del autotransformador de la Figura 2 es:

$$Z_{ab} = \frac{Z_L}{\left(1+\frac{N_1}{N_2}\right)^2}$$

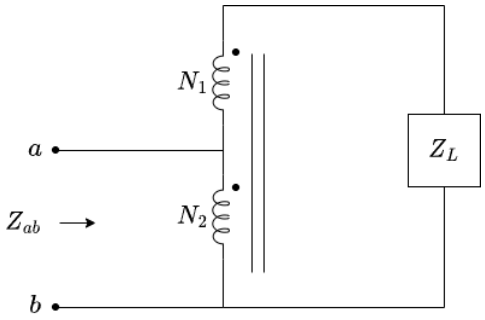


Figura 2: Autotransformador Problema 2.

Problema 3

Considere el circuito de la Figura 3, el que ha sido construido con transformadores ideales.

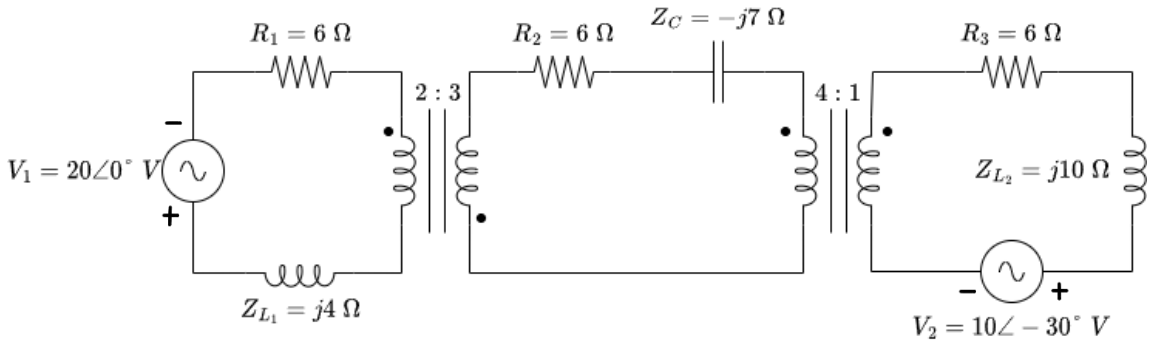


Figura 3: Circuito Problema 3.

Calcule:

a) La potencia aparente suministrada por V_2.

b) La potencia real consumida por R_2.

Problema 4

El circuito de la Figura 4 ha sido construido con transformadores ideales. Calcule la potencia disipada por la resistencia de 20 Ω.

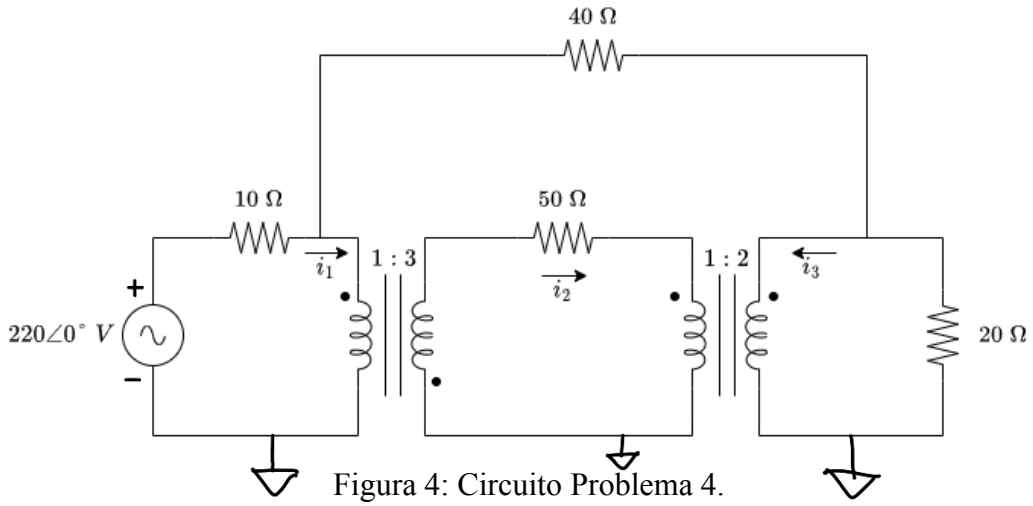


Figura 4: Circuito Problema 4.

* Es importante que esten las tierras, si no no hay corriente en la conexión superior.

Problema 1

En la siguiente figura se muestra un circuito con impedancias mutuas (señaladas con asteriscos). Utilizando sus conocimientos de acoplamiento magnético encuentre las corrientes de las mallas establecidas.

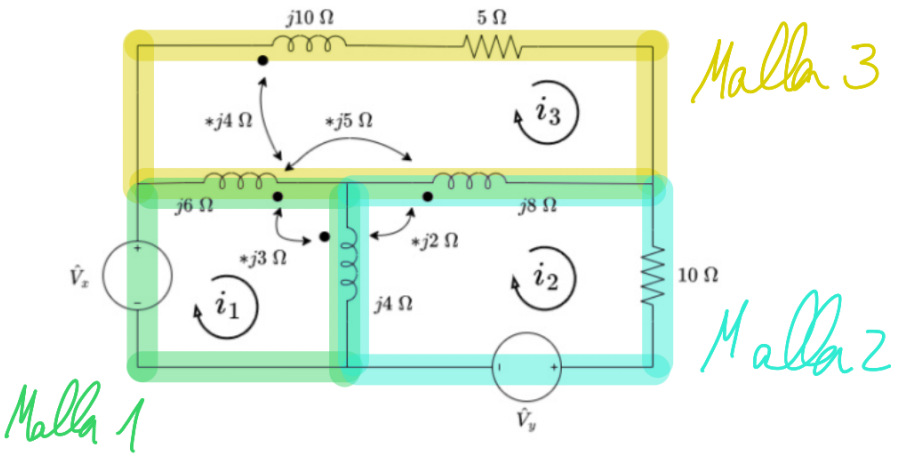


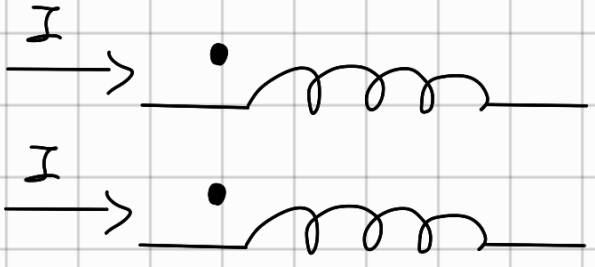
Figura 1: Circuito Problema 1.

En este ejercicio se nos está dando las impedancias mutuas entre los diferentes inductores.

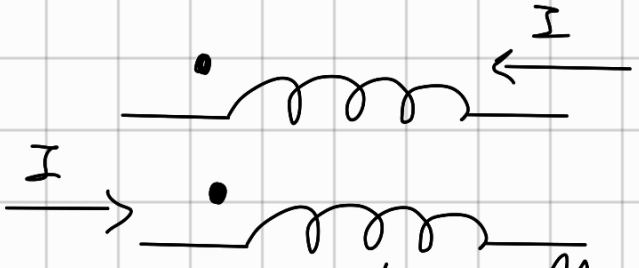
$\Rightarrow$ Se agregan términos de la forma

$j\omega M \cdot i_x$ a las ecuaciones de malla.

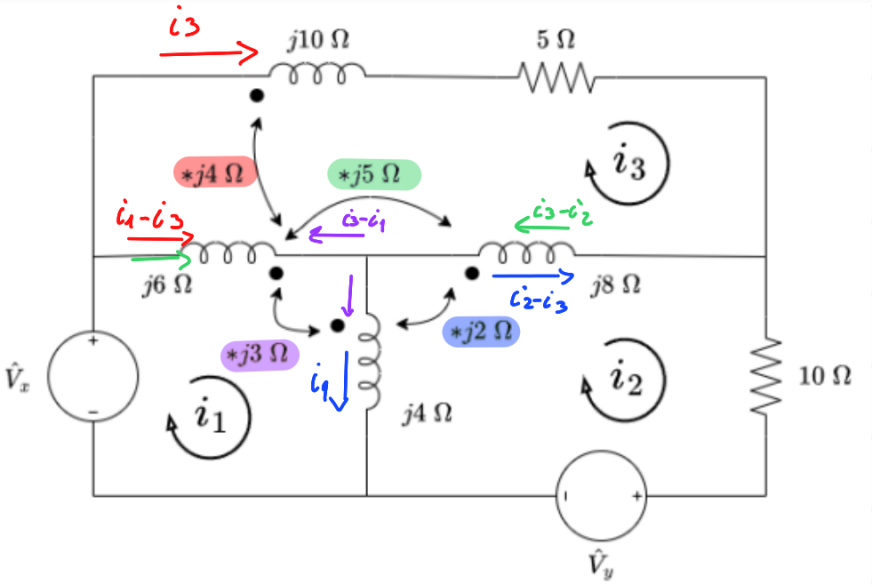
Si las corrientes entran de la misma forma a los inductores: $j\omega M$ es aditivo a $j\omega L$.



En el caso contrario: $-j\omega M$.



Así, las ecuaciones de mallas son:



Notamos que i_3 entra a $j10\ \Omega$ de forma contraria que i_1-i_3 en $j6\ \Omega$. Su impedancia mutua es $M=-j4\ \Omega$.

En este caso ambas entran igual: $M=j2\ \Omega$.

Malla 1:

$$j6(i_1-i_3)+j4(i_1-i_2)-j4i_3+j5(i_3-i_2)$$
$$+j3(i_3-i_1)+j3(i_2-i_1)+j2(i_2-i_3)=\hat{V}_x$$

Malla 2:

$$10i_2+j4(i_2-i_1)+j8(i_2-i_3)+j3(i_1-i_3)$$
$$+j2(i_3-i_2)+j5(i_3-i_1)+j2(i_1-i_2)=-\hat{V}_y$$

Malla 3:

$$5i_3+j8(i_3-i_2)+j6(i_3-i_1)+j10i_3+j4(i_3-i_1)+j5(i_1-i_3)$$
$$+j2(i_2-i_1)+j4i_3+j5(i_2-i_3)+j3(i_1-i_2)=0$$

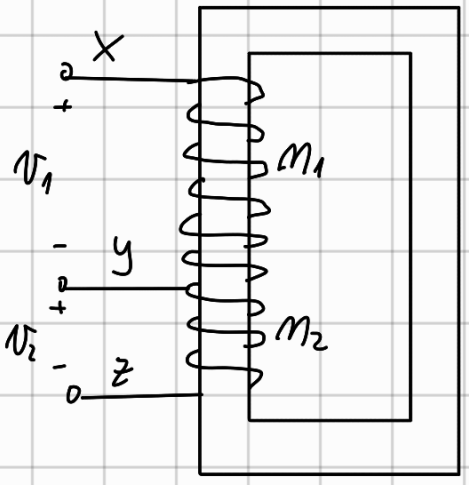
Si resolvemos estas 3 expresiones las podemos reducir a:

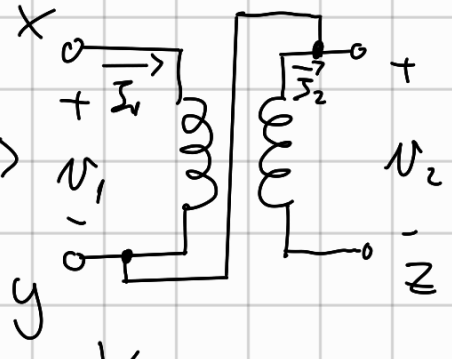
$$i_1(j4) + i_2(-j4) + i_3(-j4) = \hat{V}_x$$

$$i_1(-j4) + i_2(10+j8) + i_3(-j4) = -\hat{V}_y$$

$$i_1(-j4) + i_2(-j4) + i_3(5+j22) = 0$$

Importante para P2)

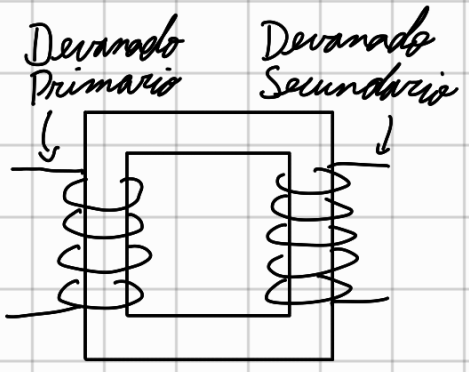




$$\frac{V_{yz}}{V_{xz}} = \frac{n_2}{n_1+n_2}$$

$$V_{xz} = V_1 + V_2$$

Nota:



$$\left.\begin{array}{l} \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_2}{N_1} \\ \end{array}\right\}, \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Problema 2

Muestre que la impedancia vista por los terminales a y b del autotransformador de la Figura 2 es:

$$Z_{ab} = \frac{Z_L}{\left(1+\frac{N_1}{N_2}\right)^2}$$

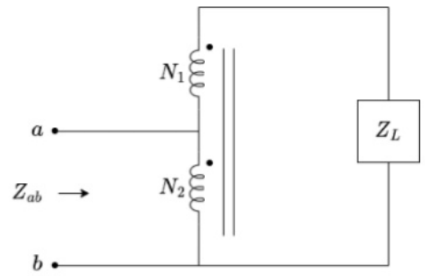
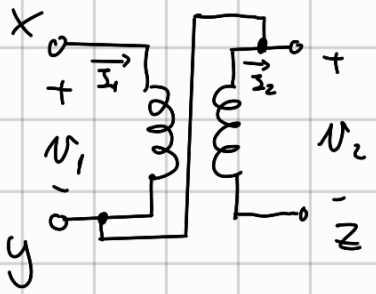


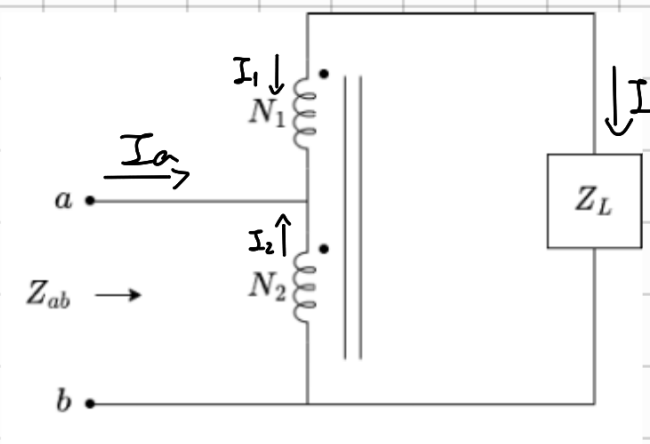
Figura 2: Autotransformador Problema 2.

Recordar:



Definimos como I_a la corriente del nodo a hacia el transformador.

Sea I_1 e I_2 las corrientes de los devanados.
Sea I_L la corriente de carga:



} Clave:

$I_1 = I_L$

en este caso

Podemos establecer la relación:

$$\frac{I_a}{I_L} = \frac{I_1 + I_2}{I_1}$$

Como $I_1 = I_L$ en este caso:

$$\frac{I_a}{I_L} = 1 + \frac{I_2}{I_1}$$

Debido a que $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$:

$$\frac{I_a}{I_L} = 1 + \frac{N_1}{N_2} \quad (*)$$

Entre a y b existe un voltaje V_{ab}. Así, entre los extremos del devanado N_1 existe un voltaje:

$$V_{N_1} = \frac{N_1}{N_2} V_{ab}$$

El voltaje de carga es:

$$V_L = V_{ab} + \frac{N_1}{N_2} V_{ab}$$

La corriente I_L

$$I_L = \frac{V_{ab}}{Z_L}\left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right)$$

$$\xrightarrow{(*)} \quad I_a = \frac{V_{ab}}{Z_L}\left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \quad Z_{ab} = \frac{V_{ab}}{I_a} = \frac{Z_L}{\left(1 + \frac{N_1}{N_2}\right)^2}$$

Problema 3

Considere el circuito de la Figura 3, el que ha sido construido con transformadores ideales.

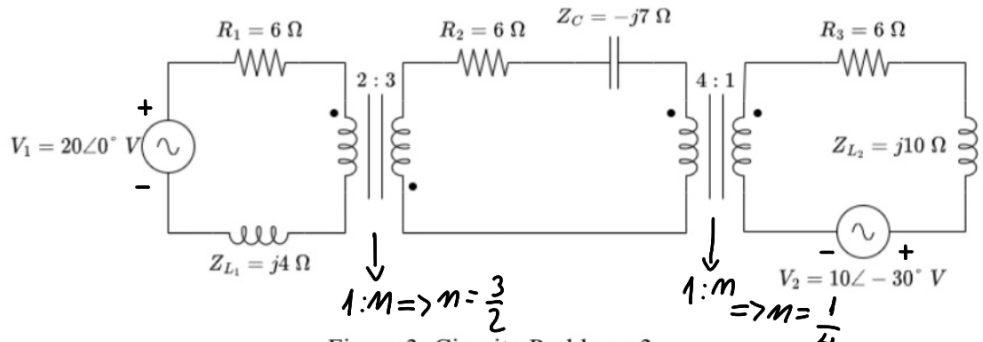


Figura 3: Circuito Problema 3.

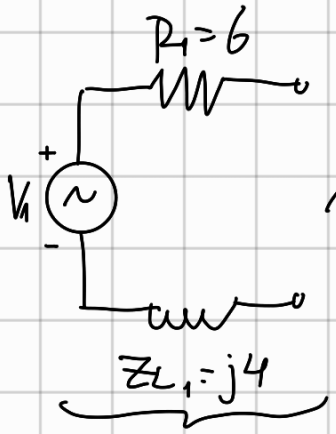
Calcule:

a) La potencia aparente suministrada por V_2.

b) La potencia real consumida por R_2.

* La potencia se conserva al reflejar elementos. Reflejaremos todo a la malla central.

Para el transformador de la izquierda:



$n = \frac{3}{2}$

Reflejar de izquierda (i) a derecha:

$$Z_d^{(1)} = Z_i^{(1)}\left(\underbrace{-}_{\text{Por los puntos}} n^2\right) = Z_i^{(1)} \cdot \frac{9}{4}$$

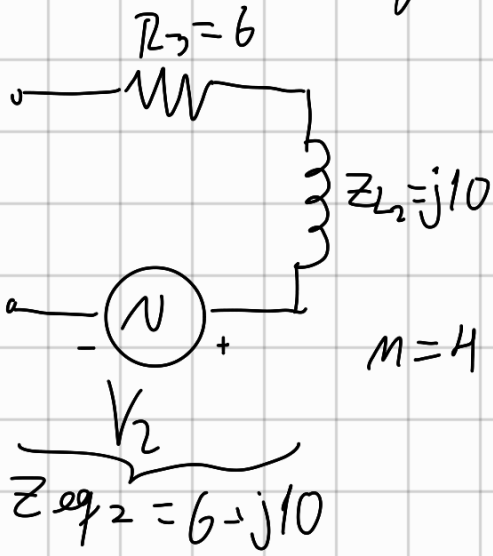
$$Z_{eq_1} = 6 + j4$$

$$Z_d^{(1)} = (6 + j4)\cdot\frac{9}{4} = 13{,}5 + j9$$

$$= 16{,}225\angle 33{,}9^\circ\ [\Omega]$$

$$V_1^{(2)} = \underbrace{(-n)}_{\text{Por los puntos}} V_1^{(1)} = 20\angle 0^\circ\left(-\frac{3}{2}\right) = 30\angle 180^\circ\ [V]$$

Pasamos el transformador de la derecha:



Reflejar de derecha (d) a izquierda (i)

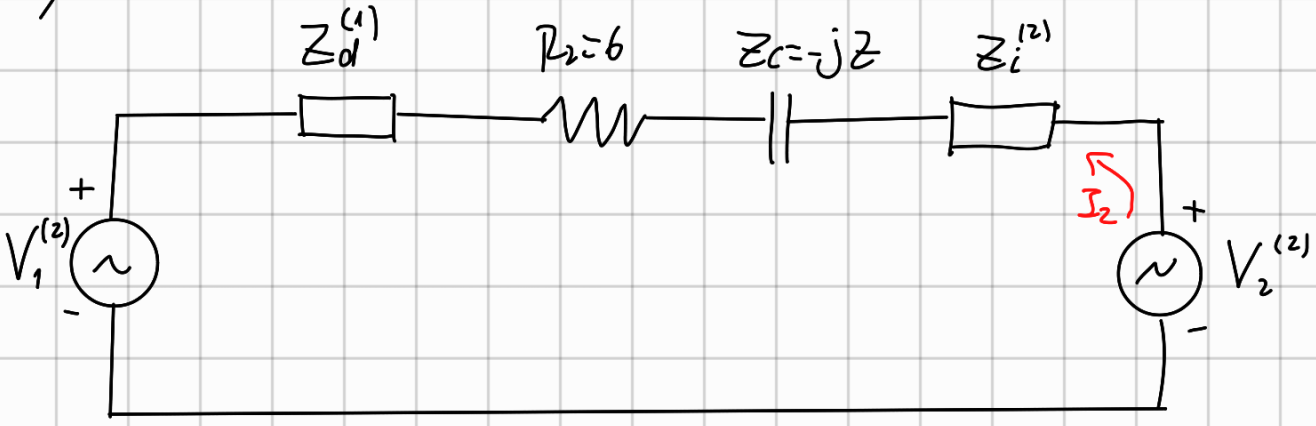
$$Z_i^{(2)} = \frac{Z_d^{(2)}}{n^2} = 16 \cdot Z_d = 16 \cdot (6 + j10)$$

$$= 96 + j160$$

$$= 186{,}59 \angle 59{,}04^\circ \ [\Omega]$$

$$V_2^{(2)} = \frac{V_2^{(1)}}{n} = 4 \cdot 10 \angle -30^\circ = 40 \angle -30 \ [V]$$

Así, tenemos:



a) $$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_2^{(2)} - \hat{V}_1^{(2)}}{\hat{Z}_d^{(1)} + \hat{Z}_i^{(2)} + R_2 + Z_c} = \frac{40 \angle -30^\circ - (-30)}{13{,}5 + j9 + 96 + j160 + 6 - j7}$$

$$\hat{I}_2 = 0{,}34 \angle -71{,}705^\circ \ [A]$$

Así; $$\hat{S}_{V_2} = \hat{V}_2^{(2)} \cdot \hat{I}_2^{*} = 40 \angle -30^\circ \cdot 0{,}34 \angle +71{,}705^\circ$$

$$= 13{,}60 \angle 41{,}705^\circ \ [VA]$$

$$= 10{,}16 \ [W] + j\, 9{,}05 \ [VAr]$$

b) La potencia de R_2: $$\hat{S}_{R_2} = \|\hat{I}_2\|^2 \cdot R_2 = 0{,}694 \ [W]$$

Problema 4

El circuito de la Figura 4 ha sido construido con transformadores ideales. Calcule la potencia disipada por la resistencia de 20 Ω.

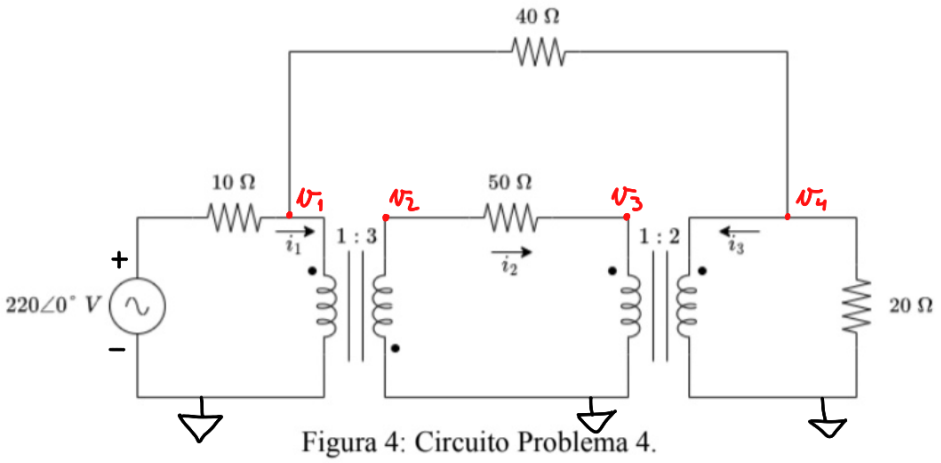


Figura 4: Circuito Problema 4.

Planteando las relaciones de corrientes:

$$\frac{220 - V_1}{10} = \frac{V_1 - V_4}{40} + I_1 \qquad (1)$$

$$\frac{V_1 - V_4}{40} = I_3 + \frac{V_4}{20} \qquad (2)$$

Además, las relaciones de los transformadores:

- $V_4 = 2V_3$ (3)
- $I_2 = -2I_3$ (4)
- $V_2 = -3V_1$ (5)
- $I_1 = -3I_2$ (6)

Por último: $\frac{V_2 - V_3}{50} = I_2$ (7)

Así, tenemos 7 ecuaciones y 7 incógnitas. Si las resolvemos para V_4:

$$V_4 = -4{,}5\ V$$

De esta manera, la potencia disipada por la resistencia de 20 Ω:

$$P = \frac{V_4^2}{R} = \frac{(-4{,}5)^2}{20} = \frac{20{,}25}{20} = 1{,}0125\ [W]$$

* IMPORTANTE:

Problema 4

El circuito de la Figura 4 ha sido construido con transformadores ideales. Calcule la potencia disipada por la resistencia de 20 Ω.

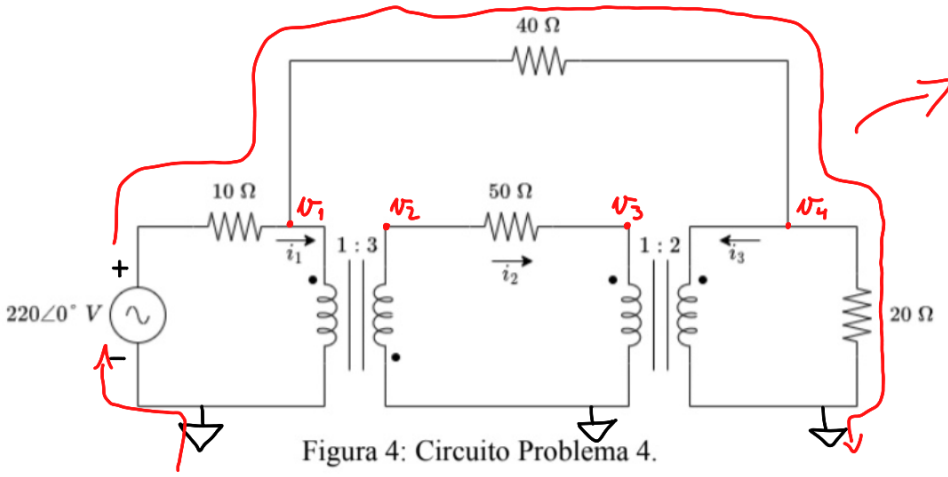


Figura 4: Circuito Problema 4.

→ Loop de corriente

* Es importante que estén las tierras, si no no hay corriente en la conexión superior.

Si no están en tierra no hay corriente.