Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

Interrogación 1

1º semestre 2023 - Profesor David Watts

Ayudante: Elena Contardo (ele.contardo@uc.cl)

Problema 1

a) Las ecuaciones son las siguientes:

- Malla 1:

$$I_1 = -\lambda \cdot V_x$$
$$V_x = R_4 \cdot (I_6 - I_2)$$

- Malla 2:

$$V_1 + R_7 \cdot I_2 - V_2 + R_6 \cdot (I_2 - I_3) + R_5 \cdot (I_2 - I_6) + R_4 \cdot (I_2 - I_6) = 0$$

- Malla 3:

$$I_3 = -I_y$$

- Malla 4:

$$R_1 \cdot (I_4 - I_1) - V_1 + R_9 \cdot (I_4 - I_6) = 0$$

- Malla 5:

$$I_5 = 0$$

- Supermalla 6-7:

$$R_9 \cdot (I_6 - I_4) + (R_4 + R_5) \cdot (I_6 - I_2) + R_8 \cdot I_7 + 0 + V_4 = 0$$

$$I_6 = I_x + I_7$$

Criterios de corrección:

- **2 ptos.** Obtiene correctamente ecuaciones malla 1.
- **1.5 ptos.** Obtiene correctamente ecuación malla 2.

- **1 pto.** Obtiene correctamente ecuación malla 3.
- **1.5 ptos.** Obtiene correctamente ecuación malla 4.
- **1 pto.** Obtiene correctamente ecuación malla 5.
- **3 ptos.** Obtiene correctamente ecuaciones supermalla 6-7.

b) Las ecuaciones son las siguientes:

- Nodo A:

$$-3 \cdot V_x = \frac{V_a - 0}{R_1 + R_2} + \frac{V_a - V_b}{R_3}$$

$$V_x = \frac{R_5 \cdot (V_b - V_d)}{R_4 + R_5}$$

- Supernodo B-C:

$$\frac{V_a - V_b}{R_3} + \frac{V_d - V_b}{R_4 + R_5} = -3 \cdot V_x + 4 + \frac{V_c - V_d}{R_6}$$

$$V_b + 5 = V_c$$

- Nodo D:

$$V_d = 4 \cdot I_x + 3 \cdot I_x = 7 \cdot I_x$$

$$I_x = \frac{V_a - 0}{R_1 + R_2}$$

Criterios de corrección:

- 1.5 puntos por obtener correctamente cada ecuación (6 ecuaciones en total).
- 1 punto por obtener correctamente el sistema entero.

Problema 2

a) Se calcula la corriente de Norton por superposición:

- Fuente I_1 encendida:
  Al apagar las fuentes y reducir resistencias se obtiene que $V_x = 0V$ y que $I_x = -I_N/2$.
  Además, se definen dos mallas.

  Malla 1:

$$I_\alpha = -I_1$$

  Malla 2:

$$10 \cdot \frac{-I_N}{2} + 3R \cdot I_N + R \cdot I_N + R \cdot (I_N + I_\alpha) = 0$$

Reemplazando la ecuación de la malla 1 en la ecc. de la malla 2:

$$-5 \cdot I_N + 4R \cdot I_N + R_{I1} = 0$$

$$I_N \cdot (-5 + 4R) = -R \cdot I_1$$

$$I_N = \frac{R \cdot I_1}{5 - 4R}$$

- Fuente V_1 encendida:
  Al apagar las fuentes V_1 queda aislado del circuito, por lo que no hay ninguna excitación. De esta forma se obtiene:

$$I_N = 0A$$

- Fuente I_2 encendida:
  Al apagar las fuentes se obtiene $V_x = 0V$ y que $I_x = -I_\beta/2$.

  Supermalla:

$$10 \cdot \frac{-I_\beta}{2} + 3R \cdot I_\beta + R \cdot I_N = 0$$

$$I_N + I_2 = I_\beta$$

  Reemplazando la 2da ecuación en la primera ecuación:

$$5 \cdot -(I_N + I_2) + 3R \cdot (I_N + I_2) + R \cdot I_N = 0$$

$$I_N \cdot (-5 + 4R) - I_2 \cdot (5 - 3R) = 0$$

$$I_N = \frac{I_2 \cdot (5 - 3R)}{-5 + 4R}$$

- Fuente I_3 encendida:
  Se definen las siguientes ecuaciones:

$$I_x = (-I_N + I_\gamma)/2$$

  Malla 1:

$$10 \cdot I_x - 2 \cdot (I_3 \cdot 2R) + 2R \cdot (I_N - I_\gamma) + 2R \cdot I_N = 0$$

  Malla 2:

$$I_\gamma = -I_3$$

  Resolviendo:

$$5 \cdot (-I_N - I_3) - 2 \cdot (I_3 \cdot 2R) + 2R \cdot (I_N + I_3) + 2R \cdot I_N = 0$$

$$I_N \cdot (-5 + 4R) = I_3 \cdot (5 + 2R)$$

$$I_N = \frac{I_3 \cdot (5 + 2R)}{-5 + 4R}$$

Luego, la corriente de Norton será la suma de todas las corrientes anteriores.

Criterios de corrección:
Caso Superposicion:

- 3.75pts I_N correcto apagando I_1.
- 3.75pts I_N correcto apagando I_2.
- 3.75pts I_N correcto apagando I_3.
- 3.75pts I_N correcto apagando V_1.

Si tuvo todas las expresiones malas pero apagó bien las fuentes y analizó correctamente el circuito:

- 3.00 pts

b) La resistencia que maximiza la potencia transferida corresponde a la resistencia equivalente vista desde AB. Apagando las fuentes independientes y colocando una fuente de prueba V con corriente I se tiene:

$$I_x = I/2$$
$$-V + 4R \cdot I - 10 \cdot I/2 = 0$$

Resolviendo:

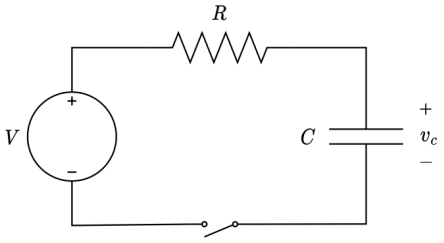
$$V = I \cdot (4R - 5)$$
$$R_{EQ} = \frac{V}{I} = 4R - 5$$

Problema 3

a) Diseñe un circuito RC que tarde aproximadamente 20 segundos en cargar totalmente a su capacitor. Dibuje el circuito con el valor de los componentes seleccionados de manera que estos sean económicos y fácil de conseguir en el mercado y presente luego la expresión del voltaje del capacitor en función del tiempo, dibujando también su evolución en el tiempo.

Solución: A continuación se presenta una posible solución a lo pedido.

Se define el siguiente circuito RC, donde el switch lleva mucho tiempo abierto hasta que en t=0 se cierra.



La constante τ, correspondiente a $C \cdot R_{eq}$, donde en este caso $R_{eq} = R$, define el tiempo necesario para que el voltaje del capacitor aumente un 63 % de V. En caso de que transcurra un tiempo igual o superior a $4 \cdot \tau$, se dice que se alcanzó el régimen permanente (98.2 % de V).

De esta forma,

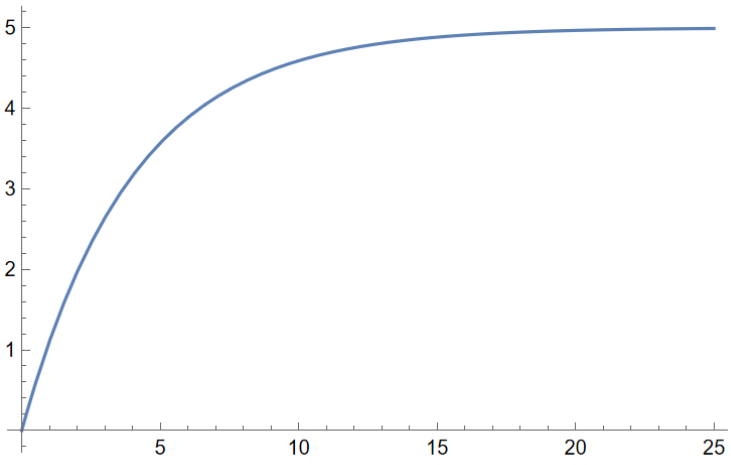
$$20 = 4 \cdot \tau$$

$$20 = 4 \cdot C \cdot R$$

Se fija $C = 2\mu F$, luego $R = 2{,}5M\Omega$.

Considerando un valor de $V = 5V$, el voltaje del capacitor en función del tiempo y el gráfico son los siguiente:

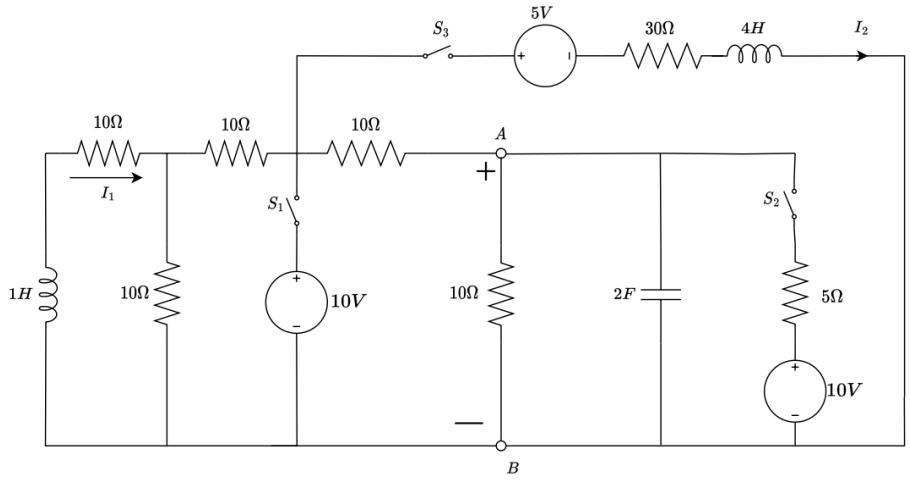
```
Plot[-5 * E^(-t / 4) + 5, {t, 0, 25}]
representa·· número e
```



Criterios de corrección:

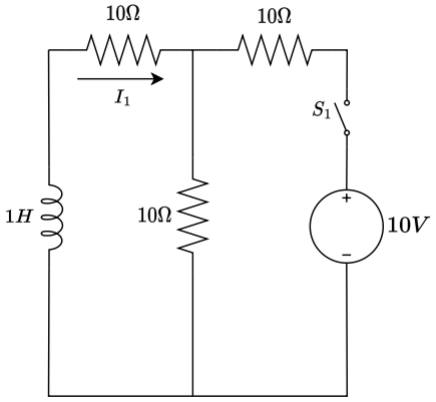
- Si propone R y C, presenta ecuación y dibuja la gráfica, 5 ptos. (1 punto menos si no propone, falta ecuación o no dibuja gráfica).
- Si propone pero no cumple especificaciones, 2 ptos.

b) Se observa que el circuito es equivalente a lo siguiente:



Luego, se tienen tres circuitos independientes de primer orden, los cuales se resuelven por separado:

- Circuito para encontrar I_1:
  El circuito es el siguiente:



  Se observa que I_1 es igual a la corriente del inductor i_L. Se sabe que la corriente de un inductor viene dada por la siguiente ecuación:

$$i_L(t) = (I_0 - I(\infty)) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{L/R_{eq}}} + I(\infty)$$

  Considerando que solo se tiene un intervalo de tiempo ($t > 0$), la ecuación anterior queda de la siguiente forma:

$$i_L(t) = (I(0) - I(\infty)) \cdot e^{-\frac{t}{L/R_{eq}}} + I(\infty)$$

  Lo primero que se hace es encontrar la condición inicial $I(0)$. Como el circuito lleva mucho tiempo sin tener ninguna fuente alimentándolo, $I(0) = 0A$.

Ahora se debe encontrar R_{eq} e $I(\infty)$, donde R_{eq} corresponde a la resistencia equivalente vista desde la posición del inductor, e $I(\infty)$ a la corriente de Norton.

Considerando que en $t > 0$ el switch S_1 está cerrado:

- R_{eq}: Se apagan las fuentes independientes (la fuente de voltaje se cortocircuita).

$$R_{eq} = (10||10) + 10 = 15\Omega$$

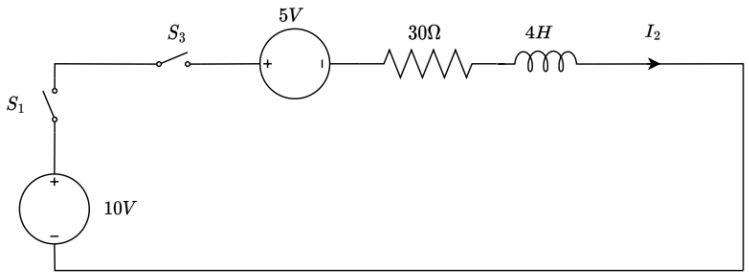
- $I(\infty) = I_N$: Se cortocircuita el inductor y se calcula la corriente que pasa por ahí. Haciendo transformación de fuente:

$$I_N = -\frac{10}{10}/3 = -\frac{1}{3}A$$

Finalmente I_1 es:

$$I_1(t) = i_L(t) = \frac{1}{3} \cdot e^{-\frac{t}{1/15}} - \frac{1}{3}$$

- Circuito para encontrar I_2: El circuito es el siguiente:



Se observa que I_2 es igual a la corriente del inductor i_L. Se sabe que la corriente de un inductor viene dada por la siguiente ecuación:

$$i_L(t) = (I_0 - I(\infty)) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{L/R_{eq}}} + I(\infty)$$

Considerando que solo se tiene un intervalo de tiempo ($t > 0$), la ecuación anterior queda de la siguiente forma:

$$i_L(t) = (I(0) - I(\infty)) \cdot e^{-\frac{t}{L/R_{eq}}} + I(\infty)$$

Lo primero que se hace es encontrar la condición inicial $I(0)$. Como el circuito lleva mucho tiempo sin tener ninguna fuente alimentándolo, $I(0) = 0A$.

Ahora se debe encontrar R_{eq} e $I(\infty)$, donde R_{eq} corresponde a la resistencia equivalente vista desde la posición del inductor, e $I(\infty)$ a la corriente de Norton.

Considerando que en $t > 0$ los switch S_1 y S_3 están cerrados:

- R_{eq}: Se apagan las fuentes independientes (la fuente de voltaje se cortocircuita).

$$R_{eq} = 30\Omega$$

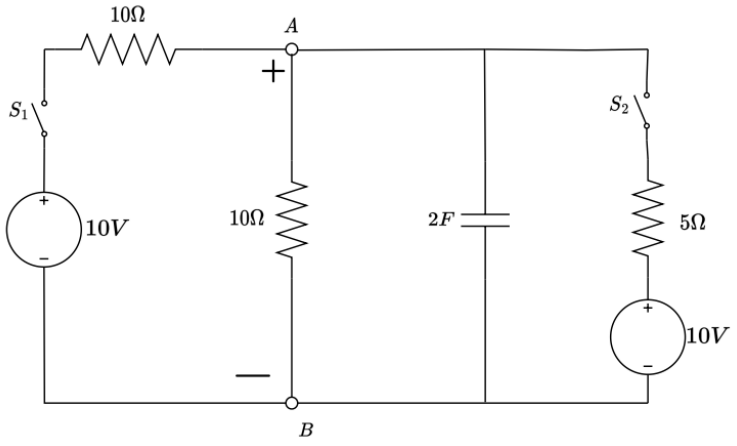
- $I(\infty) = I_N$: Se cortocircuita el inductor y se calcula la corriente que pasa por ahí.

$$I_N = \frac{10-5}{30} = \frac{1}{6}A$$

Finalmente I_2 es:

$$I_2(t) = i_L(t) = -\frac{1}{6} \cdot e^{-\frac{t}{4/30}} + \frac{1}{6}$$

- Circuito para encontrar V_{AB}:
El circuito es el siguiente:



Se observa que V_{AB} es igual al voltaje del capacitor v_c. Se sabe que el voltaje de un capacitor viene dado por la siguiente expresión:

$$v_c(t) = (V_0 - V(\infty)) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{R_{eq} \cdot C}} + V(\infty)$$

Considerando que solo se tiene un intervalo de tiempo ($t > 0$), la ecuación anterior queda de la siguiente forma:

$$v_c(t) = (V(0) - V(\infty)) \cdot e^{-\frac{t}{R_{eq} \cdot C}} + V(\infty)$$

Lo primero que se hace es encontrar la condición inicial $V(0)$. Como el circuito lleva mucho tiempo sin tener ninguna fuente alimentándolo, $V(0) = 0V$.

Ahora se debe encontrar R_{eq} y $V(\infty)$, donde R_{eq} corresponde a la resistencia equivalente vista desde la posición del capacitor, y $V(\infty)$ al voltaje de Thevenin.

Considerando que en $t > 0$ los switch S_1 y S_2 están cerrados:

- R_{eq}: Se apagan las fuentes independientes (la fuente de voltaje se cortocircuita).

$$R_{eq} = 10||10||5 = 2{,}5\Omega$$

- $V(\infty) = V_{TH}$: Se deja en circuito abierto el capacitor y se calcula el voltaje en los terminales. Con superposición:

$$V_{TH} = 10 \cdot \frac{5||10}{10 + (5||10)} + 10 \cdot \frac{10||10}{5 + (10||10)} = 2{,}5 + 5 = 7{,}5V$$

Finalmente V_{AB} es:

$$V_{AB}(t) = v_c(t) = -7{,}5 \cdot e^{-\frac{t}{2 \cdot 2{,}5}} + 7{,}5$$

Criterios de corrección:

- Para I1, I2 y Vab. 5 puntos por ecuación correcta, 4 puntos si tiene error de signo, 3 puntos si tiene error leve. 1 punto si no responde pero identifica I(0), I(∞) y Req, o hace una buena simplificación.