ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA
IEE 2123
Circuitos Eléctricos
Segundo Semestre 2025

Tarea 9

Fecha Entrega: Viernes 28 de Noviembre hasta las 18:00 Hrs.

- La tarea debe ser entregada en un archivo `.pdf` y cargada en el cuestionario de Canvas habilitado, antes del plazo. El formato del archivo debe ser `T9_Apellido_Nombre.pdf`
- Debe indicar claramente su desarrollo en cada ejercicio, puesto que problemas sin desarrollos no serán considerados corregidos.
- Las tareas deben ser entregas en en algún editor de texto como Word o LaTeX. En particular, se recomienda LaTeX(Overleaf) por su facilidad para manejar ecuaciones.
- Libros, papers o cualquier material usado debe ser referenciado apropiadamente. Material no debidamente referenciado será penalizado mediante descuentos en la nota.
- Esta tarea tiene como objetivos la revisión de ciertos temas específicos vistos en clases, los cuales son indicados en el apartado "Tema de la Tarea". La utilización de métodos distintos a los solicitados en cada ejercicio no está permitido, y resultarán en la no corrección del ejercicio.
- En caso de utilizar herramientas de inteligencia artificial, estas solo deben emplearse como apoyo en la búsqueda de información o en la redacción, sin incluir directamente en las respuestas una reproducción literal del contenido generado. Además, no se debe proporcionar a la IA la pregunta ni una variación de esta como instrucción directa. **En el caso de usar IA sin la debida citación, se asignará nota 1.0 en la tarea.**
- Se atenderán dudas mediante Foro en Canvas UC, el cual estará habilitado hasta 1 día antes de la fecha de entrega de la tarea.

Problema 1 (14 pts)

Calcule las corrientes de fase (i.e. I_{AB}) y las corrientes de línea (i.e. I_{aA}) para cada una de las fases del circuito trifásico. Asuma que la carga en Delta se encuentra balanceada y que cada impedancia tiene un valor de $Z_\Delta = 10\angle -50°$. Además los voltajes de alimentación son: $\dot{V}_a = \frac{220}{\sqrt{3}}\angle -30°[V_{rms}]$, $\dot{V}_b = \frac{220}{\sqrt{3}}\angle -150°[V_{rms}]$ y $\dot{V}_c = \frac{220}{\sqrt{3}}\angle 90°[V_{rms}]$.

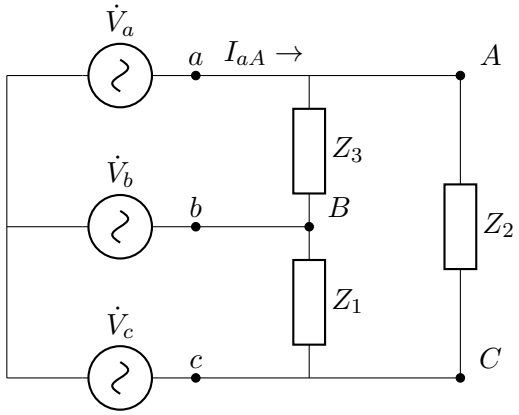


Figura 1: Circuito del problema 1.

Solución (14 pts):

Dado que es un circuito balanceado, analizaremos un única fase y, posteriormente, se extenderá a las demás. La expresión para calcular las corrientes de fase viene dada por la ecuación 1.

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{V}_{AB}}{Z} \tag{1}$$

Esto indica que es necesario obtener los voltajes fase-fase mediante los voltajes fase-neutro según la ecuación 2.

$$\dot{V}_{ff} = V_{fn}\sqrt{3}\angle 30° \tag{2}$$

Reemplazando el voltaje fase neutro en la ecuación 2, se desprende el resultado de la ecuación 3.

$$\dot{V}_{AB} = \frac{220}{\sqrt{3}}\sqrt{3}\angle -30° + 30° = 220\angle 0°[V_{rms}] \tag{3}$$

De esta manera, $\dot{V}_{BC} = 220\angle -120°$ y $\dot{V}_{AC} = 220\angle 120°$. Reemplazando el voltaje $\dot{V}_{AB}$ en la ecuación 1, se obtiene la corriente de la ecuación 4.

$$\dot{I}_{AB} = \frac{220\angle 0°}{10\angle -50°} = 22\angle 50°[A_{rms}] \tag{4}$$

Extendiendo para el resto de las fases, se obtienen las expresiones de la ecuación 5.

$$\dot{I}_{BC} = 22\angle -70°[A_{rms}],\ \dot{I}_{AC} = 22\angle -190°[A_{rms}] \tag{5}$$

Ahora, la expresión para calcular las corrientes de línea viene dada por la ecuación 6.

$$\dot{I}_{aA} = \dot{I}_{AB}\sqrt{3}\angle -30^{\circ} \tag{6}$$

De esta manera, las corrientes de línea se describen según la ecuación 7.

$$\dot{I}_{aA} = 22\sqrt{3}\angle 20^{\circ}[A_{rms}],\ \dot{I}_{bB} = 22\sqrt{3}\angle -100^{\circ}[A_{rms}],\ \dot{I}_{bB} = 22\sqrt{3}\angle -220^{\circ}[A_{rms}] \tag{7}$$

Asignación de puntajes:

- Indicar la relación entre voltaje fase neutro y voltaje fase fase (1 pto).
- Indicar la relación entre la corriente de línea y la corrientes de fase (1 pto).
- Indicar correctamente la magnitud de cada corriente y voltaje (1 pto por cada valor).
- Indicar correctamente la fase de cada corriente y voltaje (1 pto por cada valor).

Problema 2 (14 pts)

Considere el sistema trifásico balanceado de la Fig. 2, donde el **voltaje fase neutro** U es de 34.5 kV_{rms} a 60 Hz. La impedancia de la carga para cada línea Z_x es desconocida. Sin embargo, se conoce que es balanceada de 24 MVA con un factor de potencia de 0.78 retrasado. Determine la capacitancia C de cada capacitor para que la carga tenga un factor de potencia de 0.94 en adelanto.

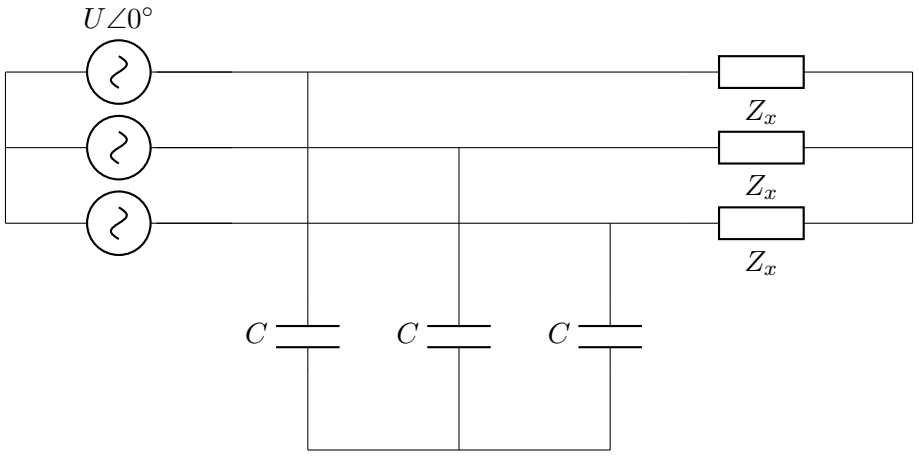


Figura 2: Circuito del problema 2.

Solución (14 pts):

Dado el consumo de la carga trifásica correspondiente a 24 MVA con un factor de potencia de $\cos(\Phi_i) = 0{,}78$, se deduce que la potencia inicial S_i del sistema se rige por la ecuación 8.

$$S_i = P_i + jQ_i = 24 \text{ MVA}\angle \cos^{-1}(0{,}78) = 18{,}72 \text{ MW} + j15{,}02 \text{ MVAr} \tag{8}$$

El factor de potencia asociado a la potencia final S_f es 0.94 que se traduce en un ángulo $\Phi_f = -\cos^{-}1(0{,}94) = -19{,}95°$. Cabe destacar que este desfase es negativo, debido a que el factor de potencia es en adelanto.
En este escenario la potencia activa debe mantenerse, es decir, $P_f = P_i$, mientras que la potencia reactiva puede ajustarse para corregir el factor de potencia empleando el desarrollo de la ecuación 9.

$$S_f = P_f + jQ_f = P_i + jP_i \tan(-19{,}95°) = 18{,}72 \text{ MW} - 6{,}8 \text{ MVAr} \tag{9}$$

La variación de potencia compleja se indica en la ecuación 10, donde sólo se indica la potencia reactiva, pues se impuso que $P_f = P_i$.

$$\Delta S = S_f - S_i = -j6{,}8 \text{ MVAr} - 15{,}02 \text{ MVAr} = -j21{,}82 \text{ MVAr} \tag{10}$$

Esta variación debe ser consumido por el banco de capacitores, cuya potencia consumida se expresa en la ecuación 11.

$$S_c = -jQ_c = -j\omega C V_c^2 \tag{11}$$

Considerando la ecuación $\Delta S = S_c$, se puede despejar la capacitancia equivalente C_t de los tres capacitores según la ecuación 12.

$$\Delta S = -j21{,}82 \text{ MVAr} = -j(2\pi \cdot 60 \text{ Hz})\,(34{,}5 \text{ kV})^2 \cdot C_t \tag{12}$$

Finalmente, la capacitancia equivalente es $C_t = 48{,}62\mu\text{F}$ que implica que cada capacitor cuenta con una capacitancia de $C = 16{,}21\mu\text{F}$.

Asignación de puntajes:

- Caracterizar la potencia compleja, activa y reactiva del escenario inicial (3 pts).
- Considerar que la potencia activa entre el escenario inicial y final debe mantenerse (2 pts).
- Caracterizar la potencia compleja, activa y reactiva del escenario final (3 pts).
- Calcular la potencia que debe ser consumida por el banco de capacitores (2 pts).
- Expresar la ecuación que indica la potencia consumida por el banco de capacitores (3 pts).
- Concluir correctamente el valor de los capacitores (1 pts).

Problema 3 (16 pts)

Considere un motor trifásico M que se conecta a una fuente de voltaje trifásico a través de las conexiones del circuito de la Fig. 3. La potencia que solicita el motor son 4.4 kW, su factor de potencia es 0.8 inductivo y cada fase recibe una corriente $I_{2,rms} = 4$ A. Las impedancias son $Z_{L1} = (1 + j)\Omega$ y $Z_{L2} = (3 + 3j)\Omega$, y cada carga Z_{carga} consume una potencia de 200 W con un factor de potencia de 0.65 inductivo.

1. Determine la potencia compleja S y la tensión fase neutro U_{rms} que debe entregar el generador.
2. ¿Cómo cambian estos valores si el factor de potencia de cada Z_{carga} es 0.65 capacitivo?

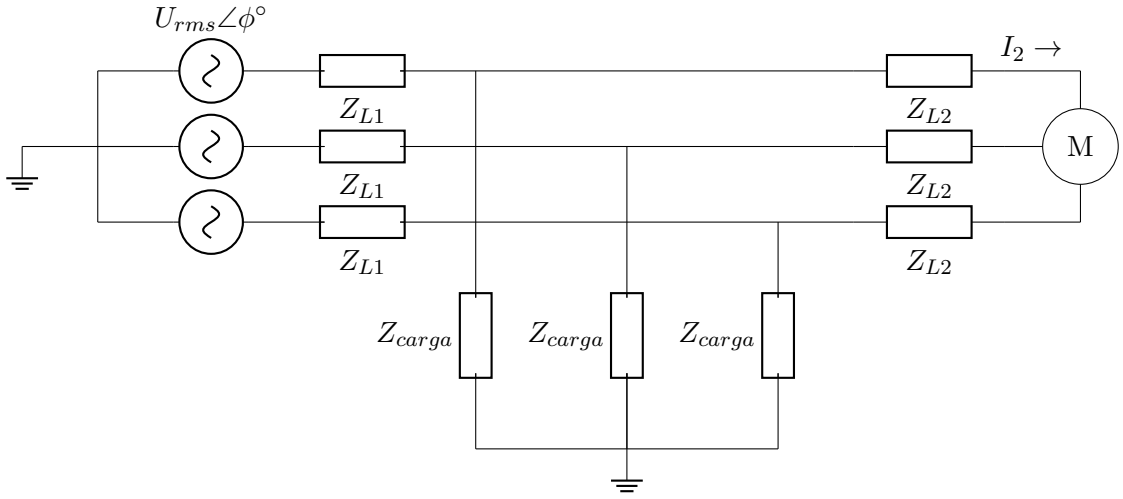


Figura 3: Circuito del problema 3.

Solución (16 pts):

1. La potencia compleja del motor se calcula contemplando la potencia activa y el factor de potencia según la ecuación 13.

$$S_M = \frac{\text{P}}{\text{fdp}} = \frac{4{,}4 \text{ kW}}{0{,}8} = 5{,}5 \text{ kVA} \tag{13}$$

Dada la potencia compleja S_M y la corriente RMS que circula por el motor, se puede calcular el voltaje fase neutro RMS V_M según la ecuación 14.

$$S_M = 3 \cdot |V_M| \cdot |I_{2,rms}| \tag{14}$$

$$5{,}5 \text{ kVA} = 3 \cdot V_M \cdot 4$$

$$V_M = 458{,}33\angle 0° \; V_{rms}^{fn}$$

Cabe destacar que arbitrariamente se fija el ángulo del voltaje del motor en 0°, con ello, el resto de los voltajes se miden con respecto a este. Dado el factor de potencia la corriente del motor corresponde a $I_{2,rms} = 4\angle - \cos 0{,}8 = 4\angle - 37{,}87°$ A.

Dada la expresión fasorial de la corriente $I_{2,rms}$ y el voltaje del motor V_M, se determina el voltaje anterior a la impedancia Z_{L2}, denotándolo como V_x según la ecuación 15.

$$I_{2,rms} = \frac{V_x - V_M}{Z_{L2}} \tag{15}$$

$$\frac{V_x - 458{,}33\angle 0^\circ}{3 + 3j} = 4\angle -37{,}87^\circ$$

$$V_x = 475{,}169 + j2{,}106 = 475{,}17\angle 0{,}25^\circ \; V_{rms}^{fn}$$

Dada la potencia activa consumida por cada carga Z_{carga} y su respectivo factor de potencia, se determina la potencia compleja según la ecuación 18.

$$S_Z = \frac{\text{P}}{\text{fdp}} = \frac{200 \text{ W}}{0{,}65} = 307{,}69 \text{ VA} \tag{16}$$

Empleando la potencia compleja calculada y el voltaje V_x previo a la impedancia Z_{L2}, se determina la corriente que circula por la carga según la ecuación 17.

$$S_Z = |V_x| \cdot |I_z^*| \tag{17}$$

$$307{,}69 \text{ VA} = 475{,}17 \text{ V} \cdot |I_z^*|$$

$$|I_z^*| = \frac{307{,}69 \text{ VA}}{475{,}17 \text{ V}} = 0{,}648 \text{ A}$$

Gracias a que el factor de potencia es conocido, se desprende que la corriente que circula por la carga es $I_z = 0{,}648\angle -\cos 0{,}65 = 0{,}648\angle -49{,}46^\circ$.

Luego calculamos la corriente que circula por la impedancia Z_{L1}, nombrándola I_1, según la ecuación 18.

$$I_1 = I_z + I_2 \tag{18}$$

$$I_1 = 0{,}648\angle -49{,}46^\circ \text{ A} + 4\angle -37{,}87^\circ \text{ A}$$

$$I_1 = 3{,}579 - j2{,}948 = 4{,}637\angle -39{,}478^\circ \text{ A}$$

Finalmente, se obtiene la tensión fase neutro U_{rms} según la ecuación **??**.

$$U_{rms} = V_x - I_1 \cdot Z_{L1} \tag{19}$$

$$U_{rms} = 475{,}17\angle 0{,}25^\circ \; V_{rms}^{fn} - (4{,}637\angle -39{,}478^\circ \text{ A}) \cdot (1\angle 45^\circ \Omega)$$

$$U_{rms} = 475{,}17\angle 0{,}25^\circ - 4{,}637\angle 9{,}52^\circ$$

$$U_{rms} = 470{,}57 - j1{,}306 = 470{,}59\angle -0{,}159^\circ \; V_{rms}^{fn}$$

Con ello, la potencia compleja se rige por la ecuación 20.

$$S = U_{rms} \cdot I_1 \tag{20}$$

$$S = 3 \cdot 470{,}59\angle -0{,}159^\circ \; V_{rms}^{fn} \cdot 4{,}637\angle -39{,}478^\circ \text{ A}$$

$$S = 6{,}546\angle 39{,}319^\circ \text{ kVA}$$

El factor de potencia es inductivo y correspondiente a fdp $= \cos 49{,}46^\circ = 0{,}7736$.

2. Aprovechando el desarrollo anterior hasta la ecuación 17, si el factor de potencia de cada carga Z_{carga} es capacitivo, se desprende que la corriente I_Z que circula por la carga es $0{,}648\angle 49{,}46^\circ$. Con ello, la corriente I_1 que circula por la impedancia Z_{L1}, se calcula según ecuación 18, empleando el siguiente desarrollo.

$$I_1 = 0{,}648\angle 49{,}46^\circ \text{ A} + 4\angle -37{,}87^\circ \text{ A}$$

$$I_1 = 3{,}579 - j1{,}963 \text{ A} = 4{,}082\angle -28{,}74^\circ \text{ A}$$

Finalmente, se obtiene U_{rms} según la ecuación 19, empleando el siguiente desarrollo.

$$U_{rms} = 475{,}17\angle 0{,}25^\circ \; V_{rms}^{fn} - (4{,}082\angle -28{,}74^\circ \text{ A}) \cdot (1\angle 45^\circ \Omega)$$

$$U_{rms} = 475{,}17\angle 0{,}25^\circ - 4{,}082\angle 16{,}26^\circ$$

$$U_{rms} = 471{,}246 + j0{,}93 = 471{,}246\angle 0{,}113^\circ \; V_{rms}^{fn}$$

Con ello, la potencia compleja según la ecuación 20 se calcula de la siguiente forma.

$$S = 3 \cdot (471{,}246\angle 0{,}113^\circ) \cdot (4{,}082\angle -28{,}74^\circ \text{ A})$$

$$S = 5{,}77\angle -28{,}627^\circ \text{ kVA}$$

El factor de potencia es capacitivo y correspondiente a fdp $= \cos -28{,}627^\circ = 0{,}877$.

Asignación de puntajes: Cabe destacar que esta propuesta de asignación de puntajes no es rígida y puede adaptarse a posibles variantes en el desarrollo.

- Caracterizar el voltaje, corriente y potencia compleja consumida por el motor (3 pts).
- Caracterizar el voltaje, corriente y potencia compleja consumida por la carga (3 pts).
- Determinar la corriente entregada por la fuente trifásica (1 pto).
- Determinar el voltaje de la fuente trifásica (2 pts).
- Determinar la potencia compleja entregada por la fuente trifásica (2 pts).
- Indicar el impacto de la modificación del factor de potencia de la carga (2 pts).
- Determinar la nueva corriente entregada por la fuente trifásica (1 pto).
- Determinar el nuevo voltaje de la fuente trifásica (2 pts).
- Determinar la potencia compleja entregada por la fuente trifásica (2 pts).

Problema 4 (16 pts)

Considerando el circuito trifásico balanceado de la Fig. 4 implementado en `LTSpice`, donde cada resistencia equivale a $R = 100\Omega$ y cada capacitor equivale a $C = 50\mu$F, realice una simulación `.tran` de 60 ms y responda las siguiente preguntas.

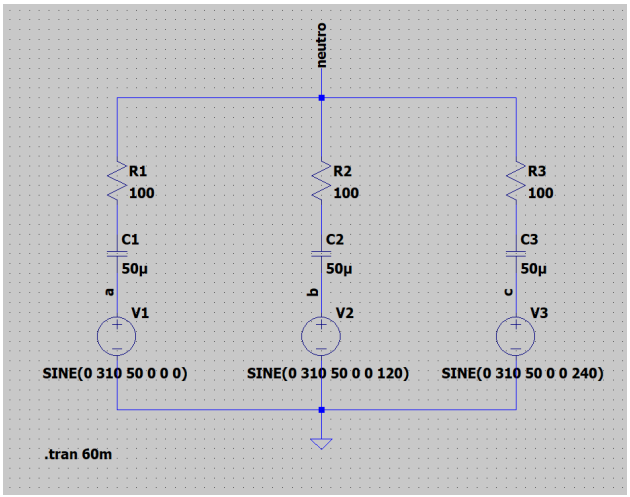


Figura 4: Circuito trifásico balanceado del problema 4 en `LTSpice`.

1. ¿Qué similitudes y diferencias tienen las corrientes del sistema?
2. ¿La corriente va atrasada, en fase o adelantada respecto del voltaje? ¿A qué se debe esto?
3. ¿Cuál es el valor del voltaje V_{Nn}?
4. ¿Cuál es el valor de potencia instantánea del sistema?

Los parámetros de las fuentes de voltaje se definen según la normativa chilena, donde el voltaje es de 220 V_{rms}, correspondiendo a un voltaje *peak* de $\sqrt{2} \cdot 220V_{rms} = 310V_{peak}$, y la frecuencia es de 50 Hz.

Solución (16 pts):

1. La figura 5 presenta un gráfico de las corrientes del sistema. La magnitud entre ellas es la misma y se encuentran desfasadas 120° entre sí.

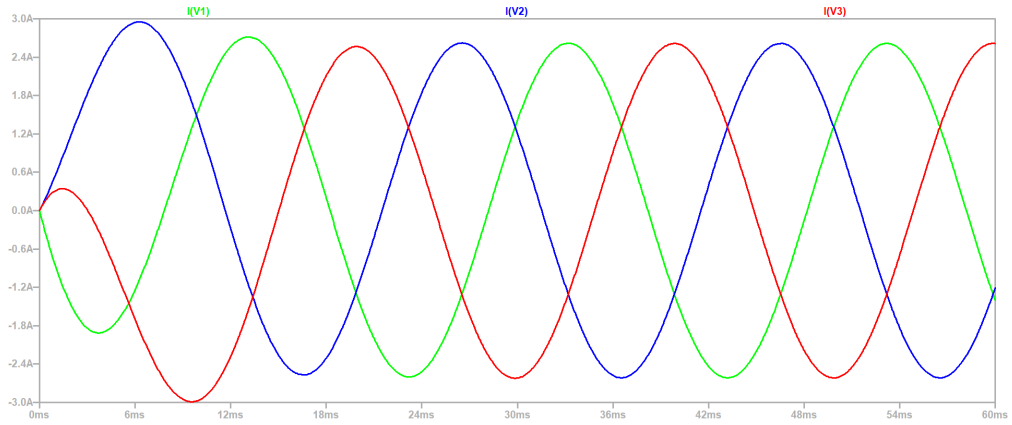


Figura 5: Gráfico de corrientes del sistema.

2. La figura 6 presenta un gráfico de corriente y voltaje de una fase. Se aprecia que la corriente se encuentra en adelanto con respecto al voltaje, debido a que la carga conectada es capacitiva.

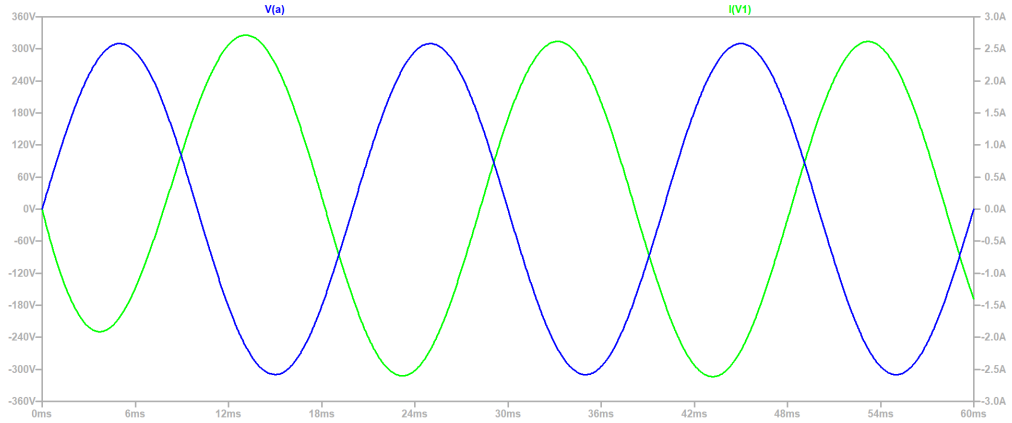


Figura 6: Gráfico de corriente y voltaje para una fase.

3. La figura 7 presenta un gráfico del voltaje V_{Nn}, el cual es aproximadamente cero, evidenciando que el circuito se encuentra balanceado.

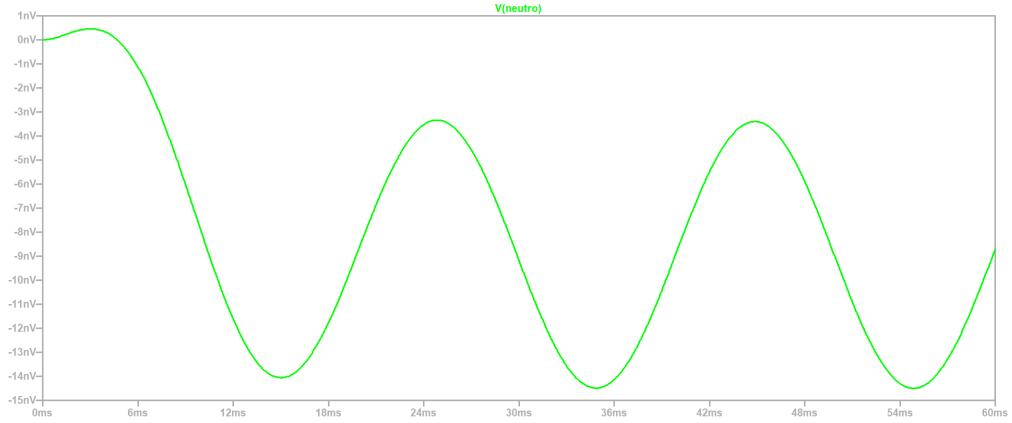


Figura 7: Gráfico de voltaje V_{Nn}.

4. La figura 8 presenta un gráfico del consumo de potencia de cada fase y su suma. En este se puede apreciar que el consumo en cada fase es sinusoidal, sin embargo, el consumo promedio es constante y no depende del tiempo con un valor aproximado de 1 kW.

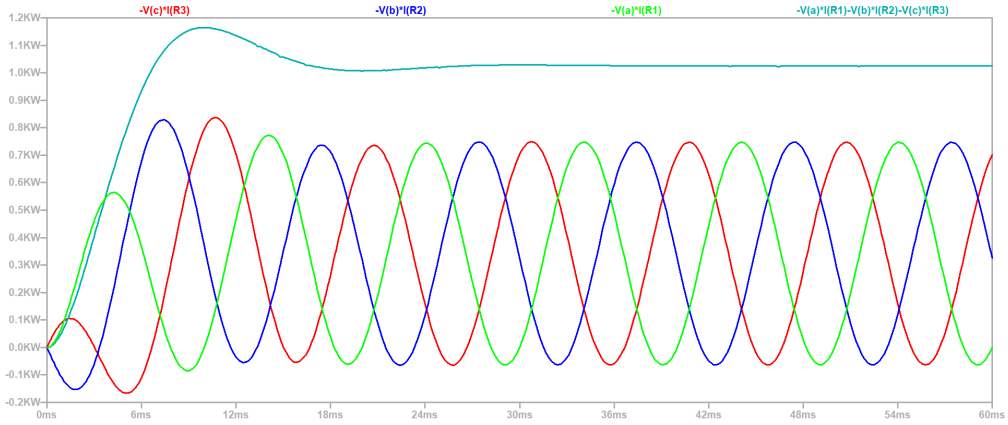


Figura 8: Potencia del circuito trifásico balanceado.

Asignación de puntajes:

- Presentar cada gráfico solicitado (2 pts por cada gráfico).
- Responder correctamente cada pregunta (2 pts por cada pregunta).