Problema 1

A partir del circuito que se muestra a continuación, determine la máxima potencia que este es capaz de transferir entre los terminales **A** y **B**.

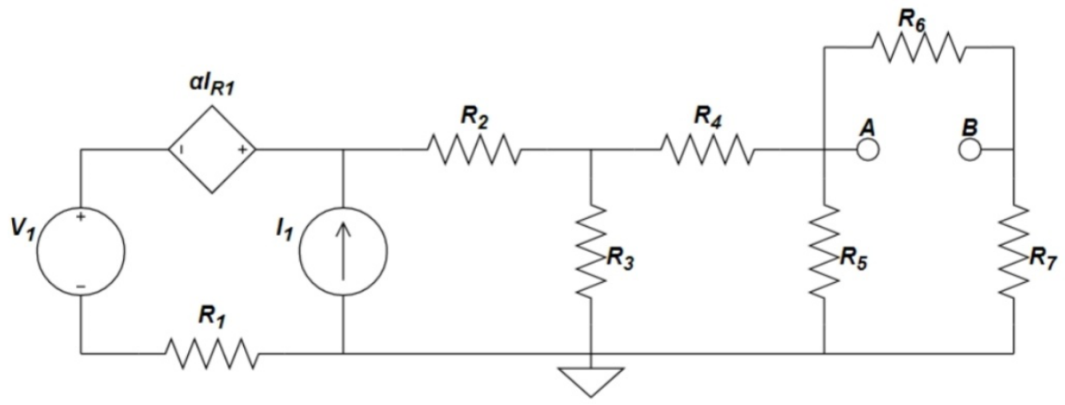
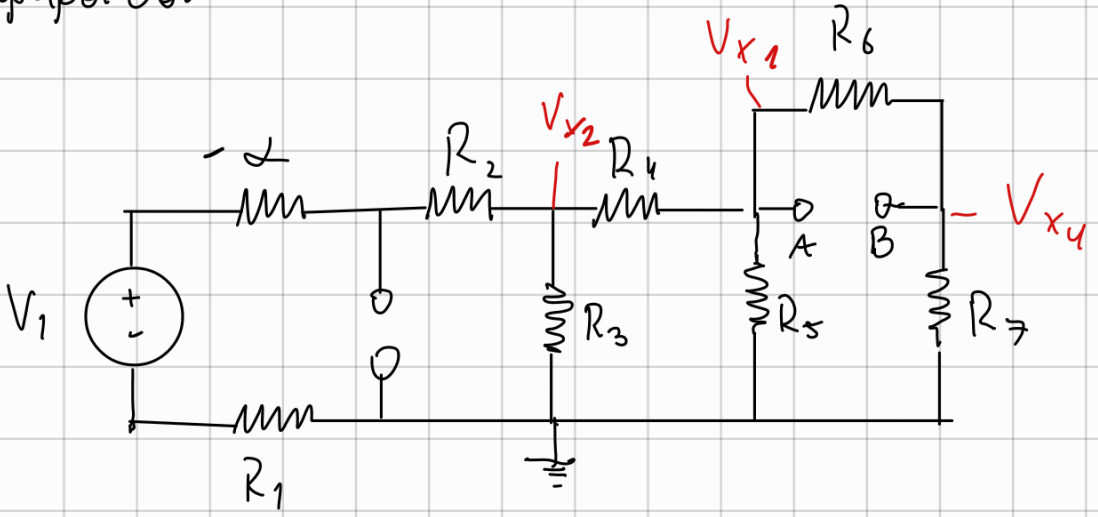


Figura 3: Circuito problema 1.

Buscamos el voltaje de Thévenin V_{TH} entre A y B. Para esto notamos que la fuente de voltaje dependiente de corriente, es de hecho una resistencia de valor $-\alpha$

Luego, para calcular el voltaje entre A y B, usamos Superposición:



$$V_{TH}\Big|_{I_1=0} = V_{x_1} \cdot \frac{R_6}{R_6+R_7}$$

Notamos que tenemos un divisor de voltaje!

$$V_{x_1} = V_{x_2} \frac{R_5 // (R_6 + R_7)}{R_4 + R_5 // (R_6 + R_7)}$$

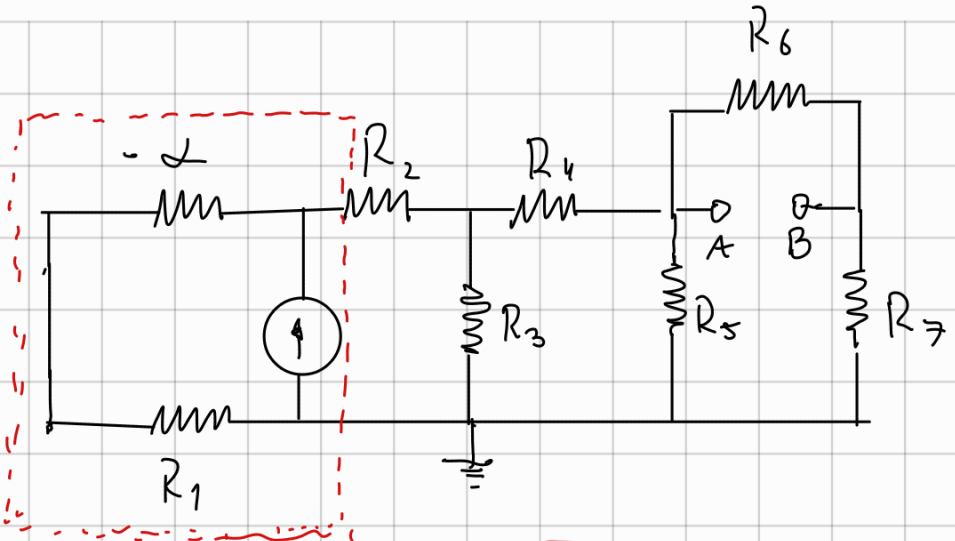
$$V_{x_2} = V_1 \frac{R_3 // \left[R_4 + R_5 // (R_6 + R_7)\right]}{-\infty + R_1 + R_2 + R_3 // \left[R_4 + R_5 // (R_6 + R_7)\right]}$$

Por lo tanto, V_{Th} con I_1 apagada y V_1 encendida es:

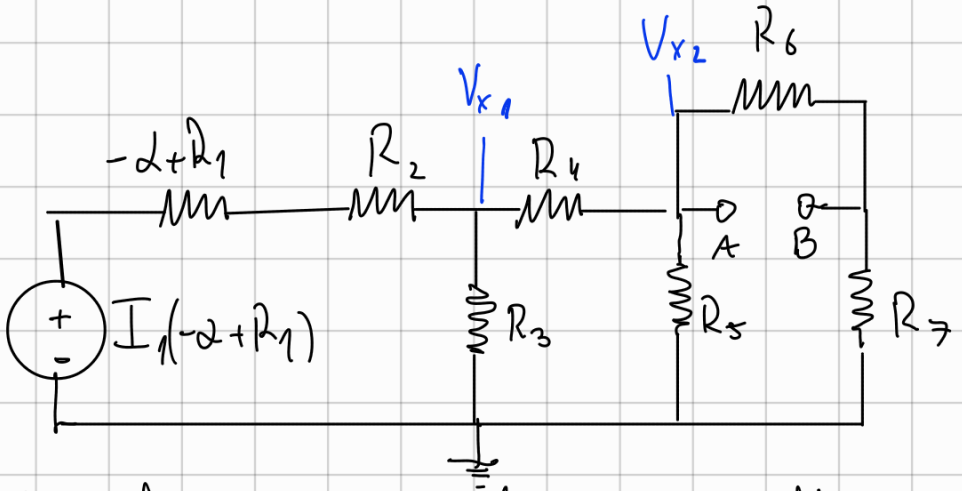
$$V_{Th}\Big|_{I_1 = 0} =$$

$$V_1 \frac{R_3 // \left[R_4 + R_5 // (R_6 + R_7)\right]}{-\infty + R_1 + R_2 + R_3 // \left[R_4 + R_5 // (R_6 + R_7)\right]} \frac{R_5 // (R_6 + R_7)}{R_4 + R_5 // (R_6 + R_7)} \frac{R_6}{R_6 + R_7}$$

Luego, el voltaje dado I_1, con V_1 apagada.



→ Tenemos un Norton!
Lo transformamos en Thévenin.



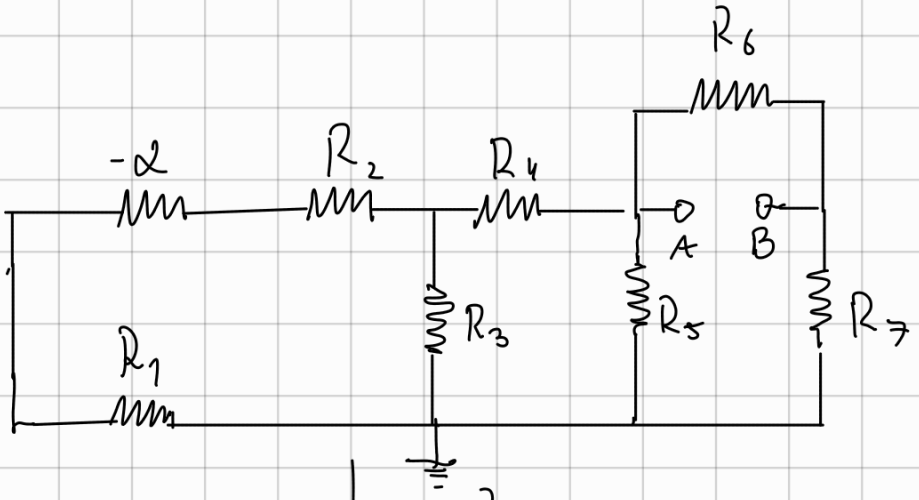
Realizando el mismo análisis previo llegamos a que

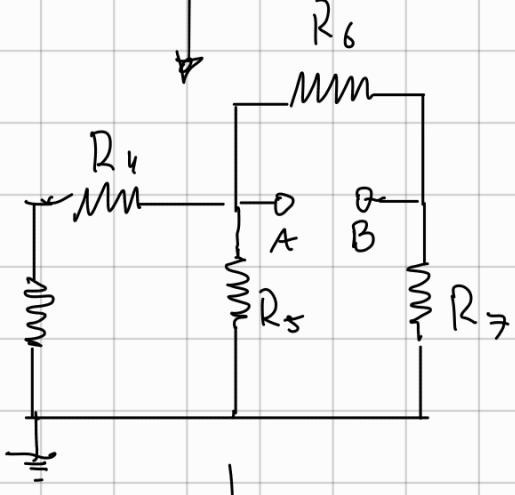
$$V_{TH}\Big|_{V_1=0} =$$

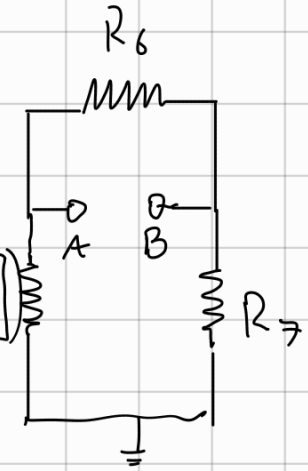
$$I_1(-\alpha+R_1)\;\frac{R_3 \,//\, \left[R_4 + R_5 // (R_6+R_7)\right]}{-\alpha + R_1 + R_2 + R_3 // \left[R_4 + R_5 // (R_6+R_7)\right]}\;\frac{R_5 // (R_6+R_7)}{R_4 + R_5 // (R_6+R_7)}\;\frac{R_6}{R_6+R_7}$$

Finalmente, $V_{TH} = V_{TH}\Big|_{V_1=0} + V_{TH}\Big|_{I_1=0}$. //

Luego, la R_{TH} se obtiene apagando las fuentes independientes y midiendo la resistencia equivalente entre A y B.







Finalmente, R_{TH}:

$$R_{TH} = R_6 \,//\, \left(R_7 + \left(R_5 \,//\, \left(\left[R_4 + R_3 \,//\, (-\alpha + R_1 + R_2) \right] \right) \right) \right)$$

Problema 2

A partir del circuito que se muestra a continuación, encuentre el equivalente de Thévenin entre el terminal de V_{out}, y tierra

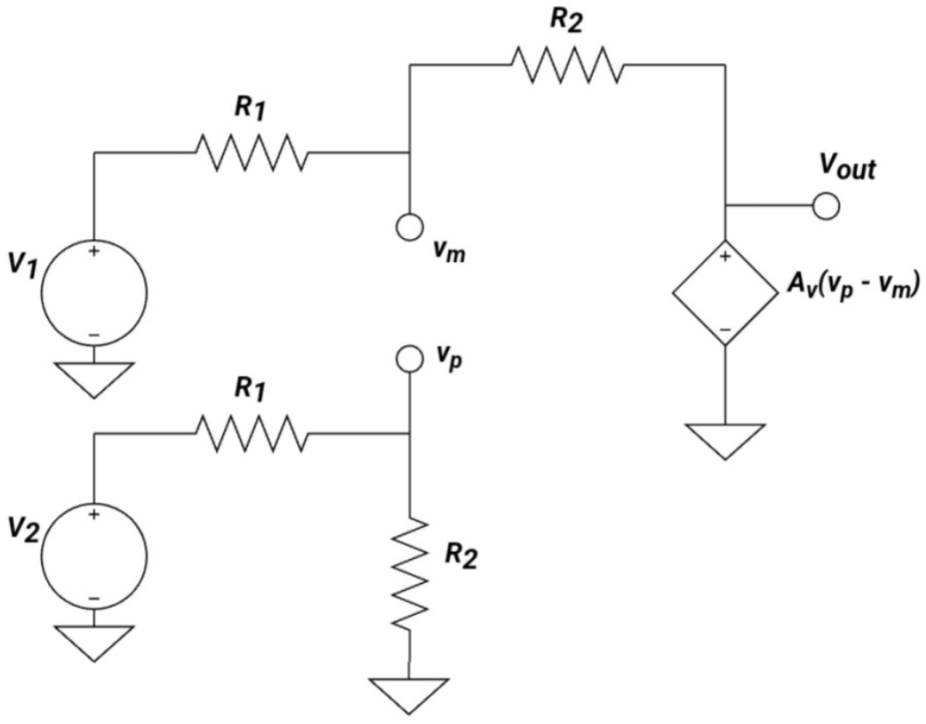
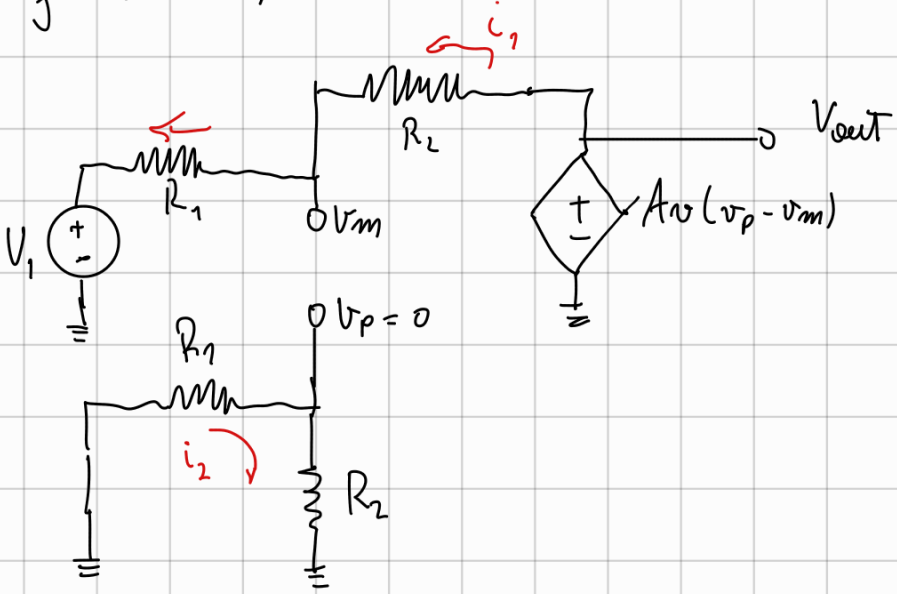


Figura 4: Circuito problema 2.

Para encontrar V_{Th}, podemos usar Superposición.
Apagando V_2, Tenemos:



$i:$ $$-\frac{A_v v_m - v_m}{R_2} = \frac{v_m - V_1}{R_1}$$

$$-\frac{v_m}{R_2}(1+A) - \frac{v_m}{R_1} = -\frac{V_1}{R_1}$$

$$v_m\left(\frac{(1+A)}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) = \frac{V_1}{R_1}$$

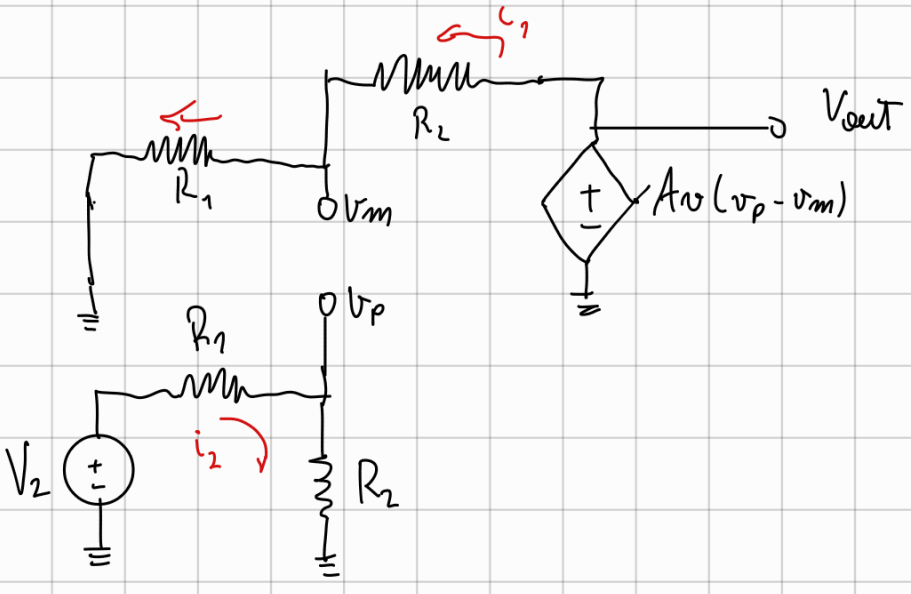
$$v_m = V_1 \frac{R_2}{R_2 + (1+A)R_1}$$

$$V_{th}\Big|_{V_2=0} = -A V_1 \frac{R_2}{R_2 + (1+A)R_1} \cdot \frac{\frac{1}{A}}{\frac{1}{A}}$$

$$= -V_1 \cdot \frac{R_2}{\frac{R_2}{A} + \left(\frac{1}{A} + 1\right)R_1} \qquad \Big| \lim_{A \to \infty}$$

$$\therefore V_{th}\Big|_{V_2=0} = -V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

Luego, apagamos V_1, y calculamos V_{th}.



Para encontrar v_p notando un divisor de voltaje:

$$\therefore \quad v_p = V_2 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Haremos lo mismo para v_m:

$$v_m = A(v_p - v_m) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$v_m + A v_m \frac{R_1}{R_1 + R_2} = A v_p \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$v_m \left(1 + A \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = A v_p \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$v_m = A v_p \frac{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}{1 + A \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = A v_p \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2) + A \cdot R_1}$$

Finalmente,

$$V_{TH}\Big|_{V_1 = 0} = A V_2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(1 - \frac{A R_1}{(R_1 + R_2) + A \cdot R_1} \right)$$

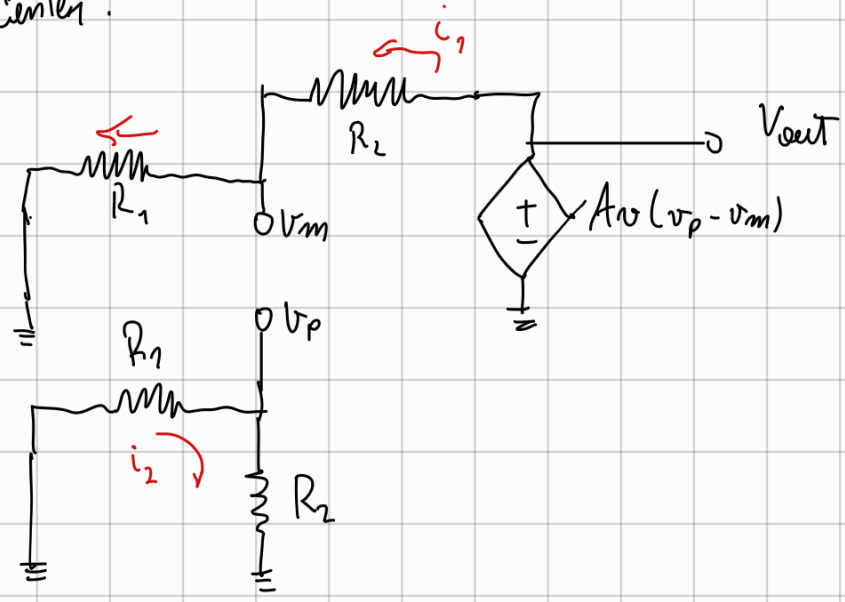
$$V_{TH}\Big|_{V_1 = 0} = A V_2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(\frac{(R_1 + R_2) + A R_1 - A R_1}{(R_1 + R_2) + A \cdot R_1} \right) \Big/ \frac{\frac{1}{A}}{\frac{1}{A}}$$

$$V_{TH}\Big|_{V_1=0} = V_2 \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \left(\frac{R_1+R_2}{\frac{R_1+R_2}{A} + R_1} \right) \Bigg/ \lim_{A\to\infty}$$

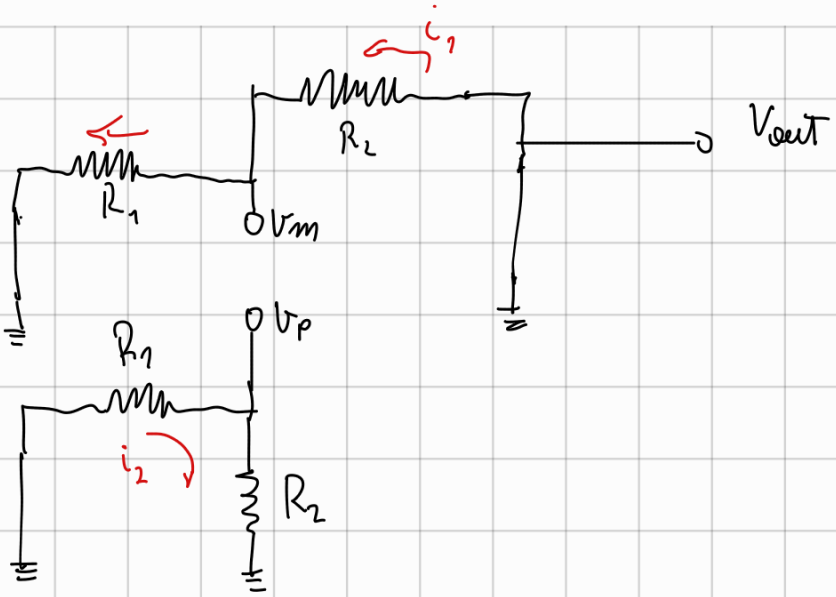
$$V_{TH}\Big|_{V_1=0} = V_2 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

Así, $V_{TH} = \frac{R_2}{R_1}\left(V_2 - V_1\right)$ //

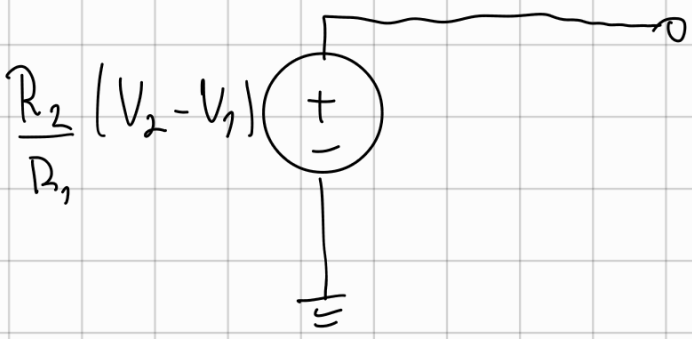
Luego, la R_{TH} la obtenemos apagando fuentes independientes:



Así, $v_p = v_m = 0$, por lo tanto la fuente dependiente se transforma en un corto circuito



Ahora, notamos que la resistencia de Thévenin es cero, por lo tanto nuestro equivalente resulta:



Problema 3

A partir del circuito que se muestra a continuación, determine el equivalente de Norton entre los terminales **A** y **B**. Si luego se desea conectar una carga entre estos terminales, ¿que valor debe tener para maximizar la potencia?

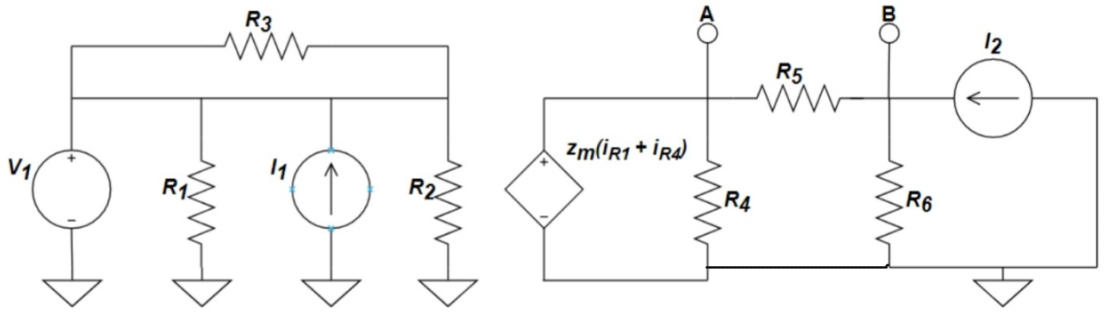
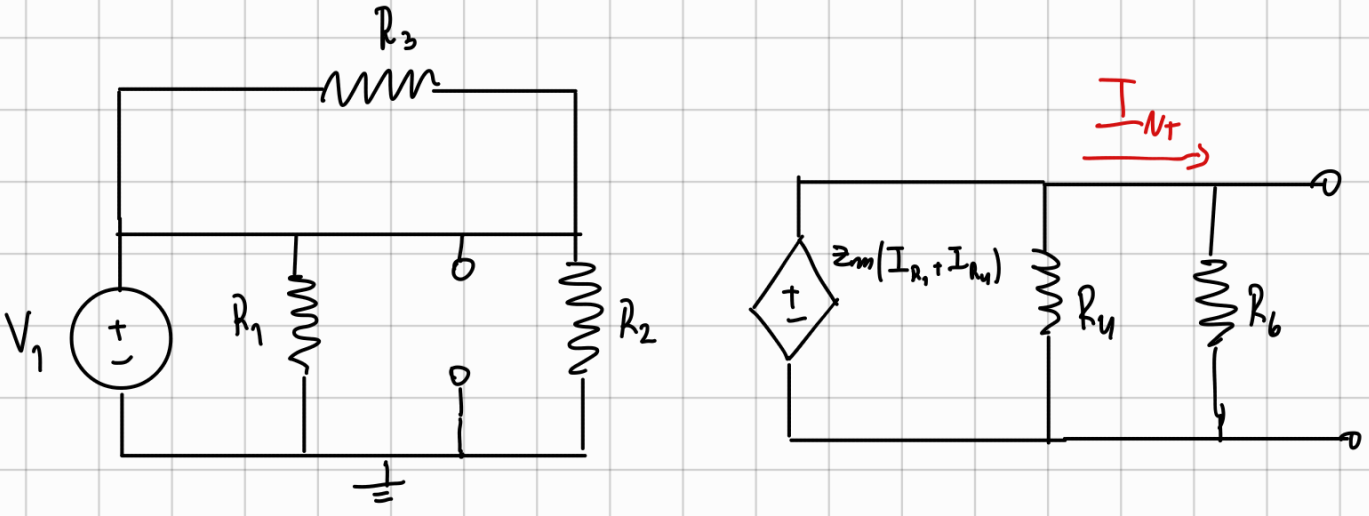


Figura 5: Circuito problema 3.

Para encontrar el equivalente de Norton buscamos la corriente de cortocircuito entre A y B.
Notamos que al hacer esto, cortocircuitamos R_5, por lo que la podemos eliminar.

Para esto, usamos superposición.

Primero buscamos $I_{NT}\Big|_{(I_2=0 \wedge I_1=0)}$



Notamos que R_3 está cortocircuitada, por lo tanto la podemos eliminar.

Tenemos que $I_{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$, y que $I_{R_4} = \frac{z_m (I_{R_1} + I_{R_4})}{R_4}$

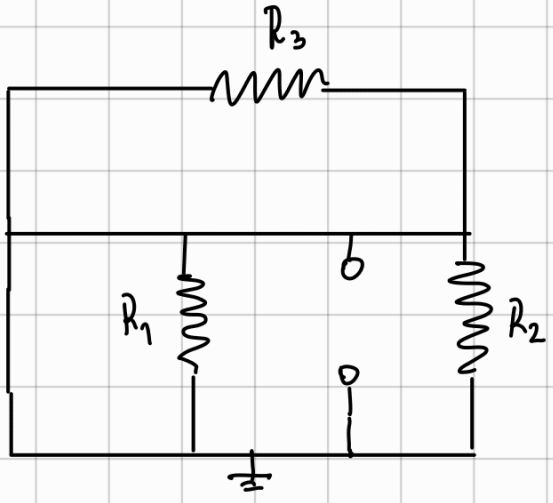
$$I_{R_4} - I_{R_4} \frac{z_m}{R_4} = V_1 \cdot \frac{z_m}{R_1 R_4} \; ; \; I_{R_4} = \frac{V_1 z_m}{R_1 R_4} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{z_m}{R_4}\right)}$$

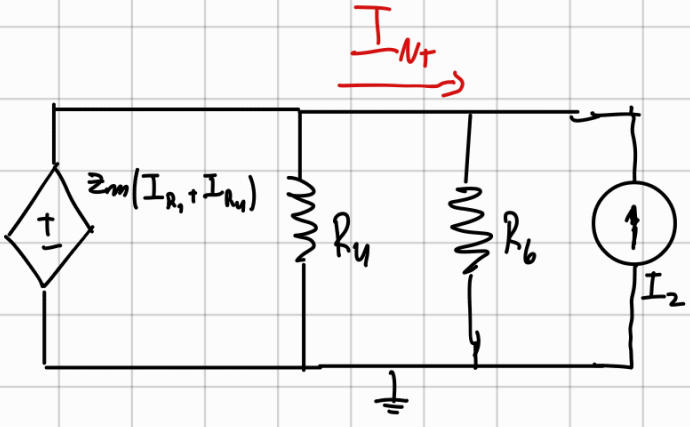
$$I_{R_4} = V_1 \cdot \frac{z_m}{R_1 (R_4 - z_m)}$$

Luego, $I_{NT}\Big|_{(I_1=0 \wedge I_2=0)} = I_{R_6} = \frac{z_m(I_{R_4}+I_{R_1})}{R_6}$

$\therefore I_{NT}\Big|_{(I_1=0 \wedge I_2=0)} = \frac{z_m\left(\frac{V_1}{R_1} + V_1 \frac{z_m}{R_1(R_4-z_m)}\right)}{R_6}$ //

Luego, calculamos I_N debido a I_2:





Notamos que $I_{R_1} = 0$

Luego, $I_{R_4} = z_m\left(\frac{I_{R_4}}{R_4}\right)$, como $\frac{z_m}{R_4} \neq 1$,
(en el enunciado original se puso esta restricción una)
I_{R_4} DEBE ser cero. Por lo tanto,

la fuente voltaje dependiente se transforma en un cortocircuito.

Así

$$I_{NT}\Big|_{(V_1=0 \wedge I_1=0)} = -I_2$$

Finalmente, podemos notar que si hacemos $I_{NT}\Big|_{(V_1=0 \wedge I_1=0)} = 0$

Por lo que $I_{NT} = \dfrac{Z_m\left(\dfrac{V_1}{R_1} + V_1 \dfrac{Z_m}{R_1(R_4 - Z_m)}\right)}{R_6} + I_2$

La resistencia de Norton es la resistencia equivalente vista desde A y B.

$$R_{NT} = R_5 // (R_4 + R_6)$$

Recordando el Teorema de máxima transferencia de potencia y la equivalencia entre Thévenin y Norton, la resistencia que maximiza la potencia es R_{NT}.