IEE2123-1 Circuitos Eléctricos - 1er Semestre 2017
Profesor: Daniel Olivares Q.
Ayudantes: Rodrigo Bernal Christian Busse Martín Cepeda
Tomás Herrera Yoav Navon Rodrigo Troncoso

Tarea 4

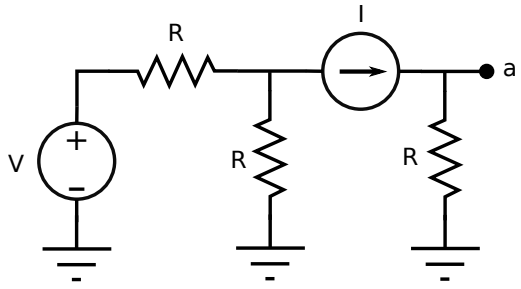
Superposición y Equivalentes Norton y Thévenin
Fecha de Entrega: Día XX de XXXXX hasta las 23:59 horas.

- La Tarea debe ser subida en formato .pdf al Siding, junto a los archivos adjuntos necesarios en un formato .rar o .zip.
- No se aceptarán fotografías de tareas escritas a mano. Solo serán revisadas tareas escritas en editor de texto (imágenes, diagramas, esquemáticos, etc. podrán ser hechas a mano).
- Existirá un bono de +0.5 pts. por tarea si se escribe en LaTeX.
- Evite entregar tareas de más de 10 MB de peso debido a imágenes de alta resolución.

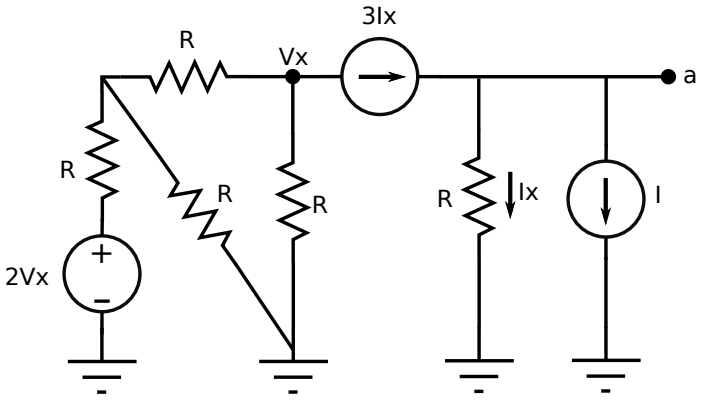
Problema 1

1. Para los siguientes circuitos, calcule el equivalente Thevenin en el punto 'a': **[0.375] c/u**

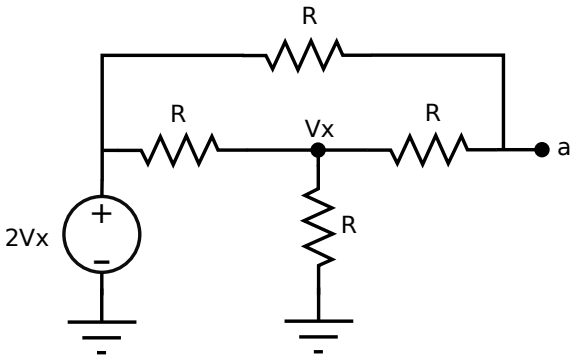
a)



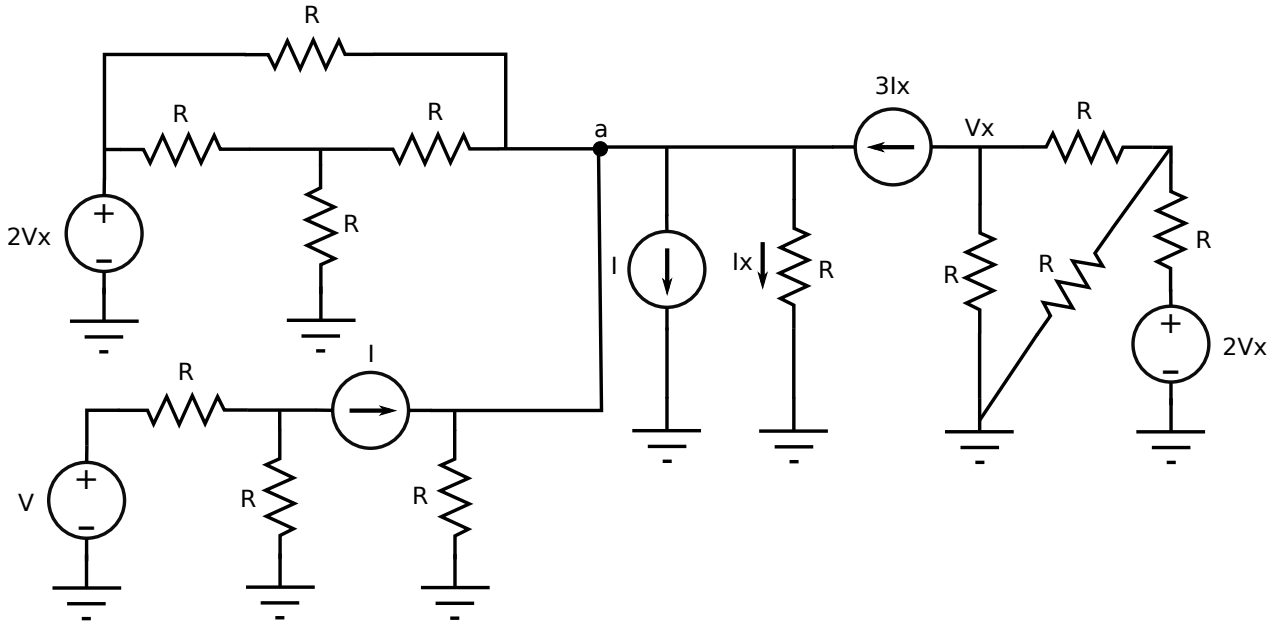
b)



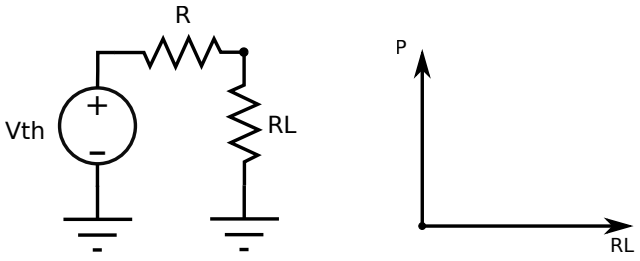
c)



2. a) Para el siguiente circuito, calcule el equivalente Thevenin en el punto 'a', y calcule el valor de la resistencia que disiparía la mayor cantidad de potencia si se conectara en tal punto.**Eliminada**



b) Dibuje la curva que describe la potencia disipada por una fuente de un equivalente Thevenin, en función del valor de la carga aplicada a este. [**0.375**]



Solución:

1. a) Primero se calcula el voltaje en circuito abierto. Es fácil ver que este corresponde a:

$$V_{Th} = RI$$

Para calcular la resistencia, se debe apagar todas las fuentes independientes. Así, queda solo una resistencia conectada al punto 'a':

$$R_{Th} = R$$

b) Es fácil ver que:

$$I = 2I_x \rightarrow I_x = \frac{I}{2}$$

Luego, el voltaje en 'a' es:

$$V_{Th} = \frac{I}{2}R$$

Para calcular la resistencia, se apaga la fuente de corriente y se agrega una fuente de prueba. Con esto es fácil ver que:

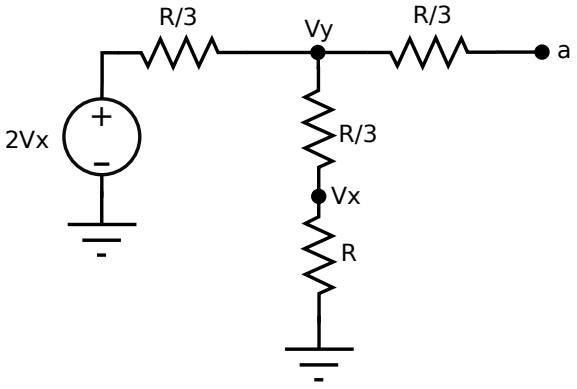
$$2I_x = -I_P$$

Y por lo tanto:

$$V_P = I_x R = -\frac{I_P}{2}R \rightarrow \frac{V_P}{I_P} = R_{Th} = -\frac{R}{2}$$

Si bien la solución correcta es negativa, no tiene sentido físico. Para efectos de corrección, se consideró correcta la solución negativa y positiva.

c) Primero se simplifica la delta de la parte superior:



Donde se tiene la siguiente relación:

$$V_y = \frac{4}{3}V_x$$

Por no haber fuentes independientes, el voltaje de Thevenin es cero. Solo falta calcular la resistencia. Para esto se agrega una fuente de prueba en el punto 'a'. La ecuación resultante del nodo V_y es la siguiente:

$$\frac{\frac{4}{3}V_x - 2V_x}{\frac{1}{3}R} + \frac{\frac{4}{3}V_x}{\frac{4}{3}R} + \frac{\frac{4}{3}V_x - V_P}{\frac{1}{3}R} = 0$$

Al resolver esta ecuación se obtiene que:

$$V_x = V_P$$

Entonces:

$$I_P = \frac{V_P - V_y}{\frac{1}{3}R} = \frac{V_P - \frac{4}{3}Vx}{\frac{1}{3}R} = -\frac{V_P}{R} \rightarrow \frac{V_P}{I_P} = -R = R_{Th}$$

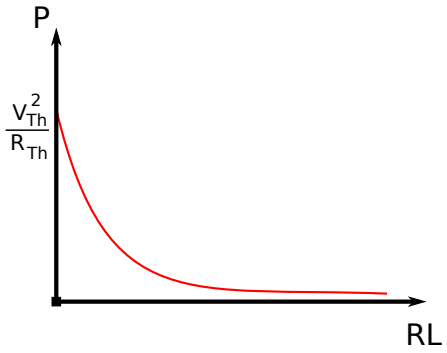
Si bien la solución correcta es negativa, no tiene sentido físico. Para efectos de corrección, se consideró correcta la solución negativa y positiva.

2. a) La pregunta fue eliminada debido a los resultados negativos dados por los incisos b) y c) de la pregunta 1. No obstante, la solución era simplemente trabajar con los equivalentes thevenin obtenidos anteriormente.

   b) La potencia disipada por la fuente es:

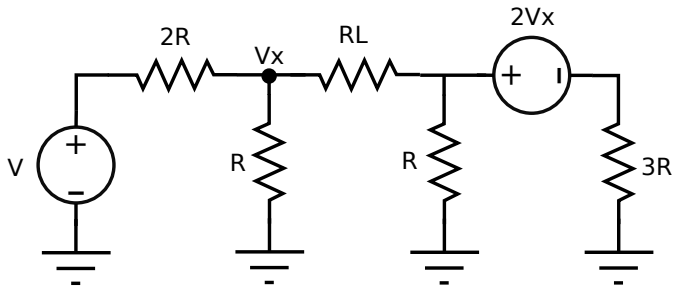
$$P_{Fuente} = \frac{(V_{Th})^2}{R_{Th} + R_L}$$

Luego, el gráfico tiene la siguiente forma:



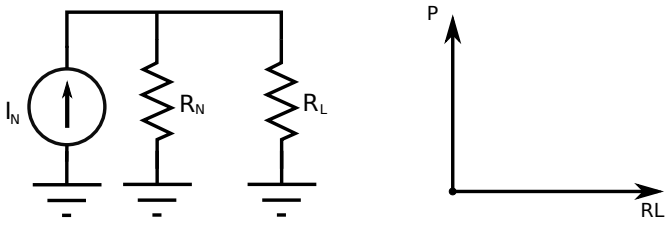
Problema 2

1. a) Para el siguiente circuito, determine el equivalente Norton para los terminales de R_L. **[0.8]**



   b) Calcule el R_L para el cual hay máxima transferencia de potencia a la carga. **[0.2]**

2. Dibuje la curva que describe la potencia disipada por una fuente de un equivalente Norton, en función del valor de la carga aplicada a este. ¿Es un equivalente Thevenin realmente lo mismo que un equivalente Norton? Argumente en función de los gráficos realizados. **[0.5]**



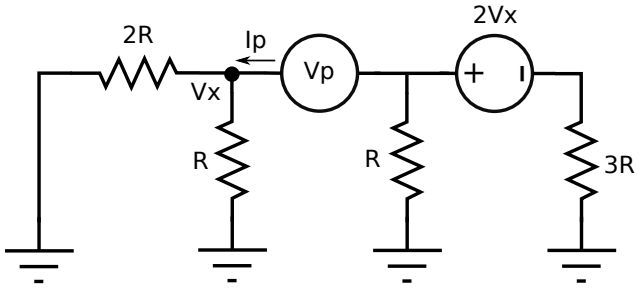
Solución:

1. a) Para obtener el valor de la fuente de corriente, se calcula el valor de la corriente de cortocircuito entre los terminales de interés. Se puede escribir dos ecuaciones, que corresponden al mismo nodo (por estar cortocircuitados):

$$\frac{V_x - V}{2R} + \frac{V_x}{R} + I_{cc} = 0 \rightarrow V_x = \frac{V - 2RI_{cc}}{3}$$

$$-I_{cc} + \frac{V_x}{R} - \frac{V_x}{3R} = 0 \rightarrow I_{cc} = \frac{2V}{13R}$$

   Para calcular la resistencia, se apaga las fuentes independientes y se agrega una fuente de prueba en los terminales de interés, pues hay fuentes dependientes. Se usan las siguientes ecuaciones:



$$I_P = \frac{V_x}{2R||R} = \frac{3V_x}{2R} \rightarrow V_x = \frac{2}{3}RI_P$$

$$I_P + \frac{V_x - V_P}{R} + \frac{V_x - V_P - 2V_x}{3R} = 0 \rightarrow \frac{V_P}{I_P} = R_N = \frac{13}{12}R$$

b) Al igual que para el equivalente Thevenin, la máxima transferencia a la carga se obtiene conectando una carga del mismo valor que R_N.

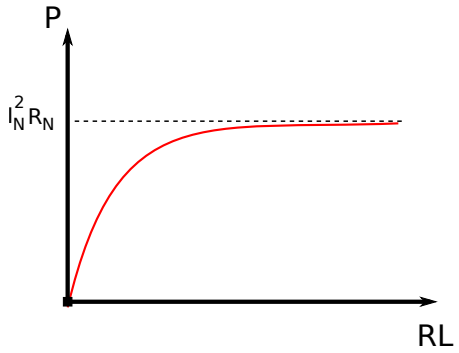
2. La potencia que disipa la fuente es:

$$P_{Fuente} = RI^2 = \frac{R_N R_L}{R_N + R_L} I^2$$

Luego:

$$\lim_{R_L \to 0} P_{Fuente} = 0$$

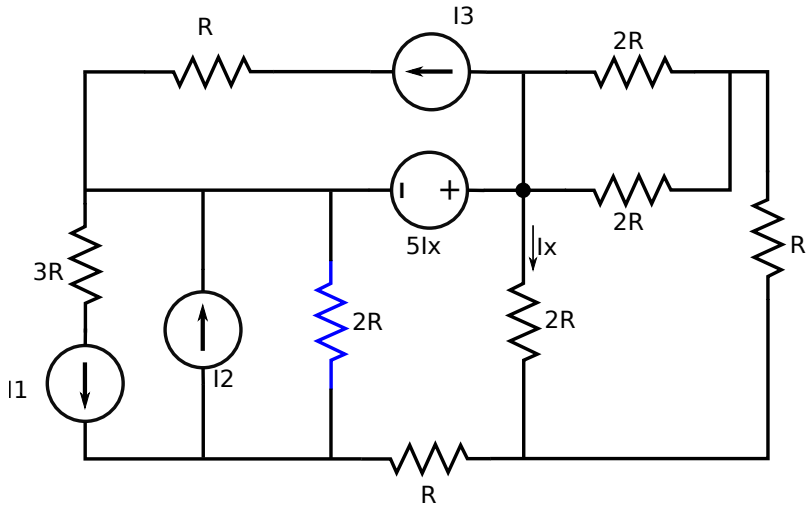
$$\lim_{R_L \to \infty} P_{Fuente} = R_N I^2$$



De los gráficos se puede concluir que, a pesar de que para efectos de cálculo se puede considerar que un Thevenin y un Norton son equivalentes, físicamente no son iguales, puesto que se comportan de manera distinta ante una misma carga.

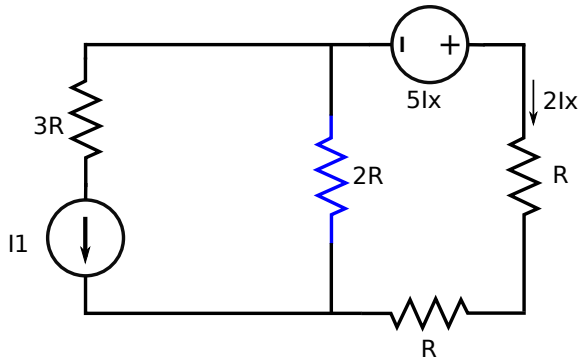
Problema 3

Para el siguiente circuito, calcule la corriente que fluye a través de la resistencia marcada en azul, usando el método de superposición. Considere $R \geqslant 1$.



Solución: Hay que evaluar tres casos:

1. I_1 Encendida: (circuito ya simplificado)



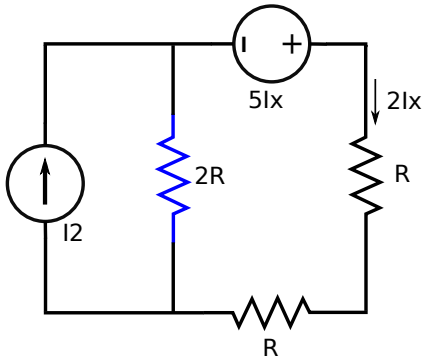
Usando la ecuación de la malla derecha:

$$-5I_x + 4I_x R + 2R(2I_x + I_1) = 0 \rightarrow I_x = -\frac{2RI_1}{8R-5}$$

Luego:

$$I_{Azul_1} = -I_1 + \frac{4RI_1}{8R-5}$$

2. I_2 Encendida: (circuito ya simplificado)



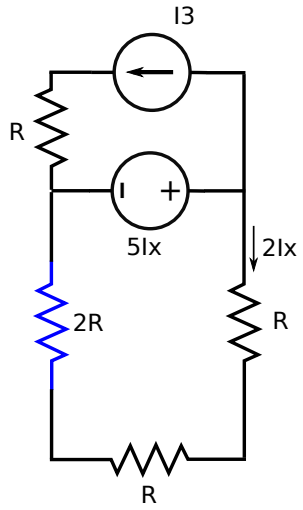
Usando la ecuación de la malla derecha:

$$-5I_x + 4I_xR + 2R(2I_x - I_2) = 0 \rightarrow I_x = \frac{2RI_2}{8R-5}$$

Luego:

$$I_{Azul_2} = I_2 - \frac{4RI_2}{8R-5}$$

3. I_3 Encendida: (circuito ya simplificado)



Usando la ecuación de la malla derecha:

$$-5I_x + 8I_xR = 0 \rightarrow I_x = 0$$

Luego:

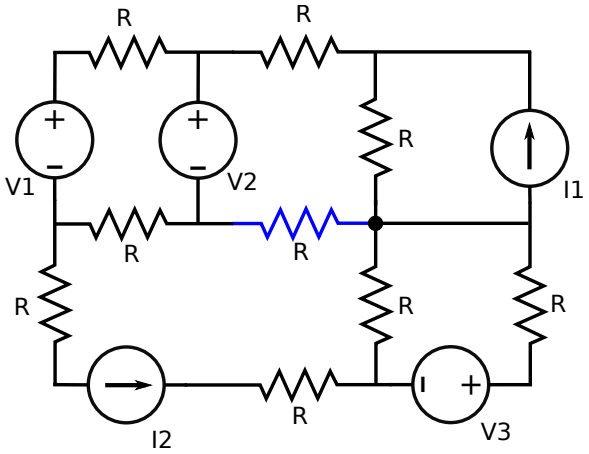
$$I_{Azul_3} = -2I_x = 0$$

Finalmente, la corriente total es la suma de las tres corrientes calculadas:

$$I_{Azul} = \left(\frac{4R}{8R-5}\right)(I_1 - I_2) - I_1 + I_2$$

Problema 4

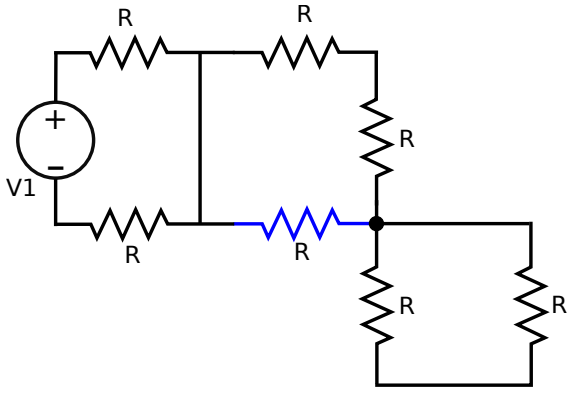
Usando superposición, calcular la potencia que disipa la resistencia marcada en azul.



Solución:

* Se considera el sentido de la corriente de izquierda a derecha.

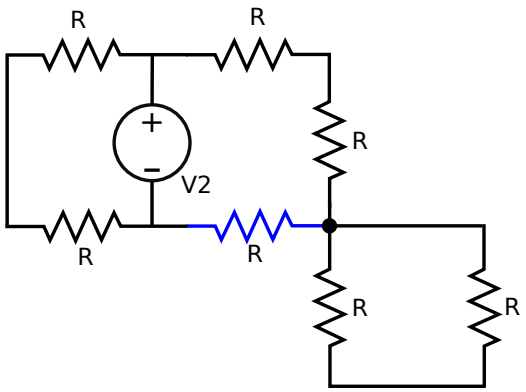
1. V_1 Encendida:



No pasa corriente por la resistencia azul.

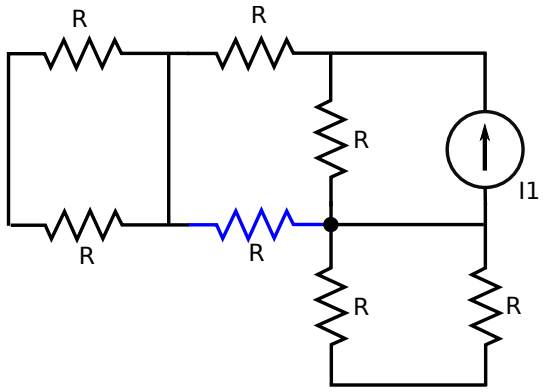
$$I_{A_1} = 0$$

2. V_2 Encendida:



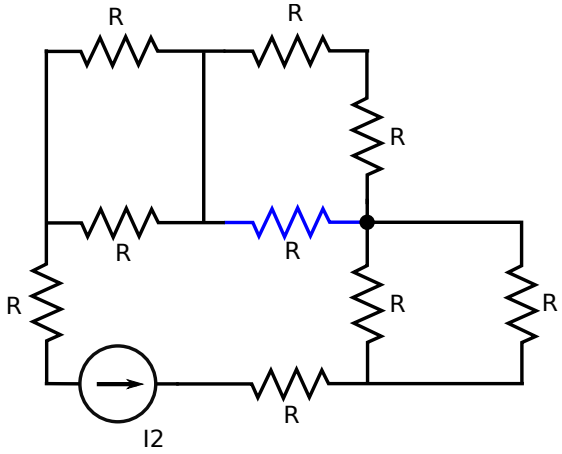
$$I_{A_2} = -\frac{V_2}{3R}$$

3. I_1 Encendida:



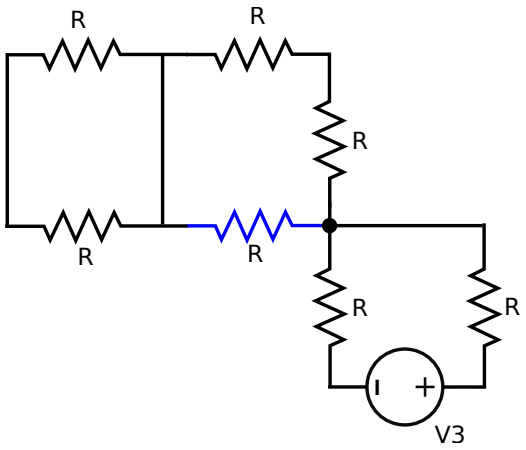
$$I_{A_3} = I_1 \frac{R}{3R} = \frac{I_1}{3}$$

4. I_2 Encendida:



$$I_{A_4} = -I_2 \frac{2R}{3R} = -I_2 \frac{2}{3}$$

5. V_3 Encendida:



$$I_{A_5} = 0$$

Luego, la corriente total es:

$$I_A = -\frac{V_2}{3R} + \frac{I_1}{3} - I_2\frac{2}{3}$$

Y la potencia disipada:

$$P = RI_A^2 = R\left(-\frac{V_2}{3R} + \frac{I_1}{3} - I_2\frac{2}{3}\right)^2$$