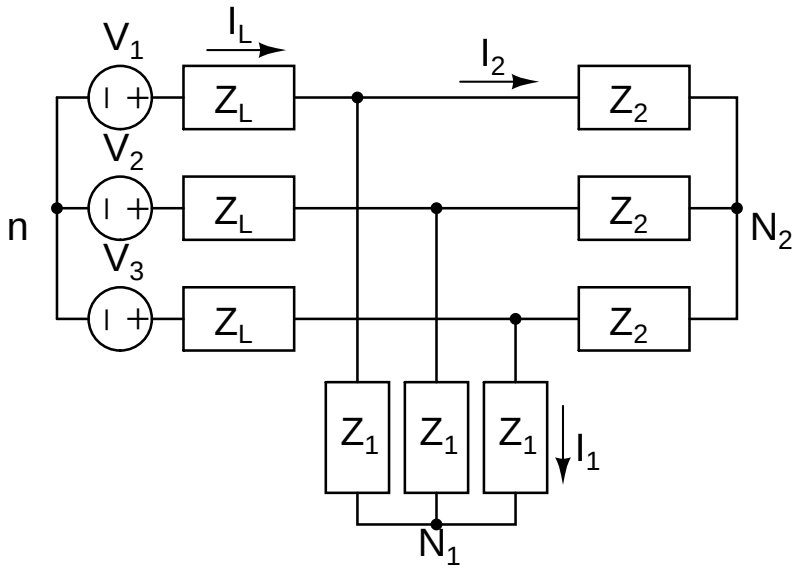
IEE2123 Circuitos Eléctricos
Profesor: David Watts

Tarea 12

Circuitos Trifásicos

Problema 1

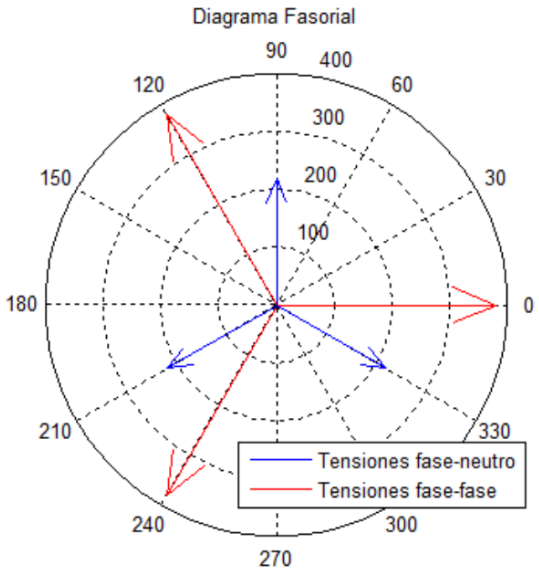
En el circuito trifásico balanceado de secuencia positiva de la figura considere $\dot{V}_{ab} = 220\sqrt{3}\angle 0°$, $Z_L = 0{,}1 + j0.5\,\Omega$, $Z_1 = 20 + j5\,\Omega$, $Z_2 = 10 + j10\,\Omega$.



1. Dibujar un diagrama fasorial con las tensiones fase-fase y fase-neutro de la fuente.
2. Calcular los fasores de la corriente de línea $\dot{I}_L$ y de carga $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$.
3. Calcular las corrientes anteriores para todas las fases. Por ejemplo la fase a de la corriente en la carga 1 sería llamada $\dot{I}_{1a}$.
4. Calcular el factor de potencia de las cargas 1 y 2 individualmente y luego en conjunto.
5. Suponga que los neutros de cada una de las cargas se conectan al neutro de la fuente con una impedancia de linea de $Z_L = 0{,}1 + j0.5\,\Omega$ ¿Cómo cambia el voltaje de la carga 2?

Solución:

1. El diagrama queda:



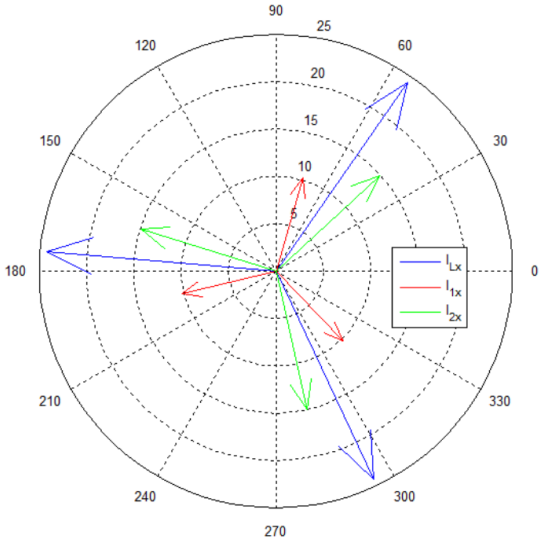
2. Se analiza una sola fase y con divisores de corriente se puede llegar a:

$$I_1 = 10{,}246\angle -46.367^\circ$$

$$I_2 = 14{,}937\angle -77.33^\circ$$

$$I_L = 24{,}298\angle -64.81^\circ$$

3. El diagrama queda:



4. El factor de potencia está dado por el mismo ángulo que el de la impedancia correspondiente:

$$fp1 = \cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right)\right] = \cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{5}{20}\right)\right] = 0{,}97$$

$$fp2 = \cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{10}{10}\right)\right] = 0{,}707$$

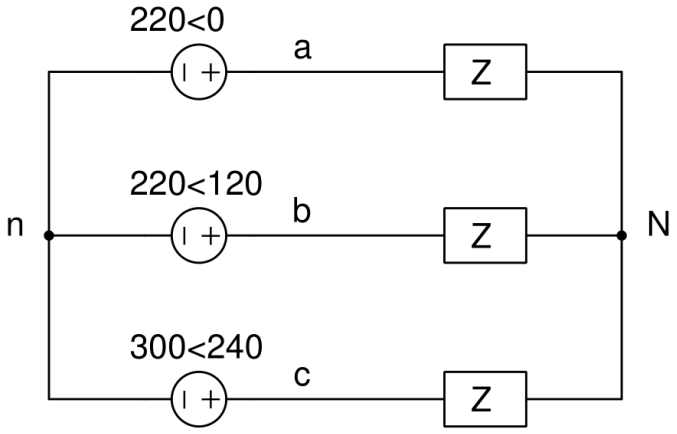
Por último las impedancias en paralelo quedan

$$Z = Z_1||Z_2 = 8{,}692\angle 32.47^\circ \implies fpZ = 0{,}844$$

5. Se sabe que el voltaje de entre neutros de una carga balanceada es de cero, por lo tanto, al conectar los neutros entre sí no hay corriente que pase entre ellos.

Problema 2

Para el circuito de la figura considere $Z = 10 + j5\,\Omega$



1. Dado que las cargas están balanceadas y los neutros aislados demuestre que
$$\dot{V}_{Nn} = \frac{\dot{V}_{an} + \dot{V}_{bn} + \dot{V}_{cn}}{3}$$
2. En base a este resultado calcule el voltaje en las cargas ($\dot{V}_{xN}$) y las corrientes de línea ($\dot{I}_{Lx}$).
3. Calcular la potencia promedio consumida por las cargas en total ¿Es constante?
4. Considere que los neutros se conectan por una impedancia $Z_{Nn} = 0{,}1 + j0.2\,\Omega$. Calcule el nuevo valor de $\dot{V}_{Nn}$ y la corriente que circula por esta línea.

Solución:

1. Pasando cada combinación de fuente con impedancia a su equivalente de Norton se tienen 3 fuentes de corriente en paralelo (que se suman) y 3 impedancias en paralelo. La fuente de corriente tendrá valor:
$$I_{eq} = \frac{\dot{V}_{an}}{Z} + \frac{\dot{V}_{bn}}{Z} + \frac{\dot{V}_{cn}}{Z}$$
Y la impedancia equivalente será $Z_{eq} = Z||Z||Z = \frac{Z}{3}$ Luego por ley de Ohm, el voltaje será:
$$\dot{V}_{Nn} = \frac{\dot{V}_{an} + \dot{V}_{bn} + \dot{V}_{cn}}{Z}\frac{Z}{3} = \frac{\dot{V}_{an} + \dot{V}_{bn} + \dot{V}_{cn}}{3}$$
Reemplazando se llega a $\dot{V}_{Nn} = 26{,}666\angle -120°$.
2. Hacemos una resta de voltajes y dividimos por el valor de la impedancia:
$$\dot{I}_{La} = \frac{\dot{V}_{an} - \dot{V}_{Nn}}{Z} = 20{,}972\angle 159.085°$$
$$\dot{I}_{Lb} = \frac{\dot{V}_{bn} - \dot{V}_{Nn}}{Z} = 20{,}972\angle 267.785°$$
$$\dot{I}_{Lc} = \frac{\dot{V}_{cn} - \dot{V}_{Nn}}{Z} = 24{,}448\angle 33.435°$$

3. La potencia promedio total consumida por las cargas se puede calcular como la potencia consumida por la carga equivalente $\frac{Z}{3}$. En cualquier caso, la potencia solo se puede dejar expresada en términos de la impedancia Z, la conductancia, o el ángulo entre el voltaje y la corriente, que teniendo uno se puede llegar al otro.

$$Y_{eq} = \frac{1}{Z_{eq}} = G + jB = 0{,}08 - 0{,}04j$$
$$\bar{P} = V_{Nn}^2 G = 56.888\,\mathrm{W}$$

4. La diferencia con el caso anterior (pregunta 3.1), es que ahora a la impedancia equivalente hay que agregarle Z_{Nn} en paralelo, la corriente equivalente sigue siendo la misma.

$$Z_{eq} = \frac{Z}{3} || Z_{Nn} = 0{,}22 \angle 62.758^\circ$$

Luego

$$\dot{V}_{Nn} = \frac{Z_{eq}}{Z}(\dot{V}_a n + \dot{V}_b n + \dot{V}_c n) = 0{,}524 \angle -83.807^\circ$$

Y la corriente será:

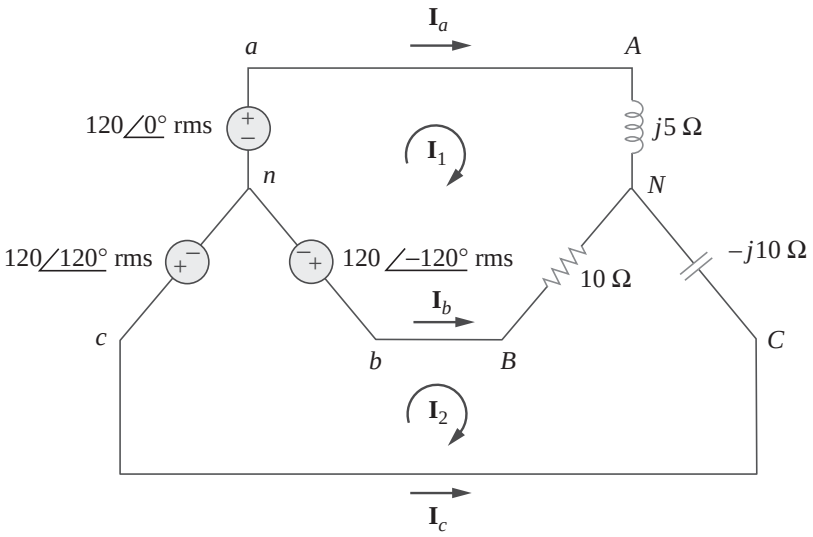
$$\dot{I}_{Nn} = \frac{\dot{V}_{Nn}}{Z_{Nn}} = 2{,}339 \angle -147.242^\circ$$

Problema 3

Para el circuito desbalanceado de la figura 2, halle:

a) Corrientes de línea

b) Potencia compleja total absorbida por la carga



Solución:

a) Corrientes de línea: Se realiza análisis de malla para hallar las corrientes requeridas. Para el lazo por el que fluye I_1 tenemos que:

$$120\angle -120^\circ - 120\angle 0^\circ + (10 + j5)I_1 - 10I_2 = 0$$

Reescribiéndola:

$$(10 + j5)I_1 - 10I_2 = 120\sqrt{3}\angle 30^\circ$$

Ahora, en cuanto al lazo por el que fluye I_2 tenemos que:

$$120\angle 120^\circ - 120\angle -120^\circ + (10 - j10)I_2 - 10_I 1 = 0$$

Reescribiéndola:

$$-10I_1 + (10 - j10)I_2 = 120\sqrt{3}\angle -90^\circ$$

Esto resulta en un sistema de ecuaciones representado por:

$$\begin{pmatrix} 10 + j5 & -10 \\ -10 & 10 - j10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120\sqrt{3}\angle 30^\circ \\ 120\sqrt{3}\angle -90^\circ \end{pmatrix} \quad (1)$$

Lo cual se resuelve y se obtienen las corrientes:

$$I_1 = 56{,}78\angle 0^\circ\ A$$

$$I_2 = 42{,}75\angle 24{,}9^\circ\ A$$

Por lo que las corrientes de línea son:

$$I_a = I_1 = 56{,}78\angle 0^\circ\ A$$

$$I_b = I_2 - I_1 = 38{,}78 + j18 - 56{,}78 = 25{,}46\angle 135^\circ\ A$$

$$I_c = -I_2 = 42{,}75\angle -155{,}1^\circ\ A$$

b) Potencia compleja total absorbida por la carga: Ahora es sencillo calcular la potencia compleja absorbida por la carga. Para la fase A:

$$S_A = |I_a|^2 Z_A = (56{,}78)^2(j5) = j16\,120\ VA$$

Para la fase B:

$$S_B = |I_b|^2 Z_B = (25{,}46)^2(10) = 6\,480\ VA$$

Por último, para la fase C:

$$S_C = |I_c|^2 Z_C = (42{,}75)^2(-j10) = -j18\,276\ VA$$

Por lo tanto, la potencia compleja absorbida por la carga es:

$$S_L = S_A + S_B + S_C = 6\,480 - j2\,156\ VA$$