IEE2123-1 Circuitos Eléctricos - 1er Semestre 2017
Profesor: Daniel Olivares Q.
Ayudantes: Rodrigo Bernal Christian Busse Martín Cepeda
Tomás Herrera Yoav Navon Rodrigo Troncoso

Tarea 2

Leyes de Kirchhoff

Fecha de Entrega: Día XX de XXXXX hasta las 23:59 horas.

- La Tarea debe ser subida en formato .pdf al Siding, junto a los archivos adjuntos necesarios en un formato .rar o .zip.
- No se aceptarán fotografías de tareas escritas a mano. Solo serán revisadas tareas escritas en editor de texto (imágenes, diagramas, esquemáticos, etc. podrán ser hechas a mano).
- Existirá un bono de +0.5 pts. por tarea si se escribe en LaTeX.
- Evite entregar tareas de más de 10 MB de peso debido a imágenes de alta resolución.

Problema 1

Determine la resistencia equivalente entre los puntos A y B, utilizando las transformaciones Δ-Y.

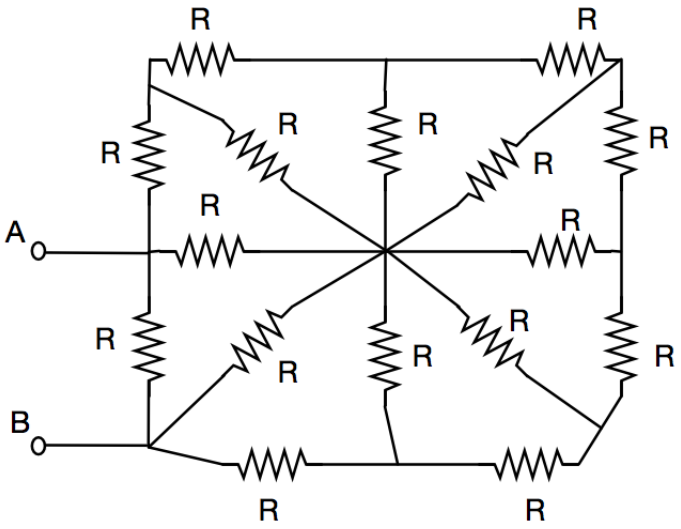
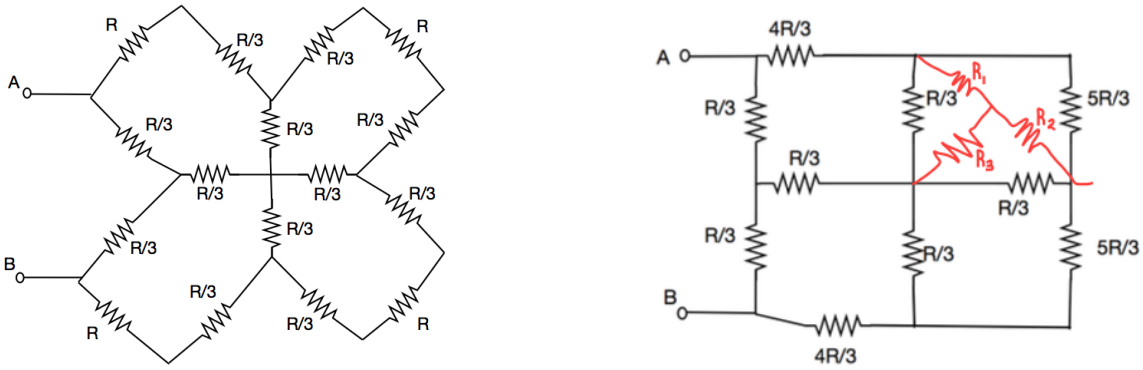


Figura 1: Circuito Complejo

Solución: A través de transformaciones Δ-Y. podemos llegar al circuito de la figura 2.a, y sumando resistencias obtenemos el de la figura 2.b.



(a) Circuito Simple (b) Circuito Sumado

Figura 2: Circuito equivalente

Hacemos nuevamente transformacion Δ-Y, pero esta vez las resistencias no son iguales, por lo que estarán dadas por:

$$R_1 = \frac{R/3 \cdot 5R/3}{7R/3} = \frac{5R}{21}$$
$$R_2 = \frac{R/3 \cdot 5R/3}{7R/3} = \frac{5R}{21}$$
$$R_3 = \frac{R/3 \cdot R/3}{7R/3} = \frac{R}{21}$$

Nos queda:

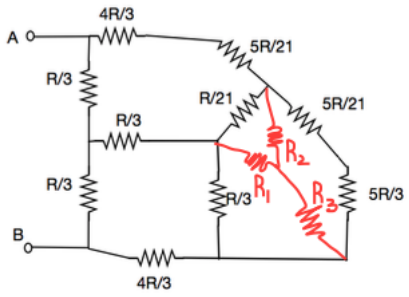
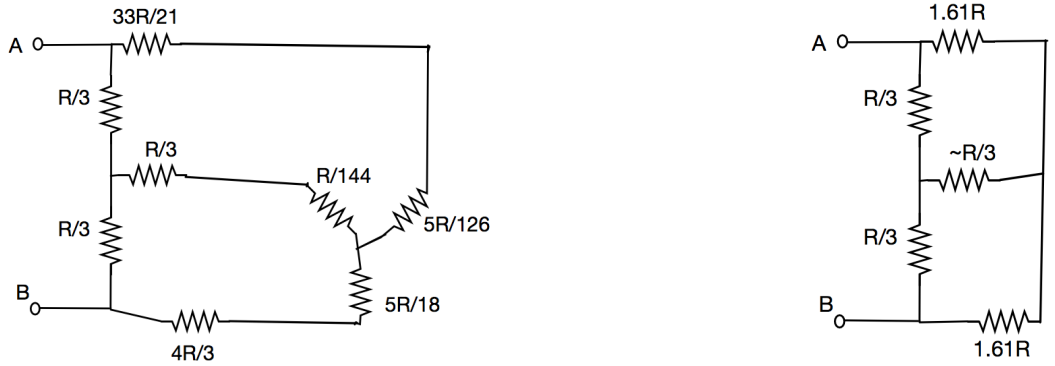


Figura 3: Circuito Simple

Sumamos resistencias en serie, y aplicamos la transformacion de la misma manera:

$$R_1 = \frac{R/3 \cdot R/21}{48R/21} = \frac{R}{144}$$
$$R_2 = \frac{R/21 \cdot 40R/21}{48R/21} = \frac{5R}{126}$$
$$R_3 = \frac{R/3 \cdot 40R/21}{48R/21} = \frac{5R}{18}$$



(a) Circuito Simple (b) Circuito Sumado

Figura 4: Circuito equivalente

Ahora hacemos transformacion inversa Y-Δ, quedando:

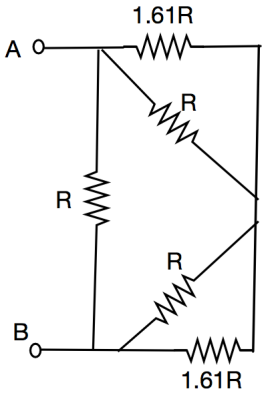


Figura 5: Circuito Simple

Por lo que finalmente podemos calcular la resistencia equivalente de manera inmediata.

$$R_{eq} = R \parallel [2 \cdot (1{,}61R \parallel R)] = 0{,}55R$$

Problema 2

1. Determine una expresión para la resistencia equivalente a N resistencias conectadas en paralelo.
2. Determine una expresión general para el voltaje en el resistor i-ésimo en la figura 6.a.
3. Determine una expresión general para la corriente en el resistor i-ésimo en la figura 6.b.

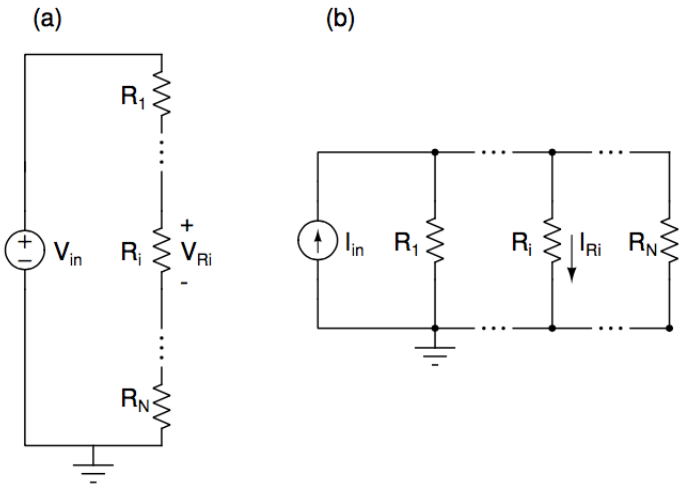


Figura 6

Solución:

1. $$R_{eq} = (\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i})^{-1}$$

2. $$V_{Ri} = V_{in} \cdot \frac{R_i}{\sum_{j=1}^{N} R_j}$$

3. **Opcion 1:** Primero definimos R_T, como la resistencia equivalente a todas las resistencias en paralelo menos R_i.

$$R_T = (\sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{R_j})^{-1} \parallel (\sum_{j=i+1}^{N} \frac{1}{R_j})^{-1}$$

$$R_T = (\sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{R_j} + \sum_{j=i+1}^{N} \frac{1}{R_j})^{-1}$$

$$I_{Ri} = I_{in} \cdot \frac{R_T}{R_i + R_T}$$

Opcion 2: El voltaje en todas las resistencias es el mismo:

$$V = I_i \cdot R_i$$

La corriente total esta dada por:

$$I_{in} = \sum_{i=1}^{N} I_i \rightarrow I_{in} = \sum_{i=1}^{N} \frac{V}{R_i} = V \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}$$

Por lo que el voltaje está dado por:

$$V = \frac{I_{in}}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}}$$

Finalmente nos queda para cada resistor:

$$I_i = \frac{I_{in}}{(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}) \cdot R_i}$$

Problema 3

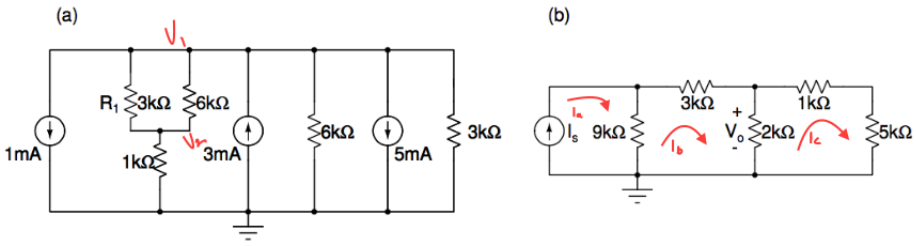


Figura 7

1. Considere el circuito de la figura 7(a), calcule la potencia disipada por el resistor R1.
2. Considere el circuito de la figura 7(b), calcule I_s si $V_o = 6\text{V}$.

Solución:

1. Por KCL, tenemos las siguientes ecuaciones:

$$3m = 5m + 1m + \frac{v_1 - v_2}{3k} + \frac{v_1 - v_2}{6k} + \frac{v_1}{3k} + \frac{v_1}{6k} \tag{1}$$

$$0 = \frac{v_2 - v_1}{3k} + \frac{v_2 - v_1}{6k} + \frac{v_2}{1k} \tag{2}$$

   Despejando en (2), y reemplazando en (1) obtenemos que v_2 = -1.2V y v_1 = -3.6V. El voltaje en R_1 es la diferencia entre ambos, arbitrariamente consideramos que la corriente circula de abajo hacia arriba. $V_{R1} = 2.4\text{V}$, $I_{R1} = 0.8\text{mA}$, por lo que la potencia será de 1.92mW.

2. Por KVL, tenemos las siguientes ecuaciones en cada malla, ademas sabemos que $i_b - i_c = \frac{6V}{2k\Omega} = 3mA$:

$$i_a = I_s$$
$$9k(i_b - i_a) + 3k \cdot i_b + 2k(i_b - i_c) = 0$$
$$2k(i_c - i_b) + 6k \cdot i_c = 0$$

   Rapidamente tenemos que $i_b = 4\text{mA}$ y $i_c = 1\text{mA}$. Por lo que reemplazando obtenemos $I_s = 6\text{mA}$.

Problema 4

1. Para el circuito de la figura 8(a), determine V_o.
2. Para el circuito de la figura 8(b), determino V_o.

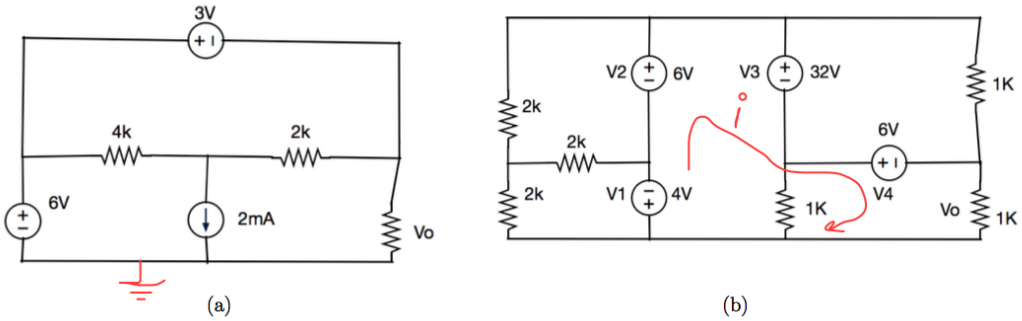


Figura 8

Solución:

1. Este problema si se piensa antes de hacer KCL o KVL, resulta mucho mas sencillo. Si establecemos el nodo tierra abajo, nuestro voltaje V_o, estará de inmediato definido, siendo igual a 3V.
2. Si consideramos la malla que involucra a todas las fuentes de voltaje, tenemos la siguiente ecuacion:

$$V_1 - V_2 + V_3 + V_4 + V_o = 0$$

$$V_o = -36V$$