IEE 2123 Circuitos Eléctricos
Prof. David Watts, PUC

Clase 06 y 07: Teoremas y Técnicas Adicionales

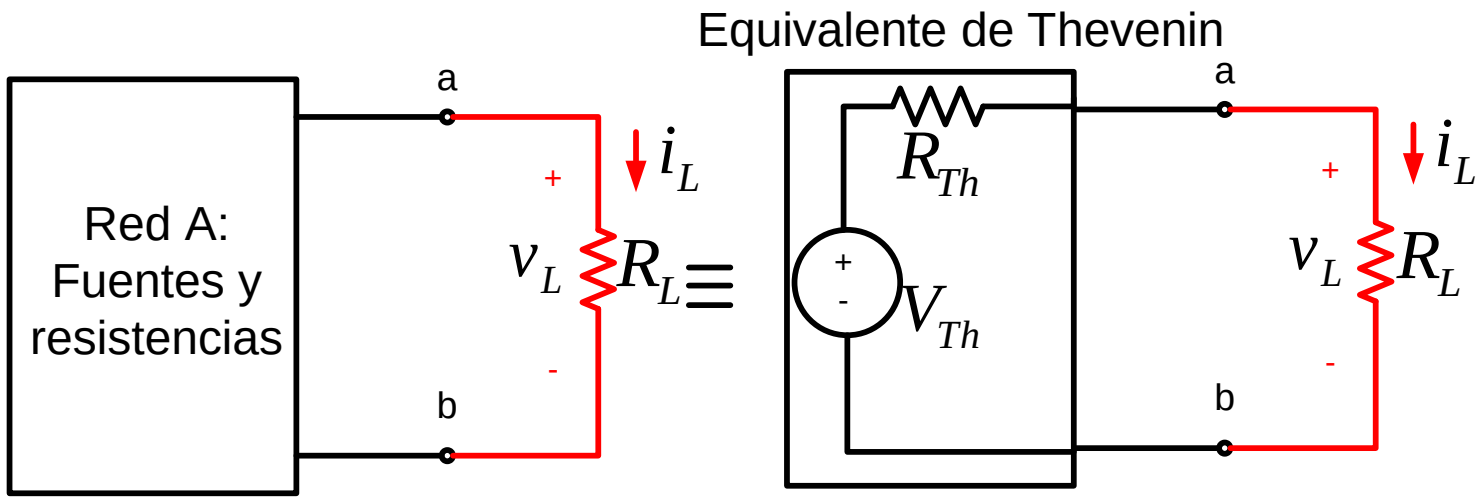
Contenidos:

1. Equivalente de Thevenin
2. Equivalente de Norton
3. Máxima transferencia de potencia

Capítulo 5 Dorf 6ª Edición
Capítulo 4 Irwin 6ª Edición

1. Equivalente de Thevenin

- Una red compuesta por resistencias, fuentes de voltaje y de corriente puede ser reemplazada por un **circuito equivalente (equivalente de Thevenin)** compuesto por una fuente de voltaje independiente en serie con una resistencia, sin afectar la operación del resto del circuito.

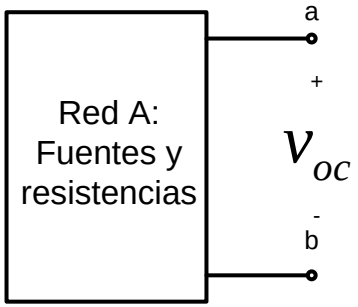


R_L : resistencia de carga.

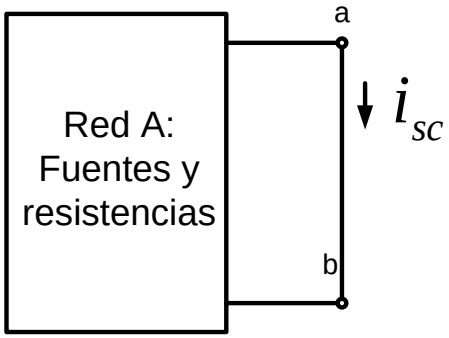
1. 1. ¿Cómo calcular V_{Th} y R_{Th} ?

Para calcular el equivalente de Thevenin entre dos terminales “a” y “b” se debe:

- Calcular el voltaje en circuito abierto (v_{oc})



- Calcular la corriente de corto circuito (i_{sc})



$$V_{Th} = v_{oc}$$

$$R_{Th} = \frac{v_{oc}}{i_{sc}}$$

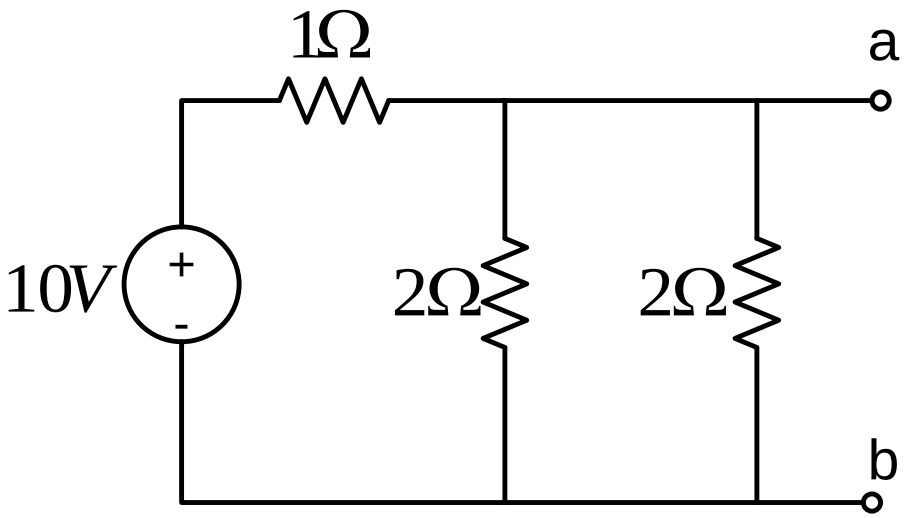
1. 2. Ejemplos

Al determinar el equivalente de Thevenin se pueden presentar las siguientes situaciones:

1. Circuitos con **fuentes independientes** solamente.
2. Circuitos con **fuentes dependientes** solamente.
3. Circuitos con **fuentes dependientes e independientes**.

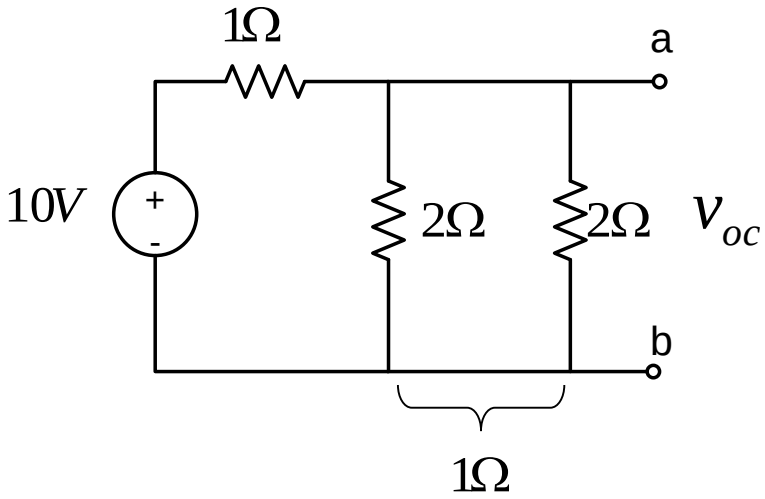
Ejemplo 1:
Sólo fuentes independientes.

- Encuentre el equivalente de Thevenin del siguiente circuito (entre los terminales a-b):



Ejemplo 1:
Sólo fuentes independientes.

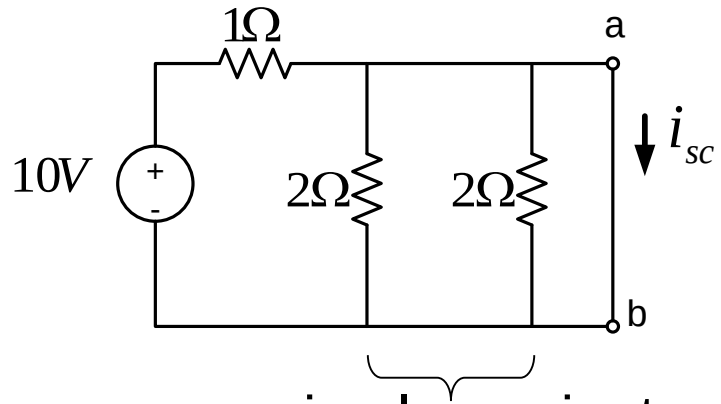
- Voltaje en circuito abierto:



Divisor de voltaje:

$$v_{oc} = 10 \cdot \frac{1}{1 + 2 // 2} = 5V$$

- Corriente en cortocircuito:

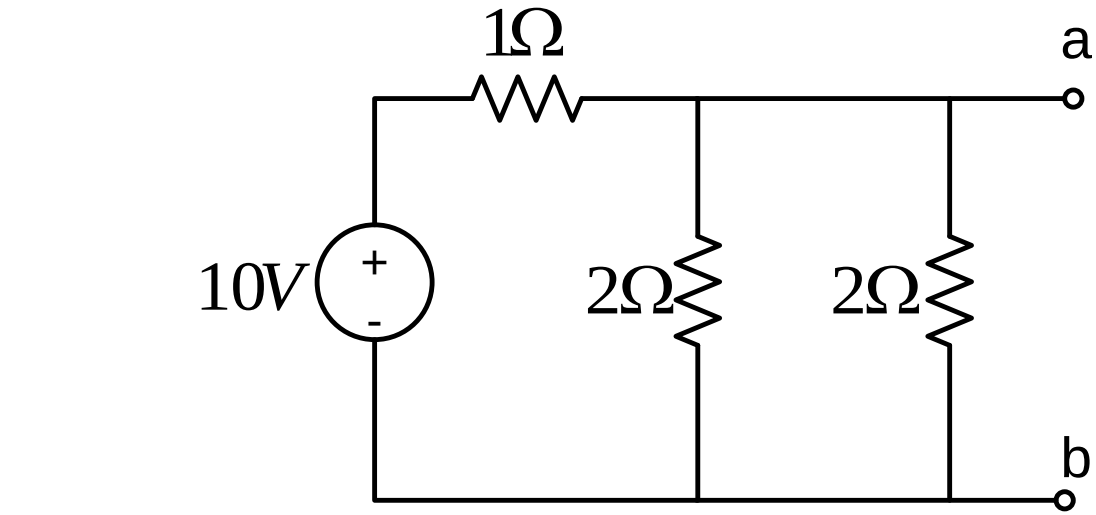


Ley Ohm:

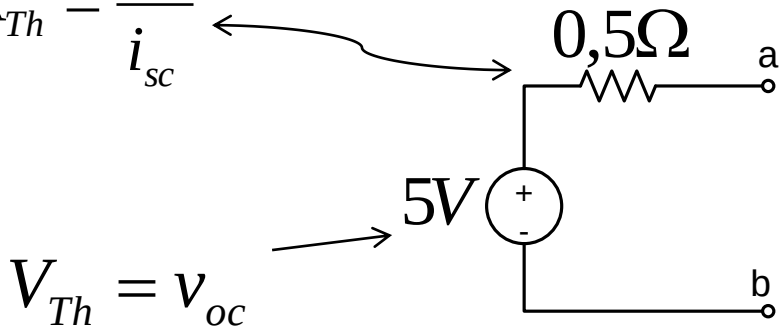
$$i_{sc} = \frac{10}{1} = 10A$$

Ejemplo 1:
Sólo fuentes independientes.

- Finalmente, el equivalente de Thevenin es:



$$R_{Th} = \frac{v_{oc}}{i_{sc}}$$



$$V_{Th} = v_{oc}$$

Método alternativo de cálculo

Para redes que contienen **sólo fuentes independientes y resistencias**:

- Apagar todas las fuentes:

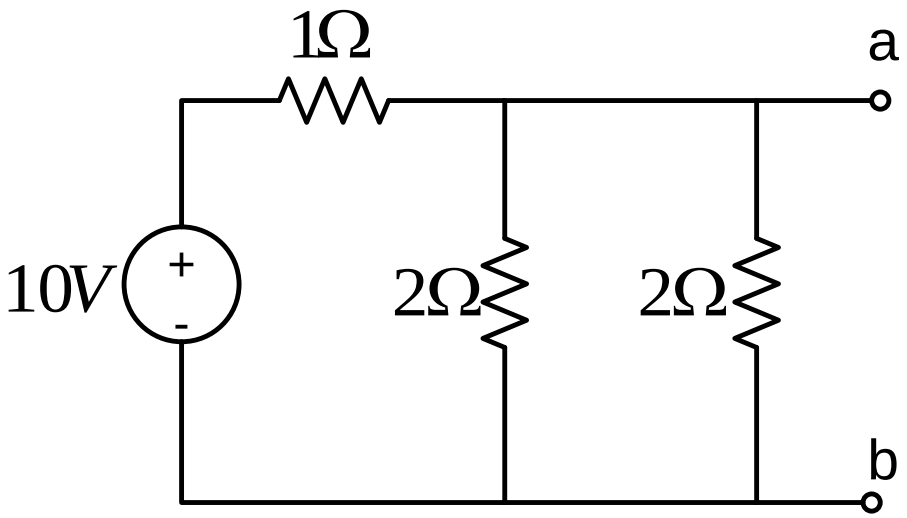
  Fuentes de voltaje → cortocircuito
  Fuentes de corriente → circuito abierto

- Calcular la **resistencia equivalente** entre los terminales:

$$R_{Th} = R_{eq}$$

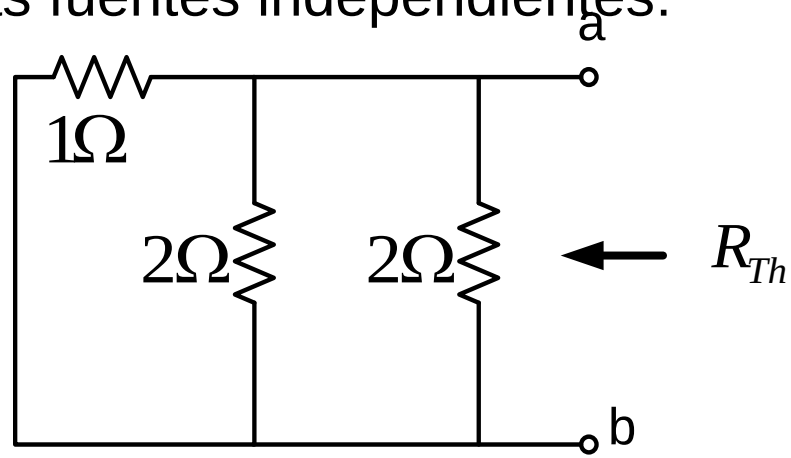
Ejemplo 1:
Método alternativo.

- Encuentre el equivalente de Thevenin del siguiente circuito (entre los terminales a-b):



Ejemplo 1:
Método alternativo.

- Apagamos las fuentes independientes:



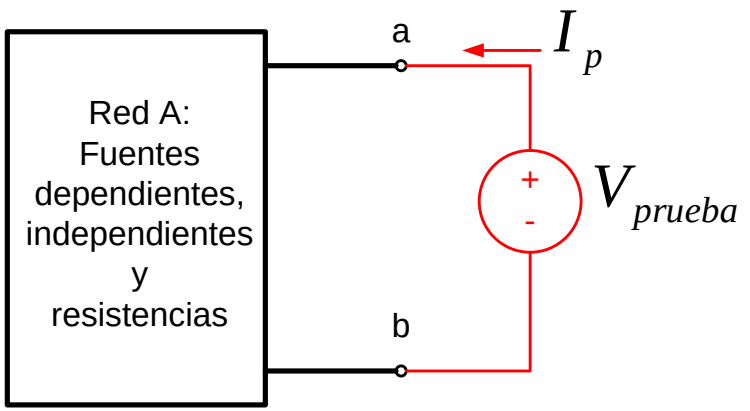
- La R_{eq} corresponde a tres resistencias en paralelo:

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}\right)^{-1}=0{,}5\Omega$$

Ejemplo 2:
Sólo fuentes dependientes.

Para redes que contienen fuentes dependientes:

- Apagar todas las fuentes independientes.
- Conectar una fuente de voltaje o de corriente de prueba V_{prueba} o I_{prueba} (de valor unitario normalmente).
- Calcular la corriente por la fuente de voltaje de prueba o el voltaje por la fuente de corriente de prueba según sea el caso.



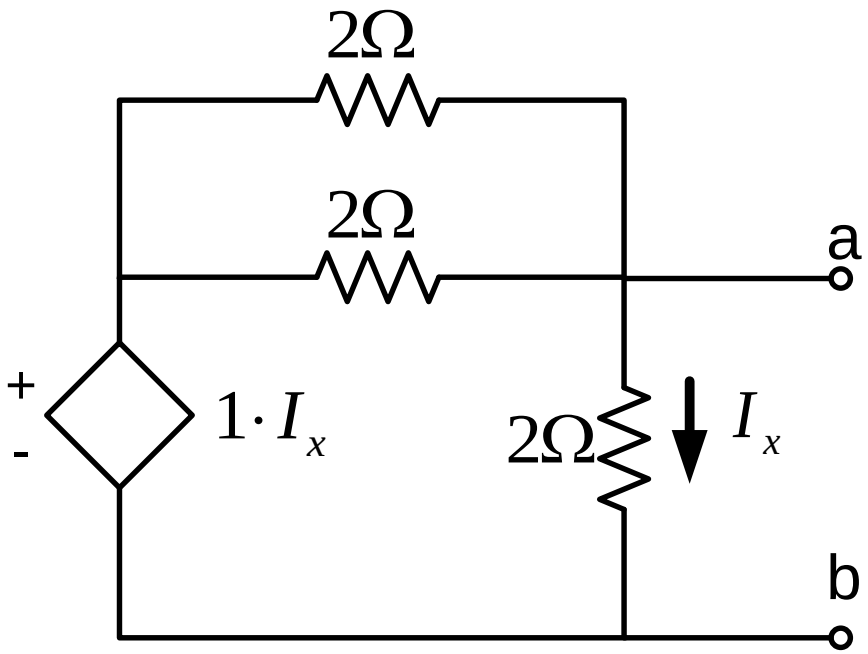
I_p

V_{prueba}

$$R_{Th} = \frac{V_{prueba}}{I_p}$$

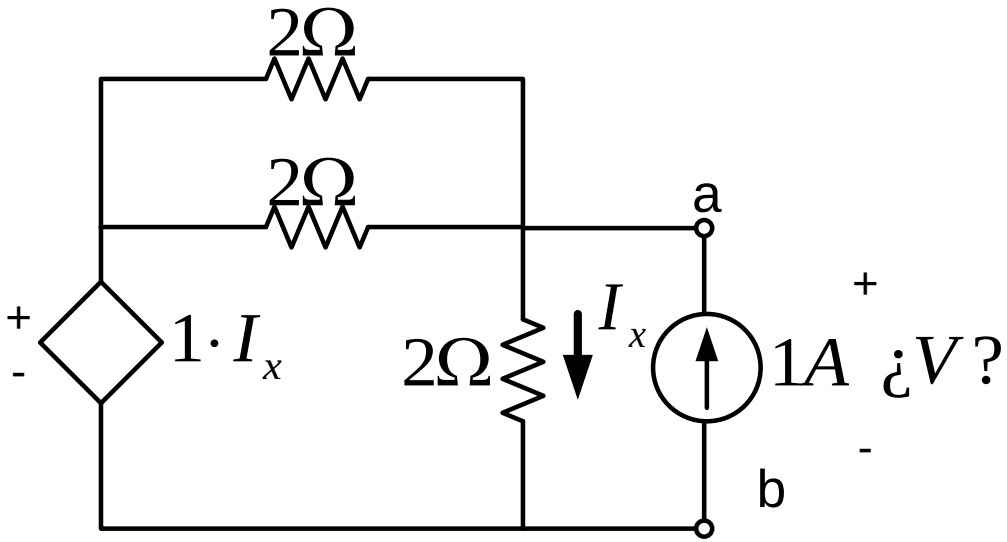
Ejemplo 2:
Sólo fuentes dependientes.

- Encontrar el equivalente de Thevenin de:



Ejemplo 2:
Sólo fuentes dependientes.

- Utilizando el método de la fuente de prueba:



- Utilizamos el método de los nodos:

$$\frac{1(V/2)-V}{1}-\frac{V}{2}+1=0$$

$$V = 1V$$

$$R_{Th} = 1\Omega$$

$$V_{Th} = 0V$$

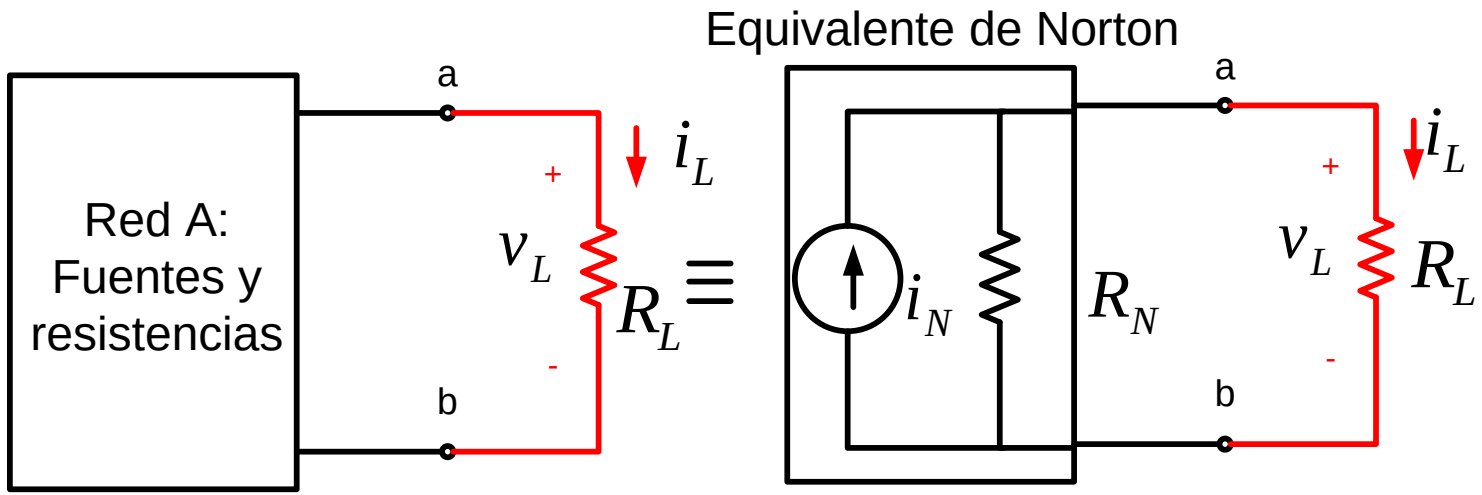
Resumen:

- El equivalente de Thevenin se puede calcular utilizando las siguientes consideraciones:

Tipo de Circuito	Procedimiento
Sólo fuentes independientes	$V_{Th} = V_{oc}$ y $R_{Th} = V_{oc}/I_{sc}$ ó $R_{Th} = R_{eq}$
Fuentes dependientes e independientes	$V_{Th} = V_{oc}$ y $R_{Th} = V_{oc}/I_{sc}$
Sólo fuentes dependientes ($V_{Th} = 0$) o fuentes dependientes e independientes con fuentes independientes apagadas ($V_{Th} \neq 0$)	Utilizar fuente de prueba: Fte. corriente de 1 [A] $R_{th} = V_{prueba}$ Fte. voltaje de 1 [V] $R_{th} = 1/I_{prueba}$

2. Equivalente de Norton

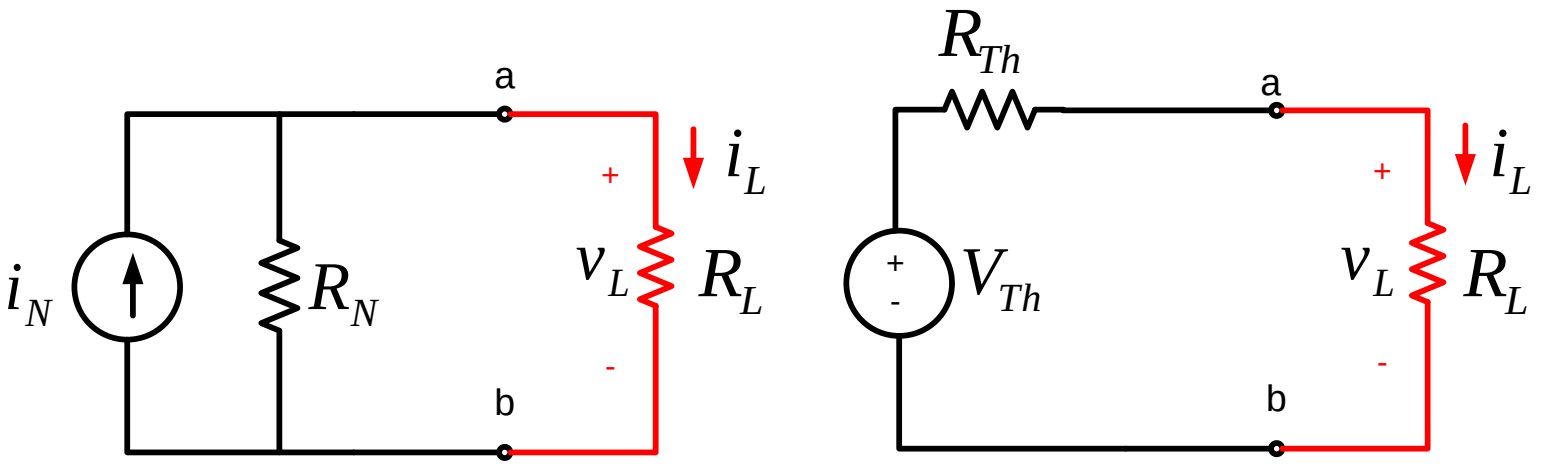
- Una red compuesta por resistencias, fuentes de voltaje y de corriente puede ser reemplazada por un **circuito equivalente (equivalente de Norton)** compuesto por una fuente de corriente independiente en paralelo con una resistencia.



R_L : resistencia de carga.

2.1. Equivalencia entre Thevenin y Norton

- Se puede establecer una equivalencia entre el equivalente de Thevenin y el equivalente de Norton.

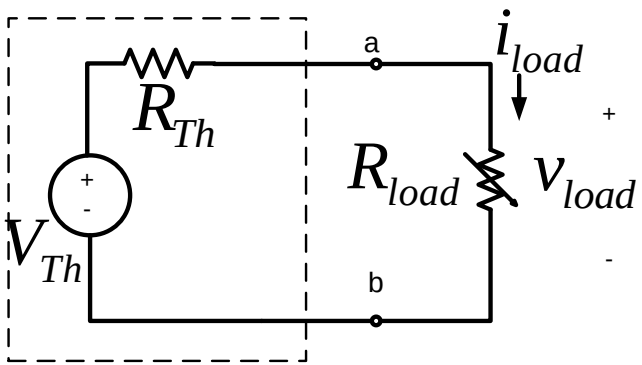


$$R_N = R_{Th} = \frac{v_{oc}}{i_{sc}};\ i_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} = i_{sc}$$

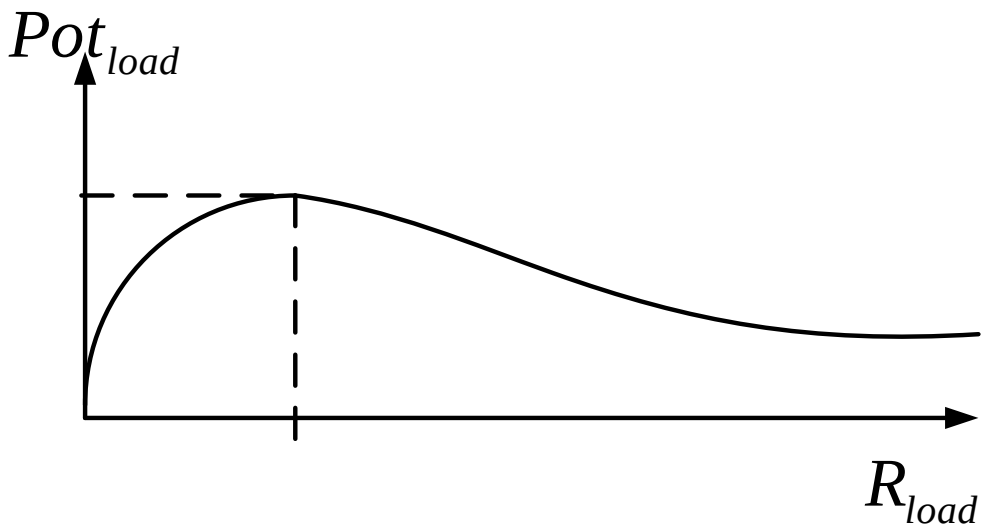
Equivalente de Norton

3. Máxima transferencia de potencia

- Al conectar una resistencia de carga a una red cualquiera y graficar la potencia absorbida por la carga en función de el valor de la resistencia, obtenemos:



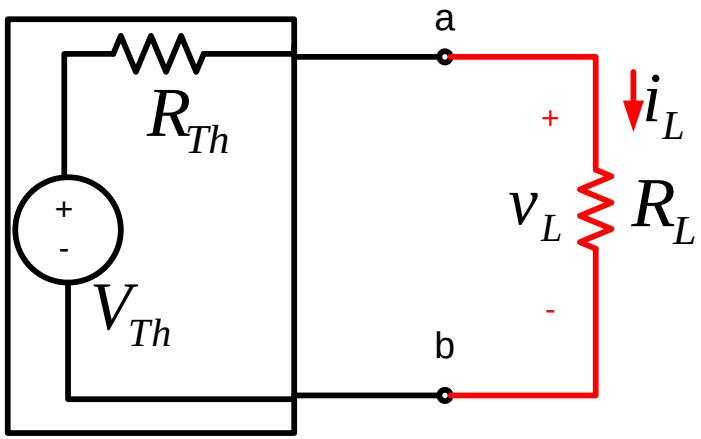
Circuito desconocido



- ¿Para qué valor de R_L (carga) se maximiza la transferencia de potencia de la red a la carga?

3. Máxima transferencia de potencia

- Considerando el equivalente de Thevenin de la red:



Equivalente de Thevenin

Potencia absorbida por la carga:

$$p = i_L^2 R_L = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \right)^2 R_L$$

- Para encontrar el valor de R_L maximiza la potencia con respecto a la misma:

$$\frac{dp}{dR_L} = 0$$

3. Máxima transferencia de potencia

- Luego:

$$\frac{dp}{dR_L} = V_{Th}^2 \left(\frac{\left(R_{Th} + R_L\right)^2 - 2R_L\left(R_{Th} + R_L\right)}{\left(R_{Th} + R_L\right)^4} \right) = 0$$

Lo que implica que:

$$\left(R_{Th} + R_L\right)^2 - 2R_L\left(R_{Th} + R_L\right) = 0$$

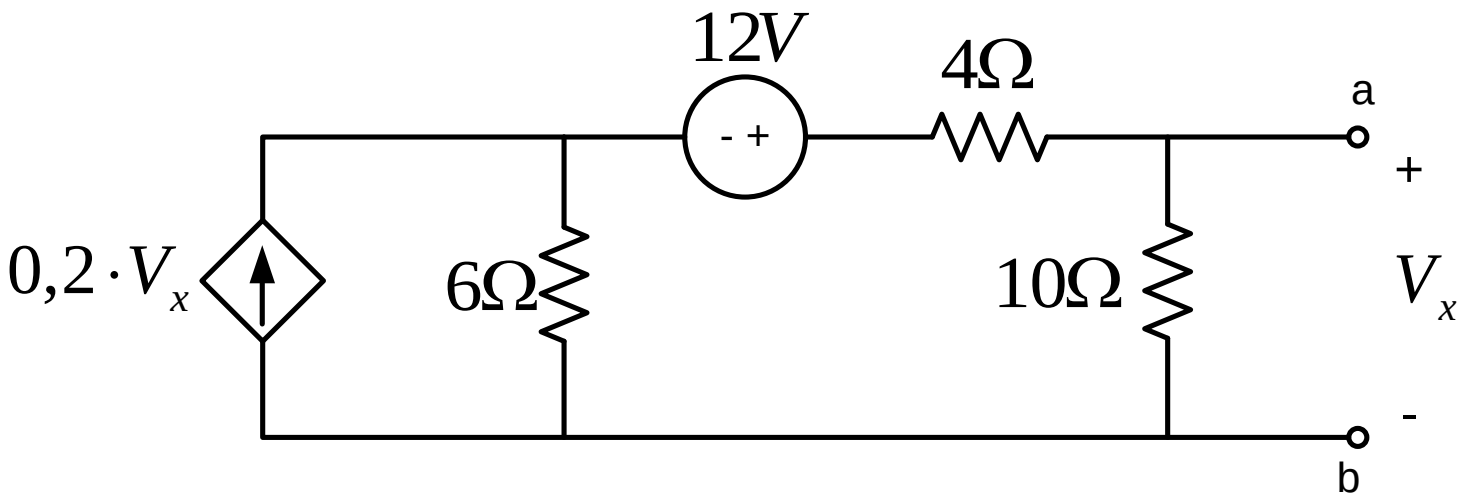
Por lo tanto:

$$\boxed{R_{Th} = R_L}$$

¡El circuito transfiere máxima potencia cuando el **valor resistivo de la carga conectada es igual al valor de la resistencia de Thevenin**!

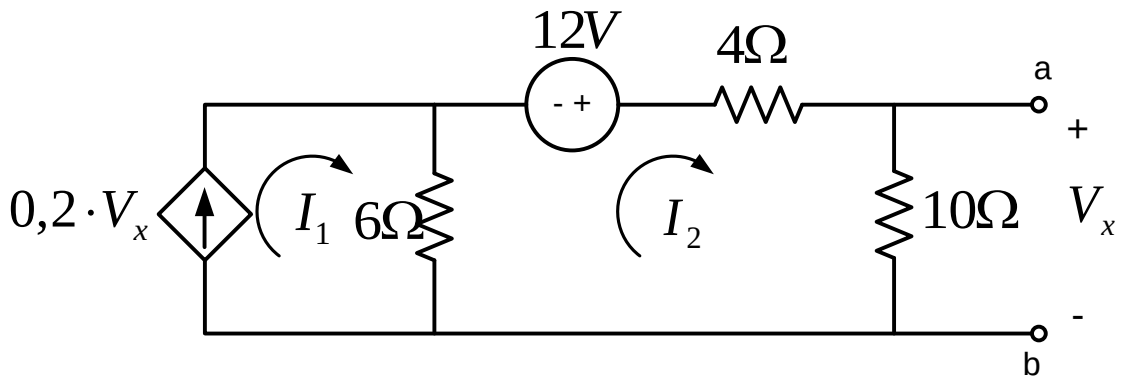
3. 1. Ejemplo

- ¿Qué valor debe tener la resistencia que se debe conectar entre los terminales a-b para que el circuito transfiera la máxima potencia a la carga?



3. 1. Ejemplo

- Calculamos $V_{Th} = V_{oc}$:

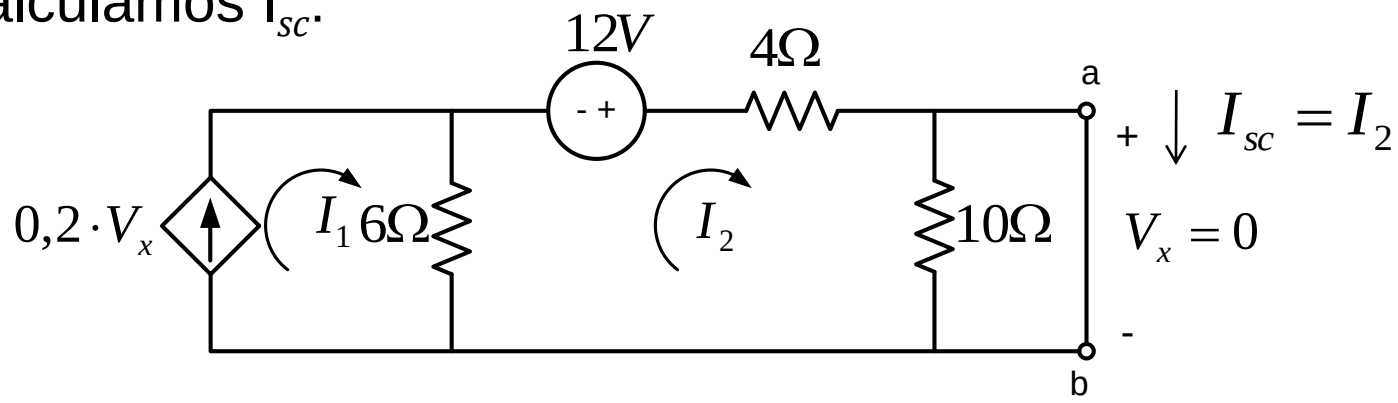


- Utilizamos el método de mallas:

$$\left.\begin{aligned} 6(I_2 - I_1) - 12 + 4I_2 + 10I_2 = 0 \\ I_1 = 0,2 \cdot 10 I_2 \end{aligned}\right\} \quad V_{oc} = 15V$$

3. 1. Ejemplo

- Calculamos I_{sc}:



- Nuevamente utilizamos el método de mallas:

$$\left.\begin{aligned} 6(I_2 - I_1) - 12 + 4I_2 = 0 \\ I_1 = 0 \end{aligned}\right\} \; I_{sc} = 1,2A$$

3. 1. Ejemplo

- Por lo tanto, el valor del R_{th} es:

$$R_{Th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = 12{,}5\Omega$$

Luego la resistencia R_L que se debe conectar en el circuito entre los terminales a-b para que éste transfiera máxima potencia, debe ser:

$$R_L = R_{Th} = 12{,}5\Omega$$