Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

Tarea 5

1º semestre 2023 - Profesor David Watts

Ayudante: Elena Contardo (ele.contardo@uc.cl)

- La tarea debe ser subida en formato .pdf a Canvas al buzón correspondiente.
- Se deben resolver dos de los cuatro ejercicios, pudiendo apoyarse de la solución.
- Es posible utilizar un comodín para poder entregar la tarea 3 días después del plazo final (contando fin de semana y festivos). Para esto, se debe enviar un correo al ayudante encargado avisando que se usará el comodín antes de que termine el plazo final original.
- No se aceptan tareas con letra ilegible.

Problema 1

Para el circuito de la figura 1 encuentre el voltaje y corriente de la resistencia de 5Ω por el principio de superposición. Luego, calcule la potencia disipada por la resistencia utilizando superposición y sin superposición, compare los resultados.

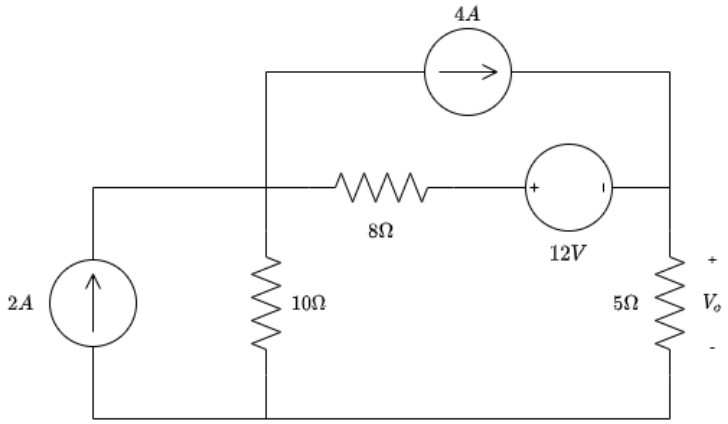


Figura 1: Circuito problema 1

Solución: Se calculan V_o y I_o por superposición de la forma:

$$V_o = V_o|_{2A} + V_o|_{12V} + V_o|_{4A}$$

$$I_o = I_o|_{2A} + I_o|_{12V} + I_o|_{4A}$$

- Fuente 2A encendida:

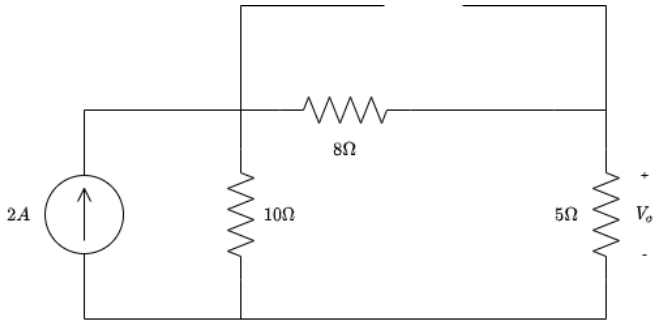


Figura 2: Circuito problema 1

Por divisor de corriente:

$$I_o = 2 \cdot \frac{10}{10+8+5} = 0{,}869A$$

Por ley de Ohm:

$$V_o = I_o \cdot R = 0{,}869 \cdot 5 = 4{,}34V$$

- Fuente 4A encendida:

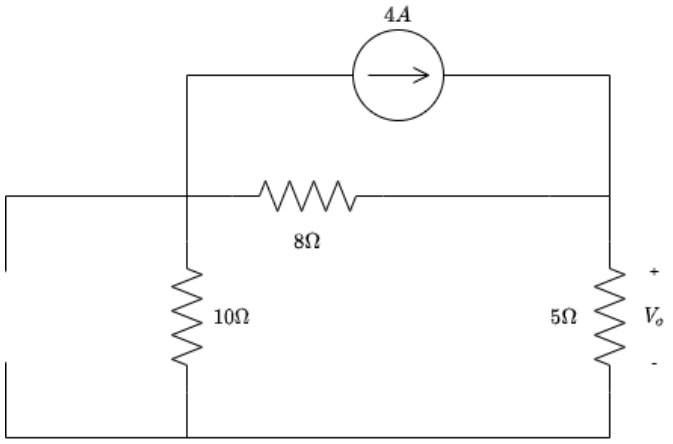


Figura 3: Circuito problema 1

Por divisor de corriente:

$$I_o = 4 \cdot \frac{8}{10+8+5} = 1{,}39A$$

Por ley de Ohm:

$$V_o = I_o \cdot R = 1{,}39 \cdot 5 = 6{,}95V$$

- Fuente 12V encendida:

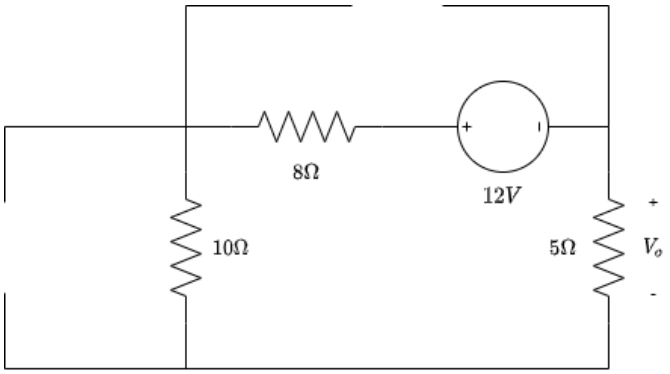


Figura 4: Circuito problema 1

Por divisor de tensión:

$$V_o = -12 \cdot \frac{5}{10+8+5} = -2{,}6V$$

Por ley de Ohm:

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{-2{,}6}{5} = -0{,}52A$$

De esta forma se obtiene:

$$I_o = 0{,}869 - 0{,}52 + 1{,}39 = 1{,}73A$$

$$V_o = 4{,}34 - 2{,}6 + 6{,}95 = 8{,}69V$$

Luego, se calcula la potencia:

- Sin superposición

$$P = V_o \cdot I_o = 8{,}69 \cdot 1{,}73 = 15{,}03W$$

- Con superposición:

$$P = P|_{2A} + P|_{12V} + P|_{4A}$$

$$P = (0{,}869 \cdot 4{,}34) + (-0{,}52 \cdot -2{,}6) + (1{,}39 \cdot 6{,}95) = 14{,}7W$$

Los resultados obtenidos fueron distintos, esto se debe a que **no se puede calcular la potencia utilizando superposición**, ya que no es una operación lineal.

Problema 2

Para el circuito de la figura 5 encuentre el voltaje en el nodo A usando los siguientes métodos:

a) Por transformación de fuentes

b) Por superposición

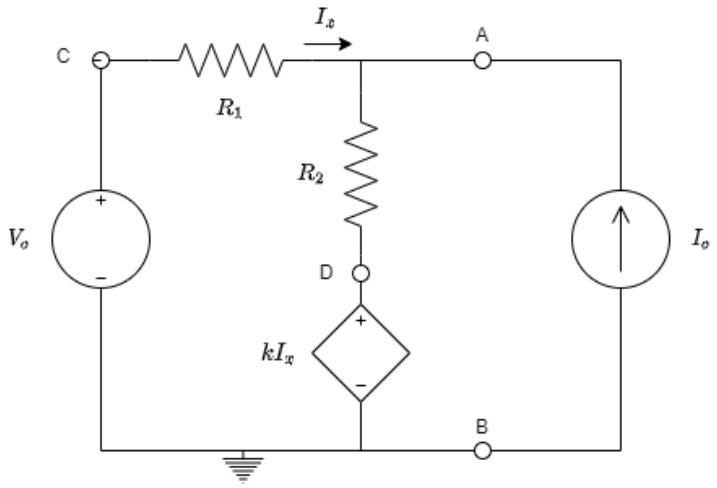


Figura 5: Circuito problema 2

Solución:

a) Transformación de fuentes:

La fuente V_o junto con su resistencia en serie R_1 se pasan a una fuente de corriente con su resistencia en paralelo de la forma:

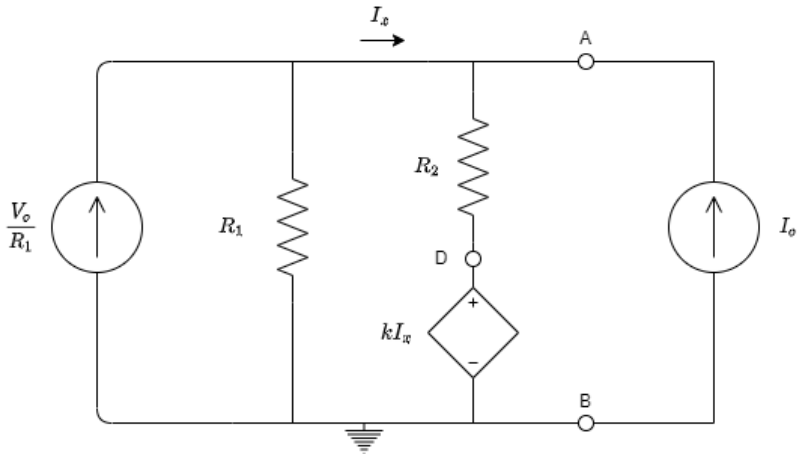


Figura 6: Circuito problema 2

Luego, la fuente dependiente en serie con su resistencia R_2 se pasan a una fuente de corriente y resistencia en paralelo de la forma:

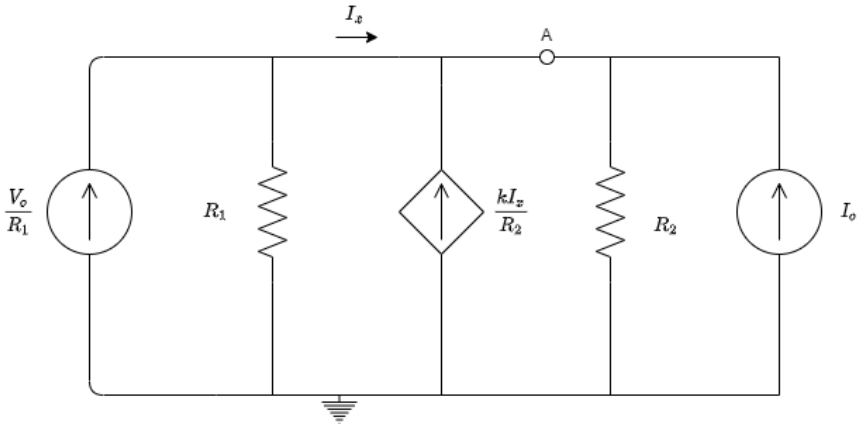


Figura 7: Circuito problema 2

Se procede a calcular el voltaje del nodo A con método de nodos, donde la suma de las corrientes que entran al nodo A es cero.

$$\frac{V_o}{R_1} + \frac{0 - V_A}{R_1} + \frac{kI_x}{R_2} + \frac{0 - V_A}{R_2} + I_o = 0 \tag{1}$$

Se calcula el valor de I_x de la forma:

$$I_x = \frac{V_o}{R_1} + \frac{0 - V_A}{R_1}$$

Reemplazando V_x en (1) y despejando V_A finalmente se obtiene:

$$V_A = I_o \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 + K + R_1} + V_o \cdot \frac{k + R_2}{R_2 + K + R_1}$$

b) Superposición:

Ahora se resuelve el ejercicio por superposición, donde V_A vendrá dado por:

$$V_A = V_A|_{V_o} + V_A|_{I_o}$$

Recordatorio: Las fuentes dependientes no se apagan.

- V_o encendida

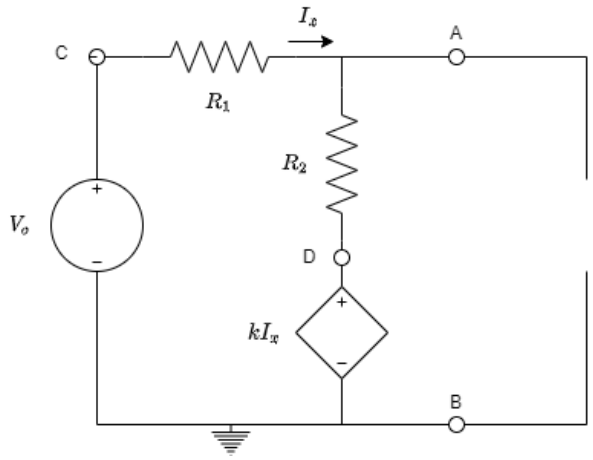


Figura 8: Circuito problema 2

Por método de mallas se tiene:

$$V_o - R_1 I_x - R_2 I_x - k I_x = 0$$

Despejando I_x:

$$I_x = \frac{V_o}{R_1 + R_2 + k}$$

Y V_A viene dado por:

$$V_A = V_o - R_1 I_x = V_o(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2 + k})$$

- I_o encendida

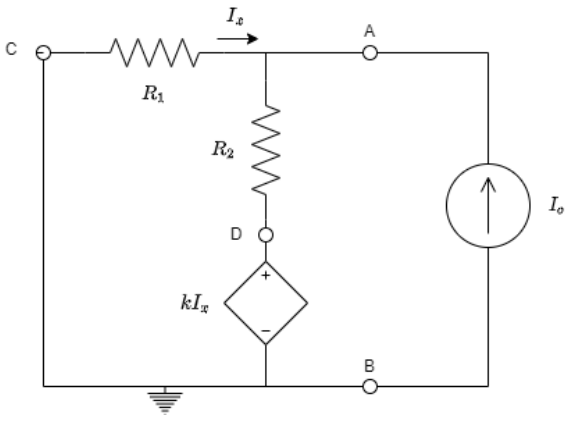


Figura 9: Circuito problema 2

Por método de nodos se tiene:

$$\frac{0 - V_o}{R_1} + \frac{k I_x - V_A}{R_2} + I_o = 0$$

Donde I_x es:

$$I_x = \frac{0 - V_A}{R_1}$$

Reemplazando en la ecuación de nodos y despejando V_A se obtiene finalmente:

$$V_A = I_o \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 + k + R_1}$$

De esta forma V_A final es:

$$V_A = V_o(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2 + k}) + I_o \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 + k + R_1}$$

Problema 3

El switch del circuito presentado lleva mucho tiempo abierto, hasta que en t=0 este se cierra.

- Encuentre el equivalente de Thevenin visto por el capacitor en $t > 0$.
- Encuentre el voltaje del capacitor v_c para $t > 0$.

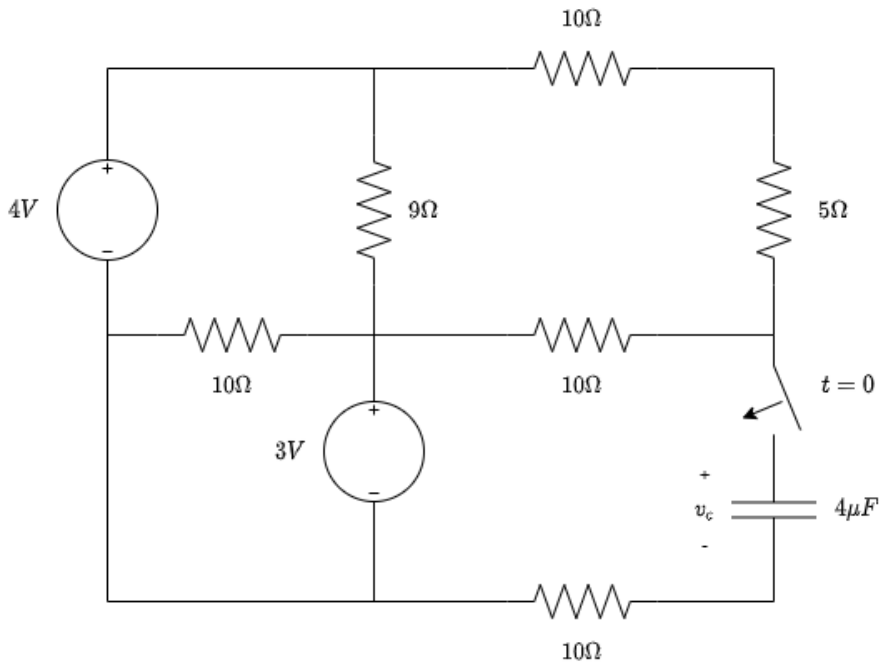


Figura 10: Circuito de primer orden con capacitor

Recordatorio de Thevenin y Norton:

- Corriente de Norton: Corresponde a la corriente de cortocircuito, es decir, se debe cortocircuitar nuestro componente y encontrar la corriente que pasa por ahí.
- Voltaje de Thevenin: Corresponde al voltaje de circuito abierto, este se obtiene dejando en circuito abierto el componente y calculando el voltaje entre los terminales.

- Resistencia equivalente: Se deben apagar las fuentes independientes (de voltaje CC y de corriente CA), y luego, en caso de que se pueda ver a simple vista, calcular la resistencia equivalente (por medio de operaciones serie y paralelo) que queda en serie al componente a evaluar. En caso de que no se puedan reducir las resistencias, se puede colocar una fuente de prueba de voltaje V y corriente I y encontrar la resistencia por medio de la ley de Ohm o calcular la resistencia como Voltaje de Thevenin divido en Corriente de Norton.

Solución: En $t > 0$ el switch se encuentra cerrado. Luego, se calcula la resistencia equivalente apagando las fuentes de voltaje (cc). El circuito queda de la forma:

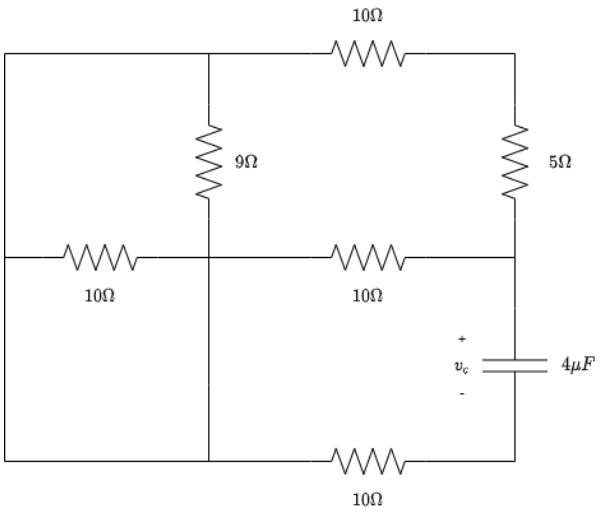


Figura 11: Circuito con fuentes apagadas

Luego, la resistencia vista por el capacitor es:

$$R_{eq} = ((10 + 5)||10) + 10 = 16\Omega$$

Donde no se consideraron las resistencias de 9Ω y una de 10Ω debido al cable cortocircuitado en paralelo a estas.

Luego, se calcula el voltaje de Thevenin, que corresponde al voltaje de circuito abierto. Se realiza el método de mallas para encontrar el voltaje, donde el circuito se ve de la forma:

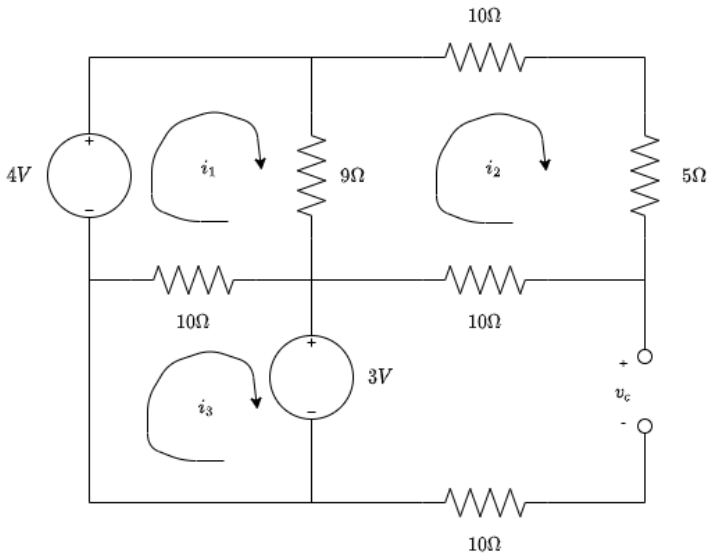


Figura 12: Circuito

Malla 1:

$$4 - 9(i_1 - i_2) - 10(i_2 - i_3) = 0$$

Malla 2:

$$-9(i_2 - i_1) - 10i_2 - 5i_2 - 10i_2 = 0$$

Malla 3:

$$-10(i_3 - i_2) - 3 = 0$$

Resolviendo el sistema se llega a:

$$i_1 = 0{,}15A \qquad i_2 = 0{,}04A \qquad i_3 = -0{,}148A$$

Luego, se hace la relación entre la corriente i_2 con una de las resistencias de 10Ω y V_c, donde se tiene:

$$\frac{3 - V_c}{10} = -i_2$$

De esta forma se obtiene que $V_c = 3{,}4V$, es decir, el voltaje de Thevenin corresponde a 3.4V. Se procede a armar el equivalente de Thevenin con los valores encontrados:

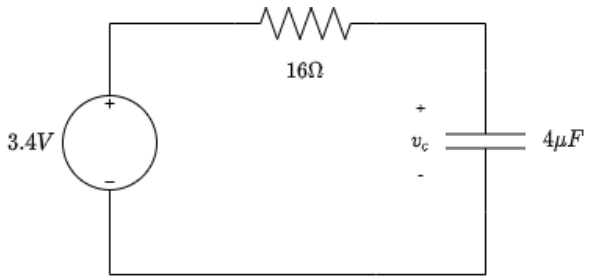


Figura 13: Equivalente de Thevenin

Ahora, se pide encontrar el voltaje del capacitor para $t > 0$. Para esto se utiliza la ecuación:

$$V_c(t) = (V_0 - V_c(\infty)) \cdot e^{\frac{-(t-t_o)}{R_{eq} \cdot C}} + V_c(\infty)$$

En este caso, como el cambio del switch es en t=0, entonces $t_o = 0$ y $V_0 = V(0)$, quedando de la forma:

$$V_c(t) = (V(0) - V_c(\infty)) \cdot e^{\frac{-t}{R_{eq} \cdot C}} + V_c(\infty)$$

Debido a que en $t < 0$ el switch se encontraba abierto, el capacitor no estaba siendo alimentado, por lo que $v_c(0^-) = 0V$. Como el capacitor se opone a cambios bruscos de voltaje $v_c(0^-) = v_c(0^+) = v(0) = 0V$.

Luego, en $t > 0$ el circuito pasa a ser el equivalente de Thevenin de la figura 11, doned fácilmente se ve que:

$$V_c(\infty) = 3{,}4V \qquad R_{eq} = 16\Omega \qquad C = 4\mu F$$

Por lo que finalmente el voltaje del capacitor en $t > 0$ es:

$$V_c(t) = (0 - 3{,}4) \cdot e^{\frac{-t}{16 \cdot 4\mu}} + 3{,}4$$

$$V_c(t) = -3{,}4 \cdot e^{-15625t} + 3{,}4$$

Problema 4

Después de pasar mucho tiempo, los dos interruptores del circuito de la figura 20 cambian de estado en $t = 0$. El interruptor S_1 pasa del punto A al punto B y el interruptor S_2 se abre. Calcule el voltaje del capacitor v_c y la corriente $i_{10\Omega}$ que pasa por la resistencia de 10Ω para $t > 0$.

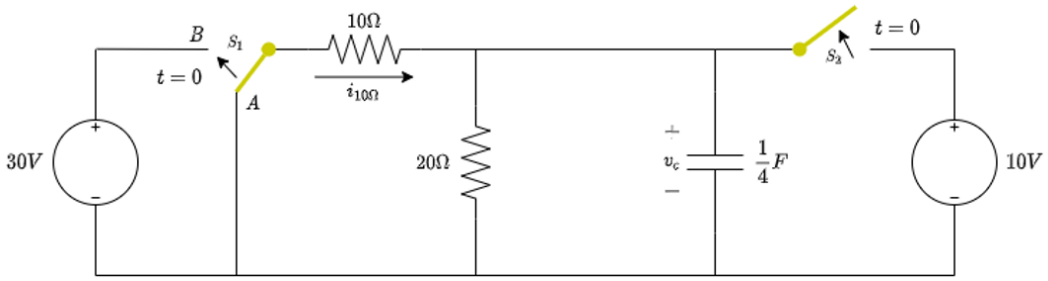


Figura 14: Circuito primer orden problema 4

Solución: Se parte calculando el voltaje del capacitor con la ecuación general:

$$v_c(t) = (V_0 - V(\infty)) \cdot e^{-\frac{(t-t_o)}{R_{eq}C}} + V(\infty)$$

Como el cambio del switch es en t=0, entonces $t_o = 0$ y $V_0 = V(0)$. Por lo tanto la ecuación queda de la forma:

$$v_c(t) = (V(0) - V(\infty)) \cdot e^{-\frac{t}{R_{eq}C}} + V(\infty)$$

Para $t < 0$:

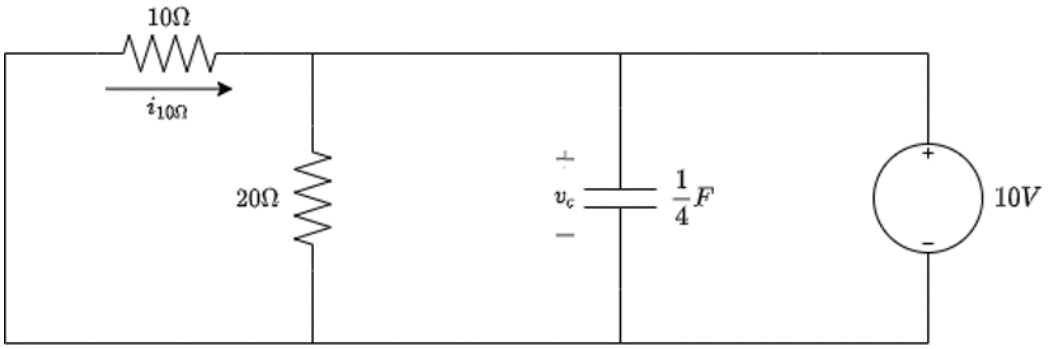


Figura 15: Circuito equivalente para $t < 0$

Como lleva cargando mucho tiempo el capacitor se ve como un circuito abierto y el voltaje a través de estos terminales corresponde a:

$$v_c(0^-) = 10V$$

Y debido a que el capacitor se opone a los cambios bruscos de voltaje:

$$V(0) = v_c(0^-) = v_c(0^+) = 10V$$

Para $t > 0$:

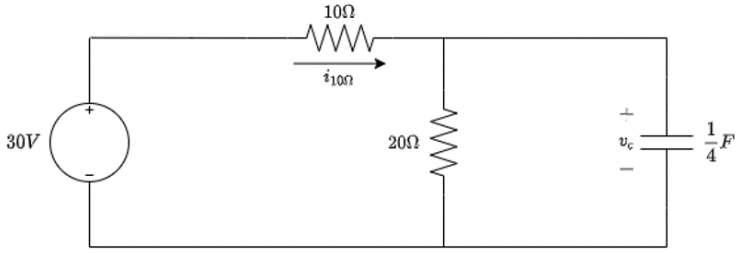


Figura 16: Circuito equivalente para $t > 0$

Se obtiene el circuito de la figura 3, pero como la ecuación general del voltaje del capacitor corresponde a la solución de un Thevenin, se debe sacar el equivalente de Thevenin del circuito, que queda de la forma:

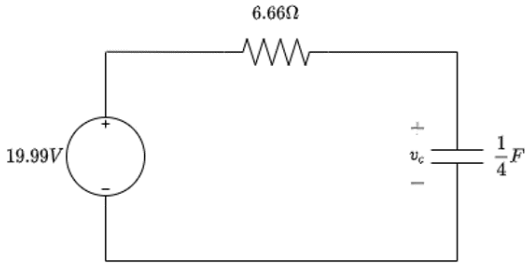


Figura 17: Circuito Thevenin para $t > 0$

Luego, se sabe que:

$$V(\infty) = V_{th} = 19{,}99V$$

$$R_{eq} = R_{th} = 6{,}66\Omega$$

Por lo que ya se encontraron todos los parámetros de la ecuación general, así que ahora solo se deben reemplazar los valores en esta:

$$v_c(t) = (10 - 19{,}99) \cdot e^{-\frac{t}{6{,}66 \cdot (1/4)}} + 19{,}99\ V$$

$$v_c(t) = -9{,}99 \cdot e^{-0{,}6t} + 19{,}99$$

Habiendo encontrado el voltaje del capacitor, ahora se procede a encontrar la corriente $i_{10\Omega}$ para $t > 0$.

Como se mostró antes, el circuito equivalente para $t > 0$ es:

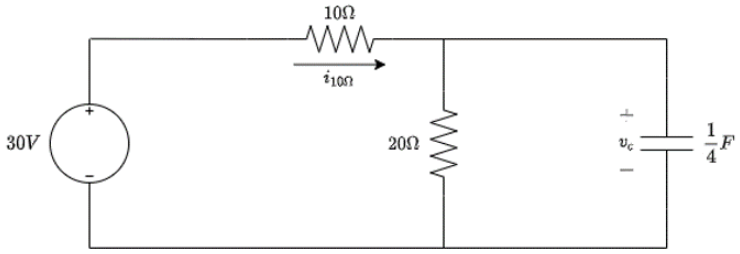


Figura 18: Circuito equivalente para t¿0

Y por ley de Ohm se ve que la corriente corresponde a:

$$i_{10\Omega} = \frac{\triangle V}{R} = \frac{(30 - v_c)}{10}$$

Luego, con $v_c(t) = -9{,}99 \cdot e^{-0{,}6t} + 19{,}99$, se llega finalmente a:

$$i_{10\Omega} = \frac{(30 + 9{,}99 \cdot e^{-0{,}6t} - 19{,}99)}{10} = \frac{10{,}01 + 9{,}99 \cdot e^{-0{,}6t}}{10} = 1{,}001 + 0{,}999 \cdot e^{-0{,}6t}\ A$$