IEE 2123 Circuitos Eléctricos
Prof. David Watts, PUC

Clase 23: Redes de dos puertos - Tetrapolos

Contenidos:

Redes de dos puertos:

1. Introducción
2. Transformaciones π a T y redes de 2 puertos con 3 terminales
3. Ecuaciones redes de dos puertos
4. Métodos para encontrar Z e Y
5. Parámetros h y t
6. Interconexión de redes de dos puertos

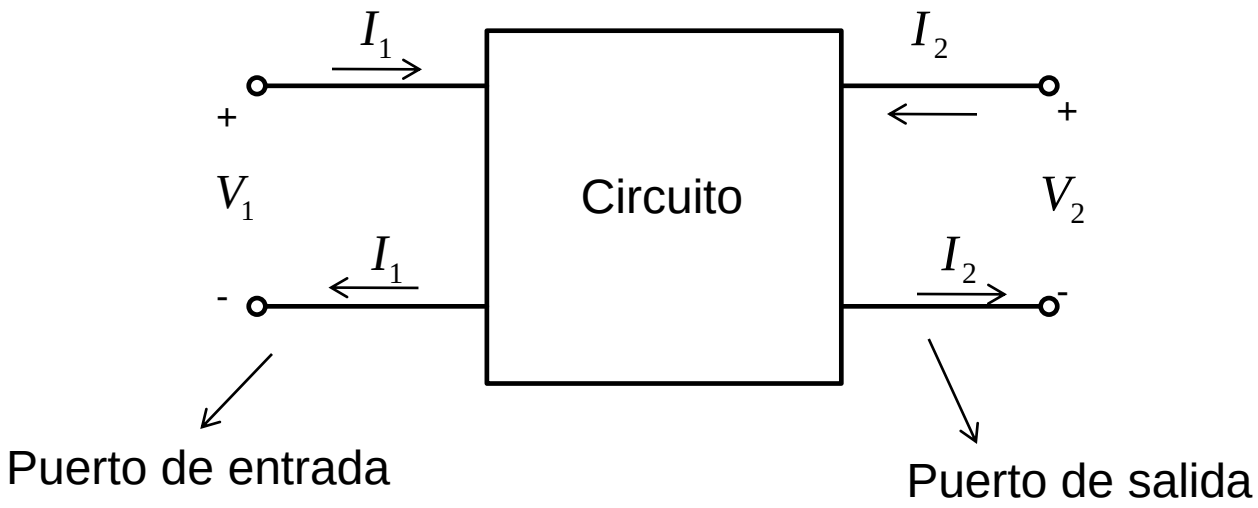
Capítulo 17 Dorf 6ª Edición

Ayudante: Enrique Alvarez

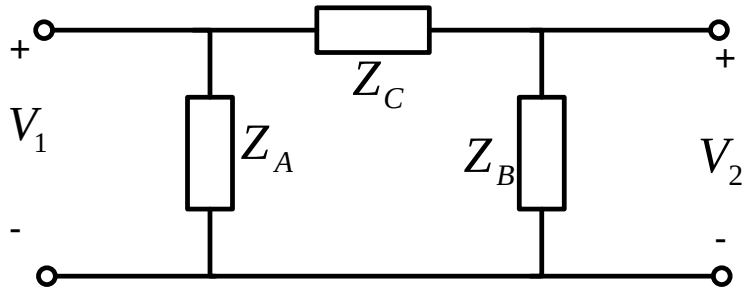
1. Introducción

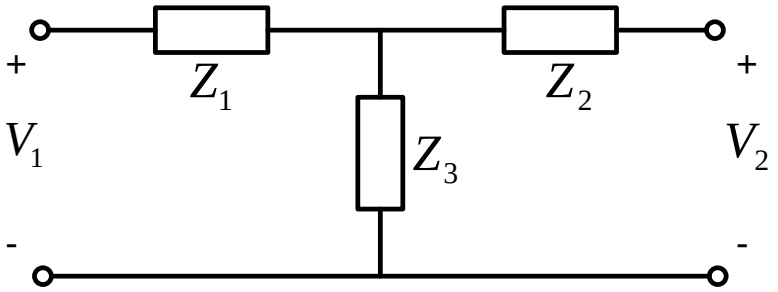
- Muchos circuitos tienen únicamente **dos puertos de acceso.**

- Buscaremos analizar redes en términos de las c**aracterística de sus terminales** sin prestar atención en la composición interna del circuito (tal como lo hicimos con los A.O.)

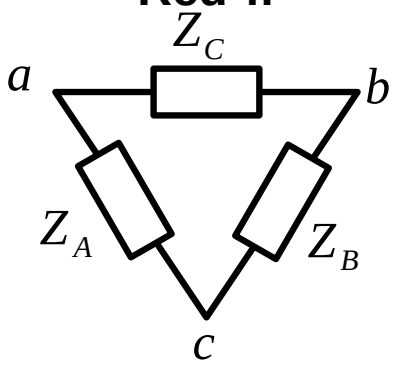


2. Transformaciones π a T y redes de 2 puertos con 3 terminales

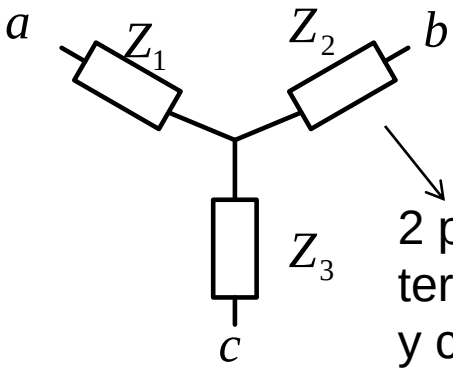




Red π



Red T



2 puertos y 3 terminales(a,b y c)

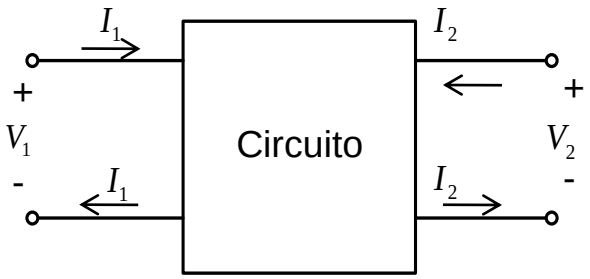
- Si $Z_A = Z_B$ → Red π **simétrica.**
  Si $Z_A = Z_B = Z_C$ → Red π **completamente simétrica.**

- Si $Z_1 = Z_2$ → Red T **simétrica.**
  Si $Z_1 = Z_2 = Z_3$ → Red T **completamente simétrica.**

$$Z_T = \frac{1}{3} Z_\Pi$$

$$Z_\Pi = 3 \cdot Z_T$$

3. Ecuaciones redes de dos puertos



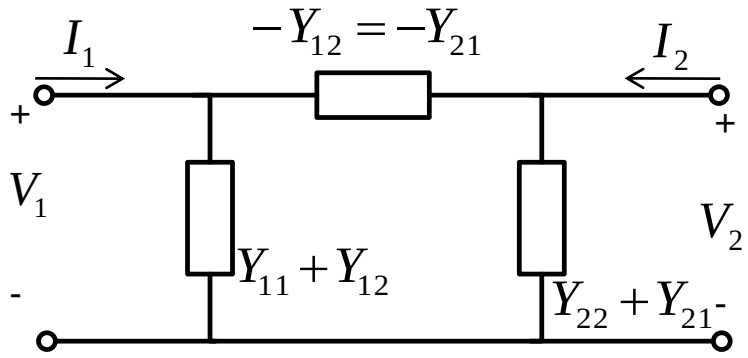
- **Variables:** V_1 , V_2 , I_1 e I_2 (dos **dependientes** y dos **independientes)**

Variables independientes (entradas)	**Variables dependientes (salidas)**	**Parámetros del circuito**
I_1 , I_2	V_1 , V_2	Impedancia Z
V_1 , V_2	I_1 , I_2	Admitancia Y
V_1 , I_2	V_2 , I_1	Híbrido inverso g
V_2 , I_1	V_1 , I_2	Híbrido h
V_2 , I_2	V_1 , I_1	Transmisión T
V_1 , I_1	V_2 , I_2	Transmisión inv. T´

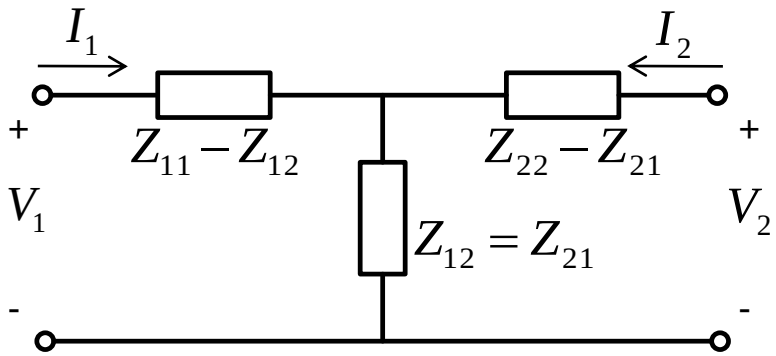
3. Ecuaciones redes de dos puertos

- **Ecuaciones para los 6 conjuntos de parámetros de 2 puertos:**

Impedancia Z	$V_1=Z_{11}I_1+Z_{12}I_2$ $V_2=Z_{21}I_1+Z_{22}I_2$
Admitancia Y	$I_1=Y_{11}V_1+Y_{12}V_2$ $I_2=Y_{21}V_1+Y_{22}V_2$
Híbrido h	$V_1=h_{11}I_1+h_{12}V_2$ $I_2=h_{21}I_1+h_{22}V_2$
Híbrido inv. g	$I_1=g_{11}V_1+g_{12}I_2$ $V_2=g_{21}V_1+g_{22}I_2$
Transmisión T	$V_1=AV_2-BI_2$ $I_1=CV_2-DI_2$
Transmisión inv. T´	$V_2=A´V_1-B´I_1$ $I_2=C´V_1-D´I_1$



Circuito π que representa los parámetros de admitancia



Circuito T que representa los parámetros de impedancia

4. Métodos para encontrar Z e Y

- **Impedancia Z:**

  - Z_{11} y Z_{21} : se conecta una fuente V_1 en los terminales de entrada y los de salida se ponen en circuito abierto, luego:

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}; \quad Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}$$

  - Z_{22} y Z_{12} : se conecta una fuente V_2 en los terminales de salida y los de entrada se ponen en circuito abierto, luego:

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}; \quad Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}$$

4. Métodos para encontrar Z e Y

- **Admitancia Y:**

  - Y_{11} y Y_{21} : se conecta una fuente I_1 en los terminales de entrada y los de salida se ponen en corto circuito (V_2=0), luego:

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1}; \quad Y_{21} = \frac{I_2}{V_1}$$

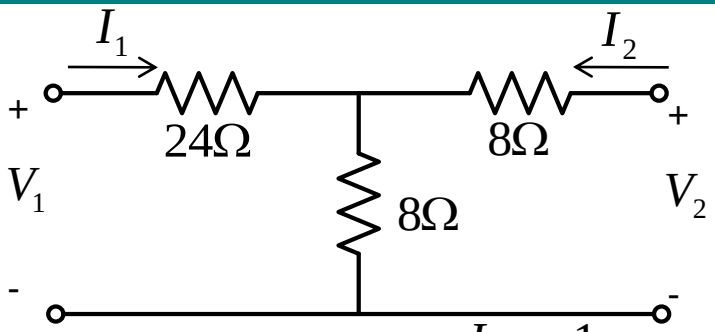
  - Y_{22} y Y_{12} : se conecta una fuente I_2 en los terminales de salida y los de entrada se ponen en corto circuito (V_1=0), luego:

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2}; \quad Y_{12} = \frac{I_1}{V_2}$$

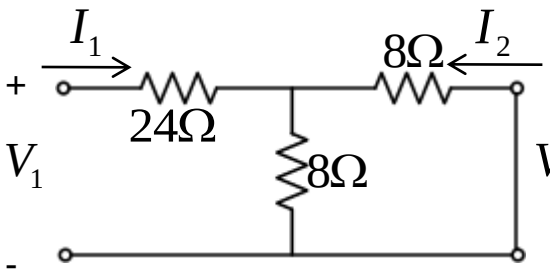
4. Métodos para encontrar Z e Y:
Ejemplo.

Determinar los parámetros de Z e Y.

Solución:

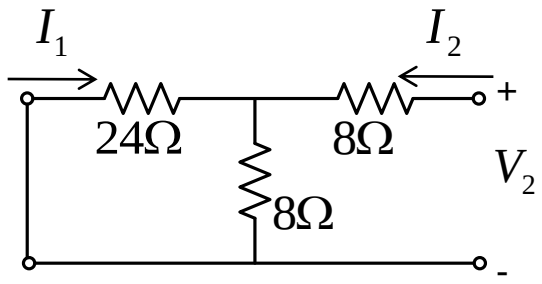


Para Y:



$$V_1 = 24I_1 + (8 // 8)I_1 = 28I_1 \rightarrow Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{28}$$

$$I_2 = -\frac{I_1}{2} \rightarrow Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} = -\frac{1}{56}$$



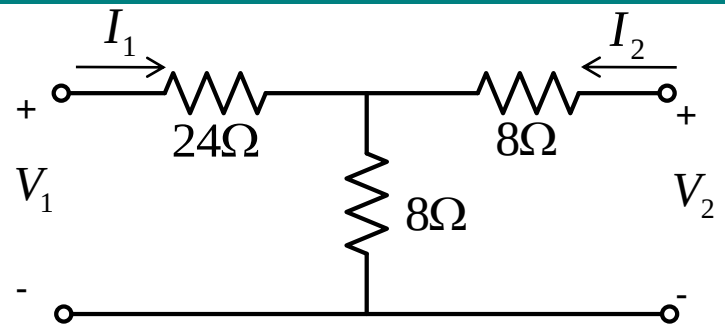
$$V_2 = 8I_2 + (24 // 8)I_2 = 14I_2 \rightarrow Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{14}$$

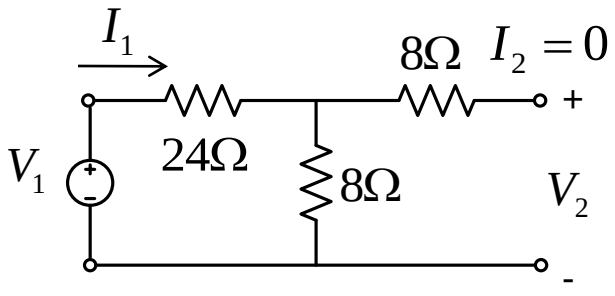
$$I_1 = -I_2\left(\frac{8}{8+24}\right) \rightarrow Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} = -\frac{1}{56}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/28 & -1/56 \\ -1/56 & 1/14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

4. Métodos para encontrar Z e Y:
Ejemplo.

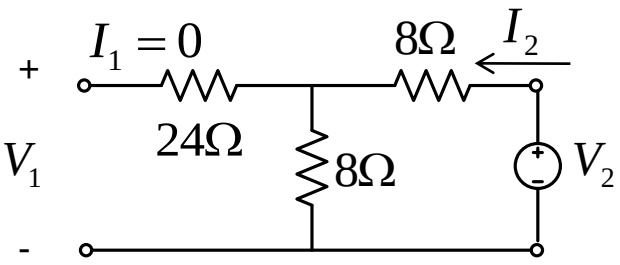
Para Z:





$$I_1 = \frac{V_1}{32} \rightarrow Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = 32$$

$$V_2 = \frac{8}{(8+24)} V_1 \rightarrow Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = 8$$



$$I_2 = \frac{V_2}{16} \rightarrow Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = 16$$

$$V_1 = \frac{8}{(8+8)} V_2 \rightarrow Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = 8$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 & 8 \\ 8 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Notar que
Z=Y^{-1}

5. Parámetros h y t

- **Parámetros híbridos:**

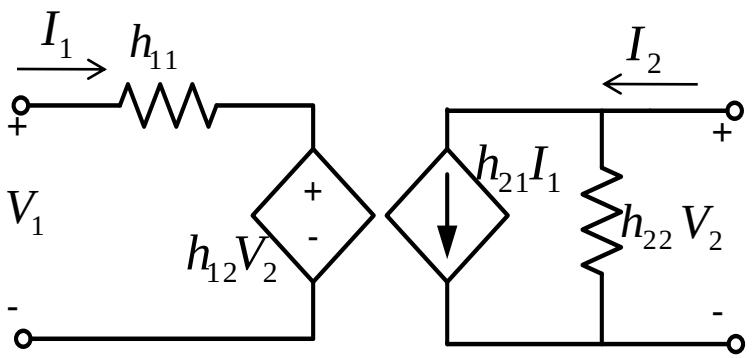
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

- **Parámetros híbridos inversos:**

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

- **Parámetros de transmisión:**

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$



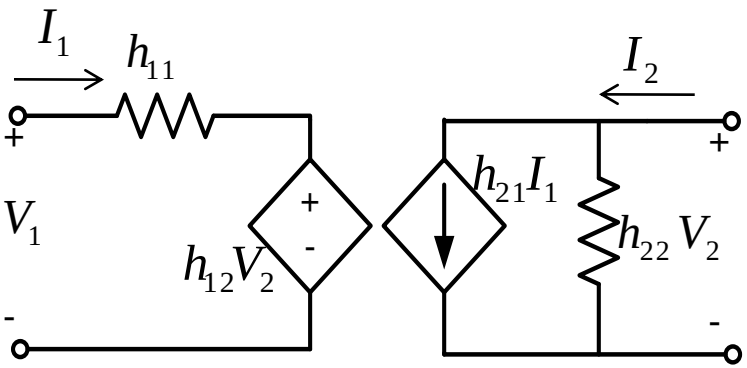
Modelo de parámetros h
de un circuito de dos puertos

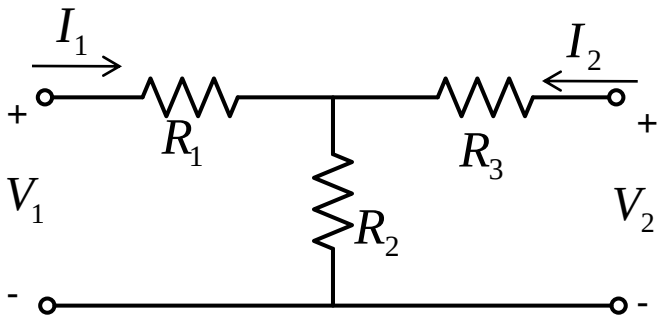
5. Parámetros h y t:
Ejemplo.

Determinar los parámetros h.

Solución:

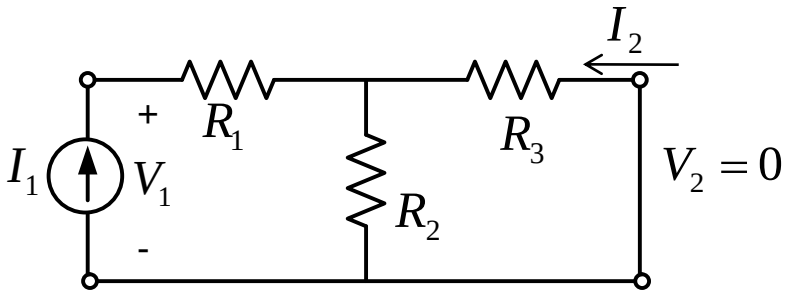
Del modelo antes expuesto:





h_{11}: impedancia de entrada con V_2=0.
h_{12}: ganancia inversa de voltaje a circuito abierto.
h_{21}: ganancia directa de corriente en corto circuito.
h_{22}: admitancia de salida en circuito abierto.

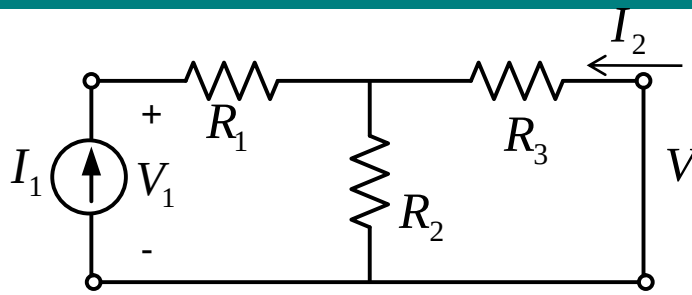
Cortocircuitando los terminales de salida y poniendo una fuente I_1:



$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

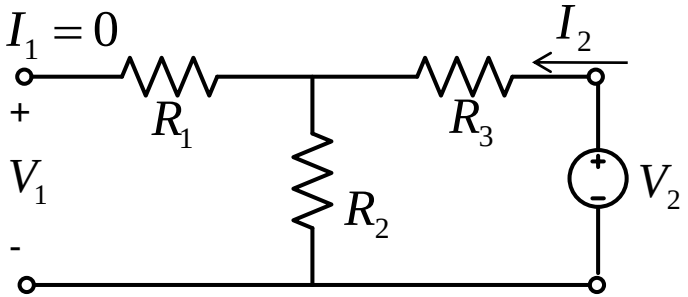
5. Parámetros h y t:

Ejemplo.



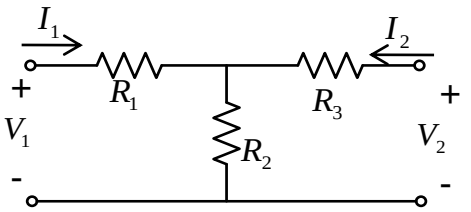
$$I_2 = \frac{-R_2}{R_2 + R_3} I_1 \rightarrow h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} = \frac{-R_2}{R_2 + R_3}$$

Trazamos nuevamente el circuito con $I_1 = 0$ y con una fuente V_2:



$$h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0} = \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

$$h_{22} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_1=0} = \frac{1}{R_2 + R_3}$$

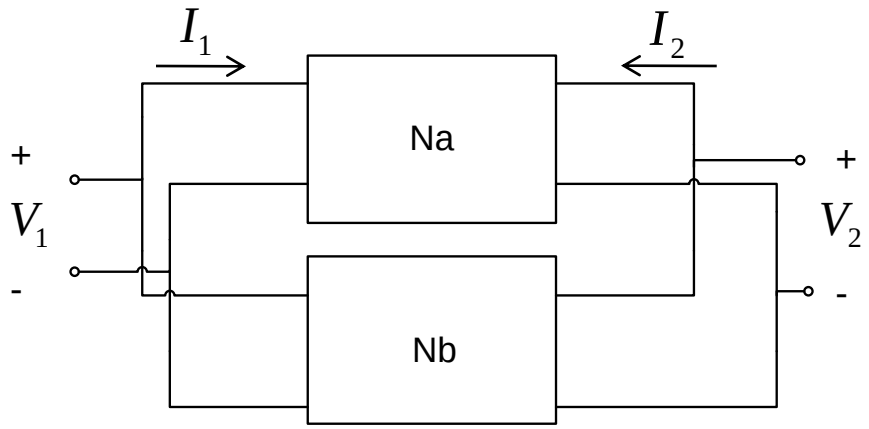


$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} & \dfrac{R_2}{R_2 + R_3} \\ \dfrac{-R_2}{R_2 + R_3} & \dfrac{1}{R_2 + R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Parámetro h y t

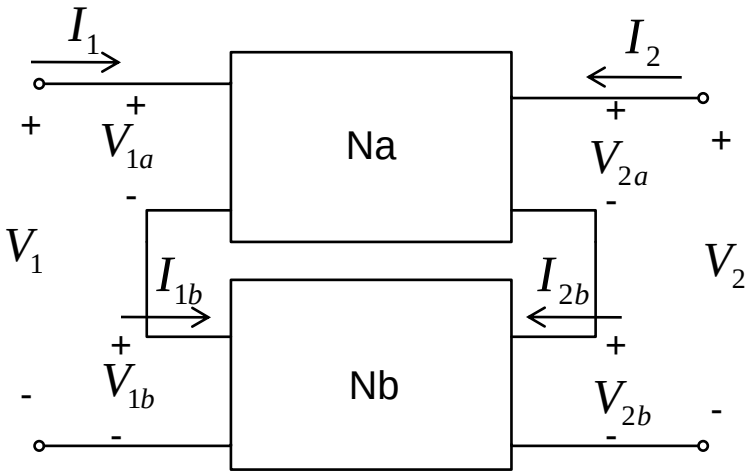
6. Interconexión de redes de 2 puertos

- **Conexión en paralelo:**



$$Y = Y_a + Y_b$$

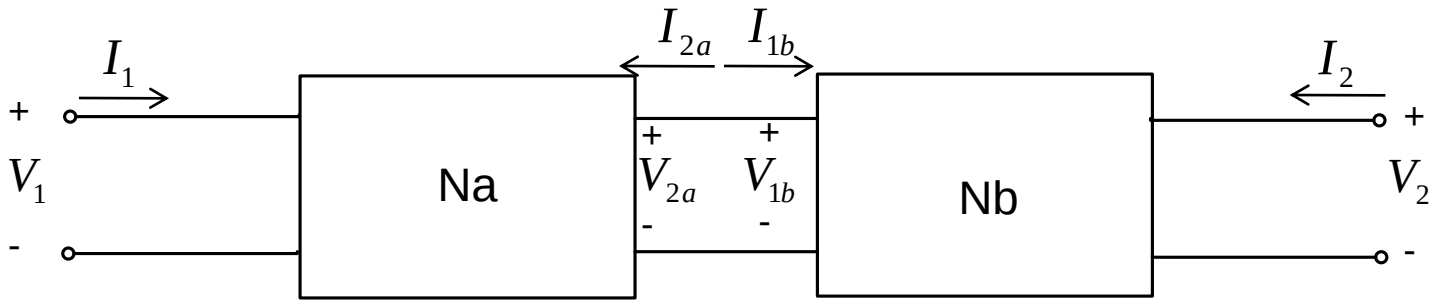
- **Conexión en serie:**



$$Z = Z_a + Z_b$$

6. Interconexión de redes de 2 puertos

- **Conexión en cascada:**



$$T = T_a T_b$$