Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ingeniería Eléctrica
IEE2123 - Circuitos Eléctricos

Ayudantia 2

Leyes de Kirchhoff, método de nodos y mallas

2º semestre 2022 - Profesor Samuel Cordova

Ayudante Alonso Peralta Sarrat - aps@uc.cl

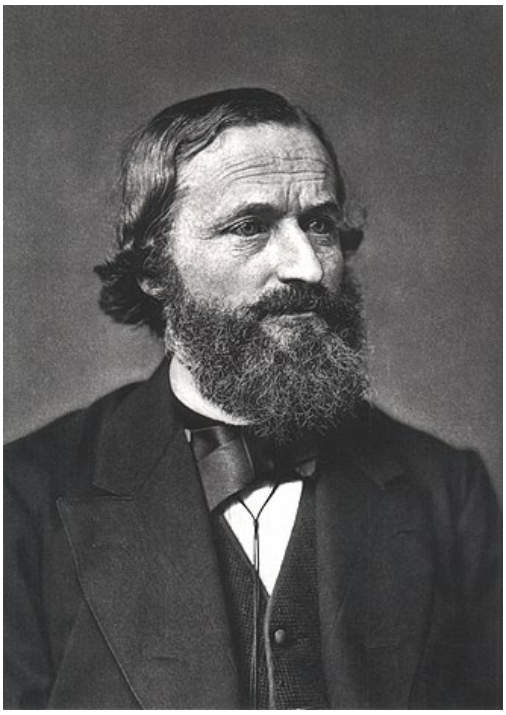


Figura 1: Gustav Robert Kirchhoff

Problema 1

Obtenga el valor de I_0.

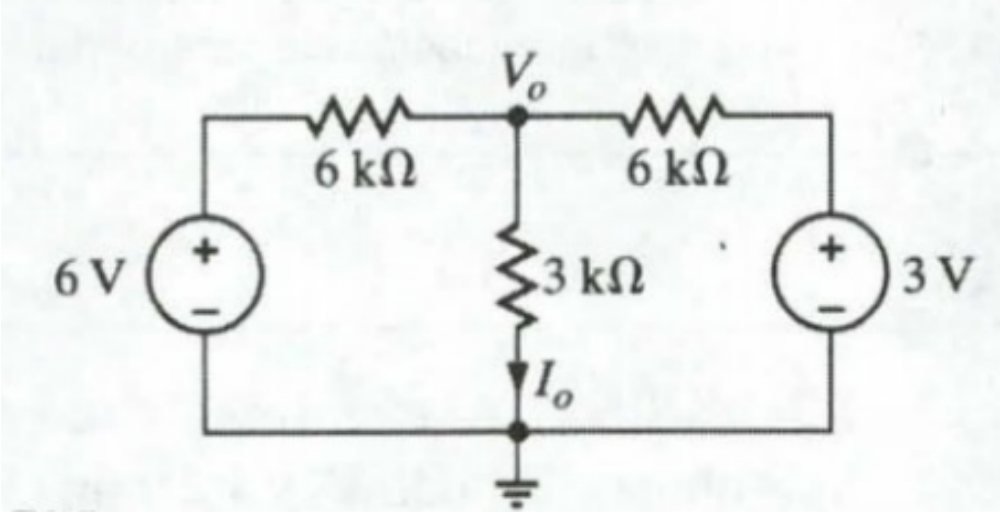


Figura 2:

Problema 2 [Taller 4 2021-2]

a) Encuentre la matriz obtenida por el método de nodos, y luego por el método de mallas. Por consiguiente, discuta sobre el método más óptimo para este ejercicio y comente qué características del circuito hacen más fácil la resolución de un método por sobre el otro.

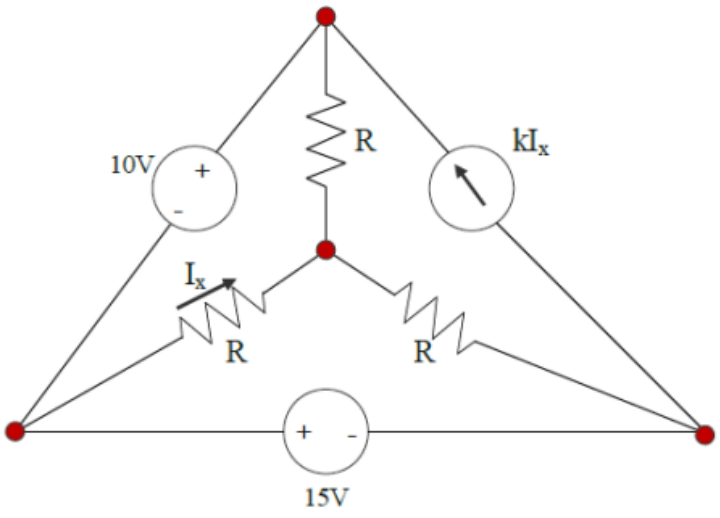


Figura 2: Esquemático para problema 2.a

Figura 3:

b) Realice el mismo procedimiento que en el inciso 2.a, pero esta vez con el circuito de la figura 3.

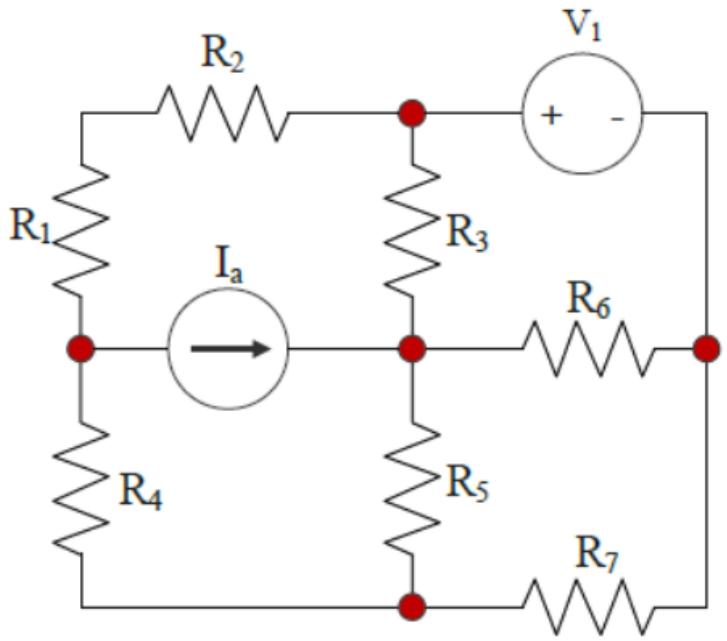
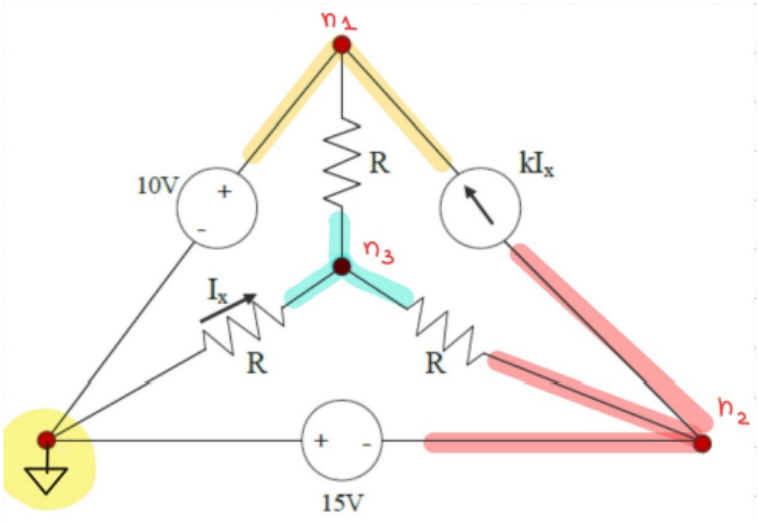


Figura 3: Esquemático para problema 2.b

Figura 4:

Solución problema 2a

Resolviendo por método de nodos se ha de ubicar el nodo tierra convenientemente entre ambas fuentes de voltaje.



Así las ecuaciones resultantes quedan:
Nodo 1:

$$0 + 10 = V_1$$

Nodo 2:

$$0 - 15 = V_2$$

Nodo 3:

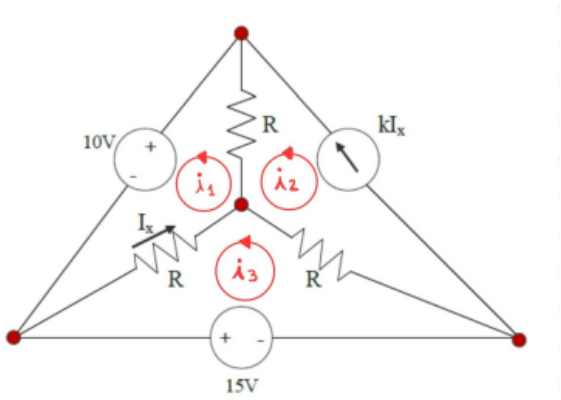
$$\frac{-V_3}{R} + \frac{10 - V_3}{R} + \frac{-15 - V_3}{R} = 0$$

$$\therefore V_3 = -\frac{5}{3}V = -1{,}666V \textbf{ (2pts.)}$$

** Ojo que ni siquiera fue necesario plantear una matriz**

Figura 5:

Resolviendo el mismo circuito por método de mallas, tenemos:



Malla 1:

$$2R \cdot i_1 - R \cdot i_2 - R \cdot i_3 = -10 \tag{1}$$

Malla 2:

$$i_2 = KI_x \tag{2}$$

Malla 3:

$$-R \cdot i_1 - R \cdot i_2 + 2R \cdot i_3 = 0 \tag{3}$$

Ecuación faltante:

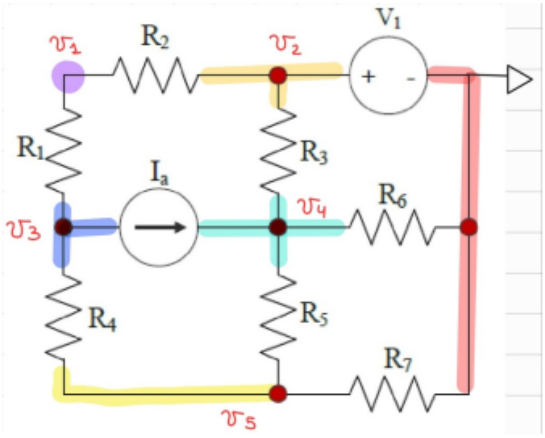
$$I_x = i_1 - i_3 \tag{4}$$

Con las cuatro ecuaciones anteriores, la matriz que da la solución al circuito es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} 2R & -R & -R \\ K & -1 & -K \\ -R & -R & 2R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$ **(2pts.)**

Figura 6:

Solución problema 2b



Por análisis de nodos se tienen las siguientes ecuaciones:

nodo 1:

$$\frac{v_3 - v_1}{R_1} + \frac{v_2 - v_1}{R_2} = 0 \tag{1}$$

nodo 2:

$$v_2 = V_1 \tag{2}$$

nodo 3:

$$\frac{v_1 - v_3}{R_1} + \frac{v_5 - v_3}{R_4} = I_a \tag{3}$$

nodo 4:

$$I_a + \frac{v_2 - v_4}{R_3} + \frac{v_5 - v_4}{R_5} - \frac{v_4}{R_6} = 0 \tag{4}$$

nodo 5:

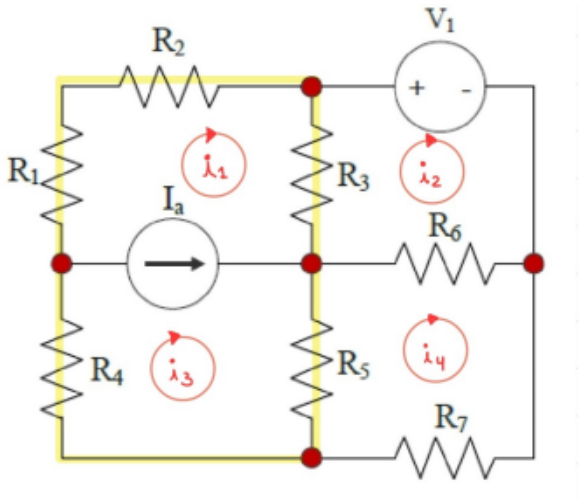
$$\frac{v_3 - v_5}{R_4} + \frac{v_4 - v_5}{R_5} - \frac{v_5}{R_7} = 0 \tag{5}$$

Al final se obtiene la siguiente matriz $4X4$:

$$\begin{pmatrix} -(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}) & \frac{1}{R_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & -(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}) & 0 & \frac{1}{R4} \\ 0 & 0 & -(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}) & \frac{1}{R_5} \\ 0 & \frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_5} & -(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_7}) \end{pmatrix} 0 \begin{pmatrix} v_1 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{V_1}{R_2} \\ I_a \\ -I_a - \frac{V_1}{R_3} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Figura 7:

Resolviendo el mismo circuito por método de mallas, tenemos:



Super malla amarilla (i_1 e i_3):

$$i_1(R_1 + R_2 + R_3) - i_2R_3 + i_3(R_4 + R_5) - i_4R_5 = 0 \quad (1)$$

$$i_3 - i_1 = I_a \quad (2)$$

$$-i_1R_3 + i_2(R_3 + R_6) - i_4R_6 = -V_1 \quad (3)$$

$$-i_2R_6 - i_3R_5 + i_4(R_5 + R_6 + R_7) = 0 \quad (4)$$

Con las nuevas ecuaciones (1), (2), (3) y (4) se obtiene la siguiente matriz solución del sistema:

$$\begin{pmatrix} (R_1+R_2+R_3) & -R_3 & (R_4+R_5) & -R_5 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -R_3 & (R_3+R_6) & 0 & -R_6 \\ 0 & -R_6 & -R_5 & (R_5+R_6+R_7) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ I_a \\ -V_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \textbf{(2pts.)}$$

Figura 8: