ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA
IEE 2123 Circuitos Eléctricos
Seccion 1
Segundo Semestre 2025

Interrogación 2
Fecha: 18 Octubre 2025
Tiempo: 80 minutos
Puntaje Total: 80 puntos

CÓDIGO DE HONOR UC
(Punto Base)

Como miembro de la comunidad de la Pontificia Universidad Católica de Chile, me comprometo a respetar los principios y normativas que la rigen. Asimismo, me comprometo a actuar con rectitud y honestidad en las relaciones con los demás integrantes de la comunidad y en la realización de todo trabajo, particularmente en aquellas actividades vinculadas a la docencia, al aprendizaje y la creación, difusión y transferencia del conocimiento. Además, me comprometo a velar por la dignidad e integridad de las personas, evitando incurrir en, y rechazando, toda conducta abusiva de carácter físico, verbal, psicológico y de violencia sexual. Del mismo modo, asumo el compromiso de cuidar los bienes de la Universidad.

Declaro que respeté el Código de Honor de la UC durante el desarrollo de la evaluación presencial del curso IEE2123 del día de hoy, 18 de Octubre. Durante la interrogación no recibí ningún tipo de información relativa a esta, utilicé solamente los materiales autorizados para rendir la interrogación, trabajé de manera individual y respeté el tiempo asignado para resolver la prueba.

HORA DE INICIO:

HORA DE TÉRMINO:

NOMBRE COMPLETO:

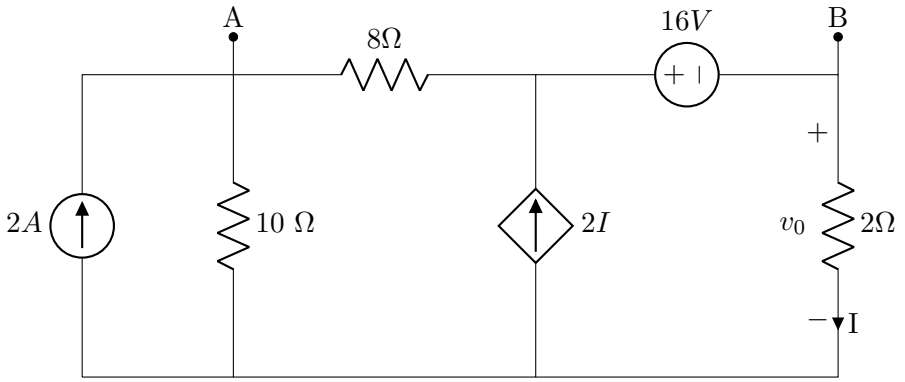
NUMERO DE ALUMNO:

FIRMA:

Nombre y Número de Alumno UC: _____

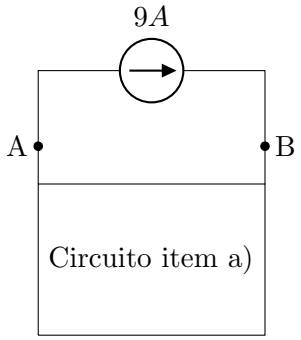
Problema 1 [20 puntos]

a) Encuentre el valor del voltaje v_0 en el siguiente circuito [12 puntos]:



Circuito parte a)

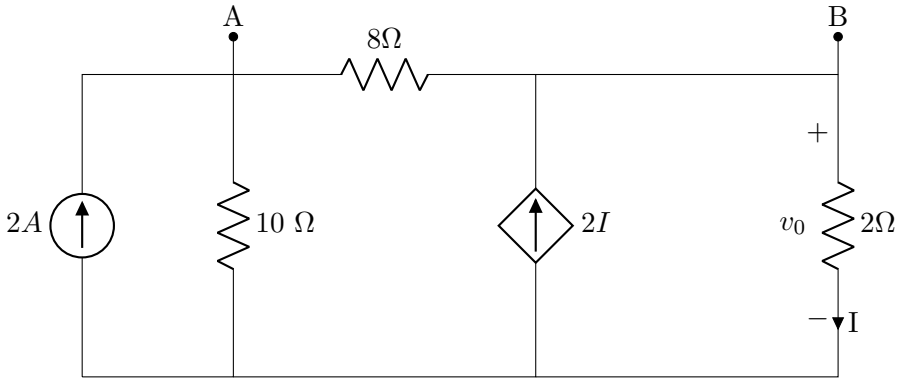
b) Ahora, considere que en los terminales A y B se conecta una fuente de corriente a 9 [A] como se ve en la figura siguiente. Encuentre el voltaje v_0 bajo estas nuevas condiciones. [8 puntos]:



Solución:

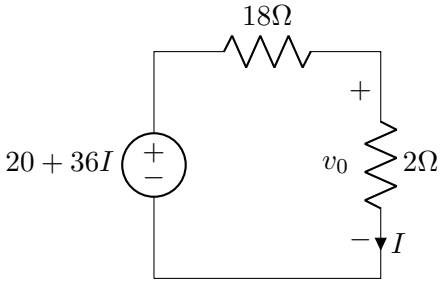
a)
Para calcular v_0 podemos utilizar el principio de superposición, encendiendo una de las fuentes independientes a la vez, y luego sumamos el resultado.

Encendiendo la fuente de 2A:



Circuito parte a) con solo fuente de 2A

Usando equivalente de Norton-Thevenin, podemos simplificar el circuito hasta llegar al siguiente equivalente:

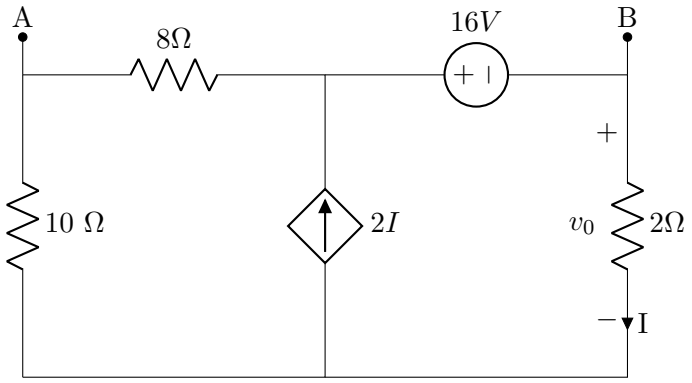


Circuito parte a) con solo fuente de 2A

Aplicando KVL obtenemos que:

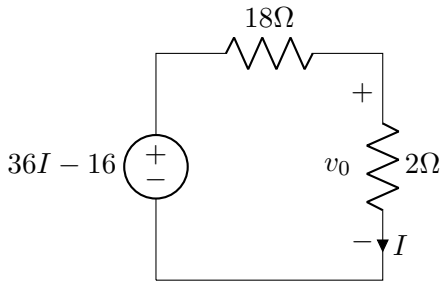
$$I = -\frac{5}{4} \rightarrow v_0 = -\frac{5}{4} \cdot 2 = -\frac{5}{2}$$

Encendiendo la fuente de 16V:



Circuito parte a)

Usando equivalente de Norton-Thevenin, podemos simplificar el circuito hasta llegar al siguiente equivalente:



Circuito parte a) con solo fuente de 2A

Aplicando KVL obtenemos que:

$$I = 1 \rightarrow v_0 = 1 \cdot 2 = 2$$

Por lo que, el valor total de v_0 será:

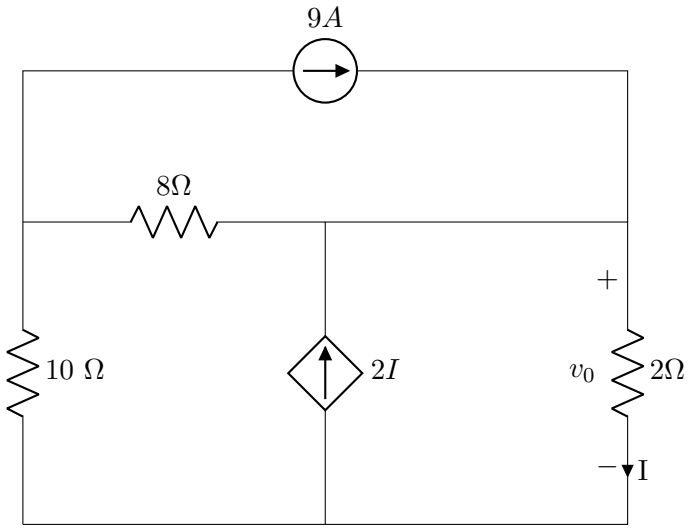
$$v_0 = -\frac{5}{2} + 2 = -\frac{1}{2}$$

3 puntos por identificar el uso de teorema de superposición.
3 puntos por calcular el voltaje cuando solo se enciende la fuente de corriente.
3 puntos por calcular el voltaje cuando solo se enciende la fuente de voltaje.
3 puntos por el resultado final.

Nota para corrección: El objetivo de esta pregunta es que se identifique el uso de teorema de superposición, pero si se llega al resultado correcto por otro medio, asignar puntaje completo. Sin embargo, no asignar puntaje parcial por desarrollo si se utiliza otro método y no se llega al resultado final correcto.

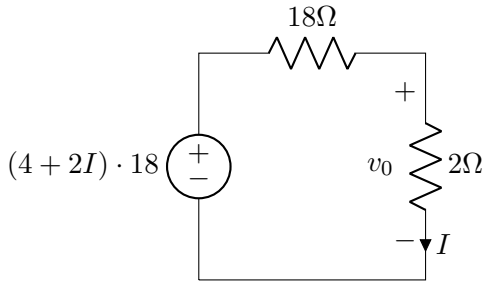
b) En esta parte podemos utilizar lo realizado en la parte a), y por teorema de superposición, simplemente sumarle el resultado de prender solo la fuente de $9A$:

Encendiendo la fuente de 9A:



Circuito parte a)

Usando equivalente de Norton-Thevenin, podemos simplificar el circuito hasta llegar al siguiente equivalente:



Circuito parte a) con solo fuente de 2A

Aplicando KVL obtenemos que:

$$I = -\frac{9}{2} \rightarrow v_0 = -\frac{9}{2} \cdot 2 = -9$$

Por ende, el valor final de v_0 será:

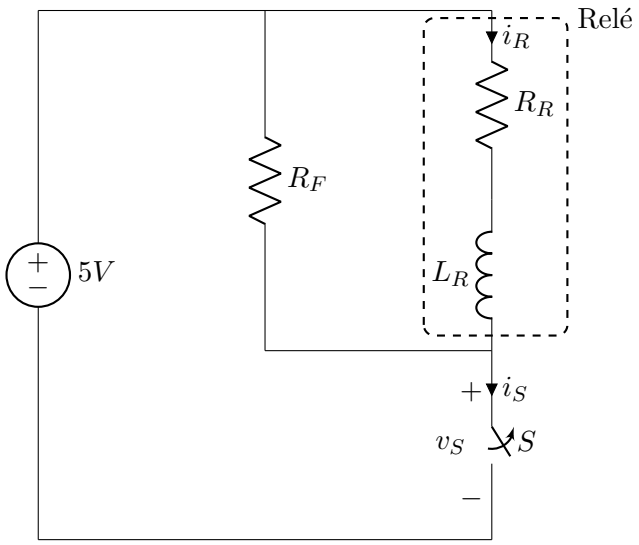
$$v_0 = -9 - \frac{1}{2} = -9{,}5 = -\frac{19}{2}$$

2 puntos por utilizar teorema de superposición.
3 puntos por calcular correctamente el voltaje con solo la fuente de corriente de 9A encendida.
3 puntos por resultado final del valor de v_0.

Nombre y Número de Alumno UC: _____

Problema 2 [25 puntos]

La figura muestra un circuito compuesto por un relé y un switch de potencia S. El relé se modela mediante de una resistencia $R_R = 100\ \Omega$ y un inductor $L_R = 200\ \mu H$, el cual ademas tiene una resistencia $R_F = 100\ \Omega$ conectada en paralelo por motivos de seguridad.



Considerando lo anterior, se pide que responda las siguientes preguntas:

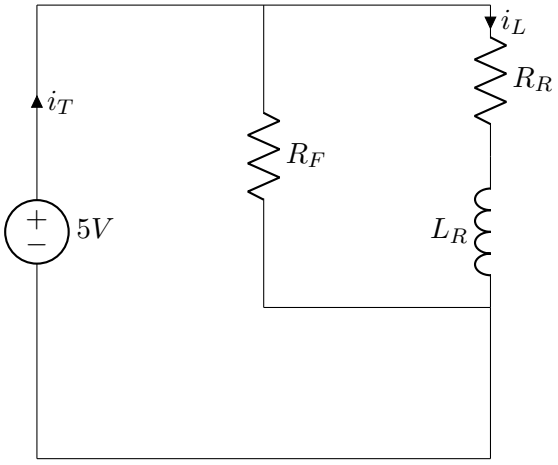
a) Encuentre la ecuación diferencial que caracteriza la corriente del relé $i_R(t)$ en los distintos estados del switch S [10 puntos].

b) Después de haber estado abierto durante mucho tiempo, el interruptor S se cierra en $t = 0$, y luego se abre en $t = 12\ \mu s$. Encuentre las ecuaciones que modelan la corriente del interruptor $i_S(t)$ y el voltaje del interruptor $v_S(t)$ para $t > 0$ [10 puntos].

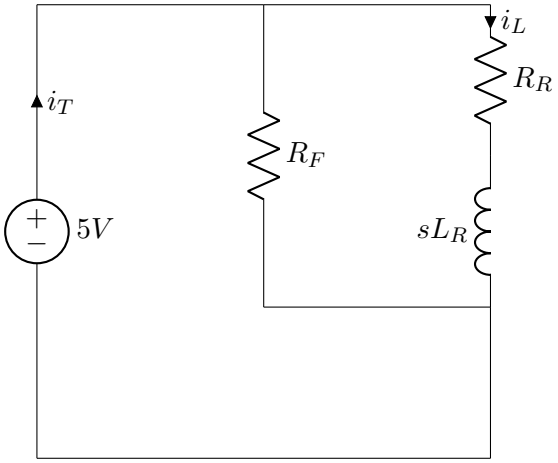
c) Grafique en la cuadricula proporcionada $i_S(t)$ y $v_S(t)$ desde $t = -2\ \mu s$ hasta $t = 18\ \mu s$. Identifique en el gráfico los tiempos y valores relevantes [5 puntos].

Solución

a) Cuando el switch está cerrado el estado del circuito es el siguiente:



En el dominio de Laplace:



En este caso:

$$Z_{eq} = R_F//(R_R + sL_R) = \frac{1}{\frac{1}{R_F} + \frac{1}{(R_R+sL_R)}} = \frac{R_F(R_R + sL_R)}{R_F + R_R + sL_R}$$

$$i_T = \frac{5(R_F + R_R + sL_R)}{R_F(R_R + sL_R)}$$

$$i_L = \frac{5(R_F + R_R + sL_R)}{R_F(R_R + sL_R)} \cdot \frac{R_F}{R_F + R_R + sL_R} = \frac{5}{R_R + sL_R}$$

Reordenando término:

$$R_R i_L + i_L sL_R = 5$$

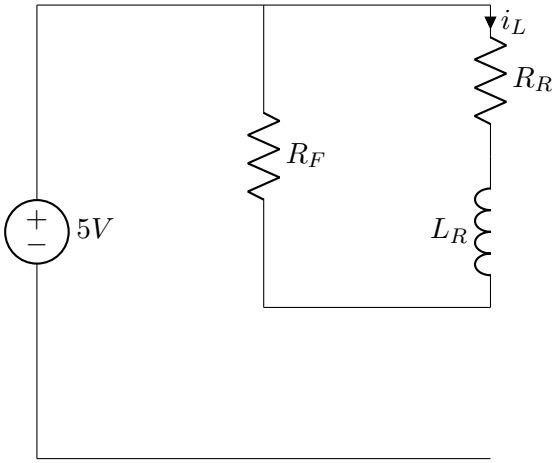
En el tiempo:

$$R_R i_L + \frac{di_L}{dt} L_R = 5$$

Por lo tanto, cuando el switch está cerrado la ecuación diferencial que modela la corriente en el relé está dada por:

$$\boxed{\frac{di_L}{dt} + 5 \cdot 10^5 \, i_L = 2{,}5 \cdot 10^4}$$

Ahora, cuando el switch se encuentra abierto el estado del circuito es el siguiente:



Por ley de voltajes se llega a que.

$$i_L R_R + L_H \frac{di_L}{dt} + i_L R_F = 0$$

Reordenando términos obtenemos:

$$\frac{di_L}{dt} + i_L(\frac{R_F + R_R}{L_H}) = 0$$

Finalmente, la ecuación diferencial que modela la corriente i_L cuando el switch está abierto está dada por:

$$\boxed{\frac{di_L}{dt} + i_L 10^6 = 0}$$

- **5 pt por la ecuación diferencial de i_R cuando el switch está abierto.**
- **5 pt por la ecuación diferencial de i_R cuando el switch está cerrado.**

b) Si el circuito llevaba abierto mucho tiempo las condiciones en el inductor para $t = 0^-$ son $i_L = 0$. Cuando el switch está cerrado vimos que la ecuación diferencial que modelaba la corriente en el inductor era:

$$\frac{di_L}{dt} + 5 \cdot 10^5 i_L = 2{,}5 \cdot 10^4$$

La solución homogenea a esta ecuación está dada por:

$$i_{L,h}(t) = ke^{-5 \cdot 10^5 t}$$

Mientras que la solución particular es:

$$i_{L,p}(t) = 5 \cdot 10^{-2}$$

Por lo tanto, la solución general está dada por:

$$i_L(t) = 5 \cdot 10^{-2} + ke^{-5 \cdot 10^5 t}$$

Utilizando las condiciones iniciales obtenemos que:

$$\boxed{i_L(t) = 5 \cdot 10^{-2}(1 - e^{-5 \cdot 10^5 t}), \quad 12\mu s \geq t \geq 0s}$$

Luego, en $t = 12\mu s$ el circuito se abre. Para buscar la condición inicial en el inductor:

$$\boxed{i_L(10\mu_s) = 5 \cdot 10^{-2}(1 - e^{-5 \cdot 10^5 12\mu_s}) = 4{,}9876 \cdot 10^{-2} A}$$

Anteriormente vimos que la ecuación diferencial que modela el circuito cuando el circuito se abre:

$$\frac{di_L}{dt} + i_L 10^6 = 0$$

La solución a esta ecuación diferencial está dada por:

$$\boxed{i_L(t) = 4{,}9876 \cdot 10^{-2} e^{-10^6 t} \quad t \geq 12\mu s}$$

Luego, para encontrar la corriente en el switch cuando está cerrado:

$$i_{sw}(t) = i_L(t) + 5 \cdot 10^{-2} = 10 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2} e^{-5 \cdot 10^5 t}$$

$$\boxed{i_{sw}(t) = 10 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2} e^{-5 \cdot 10^5 t}, \quad 12\mu s \geq t \geq 0s}$$

Luego, cuando el switch está abierto la corriente es:

$$\boxed{i_{sw}(s) = 0 \quad t \geq 12\mu s}$$

El voltaje en el switch cuando este está cerrado es 0 porque es simplemente un cable.

$$\boxed{v_{sw}(t) = 0, \quad 12\mu s \geq t \geq 0s}$$

Cuando el switch está abierto el voltaje está dado por:

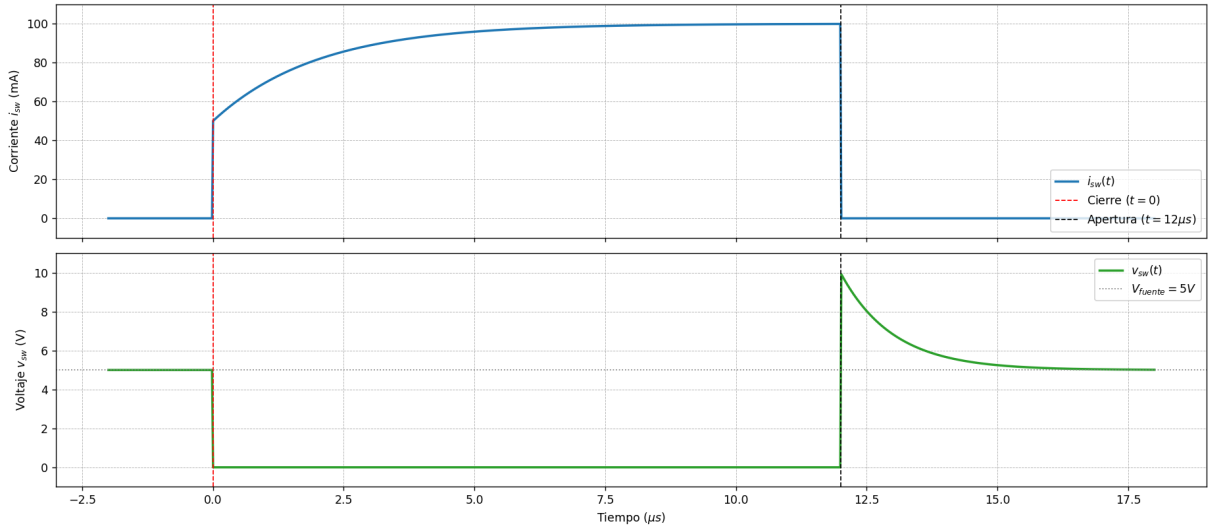
$$v_{sw}(t) = 5 + R_F i_L(t) = 5 + 4{,}966 e^{-10^6 t}$$

$$\boxed{v_{sw}(t) = 5 + 4{,}9876 e^{-10^6 t}, \quad t \geq 12\mu s}$$

- **1 pt por la corriente en el switch cuando** $t \geq 12\mu s$ **.**
- **4 pt por la corriente en el switch cuando** $0 \leq t \leq 12\mu s$**.**
- **1 pt por el voltaje en el switch cuando** $0 \leq t \leq 12\mu s$**.**
- **4 pt por el voltaje en el switch cuando** $t \geq 12\mu s$ **.**

Importante: Las ecuaciones encontradas no contienen traslaciones temporales por simplicidad. Es decir, la ecuaciones son válidas considerando como punto de partida el primer instante del intervalo como $t = 0$. Respuestas con traslaciones temporales son igualmente válidas.

c) Los gráficos se muestran a continuación:

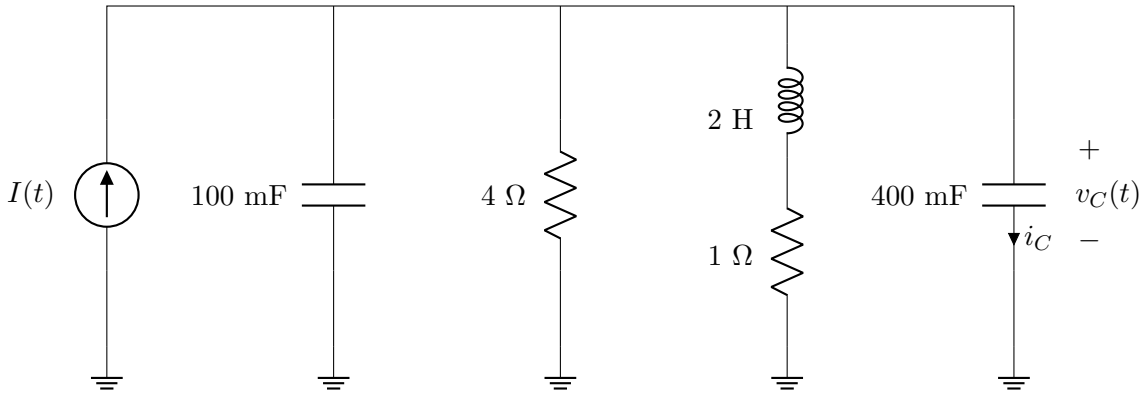


- **2.5 pt si el gráfico del voltaje en el switch es correcto**
- **2.5 pt si el gráfico de la corriente en el switch es correcto**

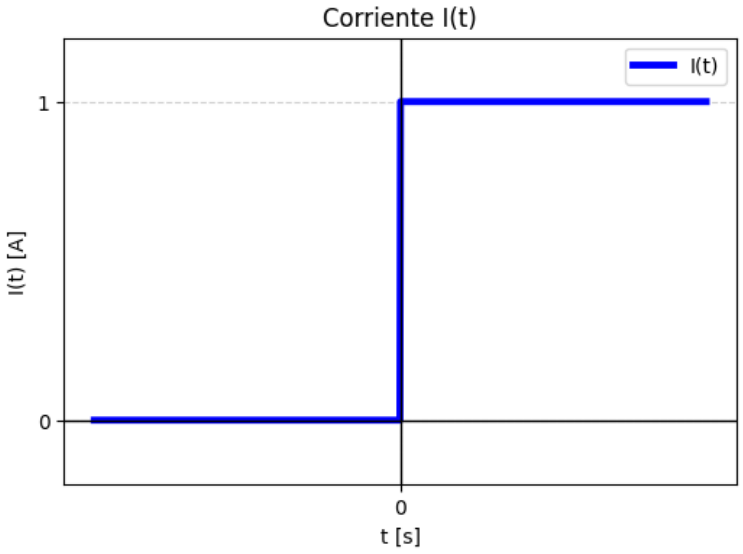
Nombre y Número de Alumno UC: _____

Pregunta 3 [25 puntos]

Considere el siguiente circuito:



donde la fuente de corriente $I(t)$ corresponde a un escalón unitario de la siguiente forma:



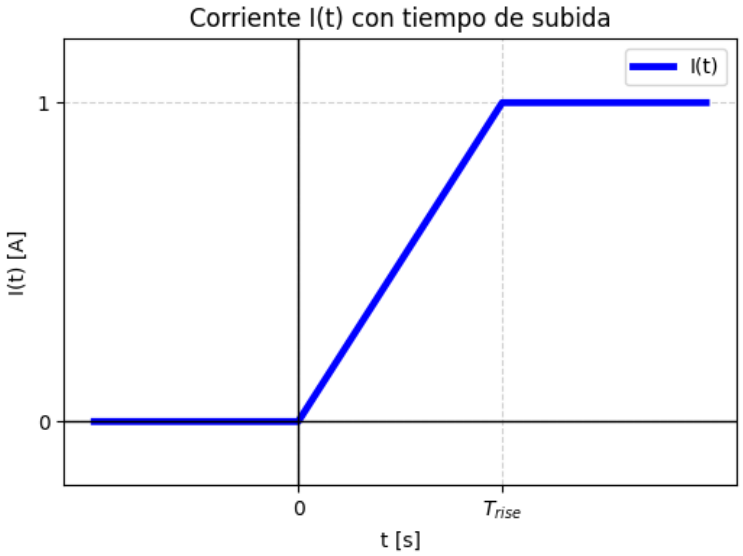
Basado en lo anterior, se pide que:

(a) Considerando que el circuito lleva mucho tiempo conectado, obtenga las condiciones iniciales del voltaje del capacitor $v_c(t)$ en $t = 0$ [4 pts]

(b) Determine la ecuación diferencial que modela el voltaje del capacitor $v_C(t)$ para $t > 0$ [10 pts]

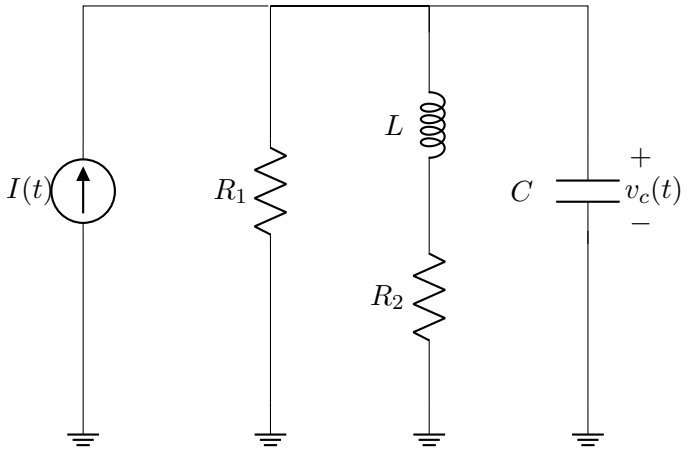
(c) Encuentre la solución numérica de la ecuación diferencial de $v_C(t)$ para $t > 0$ [6 pts]

(d) Ahora, considere que la fuente de corriente $I(t)$ no tiene una transición instantánea, sino que mas bien tiene un tiempo de subida $T_{rise} = 0{,}5$ segundos, lo cual se muestra en la figura siguiente. Determine las nuevas ecuaciones diferenciales que modelan $v_C(t)$ para $t > 0$ [5 pts]



SOLUCION:

(a) En primer lugar, se simplifican los capacitores en paralelo que se tienen en el circuito, obteniendo lo siguiente:



Con $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 1\ \Omega$, $L = 2$ H y $C = 0{,}5$ F.

Por enunciado se tiene que $v_c(0) = 0$. En cambio, para la condición inicial de $v_c'(0)$ se debe analizar la corriente del capacitor en el instante de cambio en el escalón ($I = 1$ A). Se tiene la siguiente ecuación de nodo en el instante $t = 0^+$:

$$1\text{ A} = i_{R_1}(0^+) + i_L(0^+) + i_C(0^+)$$

En primer lugar, por propiedad del inductor este no puede cambiar instantáneamente su corriente. En segundo lugar, lo mismo se cumple para R_1, ya que se encuentra en paralelo a un capacitor que le impide cambiar instantáneamnte de voltaje. En definitiva:

$$i_{R_1}(0^+) = i_L(0^+) = 0$$
$$i_C(0^+) = 1\ A$$
$$\frac{dv}{dt}(0) = \frac{i_c(0^+)}{C} = \frac{1\text{ A}}{0{,}5\text{ F}} = 2\text{ V/s}$$

- 2 pts por condición inicial $v_c(t = 0)$
- 2 pts por condición inicial $\dfrac{dv_c}{dt}(t = 0)$

(b) La ecuación diferencial se obtiene mediante la resistencia equivalente en el dominio de Laplace. Esto es:

$$R_{eq} = R_1 // sL + R_2 // \frac{1}{sC}$$
$$R_{eq} = \frac{R_1(sL + R_2)}{R_1 + R_2 + sL} // \frac{1}{sC}$$

$$R_{eq} = \frac{\frac{R_1(sL+R_2)}{R_1+R_2+sL} \cdot \frac{1}{sC}}{\frac{R_1(sL+R_2)}{R_1+R_2+sL} + \frac{1}{sC}} = \frac{R_1(sL+R_2)}{R_1LCs^2 + R_1R_2Cs + R_1 + R_2 + sL}$$

$$R_{eq} = \frac{(sL+R_2)}{LCs^2 + (\frac{L}{R_1} + R_2C)s + (\frac{R_1+R_2}{R_1})} = \frac{v_c}{I}$$

$$IsL + IR_2 = v_cLCs^2 + v_c(\frac{L}{R_1} + R_2C)s + v_c(\frac{R_1+R_2}{R_1})$$

Lo anterior, en el dominio del tiempo equivale a:

$$L\frac{dI(t)}{dt} + I(t)R_2 = LC\frac{d^2v_c}{dt^2} + (\frac{L}{R_1} + R_2C)\frac{dv_c}{dt} + (\frac{R_1+R_2}{R_1})v_c$$

Reemplazando los valores y considerando entrada escalón se tiene la ecuación diferencial para $t > 0$:

$$1 = \frac{d^2v_c}{dt^2} + \frac{dv_c}{dt} + \frac{5}{4}v_c$$

- Si se realizó el procedimiento en el dominio de Laplace, 5 pts por reducción del circuito. Si se realizó método de mallas y/o nodos, 5 pts por ecuaciones correctas (incluidas las relaciones básicas de capacitor e inductor).
- Si se realizó el procedimiento en el dominio de Laplace, 3 pts por expresar correctamente la EDO en el dominio del tiempo. Si se realizó método de mallas y/o nodos, 3 pts por correcto despeje y reemplazo de las ecuaciones.
- 2 pts por EDO final correcta

(c) **Solución homogénea:**

$$r^2 + r + \frac{5}{4} = 0 \rightarrow r = -\frac{1}{2} \pm j$$

$$v_{cH}(t) = e^{-0,5t}(k_1\cos(t) + k_2\sin(t))$$

Solución particular: Se propone $v_{cP}(t) = \alpha$

$$1 = \frac{5}{4}\alpha \rightarrow \alpha = \frac{4}{5}$$

$$v_{cP}(t) = \frac{4}{5}$$

Solución general:

$$v_c(t) = v_{cH}(t) + v_{cP}(t)$$

$$v_c(t) = e^{-0,5t}(k_1\cos(t) + k_2\sin(t)) + \frac{4}{5}$$

Las constantes k_1 y k_2 se calculan empleando las condiciones iniciales:

$$v_c(0) = k_1 + \frac{4}{5} = 0 \rightarrow k_1 = -\frac{4}{5}$$

$$v_c'(0) = -0{,}5k_1 + k_2 = 2 \rightarrow k_2 = \frac{8}{5}$$

Finalmente:

$$v_c(t) = e^{-0{,}5t}(-\frac{4}{5}\cos(t) + \frac{8}{5}\sin(t)) + \frac{4}{5} \quad [\text{V}]$$

- 2 pts por solución homogénea
- 2 pts por solución particular
- 2 pts por solución general

(d) Recordamos la ecuación diferencial que describe el voltaje del capacitor:

$$L\frac{dI(t)}{dt} + I(t)R_2 = LC\frac{d^2v_c}{dt^2} + (\frac{L}{R_1} + R_2C)\frac{dv_c}{dt} + (\frac{R_1+R_2}{R_2})v_c$$

$$2\frac{dI(t)}{dt} + I(t) = \frac{d^2v_c}{dt^2} + \frac{dv_c}{dt} + \frac{5}{4}v_c$$

La nueva señal $I(t)$ se puede escribir de la siguiente forma:

$$I(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \dfrac{t}{T_{\text{rise}}}, & 0 \leq t < T_{\text{rise}}, \\ 1, & t \geq T_{\text{rise}}. \end{cases}$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \dfrac{1}{T_{\text{rise}}}, & 0 \leq t < T_{\text{rise}}, \\ 0, & t \geq T_{\text{rise}}. \end{cases}$$

Por lo tanto, se tienen las nuevas ecuaciones diferenciales para $t > 0$:

$$4 + 2t = \frac{d^2v_c}{dt^2} + \frac{dv_c}{dt} + \frac{5}{4}v_c \quad t \in (0, 0{,}5)$$

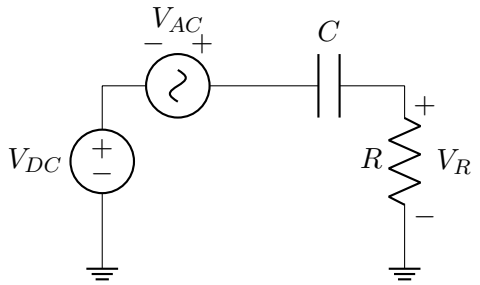
$$1 = \frac{d^2v_c}{dt^2} + \frac{dv_c}{dt} + \frac{5}{4}v_c \quad t \geq 0{,}5$$

- 2 pts por dar cuenta del efecto de la derivada de la corriente en la ecuación diferencial
- 2 pts ecuación diferencial para $t \in (0, 0{,}5)$ [segundos]
- 1 pto ecuación diferencial para $t \geq 0{,}5$ [segundos]

Nombre y Número de Alumno UC: _____

Problema 4 [10 puntos]

Considere el siguiente circuito alimentado con fuentes de voltaje DC y AC:



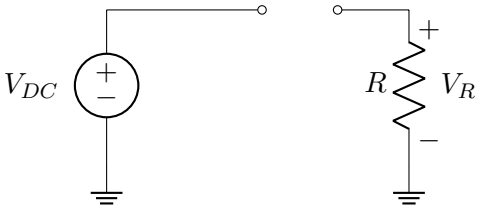
en donde $V_{DC} = 5$ [V], $V_{AC} = 2\sin(2\pi f \cdot t)$ [V], $C = 10$ [F], y $R = 5\,[\Omega]$.

Grafique el voltaje $V_R(t)$ para $t = 0, \ldots, 5$ [ms] considerando que el circuito ha alcanzado régimen permanente y la fuente AC tiene una alta frequencia de $f = 1$ [kHz]. Identifique en el gráfico los tiempos y valores relevantes.

SOLUCION:
Aplicamos Teorema de Superposición para calcular V_R:

$$V_R = \left.\frac{V_R}{V_{DC}}\right|_{V_{AC}=0} \cdot V_{DC} + \left.\frac{V_R}{V_{AC}}\right|_{V_{DC}=0} \cdot V_{AC}$$

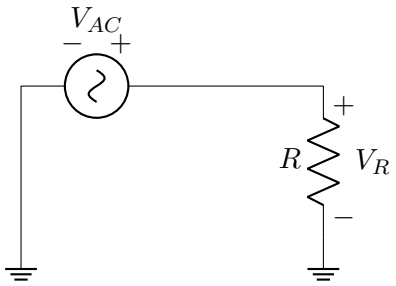
Calculamos $\left.\frac{V_R}{V_{DC}}\right|_{V_{AC}=0}$ resolviendo el siguiente circuito:



donde se puede observar que C es reemplazado por un circuito abierto, puesto que un capacitor se comporta como este para bajas frequencias (0 Hz para el caso DC). De esta forma, tenemos $V_R = 0$, y por tanto:

$$\left.\frac{V_R}{V_{DC}}\right|_{V_{AC}=0} = 0$$

Luego, calculamos $\left.\frac{V_R}{V_{DC}}\right|_{V_{AC}=0}$ resolviendo el siguiente circuito:



donde se puede observar que C es reemplazado por un cortocircuito, puesto que un capacitor se comporta como este para altas frecuencias (1 kHz $\gg$ 0 Hz). De esta forma, tenemos $V_R \approx V_{AC}$, y por tanto:

$$\left.\frac{V_R}{V_{AC}}\right|_{V_{DC}=0} \approx V_{AC}$$

Sumando los componentes $\left.\frac{V_R}{V_{DC}}\right|_{V_{AC}=0}$ y $\left.\frac{V_R}{V_{AC}}\right|_{V_{DC}=0}$ obtenemos para régimen permanente:

$$V_R \approx 0 + V_{AC} = 2\sin(2\pi f \cdot t)$$

De esta forma, el gráfico de $V_R(t)$ corresponde a una onda sinusoidal de amplitud 2 [V] y frecuencia $f = 1$ [kHz]:

